UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Instituto de Física de São Carlos

Projeto 5:Movimento Oscilatório

Anderson Araujo de Oliveira 11371311

2020

Conteúdo

1 Tarefa A

Nessa parte do projeto vamos ver o movimento de pendulo que movimenta harmonicamente através de dois métodos, o de Euler, e o método de Euler-Cromer, veremos que um dos métodos não funciona para oscilador harmônico, por causa que a energia não se conserva.

1.1 Discussão

O movimento do pendulo pode ser encontrado por uma equação diferencial, que é chamada de "equação de Mathieu".

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0 \tag{1}$$

Podemos fazer aproximações para pequenas oscilações $\sin\theta \approx \theta$, para quando $\theta << 1$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0 \tag{2}$$

Para achamos a energia do sistema, vamos achar a energia cinética e potencial

$$E = U + K \tag{3}$$

$$K = \frac{mv^2}{2} \tag{4}$$

$$U = mgh \tag{5}$$

mudando as variaveis $v = \omega l$ e $h = l(1 - \cos\theta)$

$$\frac{ml^2\omega^2}{2} + mgl(1 - \cos\theta) = C \tag{6}$$

podemos aproximar $(1 - cos(\theta)) \approx \frac{\theta^2}{2}$, e chagamos na equação de energia abaixo

$$\frac{ml^2\omega^2}{2} + \frac{mgl\theta^2}{2} = C \tag{7}$$

1.2 Método de Euler

No método de Euler é um técnica para resolver equações diferenciais ordinárias, consideramos um primeiro esquema numérico , muito simples e que consiste em efetuar uma expansão da série de Taylor e substituir a derivada pela expressão explícita dada na EDO.

$$\omega_{i+1} = \omega_i - \frac{g}{l}\theta_i\Delta t \tag{8}$$

$$\theta_{i+1} = \theta_i + \omega_i\Delta t \tag{9}$$

1.3 Método de Euler-Cromer

Nesse método de Euler-Cromer, o ω_i que está na euqação (2) é substituindo porω_{i+1}, assim a conservação de energia nessa técnica.

$$\omega_{i+1} = \omega_i - \frac{g}{l}\theta_i \Delta t \tag{10}$$

$$\theta_{i+1} = \theta_i + \omega_{i+1}\Delta t \tag{11}$$

1.4 Resultados

Como foi dito anteriormente o movimento do pendulo usando o método de Euler iram aumentar gradativamente.

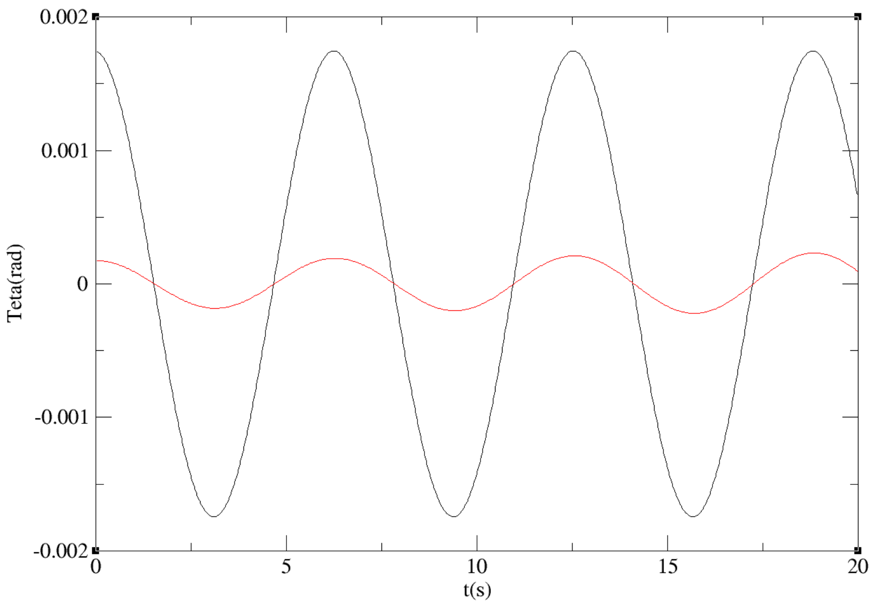

Figura 1: Gráfico x(rad) versus t(s), para $x_0 = 0.01$

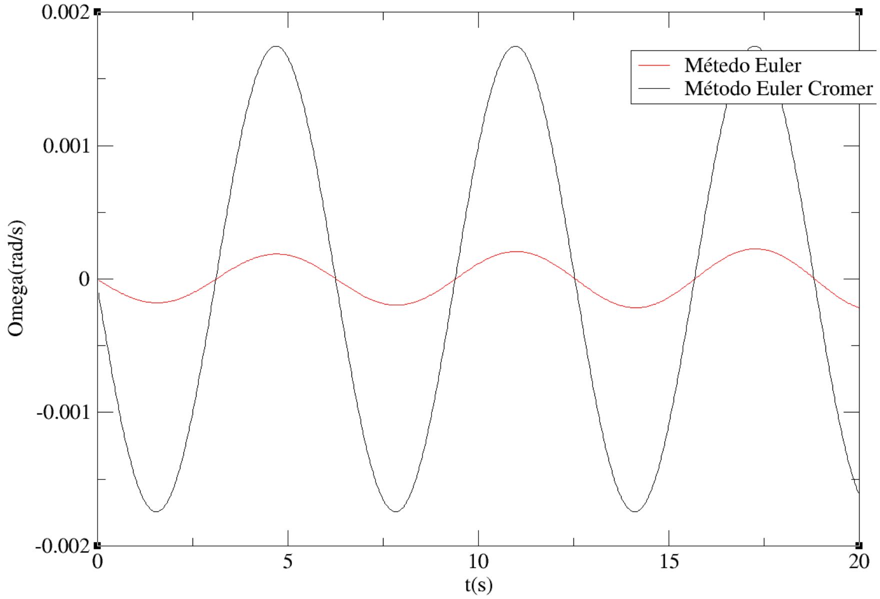

Figura 2: Gráfico $\omega(\frac{rad}{s})$ versus t(s), para $x_0 = 0.01$

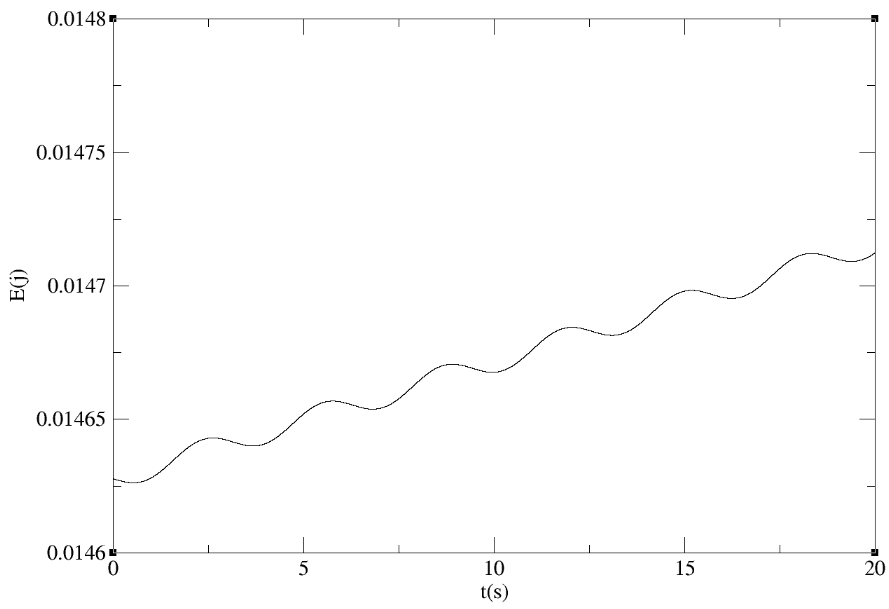

Figura 3: Gráfico E(j) versus t(s), para $x_0 = 0.01$

Vemos na imagem abaixo que energia fica oscilando, mas essa oscilção se deve pelo erro de trucamento da maquina.

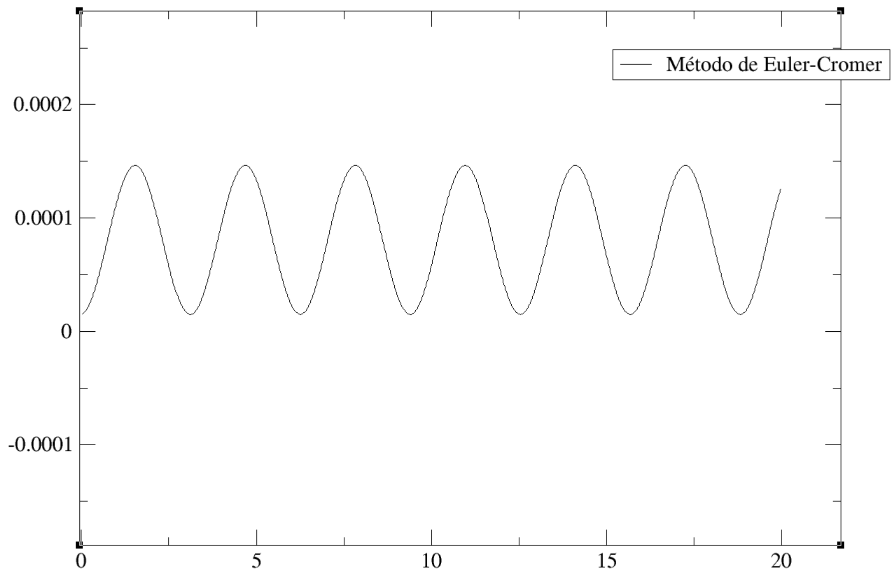

Figura 4: Gráfico E(j) versus t(s), para $x_0 = 0.01$

1.5 Código

1.5.1 Metodo de Euler

```
program Qa
    implicit real*8(a-h,o-z)
    open(1,file="saida1-a1-11371311.dat",status="replace")
    open(2,file="saida2-a1-11371311.dat",status="replace")
    open(3,file="saida3-a1-11371311.dat",status="replace")
    write(*,*)"digite o valor angulo em graus"
    read(*,*)conv
    write(*,*)"digite o valor de varia  o do tempo"
    read(*,*)det!det   delta t
    !convers o para radiano
    pi=acos(-1.0d0)
    teta=pi*conv/180.0d0
    !colocar o angulo entre -2pi e 2pi
    do while(-2*pi>=teta .or. teta>=2*pi)
        if(teta>2*pi)then
            teta=teta-2*pi
        else
            teta=teta+2*pi
        endif
    enddo
    !condi  es iniciais
    t=det
    i=1
    w=0
    wi=0
    !primeiro det
    w=-teta*det
```

```
    wi=wi-teta*det
    teta=teta+w*det
    !metodo de Euler
    do while(1<8)
        t=i*det
        tetai=teta
        wi=wi-teta*det
        teta=teta+w*det
        i=i+1
        e=(9.8**2)*(w**2)*0.5+(9.8**2)*teta**2/2!para teta pequeno
        if(t>=20)then
            exit
        endif
        w=wi
        write(1,*)t,teta
        write(2,*)t,wi
        write(3,*)t,e
    enddo
end program
```

1.5.2 Método de Euler-Cromer

```
program Qa
    implicit real*8(a-h,o-z)
    open(1,file="saida1-a2-11371311.dat",status="replace")
    open(2,file="saida2-a2-11371311.dat",status="replace")
    open(3,file="saida3-a2-11371311.dat",status="replace")
    write(*,*)"digite o angulo em graus"
    read(*,*)conv
    write(*,*)"digite a varia  o do tempo"
    read(*,*)det!det   delta t
    !convers o para radiano
    pi=acos(-1.0d0)
    teta=pi*conv/180.0d0
    !colocar o angulo entre -2pi e 2pi
    do while(-2*pi>=teta .or. teta>=2*pi)
        if(teta>2*pi)then
            teta=teta-2*pi
        else
            teta=teta+2*pi
        endif
    enddo
    !condi  es iniciais
    t=det
    i=1
    w=0
    !primeiro det
    w=w-teta*det
    teta=teta+w*det
    !metodo de euler-cromer
    do while(1<8)
        t=i*det
        w=w-teta*det
        teta=teta+w*det
```

```
        i=i+1
        e=9.8**2*(w**2)/2+9.8**2*teta**2/2!para teta pequeno utlizamos
    essa energia
        if(t>=20)then
            exit
        endif
        write(1,*)t,teta
        write(2,*)t,w
        write(3,*)t,e
    enddo
end program
```

2 Tarefa B

2.1 B1

2.1.1 Resultados e Discussões

Aqui vamos calcular numericamente o valor de integral não-analítico, que traz a informação sobre o período, que obtemos através da conservação de energia, integrando a equação(1) e multiplicando $\frac{d\theta}{dt}$.

$$\frac{1}{2}(\frac{d\theta}{dt})^2 - \frac{g}{l}\cos\theta = C \tag{12}$$

C é a constante de integração. Reorganizando os termos da equação (12)

$$\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{\frac{2g}{l}(\cos\theta + C)} \tag{13}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{\frac{2g}{l}(\cos\theta + \cos\theta_0)} \tag{14}$$

se invertemos a equação (14)

$$dt = \frac{d\theta}{\sqrt{\frac{2g}{l}(\cos\theta + \cos\theta_0)}} \tag{15}$$

Colocamos para integramos$[-\theta_0, \theta_0]$, chegamos na equação debaixo.

$$T = \sqrt{\frac{2l}{g}} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta - \cos\theta_0}} \tag{16}$$

Para calculamos numericamente o valor da integral precisamos tomar cuidado com limite de integração nesse ponto o valores tendem ∞, para resolvemos isso vamos dividir a integral em três partes

$$\int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta - \cos\theta_0}} = \underbrace{\int_{-\theta_0+\epsilon}^{\theta_0-\epsilon} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta - \cos\theta_0}}}_{A} + \underbrace{\int_{-\theta_0}^{-\theta_0+\epsilon} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta - \cos\theta_0}}}_{B} + \underbrace{\int_{\theta_0-\epsilon}^{\theta_0} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta - \cos\theta_0}}}_{C} \tag{17}$$

A integral de A calcula numericamente e os valores da integral B e C são igual $B = C$, portanto $T = A + 2C$, vamos resolver a integral B e C.

Na integral B podemos fazer uma substituição.

$$\theta = \theta_0 + \epsilon \tag{18}$$

Pegando (18) e substituindo no denominador da ta integral de B, supondo $\epsilon <<< 1$.

$$\cos(-\theta_0 + \epsilon) - \cos\theta_0 = \cancelto{1}{\cos\theta_0 \cos\epsilon} + \sin\theta_0 \cancelto{\epsilon}{\sin\epsilon} - \cancel{\cos\theta} \tag{19}$$

Assim chegamos que.

$$T = \sqrt{\frac{2l}{g}} \int_0^{\epsilon} \frac{d\epsilon}{\sqrt{sen\theta_0 \epsilon}} = \sqrt{\frac{2l}{g}} \frac{2\sqrt{\epsilon}}{\sqrt{\sin\theta_0}} \tag{20}$$

Vemos um erro na tabela a abaixo que para angulo 180° o período tem que tender $T \to \infty$,por causa que este ponto é de equilíbrio instável, portanto o pendulo deveria ficar estatico nesse ponto, mas vemos que o valor cresce drasticamente nesse ponto.

θ_0(Graus)	T(s)
1	6.2845
3	6.2854
5	6.28473
10	6.2934
30	6.3937
45	6.5356
60	6.7443
90	7.4178
150	11.0722
180	1564760.409089

Tabela 1: Valores teta e do período

Tabela para o valor calculado com método de Euler

θ_0(Graus)	T(s)
1	6.2832
3	6.2842
5	6.2861
10	6.2951
30	6.3925
45	6.5334
60	6.7429
90	7.4116
150	11.0722

Tabela 2: Valores teta e do período

2.1.2 Código

```
program Qa
implicit real*8(a-h,o-z)
    write(*,*)"digite o angulo em graus"
    read(*,*)conv
    !conversao para radiano
    pi=acos(-1.0d0)
    graus=pi*conv/180.0d0
    do while(-2*pi>=graus .or. graus>=2*pi)
      if(graus>2*pi)then
          graus=graus-2*pi
      else
          graus=graus+2*pi
      endif
    enddo
    !valor de pi
    pi=dacos(-1d0)
    j=22
    h=graus/(2**j)
    n=2**j
    trape=0.0d0
    simp=0.0d0
    bode=0.0d0
    do m=-(n-2),n-2,2!come o com m=1 para quando x*m-1=0, assim inicio em f(0)
      !processamento do trapezio e de simpson
      trape=trape+(f(h*m-h,graus)+2*f(h*m,graus)+f(h*m+h,graus))*h/2.0
      simp=simp+(f(h*m-h,graus)+4*f(h*m,graus)+f(h*m+h,graus))*h/3.0
    enddo
    !Vamos utilizar o epsilon=2*h que    o intervalo que tiramos no calculo numerico
    A=2**(0.5)*2*(2*h)**(0.5)/(sin(graus)**(0.5))
    !saida de dados
    write(*,*)"Epsilon utilizado"
    write(*,*)2*h
    write(*,*)"Metodo do trap zio"
    write(*,*)2**(0.5)*trape+2*A
```

```
    write(*,*)"Metodo de simpson"
    write(*,*)2**(0.5)*simp+2*A
end program
    function f(x,graus)
      real*8::x,f,graus
      f=1/(dcos(x)-dcos(graus))**(0.5)
    end function
```

2.2 B2

2.2.1 Resultado e Discussões

Na parte B1 calculamos o período através de uma integral elíptica, nessa situação iremos calcular o período usando aproximação.Como vimos na equação (16) ela não pode ser resolvido analiticamente, mas podemos resolver usando função elíptica de legendre do primeiro tipo.

$$F(k,\Phi) = \int_0^{\Phi} \frac{d\theta}{\sqrt{1-k^2\sin\theta^2}} \tag{21}$$

Que podemos expandir a função elíptica e obter uma série para o período.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\sum_{n=0}^{\infty}[(\frac{(2n)!}{(2^n n!)^2})\sin\frac{\theta^2}{2}] \tag{22}$$

Para aproximações de pequenas oscilações, chegamos na equação a abaixo.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}(1+\frac{\theta_0^2}{16}) \tag{23}$$

Como vemos no gráfico abaixo o valor do período não altera muito dependendo de qual teta o valor não altera muito.

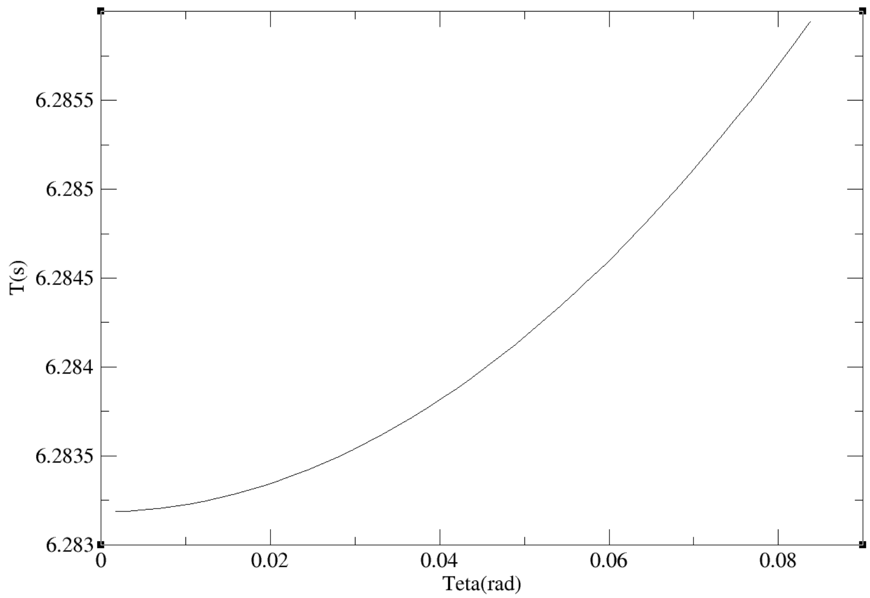

Figura 5: Gráfico t(s) versus X(rad)

2.2.2 Código

```
program Qa
implicit real*8(a-h,o-z)
open(1,file="saida1-b2-11371311.dat",status="replace")
pi=acos(-1.0d0)
conv=0.1
do while(1<8)
    teta=pi*conv/180.0d0
    T=2*pi*(1+(teta)**2/16)
    conv=conv+0.1
    if(conv>5)then
        exit
    endif
    write(1,*)teta,T
enddo
end program
```

2.3 B3 e B4

Na parte B3 e B4, vamos utilizar o método de Euler-Cromer, mas com o pendulo sofrendo outras forças como resistência do ar e força externa, assim velocidade angular ficarar assim.

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{g}{l}\sin\theta - \gamma\frac{d\theta}{dt} + F_0 \sin\Omega t \tag{24}$$

2.3.1 B3

Nessa parte do projeto vamos ver como oscilador se comporta com resistência do ar, e ver como é o amortecimento crítico, subcrítico ou supercrítico para quando $\gamma = 0.5$.

A equação diferencial para oscilador harmônico pode ser encontrado parecida a equação (2).

$$m\ddot{x} = -\omega^2 x - \gamma \dot{x} \tag{25}$$

Podemos resolver essa EDO, usando notação complexa, da forma.

$$z(t) = e^{pt} \tag{26}$$

Onde leva a equação anterior as seguintes raízes.

$$p_{\pm} = -\frac{\gamma}{2} \pm \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2} \tag{27}$$

$$x(t) = e^{\frac{\gamma}{2}t}[a\cos\omega t + b\sin\omega t] \tag{28}$$

tomando a parte real

$$x(t) = x_0 e^{\frac{-\gamma}{2}t}\cos(\omega t + \phi) \tag{29}$$

(a)Amortecimento subcrítico:$\frac{\gamma}{2} < \omega_0$(b)Amortecimento supercrítico:$\frac{\gamma}{2} > \omega_0$(c)Amortecimento crítico:$\frac{\gamma}{2} = \omega_0$, portanto como fizemos com $\gamma = 0.5$ substituindo o $\frac{\gamma}{2} = 0.25 < 1 = \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$ o valor daria é subcrítico

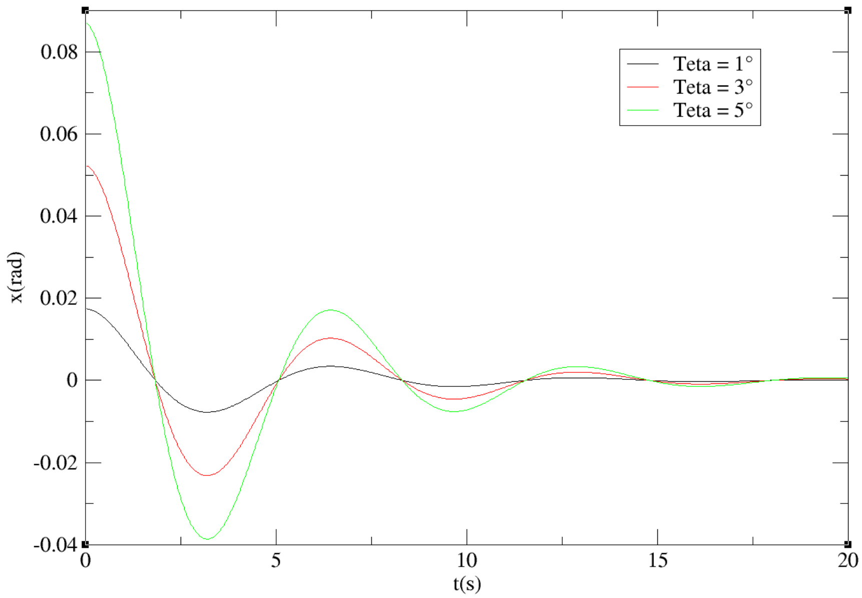

Figura 6: Gráfico t(s) versus X(rad)

Vemos que é subcrítico o amortecimento, portanto existe um força dissipativa que diminui a energia no sistema assim fazendo a amplitude diminuir.

2.3.2 B4

Vemos na parte anterior B3 como fica o movimento oscilatório, quando a ha uma força dissipativa, mas nessa parte vamos colocar uma força externa interagindo com o pendulo.

Na figura 7 vemos que velocidade angular do pendulo com a F=1.2 segue um ritmo caótico comparado com o outro pendulo com F=0.5.

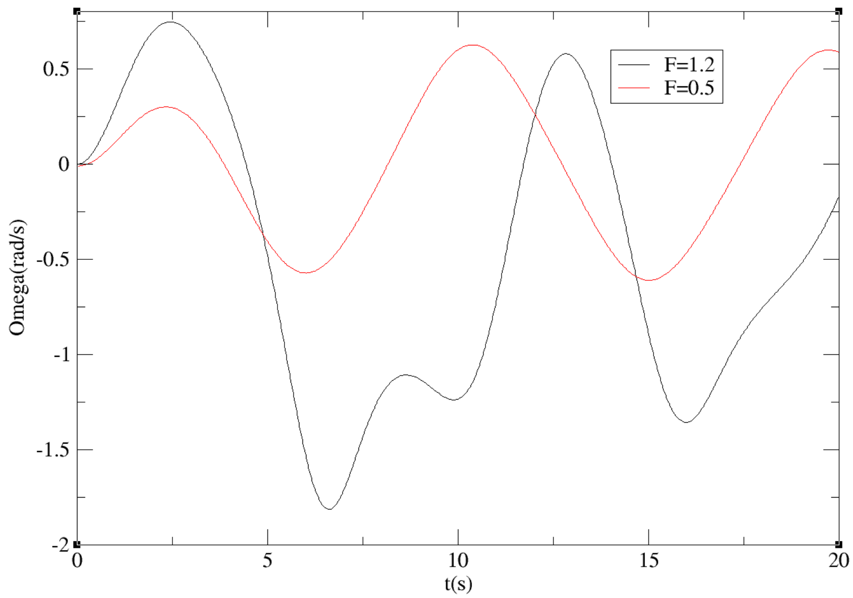

Figura 7: Gráfico $\omega(\frac{rad}{s})$versus t(s)

É visto na figura 8 como o movimento do pendulo é caótico e não é periódico, é visto que o movimento tende a a]] fica girando na direção da força, portanto não movimento oscilatório, podemos calcular o periodo $T = \frac{2*pi}{\Omega}$, portando a frequência será o inverso disso$f = \frac{\Omega}{2*pi} =$ 0.1061.

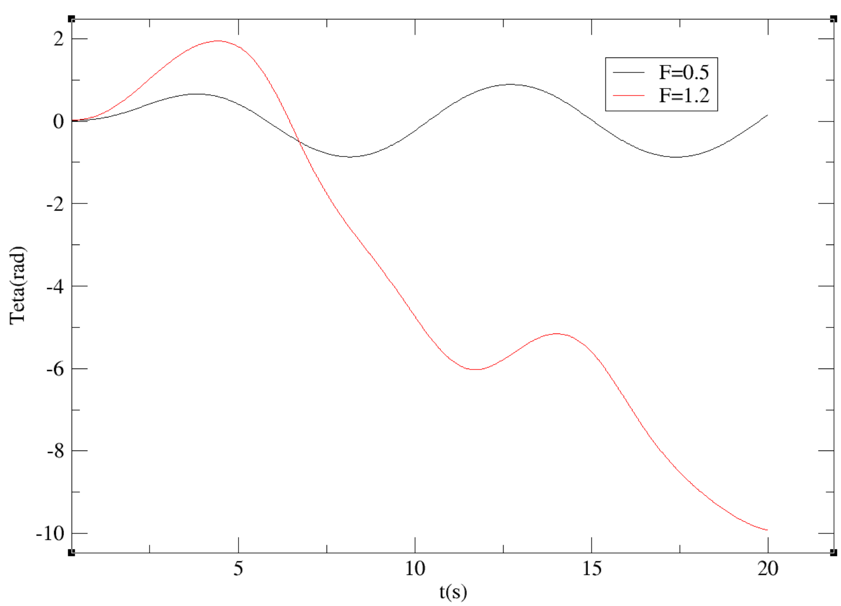

Figura 8: Gráfico X(rad) versus t(s)

2.3.3 Código

```
program Qa
    implicit real*8(a-h,o-z)
    open(1,file="saida1-b-11371311.dat",status="replace")
    open(2,file="saida2-b-11371311.dat",status="replace")
    open(3,file="saida3-b-11371311.dat",status="replace")
    write(*,*)"digite o valor de teta"
    read(*,*)conv
    write(*,*)"digite o valor de gamma"
    read(*,*)gama
    write(*,*)"digite o valor de f0"
    read(*,*)f0
    write(*,*)"digite o valor de omega"
    read(*,*)omega
    write(*,*)"digite o valor de det"
    read(*,*)det
    !convers o para radiano
    pi=acos(-1.0d0)
    teta=pi*conv/180.0d0
    !colocar o angulo entre -2pi e 2pi
    do while(-2*pi>=teta .or. teta>=2*pi)
        if(teta>2*pi)then
            teta=teta-2*pi
        else
            teta=teta+2*pi
        endif
    enddo
    !condi  es iniciais
    !omega=2d0/3
    i=1
    w=0
    !primeiro det
    alpha=-sin(teta)-gama*w+f0*sin(omega*t)
    w=w+(alpha)*det
    teta=teta+w*det
    !loop
    do while(1<8)
        t=i*det
        alpha=-sin(teta)-gama*w+f0*sin(omega*t)
        w=w+(alpha)*det
        teta=teta+w*det
        i=i+1
        e=(9.8**2)*(w**2)/2-9.8**2*(teta)
        if(t>=20)then
            exit
        endif
        write(1,*)t,teta
        write(2,*)t,w
        write(3,*)t,e
    enddo
end program
```

3 Tarefa C

3.1 Resultados e Discussões

Nesta parte vamos ver o movimento de dois pêndulo e colocando em pontos diferentes, assim fazendo ele ficaram em fase um com outro por 0.001 rad de diferença.

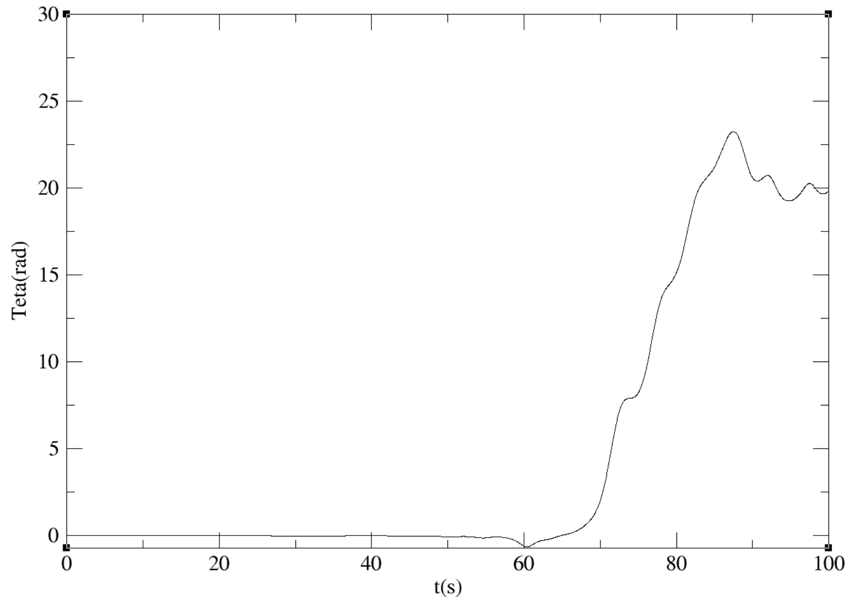

Figura 9: Gráfico $\Delta\theta$(rad) versus t(s)

Como vemos no gráfico em um certo ponto o movimento de um pendulo começa a fazer trajetórias muito diferentes do outro.

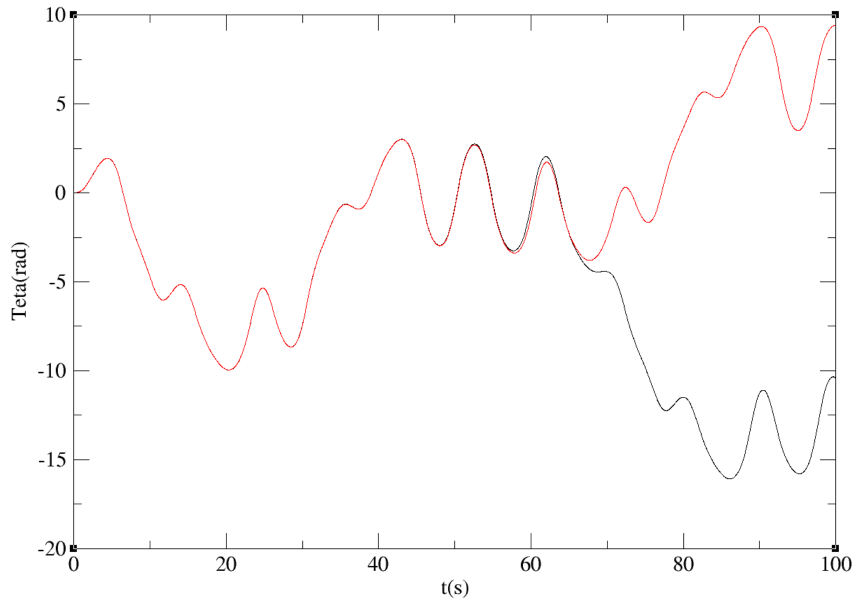

Figura 10: Gráfico X(rad) versus t(s)

A figura abaixo mostra o valor de $\Delta\theta$ a diferenças entre as fases durante o tempo, vemos que elas tendem a diminuir conforme o tempo passa.

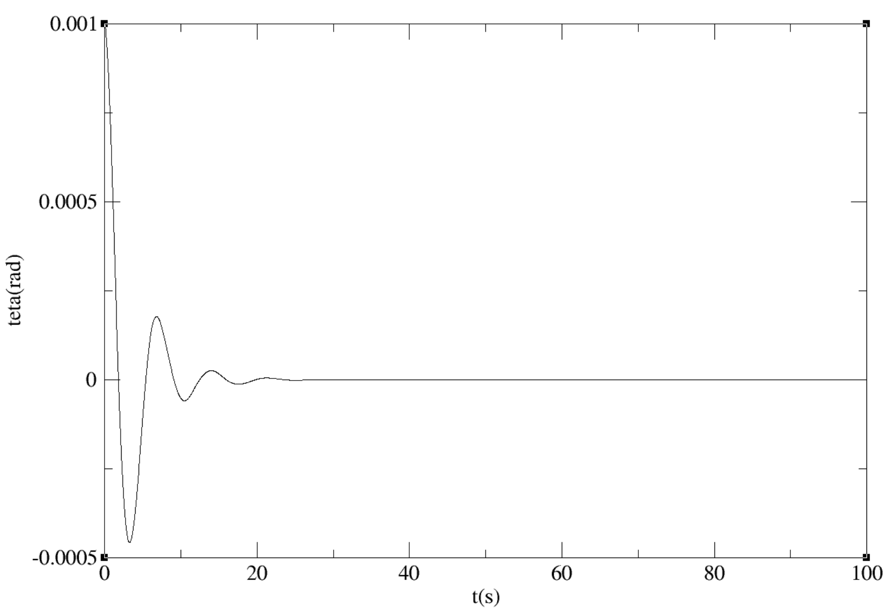

Figura 11: Gráfico $\Delta\theta$(rad) versus t(s)

Conseguimos saber se sistema é caótico ou não através do expoente de Liapunov, descreve a velocidade de fase com a qual dois pontos próximos no espaço fásico aproximam-se ou afastam-se.

$$e^{\lambda t} \approx \Delta\theta \tag{30}$$

$$\lambda = \frac{1}{t} \ln \Delta\theta \tag{31}$$

linearizando os gráficos 11 e 9 e aplicando regressão linear, chegamos no valor do lambda.

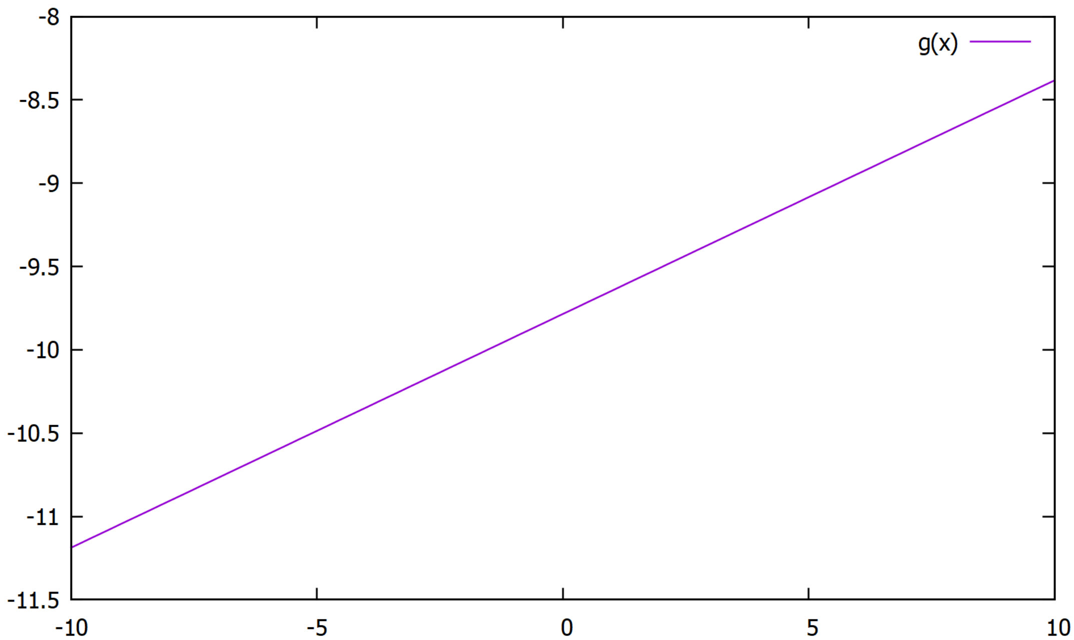

Figura 12: regressão linear para f_0=1.2

Na figura acima o coeficiente angular$=0.1403 \pm 0.0007$, portanto o movimento é caótico.

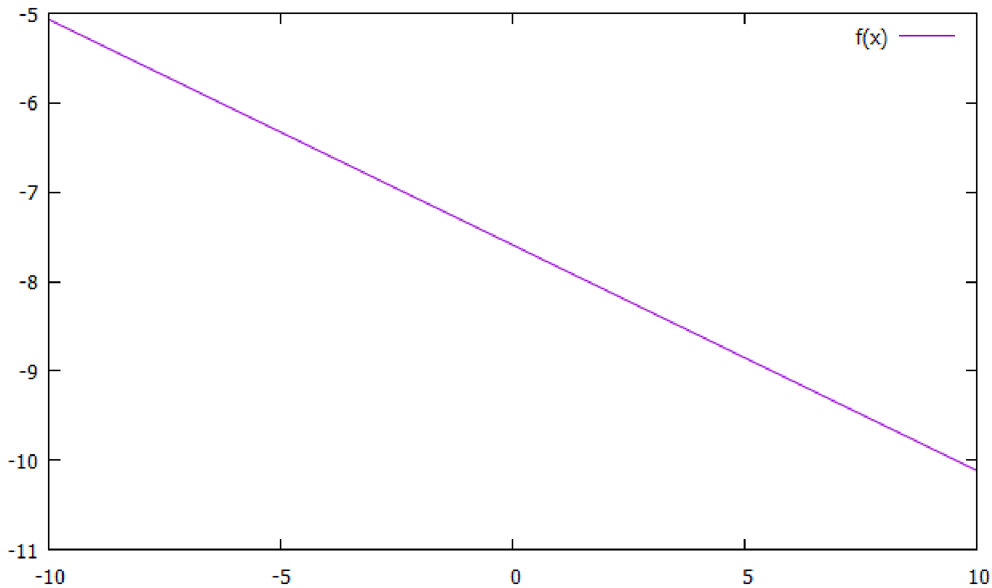

Figura 13: regressão linear para f_0=0.5

Na figura acima o coeficiente angular$=-0.2521 \pm 0.0005$,portanto o movimento não é caótico.

3.2 Código

```
program Qc
    implicit real*8(a-h,o-z)
    open(1,file="saida1-c-11371311.dat",status="replace")
    open(2,file="saida2-c-11371311.dat",status="replace")
    open(3,file="saida3-c-11371311.dat",status="replace")
    open(4,file="saida4-c-11371311.dat",status="replace")
    open(9,file="saida9-c-11371311.dat",status="replace")
    open(7,file="saida7-c-11371311.dat",status="replace")
    open(8,file="saida8-c-11371311.dat",status="replace")
    write(*,*)"digite o valor de teta"
    read(*,*)teta
    write(*,*)"digite o valor de gamma"
    read(*,*)gama
    write(*,*)"digite o valor de f0"
    read(*,*)f0
    write(*,*)"digite o valor de omega"
    read(*,*)omega
    write(*,*)"digite o valor de det"
    read(*,*)det
    !condi  es iniciais
    !omega=2d0/3
    i=1
    w=0
    !primeiro pendulo
    alpha1=-sin(teta)-gama*w+f0*sin(omega*t)
```

```
    w1=w+(alpha1)*det
    teta1=teta+w1*det
    !segundo pendulo
    alpha2=-sin(teta+0.001)-gama*w+f0*sin(omega*t)
    w2=w+(alpha2)*det
    teta2=(teta+0.001)+w2*det
    !loop
    do while(1<8)
        t=i*det
        !primeiro pendulo
        alpha1=-sin(teta1)-gama*w1+f0*sin(omega*t)
        w1=w1+(alpha1)*det
        teta1=teta1+w1*det
        !segundo pendulo
        alpha2=-sin(teta2)-gama*w2+f0*sin(omega*t)
        w2=w2+(alpha2)*det
        teta2=teta2+w2*det
        i=i+1
        if(t>=100)then
            exit
        endif
        write(1,*)t,teta1
        write(2,*)t,teta2
        write(3,*)teta1,w1
        write(4,*)teta2,w2
        write(7,*)t,(teta2-teta1)
        write(8,*)t,dlog(abs(teta2-teta1))
        write(9,*)t,dlog(abs(teta2-teta1))/t
    enddo
end program
```

4 Tarefa D

4.1 Resultados e discussões

Nessa parte vamos ver comportamento da velocidade angular com teta comparado, vendo como a partícula se comporta.

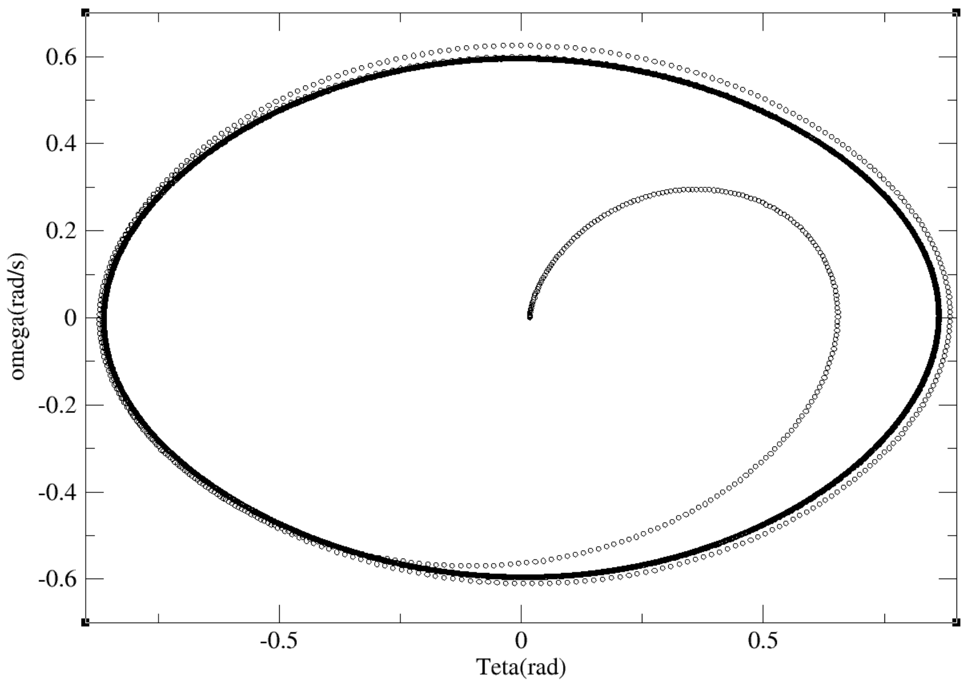

Figura 14: $F_0 = 0.5, \theta_0 = 1°$

É visto no gráfico acima que a velocidade angular segue um padrão em função de θ.

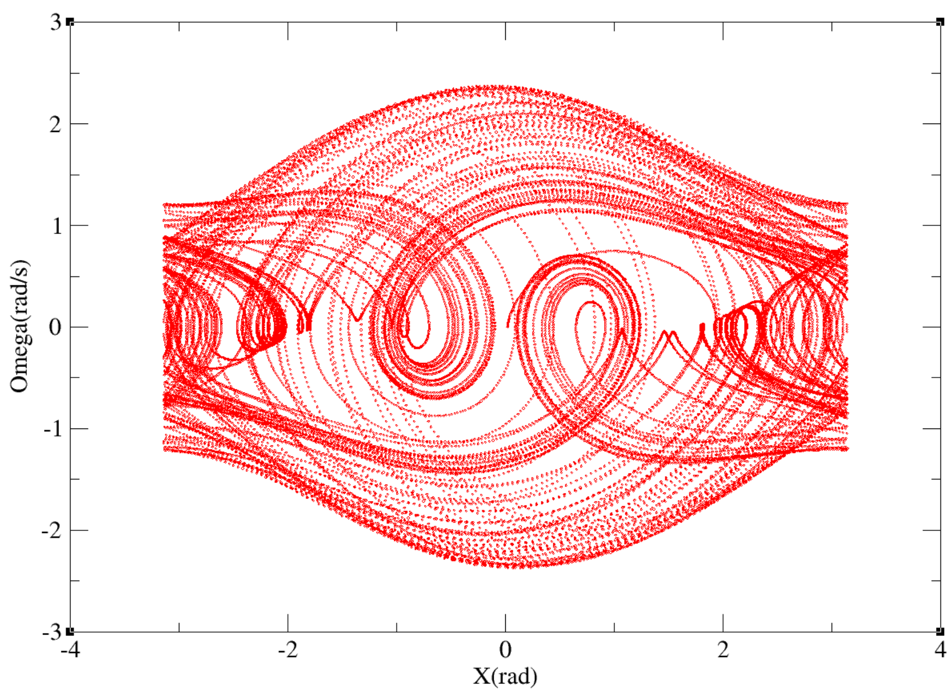

Figura 15: $F_0 = 1.2, \theta_0 = 1°$

Vemos que existi um certo comportamento $F_0 = 1.2$, que velocidade tende a seguir um padrão dependendo em que angulo está o pendulo.

4.2 Código

```
program Qd
    implicit real*8(a-h,o-z)
    open(1,file="saida1-d-11371311.dat",status="replace")
    open(2,file="saida2-d-11371311.dat",status="replace")
    open(3,file="saida3-d-11371311.dat",status="replace")
    write(*,*)"digite o valor de teta"
    read(*,*)conv
    write(*,*)"digite o valor de gamma"
    read(*,*)gama
    write(*,*)"digite o valor de f0"
    read(*,*)f0
    write(*,*)"digite o valor de omega"
    read(*,*)omega
    write(*,*)"digite o valor de det"
    read(*,*)det
    !convers o para radiano
    pi=acos(-1.0d0)
    teta=pi*conv/180.0d0
    !colocar o angulo entre -2pi e 2pi
    do while(-2*pi>=teta .or. teta>=2*pi)
        if(teta>2*pi)then
            teta=teta-2*pi
        else
            teta=teta+2*pi
        endif
    enddo
    !condi  es iniciais
    !omega=2d0/3
    i=1
    t=det
    w=0
    !primeiro det
    alpha=-sin(teta)-gama*w+f0*sin(omega*t)
    w=w+(alpha)*det
    teta=teta+w*det
    !loop
    do while(1<8)
        t=i*det
        alpha=-sin(teta)-gama*w+f0*sin(omega*t)
        w=w+(alpha)*det
        teta=teta+w*det
        i=i+1
        if(teta>pi)then
            teta=teta-2*pi
        elseif(teta<(-pi))then
            teta=teta+2*pi
        endif
        if(t>=1000)then
```

```
            exit
        endif
        write(1,*)t,teta
        write(2,*)t,w
        write(3,*)teta,w
    enddo
end program
```

5 Tarefa E

5.1 Resultados e discussões

Nessa parte vamos usar a secção de Poincaré para saber se existi um certo padrão no movimento caótico, secção de Poincaré procura caracteriza de uma maneira geral o comportamento das soluções de uma equação diferencial e, para isso leva a descrição dessas soluções para o espaço de fase. Aqui, interessou-se pelo comportamento de órbitas periódicas, no fundo órbitas fechadas. Em vez de procurar seguir o movimento ao longo tempo, pode encontrar órbitas com uma secção do espaço de fase:Se uma dada órbita passa por um ponto quando intercepta a secção, então a órbita é periódica.

As figuras abaixo mostra por onde o pendulo passou na secção de Poincaré vemos que o movimento é periódico para as $f = 0.5$ e para $f = 1.2$, no pendulo onde interage a força f=1.2 os ciclos passam em quatro pontos diferentes

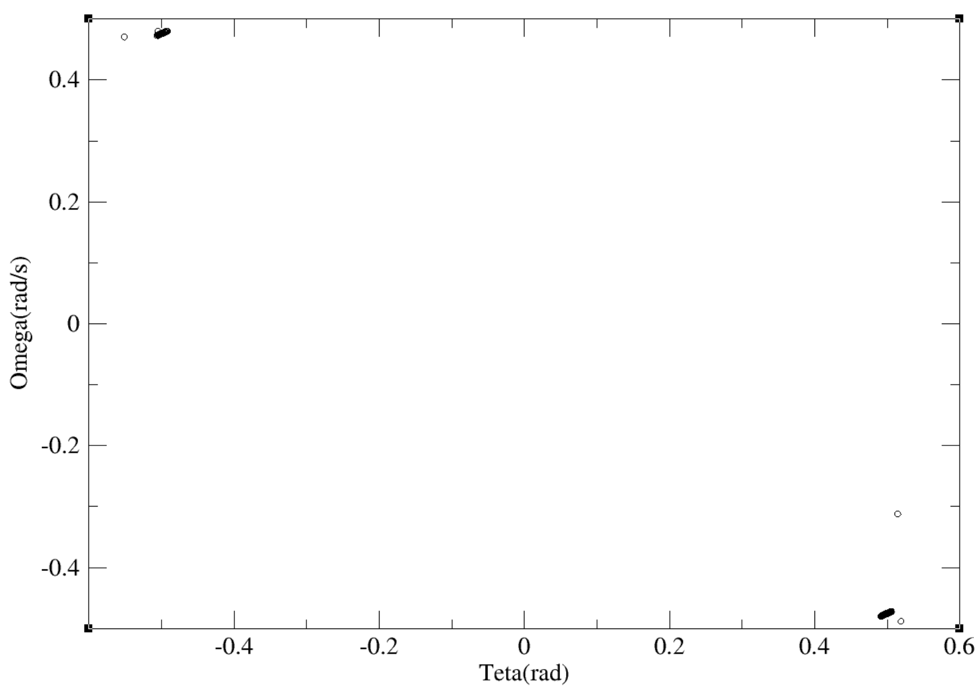

Figura 16: $F_0 = 0.5, \theta_0 = 1°$

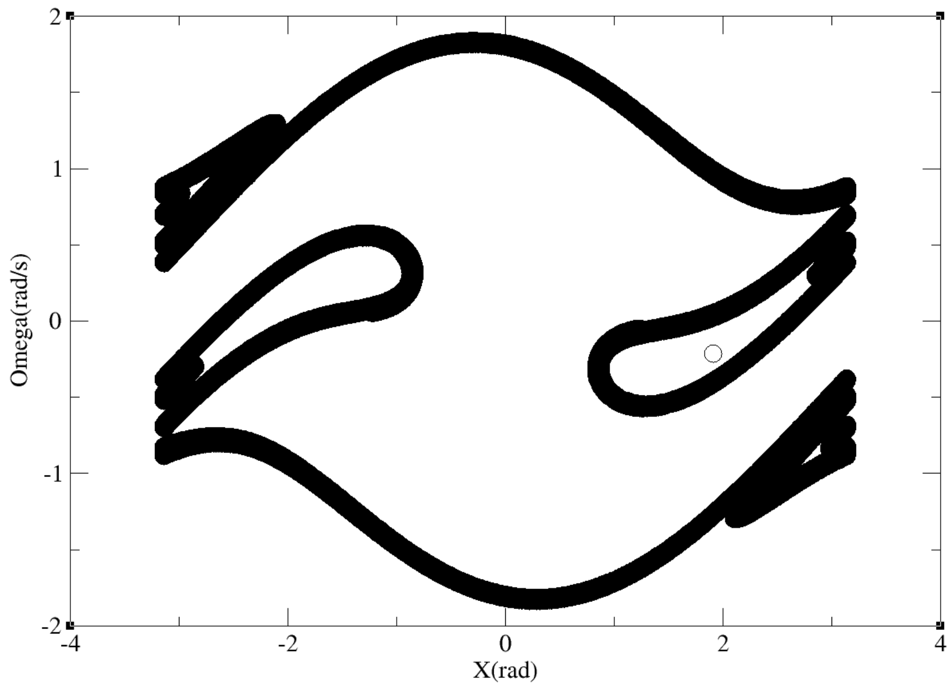

Figura 17: $F_0 = 1.2, \theta_0 = 1°$

5.2 Código

```
program Qe
    implicit real*8(a-h,o-z)
    open(1,file="saida1-e-11371311.dat",status="replace")
    open(2,file="saida2-e-11371311.dat",status="replace")
    open(3,file="saida3-e-11371311.dat",status="replace")
    write(*,*)"digite o valor de teta"
    read(*,*)conv
    write(*,*)"digite o valor de gamma"
    read(*,*)gama
    write(*,*)"digite o valor de f0"
    read(*,*)f0
    write(*,*)"digite o valor de omega"
    read(*,*)omega
    write(*,*)"digite o valor de det"
    read(*,*)det!varia  o do tempo
    !convers o para radiano
    pi=acos(-1.0d0)
    teta=pi*conv/180.0d0
    !colocar o angulo entre -2pi e 2pi
    do while(-2*pi>=teta .or. teta>=2*pi)
        if(teta>2*pi)then
            teta=teta-2*pi
        else
            teta=teta+2*pi
        endif
```

```
    enddo
    !condi  es iniciais
    !omega=2d0/3
    i=1
    n=1
    t=det
    w=0
    !primeiro det
    alpha=-sin(teta)-gama*w+f0*sin(omega*t)
    w=w+(alpha)*det
    teta=teta+w*det
    !loop
    do while(1<8)
        t=i*det
        alpha=-sin(teta)-gama*w+f0*sin(omega*t)
        w=w+(alpha)*det
        teta=teta+w*det
        i=i+1
        if(teta>pi)then
            teta=teta-pi
        elseif(teta<(-pi))then
            teta=teta+pi
        endif
        if(t>=800)then
            exit
        endif
        if(abs(t-n*pi/omega)<det/2)then
            write(1,*)t,teta
            write(2,*)t,w
            write(3,*)teta,w
            n=n+1
        endif
    enddo
end program
```