

1 Parte I - Discussão sobre o código

1.1 Leitura do Arquivo/Criação do Grafo

O código começa verificando se o arquivo foi aberto corretamente. Em seguida, ele lê o número de nós e arestas presentes no grafo, extraindo essas informações do arquivo.

```

1 FILE *arquivo = fopen(argv[1], "r");
2
3 if (arquivo == NULL) { //verificando se consegue abrir o arquivo
4     fprintf(stderr, "Erro ao abrir o arquivo.\n");
5     return 2;
6 }
7
8 int read1 = fscanf(arquivo, " %d", &N);
9 int read2 = fscanf(arquivo, " %d", &M);
10
11 if (read1!=1) { //verificando se os parametros de arestas e nos
12     fprintf(stderr, "Erro na leitura da leitura da quantidade de n .\n");
13     return 3;
14 }
15 if (read2!=1) {
16     fprintf(stderr, "Erro na leitura na leitura da quantidade de aresta.\n");
17     return 4;
18 }

```

1.1.1 Lista de adjacência

Nessa etapa o código lê as conexões entre os nós do grafo(as arestas). Para representar as arestas, ele utiliza uma lista de adjacência em vez de uma matriz de adjacência. Se fossemos utilizar uma matriz de adjacência, a complexidade seria $O(N^2)$, devido à verificação se um nó é vizinho, onde N é o número de nós. Com a lista de adjacência, a complexidade se torna $O(N)$, não tendo que fazer essa verificação.

```

1 //Valor medio de vizinhos como tamanho das listas de adjacencia
2 int k = (int)ceil(M/N);
3 //criando o grafo usando lista de adjacencia
4 Grafo *grafo = criarGrafo(N, k);
5 //adicionando as arestas
6 for (int i = 0; i < M; i++) {
7     if (fscanf(arquivo, "%d %d", &u, &v) != 2) {
8         fprintf(stderr, "Erro ao ler aresta.\n");
9         return 1;
10    }
11    adicionarAresta(grafo, u - 1, v - 1); // Ajusta para ndices baseados em 0
12 }

```

Função para criar o grafo.

```

1 // Estrutura para representar a lista de adjac ncia
2 typedef struct {
3     int *tamanho_lista;
4     int *indice;
5     int **lista;

```

```

6     int N;
7 } Grafo;
8
9 // Função para criar um grafo com lista de adjacência
10 Grafo *criarGrafo(int N, int k) {
11     //gerando o grafo
12     Grafo* grafo = (Grafo *)malloc(sizeof(Grafo));
13     grafo->N = N;
14     //lista com tamanhos das listas
15     grafo->tamanho_lista = (int *)malloc(N * sizeof(int));
16     //salvando os índices
17     grafo->indice = (int *)malloc(N * sizeof(int));
18     //criando a lista de adjacência
19
20     grafo->lista = (int **)malloc(N * sizeof(int *));
21
22     for (int i = 0; i < N; i++) {
23
24         //criando vetor
25         grafo->lista[i] = (int *)malloc(k * sizeof(int));
26
27         //primeiro chute para a lista de adjacência
28         grafo->tamanho_lista[i] = k;
29
30         //criando o primeiro ponteiro
31         grafo->indice[i]=0;
32
33         for (int j =0; j < k; j++){
34             grafo->lista[i][j] = -1;
35         }
36     }
37     return grafo;
38 }

```

Função para adicionar aresta.

```

1 // Função para adicionar uma aresta ao grafo
2 void adicionarAresta(Grafo *grafo, int origem, int destino) {
3
4     //adicionando aresta
5     grafo->lista[origem][grafo->indice[origem]]=destino;
6
7     //verificando o tamanho
8     if(grafo->indice[origem]==grafo->tamanho_lista[origem]-1){
9
10         //dobrando o tamanho da lista de adjacência
11         grafo->tamanho_lista[origem]*=2;
12         grafo->lista[origem]= (int *)realloc(grafo->lista[origem],grafo->tamanho_lista[
13             origem] * sizeof(int));
14
15         for(int j = grafo->indice[origem]+1;j < grafo->tamanho_lista[origem];j++){
16             grafo->lista[origem][j]=-1;
17         }
18     }
19     //alterando o ponteiro
20     ++grafo->indice[origem];
21 }

```

1.2 Calculo da eficiência

1.2.1 Calculo da eficiência

Esta etapa crucial no código, calcular a eficiência do grafo. Mas antes de calcular a eficiência a equação abaixo, precisamos determinar as distâncias entre todos os pares de nós. É denotada por d_{ij} , representa o menor número de arestas que devemos percorrer para ir do nó i ao nó j .

$$E = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N-1} \frac{1}{d_{ij}} \quad (1)$$

O código utiliza o algoritmo de busca em largura (BFS) para calcular distância. A ideia é explorar o grafo camada por camada, partindo do nó de origem. Os nós vizinhos são armazenados em uma fila, garantindo a ordem de visitação. Durante a busca, as distâncias de cada nó em relação à origem são calculadas e armazenadas. O processo continua até que todos os nós acessíveis a partir da origem tenham sido visitados e suas distâncias calculadas.

```
1 // Função para calcular a eficiência do grafo direcionado
2 float calcularEficiencia(Grafo *grafo) {
3     double eficiencia = 0;
4     int *distancia = (int *)calloc(grafo->N, sizeof(int));
5
6     for (int origem = 0; origem < grafo->N; origem++) { //percorrer todos os nos
7         buscaEmLargura(grafo, origem, distancia); //algoritmo de busca largura
8         for (int i = 0; i < grafo->N; i++) {
9             if (i != origem && distancia[i] > 0) {
10                 eficiencia += 1.0 / distancia[i];
11                 distancia[i]=0;
12             }
13         }
14     }
15     free(distancia);
16     eficiencia = eficiencia / (grafo->N * (grafo->N - 1)); //calculo de eficiencia
17     return eficiencia;
18 }
```

Abaixo a função de busca em largura no grafo. A escolha desse algoritmo se deve à sua capacidade de explorar os nós permitindo registrar as distâncias entre eles. Essa informação sobre as distâncias é crucial para a etapa de calcular a eficiência do grafo.

```
1 // Função para realizar a busca em largura a partir de um vértice de origem
2 void buscaEmLargura(Grafo *grafo, int origem, int *distancia) {
3     int u,v; //criando variaveis para auxiliar
4     int *visitado = (int *)calloc(grafo->N, sizeof(int)); //criando vetor com os valores
    visitados
5
6     Fila *q = criarFila(grafo->N); //criando fila com tamanho N
7
8     visitado[origem] = 1; //colocar o primeiro no como visitado
9     distancia[origem] = 0; //colocando distancia 0 no primeiro no
10    enfileirar(q, origem); //adicionando na fila
11
12    while (!filaVazia(q)) { //parar while quando a fila tiver vazia
13
14        u = desenfileirar(q);
15        grafo->indice[u]=0; //começar lista de vizinhos
16        v = grafo->lista[u][grafo->indice[u]]; //inserir o primeiro vizinho
```

```

17
18     while (v != -1) { //continuar at todos vizinhos sejam visitados
19
20         if (visitado[v]==0) {
21             visitado[v] = 1; //colocar como vizitado
22             distancia[v] = distancia[u] + 1; //calcula da distancia
23             enfileirar(q, v); //adicionar vizinho
24         }
25
26         ++grafo->indice[u]; // ir para o proximo vizinho
27         v = grafo->lista[u][grafo->indice[u]];
28     }
29 }
30 liberarFila(q); // liberar a fila e visitados
31 free(visitado);
32 }

```

Funções e estrutura da fila. A fila é utilizada para armazenar os nós vizinhos durante a busca em largura.

```

1
2 // Estrutura para representar uma fila com capacidade din mica
3 typedef struct {
4     int *itens;
5     int frente, tras;
6     int tamanho;
7     int capacidade;
8 } Fila;
9
10 // Função para criar uma fila vazia com capacidade inicial
11 Fila *criarFila(int capacidade_inicial) {
12     Fila *q = (Fila *)malloc(sizeof(Fila));
13     q->itens = (int *)malloc(capacidade_inicial * sizeof(int));
14     q->frente = 0;
15     q->tras = -1;
16     q->tamanho = 0;
17     q->capacidade = capacidade_inicial;
18     return q;
19 }
20
21
22 int filaVazia(Fila *q) {
23     return q->tamanho == 0; // Função para verificar se a fila est vazia
24 }
25
26 // Função para enfileirar um elemento na fila,
27 void enfileirar(Fila *q, int valor) {
28     if (q->tamanho == q->capacidade) { // aumentando a capacidade se necess rio
29         q->capacidade *= 2;
30         q->itens = (int *)realloc(q->itens, q->capacidade * sizeof(int));
31     }
32     q->tras = (q->tras + 1) % q->capacidade;
33     q->itens[q->tras] = valor;
34     q->tamanho++;
35 }
36
37 // Função para desenfileirar um elemento da fila
38 int desenfileirar(Fila *q) {
39     if (filaVazia(q)) { //verificando se est vazia a lista
40         fprintf(stderr, "Fila vazia!\n");
41         exit(1);

```

```

42     }
43     int item = q->itens[q->frente]; // puxando a variavel
44     q->frente = (q->frente + 1) % q->capacidade;
45     q->tamanho--;
46     return item;
47 }
48
49
50 void liberarFila(Fila *q) {
51     free(q->itens); // Função para liberar a memória alocada para a fila
52     free(q);
53 }

```

1.2.2 Etapa final

Imprimir resultado e o tempo.

```

1 fclose(arquivo);
2 //começando leitura do tempo
3 clock_gettime(CLOCK_MONOTONIC, &inicio);
4 //calculando a eficiência
5 double eficiencia = calcularEficiencia(grafo);
6 //terminando a leitura do tempo
7 clock_gettime(CLOCK_MONOTONIC, &fim);
8
9 tempo_decorrido = (fim.tv_sec - inicio.tv_sec) +
10                  (fim.tv_nsec - inicio.tv_nsec) / 1e9;
11 //imprimindo resultado no terminal
12 printf("%f %f\n", eficiencia, tempo_decorrido);
13
14 liberarGrafo(grafo);
15
16 return 0;
17 }

```

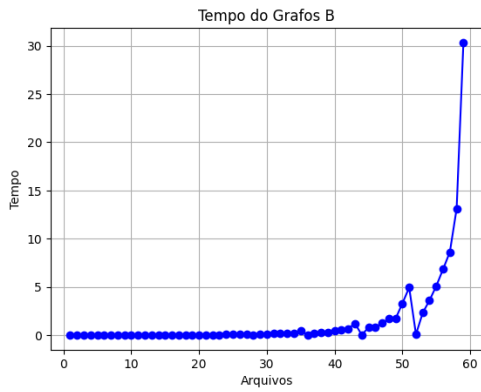
2 Parte II - Comparações

2.1 Tempo em função dos arquivos

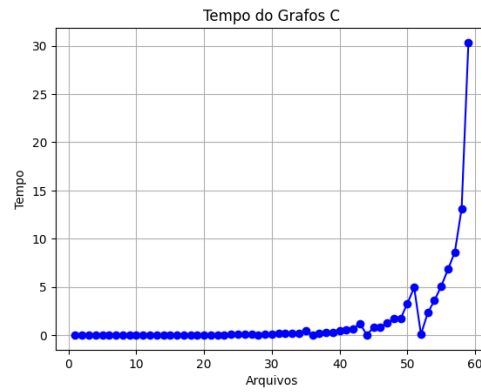
O estudo compara três diferentes representações de grafos em código: matriz de adjacência e duas variações de lista de adjacência. As listas de adjacência se diferenciam na forma como armazenam os vizinhos: uma utiliza vetores e a outra, ponteiros para o próximo vizinho.

As imagens ilustram graficamente o desempenho de cada representação, exibindo o tempo de execução em função do arquivo de entrada (representado pelos grafos B, C e D) e o número do arquivo. Essa análise gráfica permite comparar diretamente a eficiência de cada método na representação do grafo. Os códigos foram executados em processador 13th Gen Intel(R) Core(TM) i5-13450HX, e o tempo foi considerado em segundo.

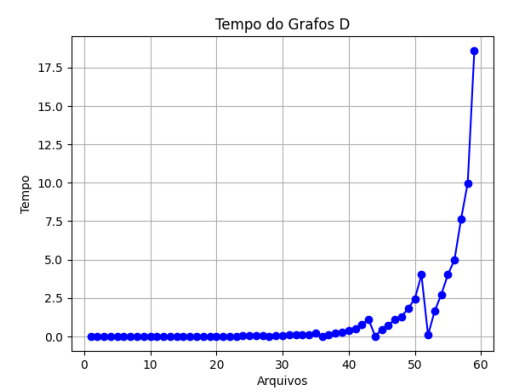
As figuras 1 e 2 ilustram o desempenho da representação do grafo utilizando lista de adjacência com vetores.



(a) Grafos B



(b) Grafos C



(c) Grafos D

Figura 1: Código utilizando lista de adjacência por vetor

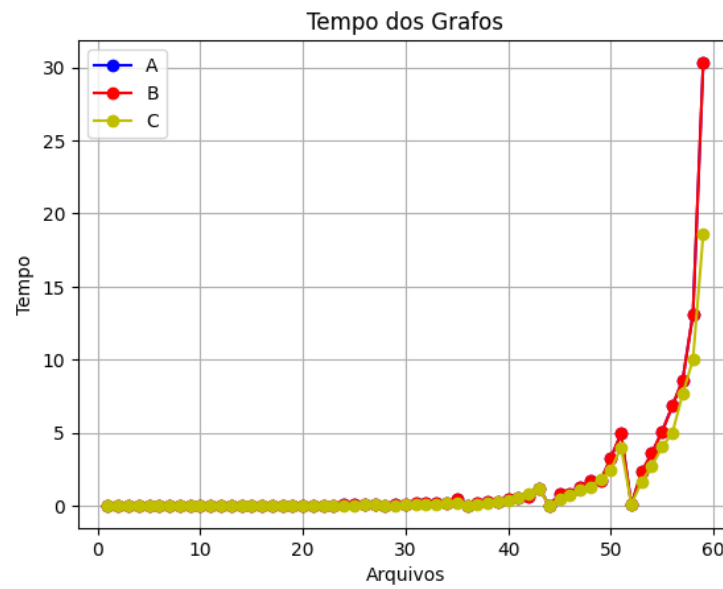


Figura 2: Código utilizando lista de adjacência por vetor

As figuras 3 e 4 ilustram o desempenho da representação do grafo utilizando lista de adjacência por ponteiro.

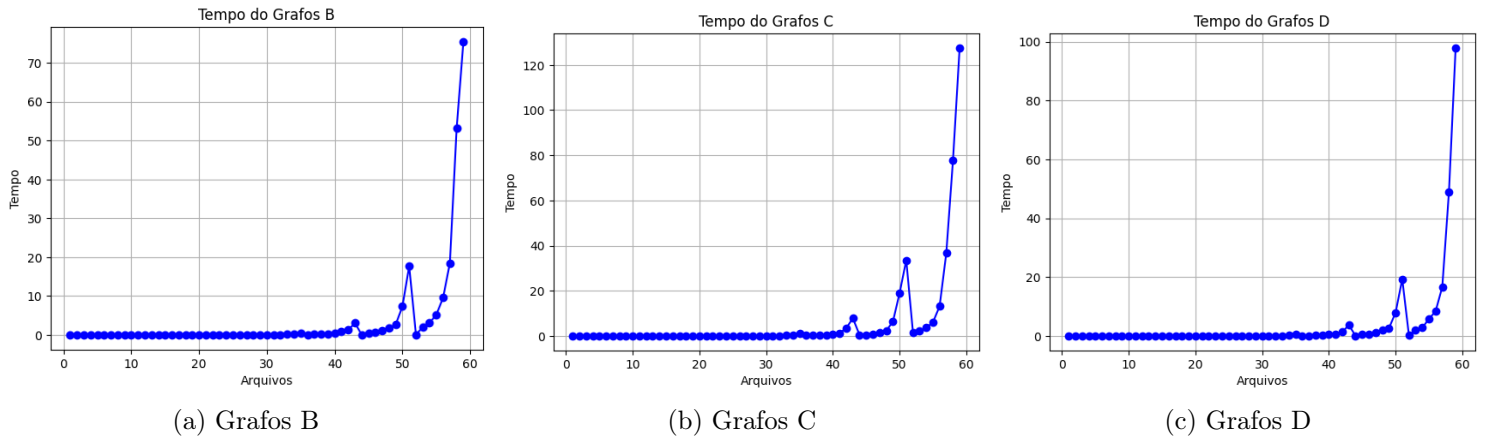


Figura 3: Código utilizando lista de adjacência por ponteiro

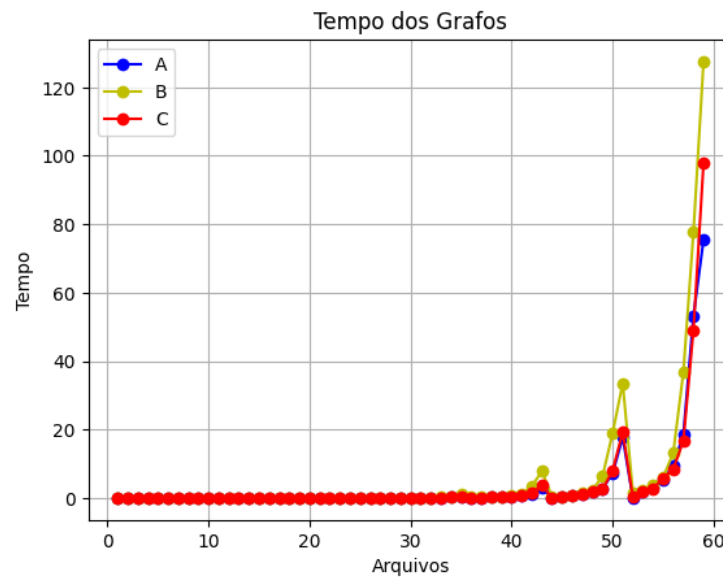


Figura 4: Código utilizando lista de adjacência por ponteiro

As figuras 5 e 6 ilustram o desempenho da representação do grafo utilizando Matriz de adjacência.

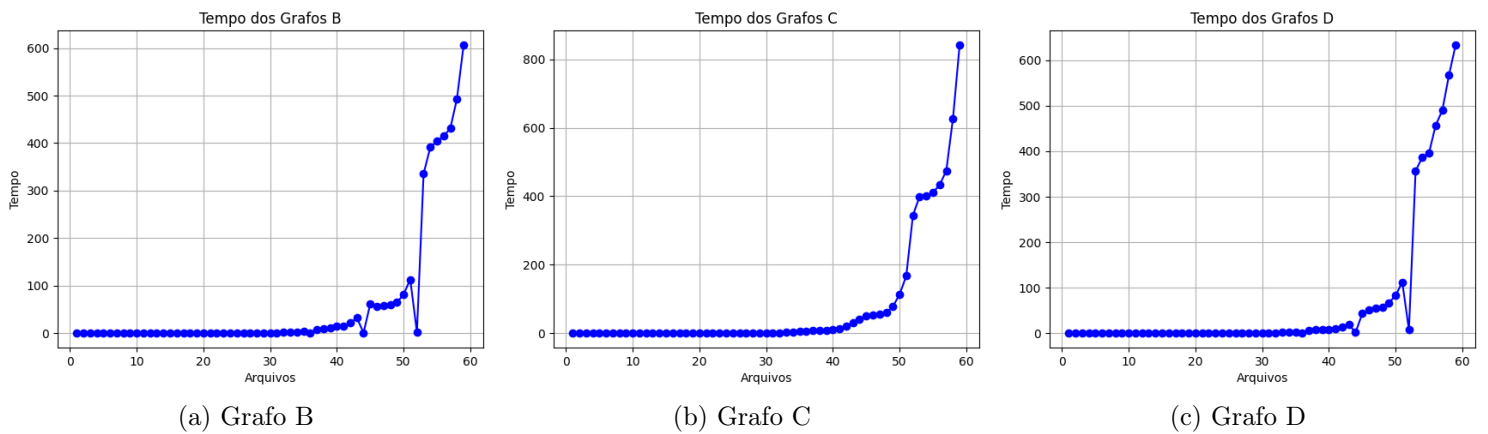


Figura 5: Código utilizando Matriz de adjacência

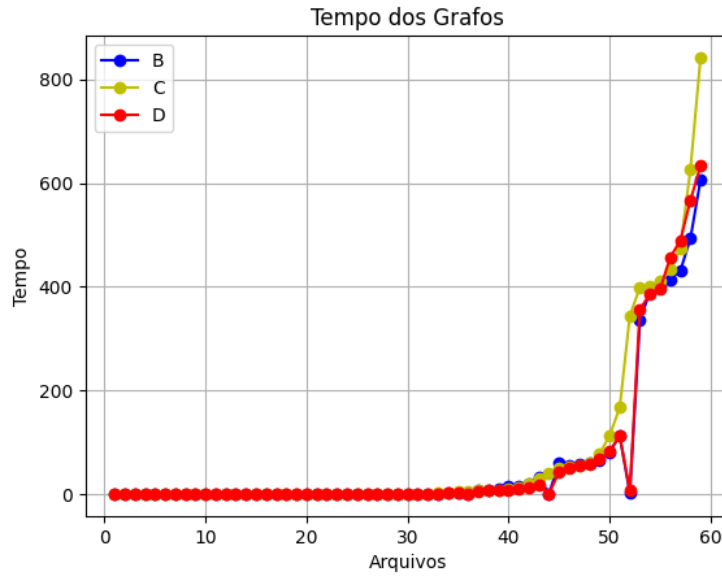


Figura 6: Código utilizando Matriz de adjacência

2.2 Complexidade dos algoritmos

Ao analisar a complexidade, consideramos que para cada um dos N nós, serão calculados as distâncias pelo BFS, ou seja, N vezes algo proporcional a quantidade de arestas M , a complexidade fica $O(NM)$.

No caso da matriz de adjacência terá uma etapa a mais para verificar se um Nó é vizinho, isso terá um custo computacional N , para a matriz de adjacência a complexidade fica $O(N^2M)$.

A fim de analisar o desempenho dos códigos que utilizam matriz de adjacência e lista de adjacência, serão conduzidos dois conjuntos de testes, no primeiro, o número de arestas será mantido fixo, o segundo, o número de nós será fixo.

A figura 7 mostra crescimento do algoritmo quando a quantidade nos(N) é constante.

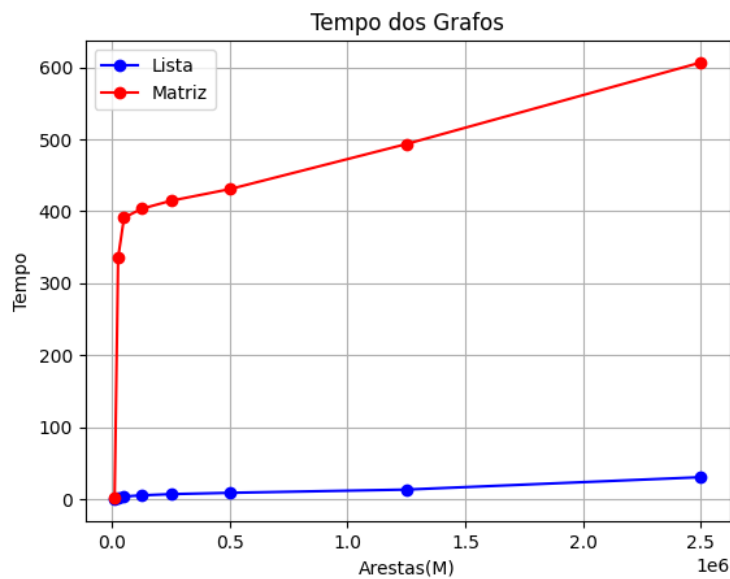


Figura 7: Tempo do código quando quantidade é fixado com $N=10000$

A figura 8 mostra crescimento do algoritmo quando a quantidade arestas(M) é constante.

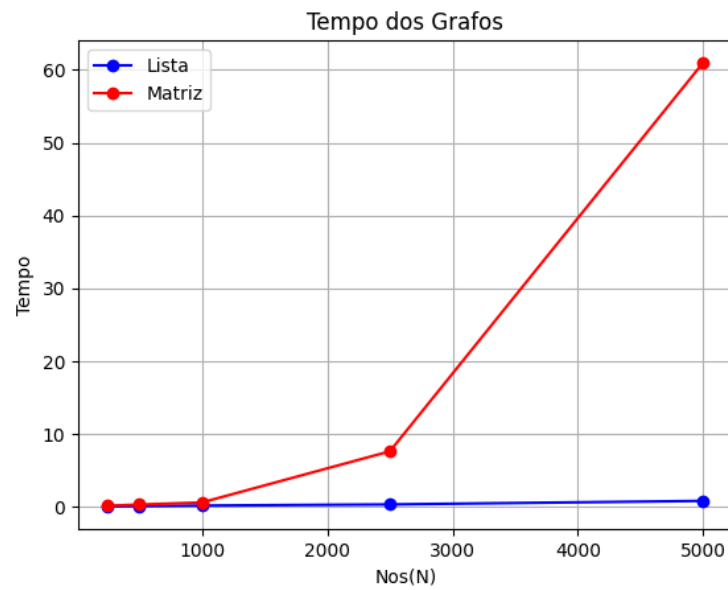


Figura 8: Tempo do código quando quantidade é fixado com $M=12500$

Os códigos tiveram um desempenho como esperado, mostrando que representar o grafo utilizando lista de adjacência é mais eficiente que matriz de adjacência, além de combinar algoritmo de busca em largura.