Nome: $\qquad$ Nº USP:

2ª Prova - Termodinâmica e Física Estatística

1 Um sistema particular sujeito ao vínculo que mantém constante o volume e o número de moles, de modo que nenhum trabalho pode ser feito sobre ou pelo sistema, possui capacidade calorífica da forma $C(T) =$DT^n, com $n > 0$ e D uma constante.

a) (0,5) Calcule a energia interna e a entropia para tal sistema. Obtenha a equação fundamental, $S(U, V, N)$.

b) (1,0) Suponha agora dois sistemas do tipo acima com temperaturas iniciais T_1 e T_2, respectivamente, isolados numa caixa e separados por uma parede rígida, impermeável e diatérmica. Qual será o trabalho máximo liberado (deixando os dois sistemas em uma temperatura comum)?

c) (0,5) Nas mesmas hipóteses, se agora $C(T) = a/T$, com a constante, qual a temperatura final de equilíbrio e o máximo trabalho liberado após o equilíbrio térmico? (Neste caso $T_2 > T_1$).

2 Um sistema particular obedece as duas equações de estado:

$$T = \frac{3As^2}{v}\,; \quad P = \frac{As^3}{v^2},$$

com A constante.

a) (1,0) Encontre $\mu(s, v)$ (utilize as relações de Gibbs-Duhen) e então ache a equação fundamental (agora, utilize a relação de Euler).

b) (1,0) Agora, encontre a equação fundamental do sistema por integração direta da forma molar da equação.

3 Uma série de $N+1$ reservatórios grandes com água possuem temperaturas $T_0, T_1, T_2, \ldots, T_N$, com $T_n > T_{n-1}$. Um corpo pequeno com capacidade calorífica C_v (com volume constante e independente da temperatura) está inicialmente em equilíbrio térmico com o reservatório de temperatura T_0. O corpo é então removido deste reservatórios e imerso no reservatórios de temperatura T_1. O processo é repetido até que, após N passos, o corpo esteja em equilíbrio com o reservatório de temperatura T_N. A sequência é então invertida, até que o corpo esteja mais uma vez em equilíbrio com o reservatório inicial, na temperatura T_0. Supondo que a razão das temperaturas de sucessivos reservatórios seja constante, ou seja,

$$T_n/T_{n-1} = (T_N/T_0)^{1/N}$$

e desprezando a variação (pequena) na temperatura de qualquer reservatório, calcule:

a) (0,5) A variação na entropia *total* quando o corpo é tomado sucessivamente "sequência acima" ($T_0 \to T_N$);

b) (0,5) A variação na entropia *total* quando o corpo é levado de volta na "sequência abaixo" ($T_N \to T_0$);

c) (0,5) A variação *total* na entropia na soma das duas sequências acima;

d) (0,5) O limite dominante não-trivial destes (a, b e c) resultados quando $N \to \infty$, mantendo T_0 e T_N constantes. Para isso, utilize que para N suficientemente grande,

$$N(x^{1/N} - 1) \approx \ln x + (\ln x)^2/2N + \ldots$$

Interprete fisicamente os resultados.

(4) A Lei de Stefan-Boltzmann diz que a densidade de energia radiante em equilíbrio térmico com as paredes de uma cavidade de volume constante V é $u = AT^4$, $A \in \mathbb{R}$. Maxwell encontrou através da sua teoria eletromagnética que a pressão de um campo de radiação isotrópico nestas condições é $P = u/3$ onde $U \equiv u(T)V$.

a) (1,0) Primeiramente, utilizando a relação fundamental da termodinâmica:

$$dU = TdS - PdV,$$

mostre que:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T - P = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P;$$

b) (0,5) Agora, fazendo uso do item anterior e da relação pressão-densidade, corrobore a Lei de Stefan-Boltzmann;

c) (0,5) Por fim, obtenha $P = P(T)$ e $s = s(T)$, com $s \equiv S/V$, para a densidade de energia radiante.

(5) (2,0) A entalpia de um sistema particular é:

$$H = AS^2N^{-1}\ln(P/P_0),$$

com A uma constante positiva. Calcule a capacidade de calor molar c_v, como função de P e T.