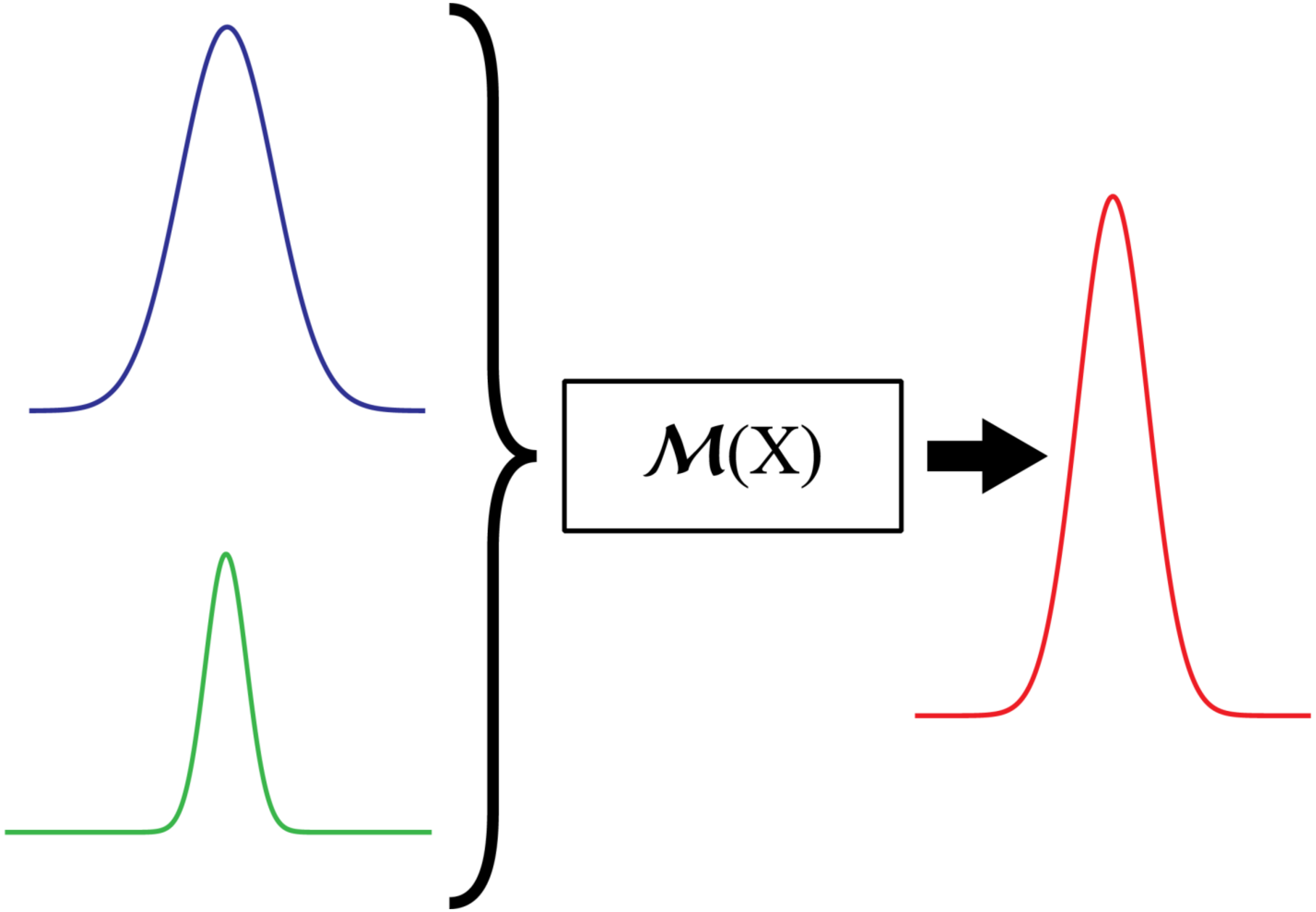
Índices de sensibilidade

Análise de sensibilidade global



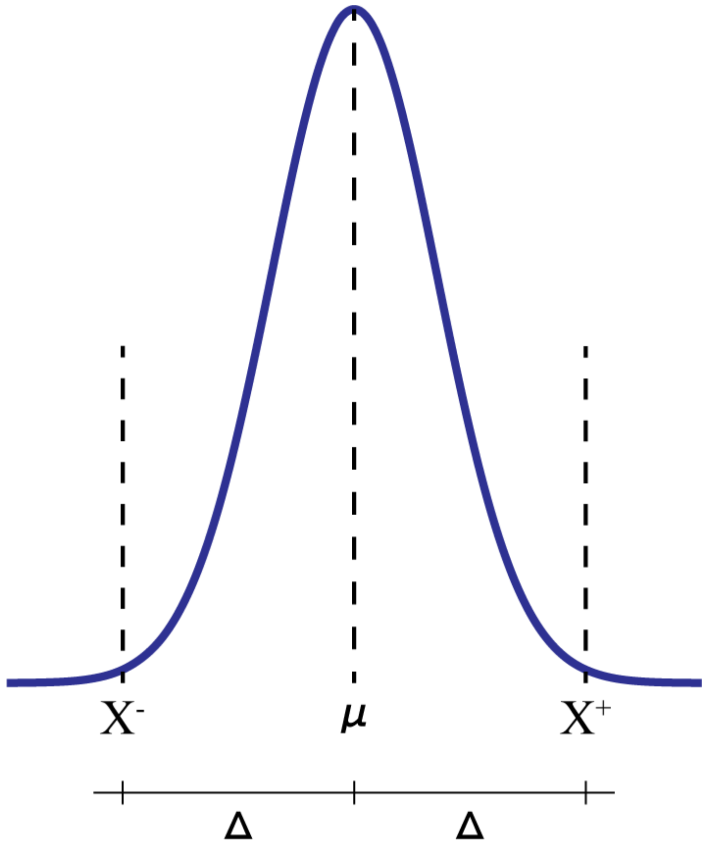
Métodos Globais

- Método de Morris
- Índices de Borgonovo
- Índices Sobol
- Índices ANCOVA
- Índices Kucherenko
- Método de Cotter*

Métodos Globais

- Método de Morris
- Índices de Borgonovo
- Índices Sobol
- Índices ANCOVA
- Índices Kucherenko
- Método de Cotter*

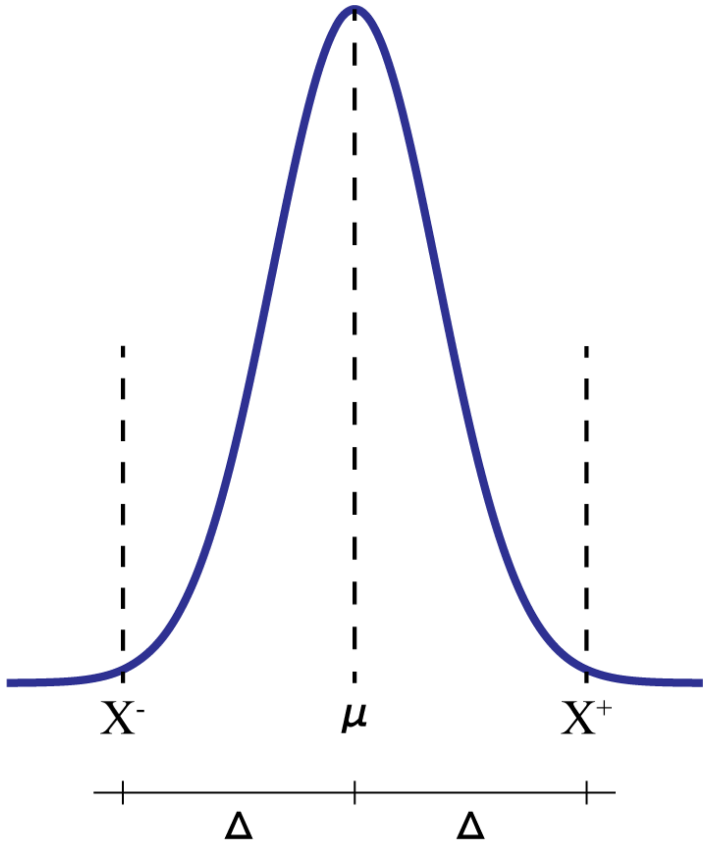
Método de Cotter e Morris



Método de Cotter e Morris

Variáveis: A, B, C

A	B	C
-	-	-
+	-	-
-	+	-
-	-	+
-	+	+
+	-	+
+	+	-
+	+	+



Método de Cotter e Morris

Variáveis: A, B, C

A	B	C
-	-	-
+	-	-
-	+	-
-	-	+
-	+	+
+	-	+
+	+	-
+	+	+

2M+2

Método de Cotter e Morris

índice Cotter

$$I_{Cotter}(i) = |C_o(i)| + |C_e(i)|$$

Onde:

$$C_o(i) = \frac{1}{4}[(y_{2M+1} - y_{M+i}) \ + (y_i - y_0)]$$

$$C_e(i) = \frac{1}{4}[(y_{2M+1} - y_{M+i}) \ - (y_i - y_0)]$$

Método de Cotter e Morris - Exemplo

	E	fy
0	-	-
1	+	-
2	-	+
3	-	+
4	+	-
5	+	+

$$C_o(E) = \frac{1}{4}[(y_5 - y_3) + (y_1 - y_0)]$$

$$C_e(E) = \frac{1}{4}[(y_5 - y_3) - (y_1 - y_0)]$$

$$C_o(fy) = \frac{1}{4}[(y_5 - y_4) + (y_2 - y_0)]$$

$$C_o(fy) = \frac{1}{4}[(y_5 - y_4) - (y_2 - y_0)]$$

Métodos Globais

- Método de Morris
- Índices de Borgonovo
- Índices Sobol
- Índices ANCOVA
- Índices Kucherenko
- Método de Cotter*

Métodos Globais

- Método de Morris
- Índices de Borgonovo
- Índices Sobol
- Índices ANCOVA
- Índices Kucherenko
- Método de Cotter*

Índices Sobol

$$\boldsymbol{Y} = \mathcal{M}(\boldsymbol{X})$$

Índices Sobol

$$\boldsymbol{Y} = \mathcal{M}(\boldsymbol{X})$$

Supõe que o modelo pode ser decomposto em uma série de somas de dimensões crescentes

$$\boldsymbol{Y} = \mathcal{M}_0 + \sum_{i=1}^{M} \mathcal{M}_i(x_i) + \sum_{1 \le i \le j \le M}^{M} \mathcal{M}_{ij}(x_i, x_j) + \mathcal{M}_{1,2,\dots,M}(x_1, x_2, \dots, x_M)$$

Índices Sobol

$$\boldsymbol{Y} = \mathcal{M}(\boldsymbol{X})$$

Supõe que o modelo pode ser decomposto em uma série de somas de dimensões crescentes

$$\boldsymbol{Y} = \mathcal{M}_0 + \sum_{i=1}^{M} \mathcal{M}_i(x_i) + \sum_{1 \leq i \leq j \leq M}^{M} \mathcal{M}_{ij}(x_i, x_j) + \mathcal{M}_{1,2,\ldots,M}(x_1, x_2, \ldots, x_M)$$

Índices Sobol

$$\boldsymbol{Y} = \mathcal{M}(\boldsymbol{X})$$

Supõe que o modelo pode ser decomposto em uma série de somas de dimensões crescentes

$$\boldsymbol{Y} = \mathcal{M}_0 + \sum_{i=1}^{M} \mathcal{M}_i(x_i) + \sum_{1 \le i \le j \le M}^{M} \mathcal{M}_{ij}(x_i, x_j) + \mathcal{M}_{1,2,\ldots,M}(x_1, x_2, \ldots, x_M)$$

Índices Sobol

$$\boldsymbol{Var(Y)} = \sum_{i=1}^{M} V_i + \sum_{1 \leq i \leq j \leq M}^{M} V_{ij} + \cdots + V_{1,2,\ldots,M}$$

Índices Sobol

$$\boldsymbol{Var(Y)} = \sum_{i=1}^{M} V_i + \sum_{1 \le i \le j \le M}^{M} V_{ij} + \cdots + V_{1,2,\ldots,M}$$

Variâncias parciais

Índices Sobol

ÍNDICES DE PRIMEIRA ORDEM

$$S_i = \frac{V_i}{Var(Y)}$$

ÍNDICES DE ORDEM SUPERIOR

$$S_{i,j,k} = \frac{\sum V_{i,j,k}}{Var(Y)}$$

ÍNDICES TOTAL

$$S_i^T = \frac{\sum_{\{i,\dots,M\}\supset i} V_{i,\dots,M}}{Var(Y)}$$

Cálculo dos índices Sobol

POR MONTE CARLO

$$\boldsymbol{Y} = \mathcal{M}(X_v, X_w) \text{ e } \boldsymbol{Y_v} = \mathcal{M}(X_v, X'_w)$$

$$S_v = \frac{Var[E(Y|X_v, X'_w)]}{Var(Y)} \Rightarrow S_v = \frac{Cov(Y, Y_v)}{Var(Y)}$$

Cálculo dos índices Sobol

HOMMA ESTIMATOR

$$S_v = \frac{\frac{1}{N}\sum y_i y_i^v - \left(\frac{1}{N}\sum y_i\right)\left(\frac{1}{N}\sum y_i^v\right)}{\frac{1}{N}\sum y_i^2 - \left(\frac{1}{N}\sum y_i\right)^2}$$

Cálculo dos índices Sobol

JASON ESTIMATOR

$$S_v = \frac{\frac{1}{N}\sum y_i y_i^v - \left(\frac{1}{N}\sum\left[\frac{y_i + y_i^v}{2}\right]\right)^2}{\frac{1}{N}\sum\left[\frac{(y_i)^2 + \left(y_i^v\right)^2}{2}\right] - \left(\frac{1}{N}\sum\left[\frac{y_i + y_i^v}{2}\right]\right)^2}$$

Cálculo dos índices Sobol

POR PCE

- É notória a semelhança entre as decomposições. Por isso toma-se proveito dessa semelhança!

Cálculo dos índices Sobol

POR PCE

- É notória a semelhança entre as decomposições. Por isso toma-se proveito dessa semelhança!

- Por conta da ortogonalidade dos polinômios, surge:

$$Var(Y) = \sum_{\alpha=1} y_{\alpha}^{2}$$

Cálculo dos índices Sobol

$$Var(Y) = \sum_{\alpha=1} y_\alpha^2$$