Taller Preparatorio - Parcial de Computación Cuántica

Física y Matemáticas

October 19, 2025

Instrucciones

Seleccione la única respuesta correcta para cada una de las siguientes preguntas.

Tema 1: Vectores y Valores Propios

1. ¿Qué es un autoestado (o vector propio) $|v\rangle$ de un operador A?

   a) Un vector tal que $A|v\rangle = 0$.
   b) Un vector tal que $A|v\rangle = \lambda|v\rangle$ para algún escalar λ.
   c) Un vector tal que $A|v\rangle = |v\rangle$.
   d) Un vector que es ortogonal a todos los demás vectores.

2. ¿Cuáles son los autovalores de la matriz de Pauli $Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$?

   a) 0 y 1
   b) i y $-i$
   c) 1 y -1
   d) 1 y 0

3. ¿Cuál de los siguientes **no** es un autoestado de la matriz de Pauli $X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$?

   a) $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
   b) $|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
   c) $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
   d) $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ (sin normalizar)

4. Un operador A se dice que es Hermitiano si $A = A^\dagger$. ¿Qué propiedad fundamental tienen los autovalores de un operador Hermitiano?

   a) Siempre son números complejos.

b) Siempre son números reales.

c) Siempre son 1 o -1.

d) Siempre son 0.

5. Considere el operador $H = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$. ¿Cuál de los siguientes es un autoestado de H?

a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$

6. Si $|v_1\rangle$ y $|v_2\rangle$ son autoestados de un operador Hermitiano A con autovalores distintos $\lambda_1 \neq \lambda_2$, ¿qué se puede decir de estos estados?

a) Son paralelos ($|v_1\rangle = c|v_2\rangle$).

b) Son ortogonales ($\langle v_1|v_2\rangle = 0$).

c) Son idénticos ($|v_1\rangle = |v_2\rangle$).

d) Su producto interno es 1 ($\langle v_1|v_2\rangle = 1$).

Tema 2: Postulados de Medición

7. ¿Qué representa físicamente un operador Hermitiano en mecánica cuántica?

a) Un estado cuántico.

b) La probabilidad de un evento.

c) Un observable (una cantidad medible).

d) La evolución temporal del sistema.

8. Según los postulados de la medición, ¿cuáles son los únicos resultados posibles al medir un observable A?

a) Cualquier número real.

b) Los autovalores de A.

c) Los elementos de la diagonal de A.

d) 0 o 1.

9. Un sistema se encuentra en el estado $|\psi\rangle = \frac{3}{5}|0\rangle + \frac{4}{5}|1\rangle$. Si se mide en la base computacional $\{|0\rangle, |1\rangle\}$, ¿cuál es la probabilidad de obtener el resultado $|1\rangle$?

a) 4/5

b) 16/25

c) 3/5
d) 9/25

10. (Regla de Born) Un sistema está en el estado $|\psi\rangle$. Si medimos un observable A y queremos encontrar la probabilidad de obtener el autovalor λ_i (asociado al autoestado $|a_i\rangle$), ¿cómo se calcula esta probabilidad $P(\lambda_i)$?

    a) $|\langle a_i|\psi\rangle|^2$
    b) $\langle\psi|A|\psi\rangle$
    c) $\langle a_i|\psi\rangle$
    d) $\langle\psi||a_i\rangle$

11. (Postulado del colapso) Un sistema está en el estado $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$. Si se mide en la base computacional y se obtiene el resultado $|0\rangle$, ¿cuál es el estado del sistema **inmediatamente después** de la medición?

    a) El estado $|0\rangle$.
    b) El estado $|\psi\rangle$ (no cambia).
    c) El estado $|1\rangle$.
    d) El estado $\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle$.

12. Se prepara un qubit en el estado $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle+|1\rangle)$. Se mide el observable $Z = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$. ¿Cuál es la probabilidad de medir el autovalor $+1$? (Recuerde que $|0\rangle$ es el autoestado de Z con autovalor $+1$).

    a) 0
    b) 1
    c) 1/2
    d) $1/\sqrt{2}$

Tema 3: Valor Esperado y Varianza

13. ¿Cómo se define el valor esperado (o valor de expectación) $\langle A\rangle$ de un observable A para un sistema en el estado $|\psi\rangle$?

    a) $\langle\psi|A|\psi\rangle$
    b) $|\langle\psi|A|\psi\rangle|^2$
    c) $A|\psi\rangle$
    d) $\sum_i \lambda_i$ (la suma de autovalores)

14. ¿Cuál es el valor esperado del observable $Z = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$ para el estado $|\psi\rangle = |+\rangle$?

    a) 1
    b) -1

c) $1/2$

d) 0

15. Si un sistema se encuentra en un autoestado $|a_i\rangle$ de un observable A (con autovalor λ_i), ¿cuál es el valor esperado $\langle A\rangle$?

a) 0

b) 1

c) λ_i

d) $|\lambda_i|^2$

16. ¿Cómo se define la varianza $(\Delta A)^2$ de un observable A en el estado $|\psi\rangle$?

a) $\langle A^2\rangle - \langle A\rangle^2$

b) $\langle A\rangle^2$

c) $\langle A^2\rangle$

d) $\langle A\rangle - \langle A\rangle^2$

17. ¿Cuál es la varianza $(\Delta Z)^2$ del observable Z si el sistema está en el autoestado $|0\rangle$?

a) 1

b) 0

c) 2

d) $1/2$

18. ¿Qué indica físicamente una varianza $(\Delta A)^2 = 0$?

a) Que el sistema está en el estado base $|0\rangle$.

b) Que el observable A es la matriz identidad.

c) Que el estado del sistema **es** un autoestado de A.

d) Que el observable A es 0.

Tema 4: Grafos y Matrices Estocásticas (Revisado)

19. Considere la matriz estocástica $M = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.5 & 0.2 \\ 0.7 & 0.2 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \end{pmatrix}$. Si el sistema se encuentra inicialmente en el estado 1 (representado por $\vec{v} = [0, 1, 0]^T$), ¿cuál es la probabilidad de encontrarlo en el estado 0 después de 1 clic de tiempo?

a) 0.7

b) 0.2

c) 0.5

d) 0.1

20. Un sistema de 3 nodos (0, 1, 2) tiene la siguiente dinámica: $0 \to 1$, $1 \to 0$, $1 \to 2$, $2 \to 2$. ¿Cuál es la matriz de adyacencia (o transición) M que representa este grafo? (Asuma que M_{ij} es la conexión de $j \to i$).

    a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
    b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
    c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
    d) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

21. Si M es la matriz de adyacencia de un grafo, ¿qué representa el elemento $(M^2)_{3,1}$?

    a) El número de caminos de longitud 2 que van del nodo 3 al nodo 1.
    b) El número de caminos de longitud 1 que van del nodo 3 al nodo 1.
    c) El número de caminos de longitud 2 que van del nodo 1 al nodo 3.
    d) El número de caminos de longitud 3 que van del nodo 1 al nodo 2.

22. Un sistema con 3 cajas (0, 1, 2) evoluciona con la matriz $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Si el estado inicial de "canicas" es $\vec{v}_0 = [10, 0, 5]^T$, ¿cuál es el estado $\vec{v}_1$ después de 1 clic?

    a) $[15, 0, 0]^T$
    b) $[0, 10, 0]^T$
    c) $[10, 0, 5]^T$
    d) $[5, 10, 0]^T$

23. (Continuación de la pregunta anterior) Usando $\vec{v}_1 = [5, 10, 0]^T$ como el nuevo estado, ¿cuál es el estado $\vec{v}_2$ después del segundo clic?

    a) $[0, 5, 0]^T$
    b) $[10, 5, 0]^T$
    c) $[5, 10, 0]^T$
    d) $[10, 0, 5]^T$

24. ¿Qué es una distribución estacionaria (o estado estacionario) $\vec{\pi}$ de una matriz estocástica M?

    a) Un vector tal que $M\vec{\pi} = \vec{0}$.
    b) Un vector tal que $M\vec{\pi} = \vec{\pi}$.
    c) Un vector con todas las probabilidades iguales.
    d) Un vector tal que $M\vec{\pi} = \vec{\pi}(0)$.

Tema 5: Evolución de Sistemas Cuánticos (Revisado)

25. Un sistema se prepara en el estado básico $|0\rangle = [1, 0]^T$. Evoluciona según la matriz de Hadamard $H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. ¿Cuál es el estado $|\psi_1\rangle$ después de 1 clic de tiempo?

    a) $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

    b) $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

    c) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

    d) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

26. (Continuación de la pregunta anterior) Si el sistema está en el estado $|\psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$, ¿cuál es la probabilidad de medir el estado $|0\rangle$?

    a) 1
    b) 0
    c) $1/\sqrt{2}$
    d) $1/2$

27. ¿Cuál es la propiedad fundamental que debe cumplir un operador de evolución temporal U en un sistema cuántico cerrado?

    a) $U = U^T$ (Simétrico)
    b) $U = U^\dagger$ (Hermitiano)
    c) $U^\dagger U = I$ (Unitario)
    d) $U^2 = U$ (Proyector)

28. Un sistema evoluciona con la matriz $M = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ (Hadamard). Si el estado inicial es $|0\rangle$, ¿cuál afirmación es VÁLIDA sobre el estado final $|V\rangle = M|0\rangle$?

    a) $|V\rangle$ es un estado básico del sistema.
    b) $|V\rangle$ es un vector de norma 0.
    c) $|V\rangle$ es una superposición de los estados básicos.
    d) $M \cdot |V\rangle$ es un estado básico del sistema.

29. ¿Cuál de las siguientes matrices NO es unitaria y, por lo tanto, no puede representar una evolución cuántica?

    a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$

    b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

d) $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}$

30. Si un sistema evoluciona de $|\psi_0\rangle = |1\rangle$ a $|\psi_1\rangle = |0\rangle$ en un clic, ¿cuál de las siguientes matrices M describe esa evolución?

a) $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (Identidad)

b) $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (Pauli-X)

c) $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ (Pauli-Z)

d) $M = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ (Hadamard)

Tema 6: Miscelánea de Conceptos

31. ¿Cuáles son los autovalores de la matriz de Pauli $Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$?

a) 1 y 0

b) 1 y -1

c) i y $-i$

d) 1 y i

32. ¿Cuál de los siguientes es un autoestado de la matriz de Pauli Y con autovalor $+1$?

a) $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

d) $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$

33. Un sistema se prepara en el estado $|0\rangle$. Se le aplica la compuerta H (Hadamard). Inmediatamente después, se mide en la base computacional $\{|0\rangle, |1\rangle\}$. ¿Cuál es la probabilidad de obtener $|0\rangle$?

a) 1

b) $1/2$

c) 0

d) $1/\sqrt{2}$

34. Un sistema se prepara en el estado $|0\rangle$. Se le aplica la compuerta H y luego se le aplica la compuerta H de nuevo. ¿Cuál es el estado final del sistema?

   a) $|0\rangle$
   b) $|1\rangle$
   c) $|+\rangle$
   d) $|-\rangle$

35. ¿Cuál es el resultado de aplicar el operador Z al estado $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$?

   a) $|+\rangle$
   b) $|-\rangle$
   c) $|0\rangle$
   d) 0

36. ¿Cuál es el resultado de la operación $\langle 0|1\rangle$?

   a) 0 (Es un número)
   b) 1 (Es un número)
   c) $|0\rangle$ (Es un vector)
   d) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ (Es una matriz)

37. ¿Qué representa la operación $|0\rangle\langle 1|$?

   a) Un número escalar (producto interno).
   b) Un operador (producto externo).
   c) Un vector ket.
   d) Es una operación no válida.

38. Se mide el estado $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}|0\rangle + i\sqrt{\frac{2}{3}}|1\rangle$. ¿Cuál es la probabilidad de obtener el resultado $|1\rangle$?

   a) $2/3$
   b) $\sqrt{2/3}$
   c) $1/3$
   d) $i\sqrt{2/3}$

39. ¿Cuál es el valor esperado del observable $X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ para el estado $|0\rangle$?

   a) 1
   b) 0
   c) $1/2$
   d) -1

40. ¿Cuál es la varianza $(\Delta X)^2$ del observable X para el estado $|0\rangle$?

   a) 0
   b) 1/2
   c) 1
   d) 2

41. Un sistema está en el estado $|0\rangle$. ¿Cuál es la probabilidad de medirlo en el estado $|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$?

   a) 0
   b) $1/\sqrt{2}$
   c) 1/2
   d) 1

42. Considere un grafo $0 \leftrightarrows 1$ (flechas en ambos sentidos). ¿Cuál es la matriz estocástica M (columnas suman 1) que describe una caminata aleatoria donde la probabilidad de quedarse en el nodo es 0?

   a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
   b) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
   c) $\begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$
   d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

43. Usando la matriz $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (Pauli-X) y el vector de estado inicial $\vec{v}_0 = [100, 0]^T$, ¿cuál es el estado después de 1 clic, $\vec{v}_1$?

   a) $[100, 0]^T$
   b) $[0, 100]^T$
   c) $[0, 0]^T$
   d) $[50, 50]^T$

44. (Continuación) Usando $\vec{v}_1 = [0, 100]^T$, ¿cuál es el estado después de 2 clics, $\vec{v}_2$?

   a) $[100, 0]^T$
   b) $[0, 100]^T$
   c) $[0, 0]^T$
   d) $[50, 50]^T$

45. La matriz de adyacencia de un grafo es M. Si el elemento $(M^3)_{2,0} = 4$, ¿qué significa?

   a) Hay 4 caminos de longitud 3 que van del nodo 2 al nodo 0.

b) Hay 3 caminos de longitud 4 que van del nodo 2 al nodo 0.

c) Hay 4 caminos de longitud 3 que van del nodo 0 al nodo 2.

d) Hay 3 caminos de longitud 4 que van del nodo 0 al nodo 2.

46. ¿Qué propiedad distingue fundamentalmente la evolución cuántica (unitaria) de la evolución clásica (estocástica)?

    a) La cuántica usa matrices, la clásica no.

    b) La cuántica conserva la norma L_2 (amplitudes), la clásica conserva la norma L_1 (probabilidades).

    c) La cuántica siempre es reversible, la clásica nunca lo es.

    d) La cuántica solo funciona para 2 estados, la clásica para N estados.

47. Un qubit está en el estado $|1\rangle$. Se le aplica el operador $S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$. ¿Cuál es el estado resultante?

    a) $|1\rangle$

    b) $i|1\rangle$

    c) $|0\rangle$

    d) $i|0\rangle$

48. ¿Cuál es la diferencia física entre el estado $|\psi_1\rangle = |1\rangle$ y el estado $|\psi_2\rangle = i|1\rangle$?

    a) No hay diferencia física; ambos tienen la misma probabilidad de medición en cualquier base.

    b) $|\psi_1\rangle$ tiene 100% prob. de ser $|1\rangle$, $|\psi_2\rangle$ tiene 100% prob. de ser $|0\rangle$.

    c) Tienen probabilidades de medición idénticas en la base Z, pero diferentes en la base X.

    d) $|\psi_2\rangle$ no es un estado válido.

49. Un operador A tiene dos autoestados $|a_1\rangle$ y $|a_2\rangle$ con autovalores $\lambda_1 = 1$ y $\lambda_2 = 4$. Si el sistema está en el estado $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|a_1\rangle + |a_2\rangle)$, ¿cuál es el valor esperado $\langle A\rangle$?

    a) 5

    b) 2.5

    c) 3

    d) 1.5

50. ¿Qué ecuación fundamental describe cómo evoluciona un estado cuántico $|\psi(t)\rangle$ en el tiempo, dado un Hamiltoniano H?

    a) $H|\psi(t)\rangle = E|\psi(t)\rangle$ (Ecuación de Schrödinger independiente del tiempo)

    b) $i\hbar\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = H|\psi(t)\rangle$ (Ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo)

    c) $v(t+1) = Mv(t)$ (Ecuación de Markov)

    d) $F = ma$ (Segunda Ley de Newton)