

Introducción a la computación cuántica

Por: Luis Daniel Benavides Navarro Ph.D., 3-8-2020

Universalidad de la computación

Los fundamentos de las Matemáticas

- David Hilbert en 1900 propone el programa de Hilbert para formalizar las matemáticas:
 - Reglas de inferencia finitas
 - Reglas de inferencia “evidentes”
 - Completitud: Demostración de que toda verdad matemática se puede demostrar.
 - Consistencia: Demostración de que si una sentencia es verdadera no se puede probar una con conclusión opuesta.
 - Algoritmo: Debe existir un algoritmo para validar que una demostración es válida en el formalismo.



David Hilbert. Extraído de wikipedia foto, se asume que los derechos son de dominio público

Destrucción del programa de Hilbert

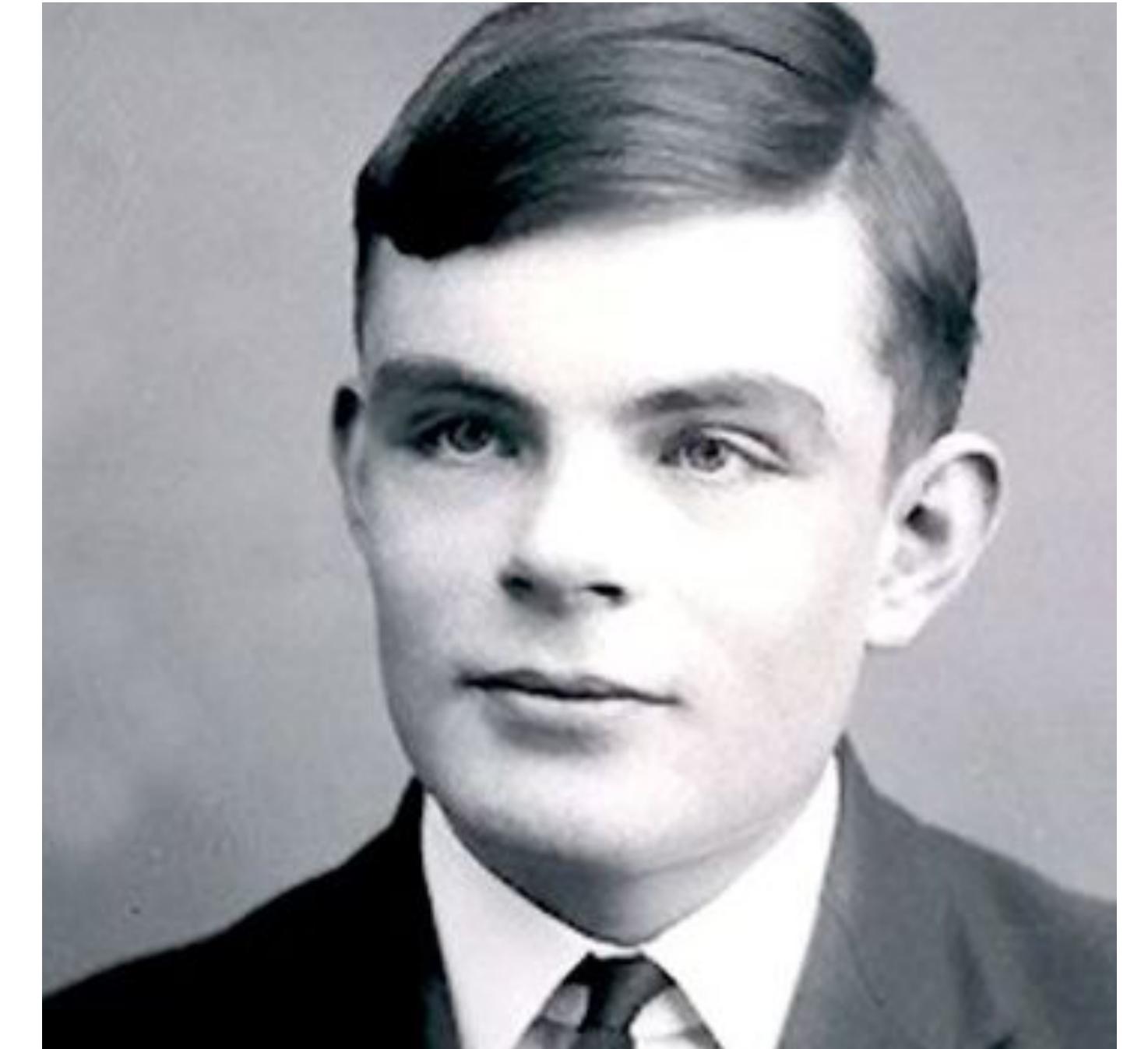
- Gödel y Turing destruyen el programa de Hilbert (1931-1936)
 - Gödel prueba que si un sistema es consistente no puede ser completo
 - Gödel prueba que un sistema tiene una prueba de su propia consistencia solo si es inconsistente.
 - Turing: Crea una definición clara de algoritmo y además prueba que no existe un algoritmo que pueda decidir si una demostración es falsa o verdadero. (Emil Post, Alonzo Church)



Kurt Gödel Extraído de wikipedia foto, se asume que los derechos son de dominio público

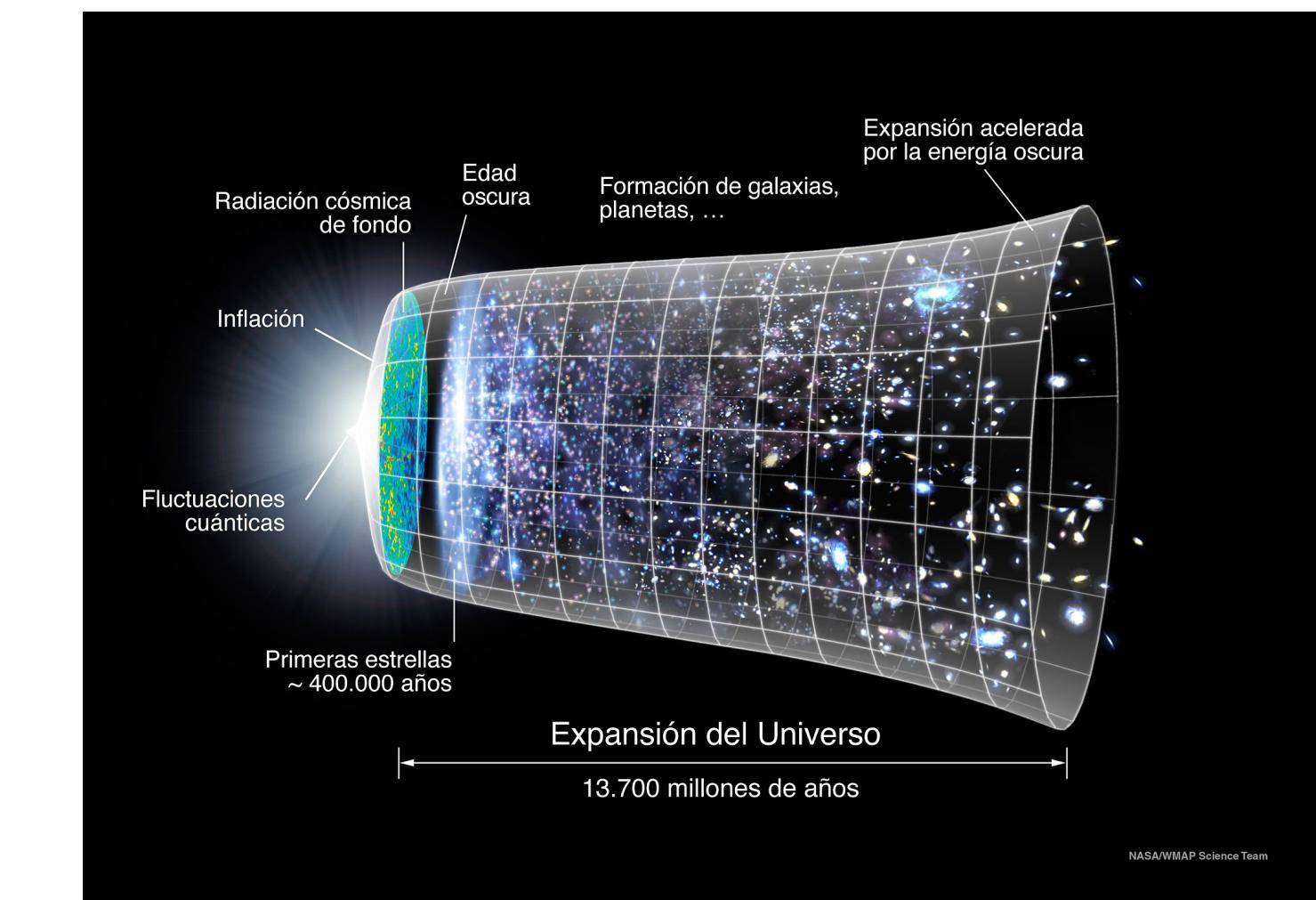
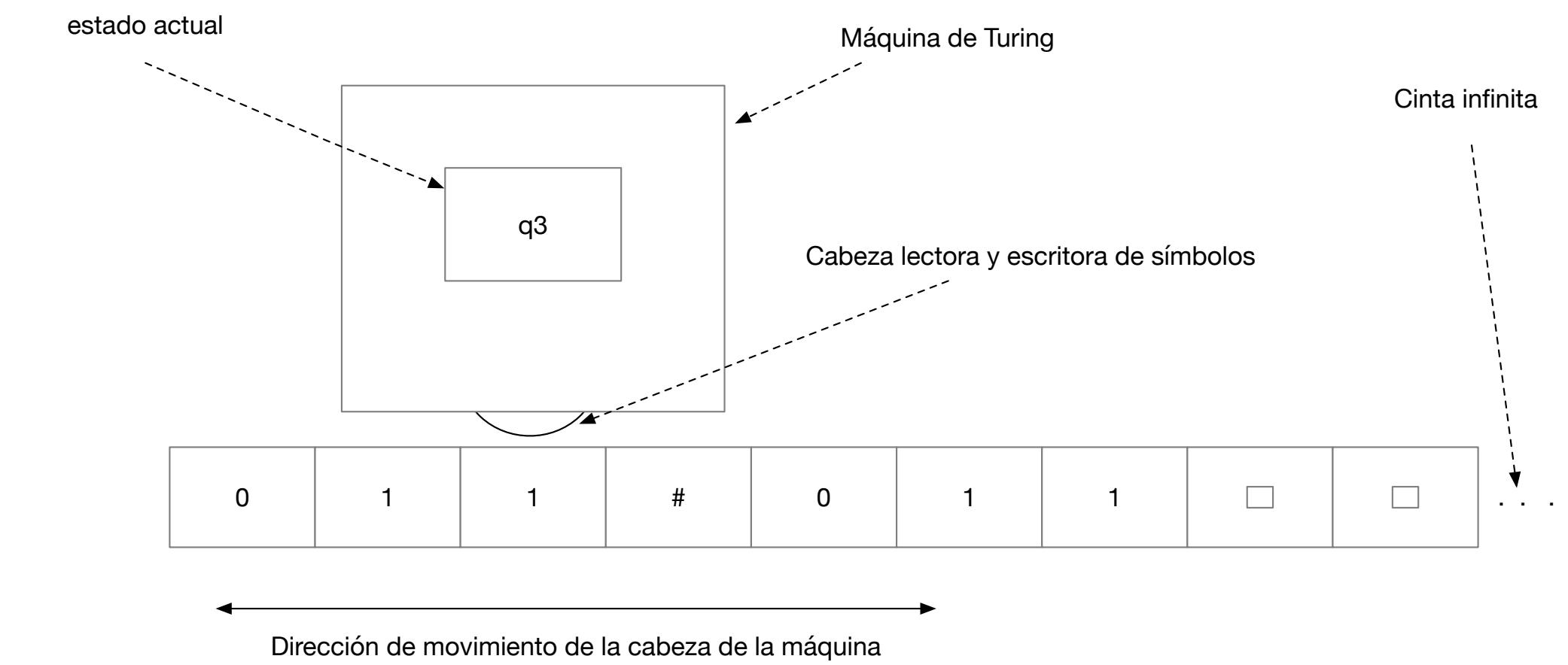
Universalidad de la computación clásica

- ¿Existe una máquina que pueda calcular todo lo que es calculable?
- Matemáticos son los primeros en investigar esta universalidad.
- Estaban intentando hacer precisos los conceptos de calcular (probar)
- En 1936 Post, Church, Turing:
 - Modelos abstractos de computadores universales
 - Conjeturan que estos modelos formalizan la noción de computación matemática
 - Y que por lo tanto es equivalente a cualquier modelo que también lo haga (Tesis de Church-Turing)



Máquina Universal de Turing

- Tiene el repertorio combinado de todas las máquinas de Turing
- Conjetura: Que este repertorio consistía de **“todas las funciones que serían vistas como naturalmente computables”** (es decir por matemáticos)
- De su trabajo se infiere que creía que esta máquina **computaría cualquier cosa que se pudiera computar en la naturaleza**
Principio de Turing



Computabilidad y complejidad

- Problemas computables
- Problemas intratables



Computadores cuánticos

- ¿Puede un computador simular sistemas cuánticos?
- La tarea es intratable
- A menos qué...
 - El computador tenga acceso al experimento cuántico
 - El conjeturó (y resultó correcto) que podría simular un sistema cuántico con un arreglo de átomos rotando interactuando entre ellos



La Universalidad de la computación

- En 1985 Deutsch prueba que bajo la física cuántica hay un computador cuántico universal.
- La máquina de Turing se basa en la física clásica
- Deutsch usa física cuántica
- El computador cuántico puede computar cualquier función que compute una máquina de Turing
- Pero además puede simular de manera tratable cualquier sistema físico (cuántico)
- Hoy trabaja en la teoría del constructor
 - Física Cuántica
 - Evolución
 - Epistemología
 - Computación



David Deutsch. Tomada de www.edge.org para uso académico

Qubit y el Multiverso

¿Qué es un bit?

- El **bit** es la unidad básica de información en computación clásica
 - Puede tener valores de **0** o **1**

¿Qué es un Qubit?

- El **qubit** es el bit cuántico
 - Puede tener valores de $|0\rangle$ o $|1\rangle$

¿Qué es un Qubit?

- Sin embargo puede también tener un estado que es una combinación lineal de los dos estados base
 - $|\psi\rangle = c_0|0\rangle + c_1|1\rangle$,
 - con $c_0, c_1 \in \mathbb{C}$
 - $c_0 = a_0 + b_0i$ y $c_1 = a_1 + b_1i$

¿Qué es un Qubit?

- Por ejemplo, un estado válido de un qubit puede ser
 - $|\psi\rangle = 3i|0\rangle + (5 + 2i)|1\rangle$
 - (Recuerde $i^2 = -1$)

Qubit un objeto Multiversal

- ¿Qué significa este estado?
 - $|\psi\rangle = c_0|0\rangle + c_1|1\rangle$
 - Con $|c_0|^2 + |c_1|^2 = 1$
- Es el estado de un objeto multiversal
- Cuando se mide el estado en un universo sabemos que:
 - $p(|0\rangle) = |c_0|^2$
 - $p(|1\rangle) = |c_1|^2$

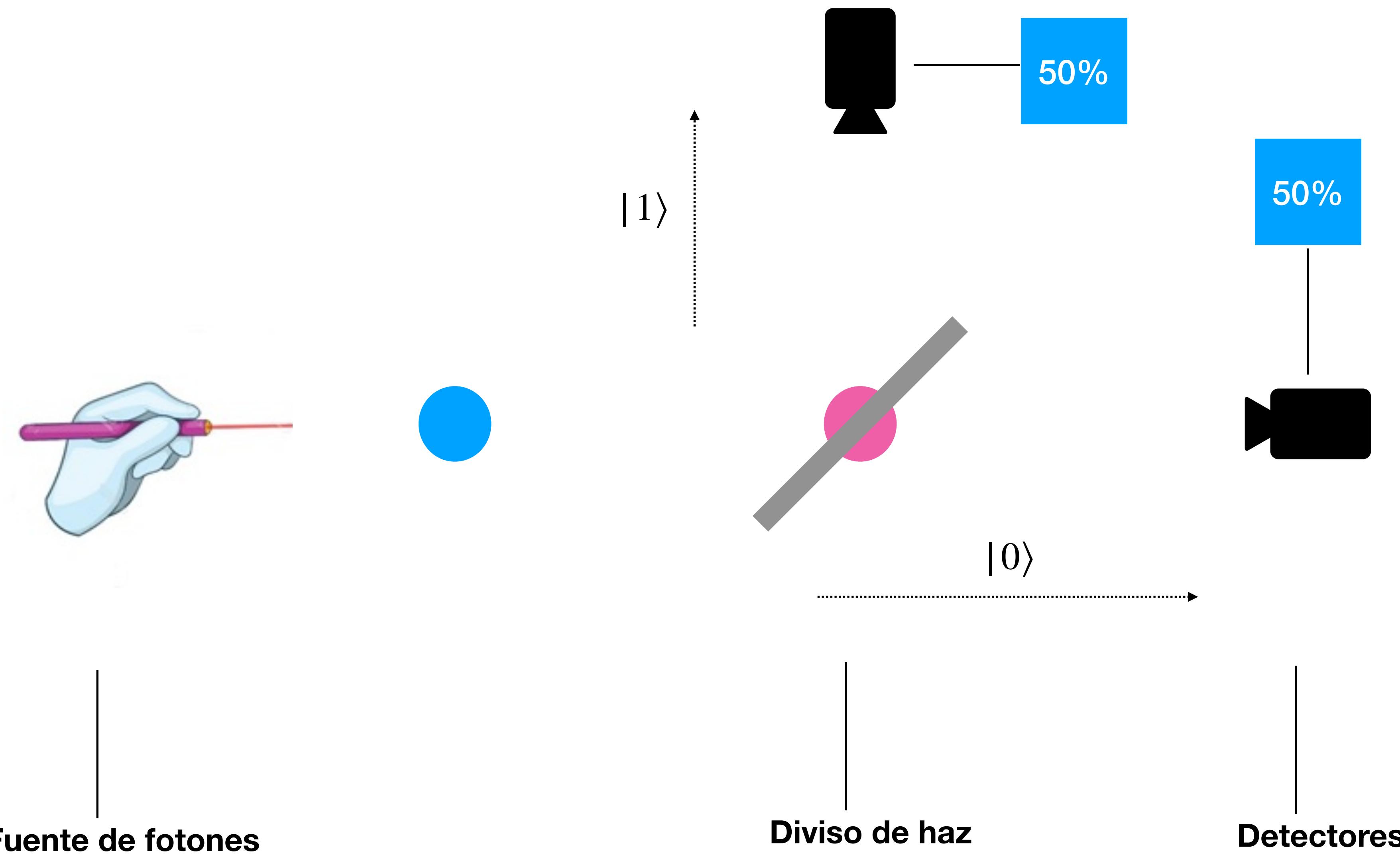
Qubit un objeto Multiversal

- ¿Qué significa este estado?
 - $|\psi\rangle = c_0|0\rangle + c_1|1\rangle$
 - Con $|c_0|^2 + |c_1|^2 = 1$
- Es el estado de un objeto multiversal
- Cuando se mide el estado en un universo
 - $p(|0\rangle) = |c_0|^2$
 - $p(|1\rangle) = |c_1|^2$

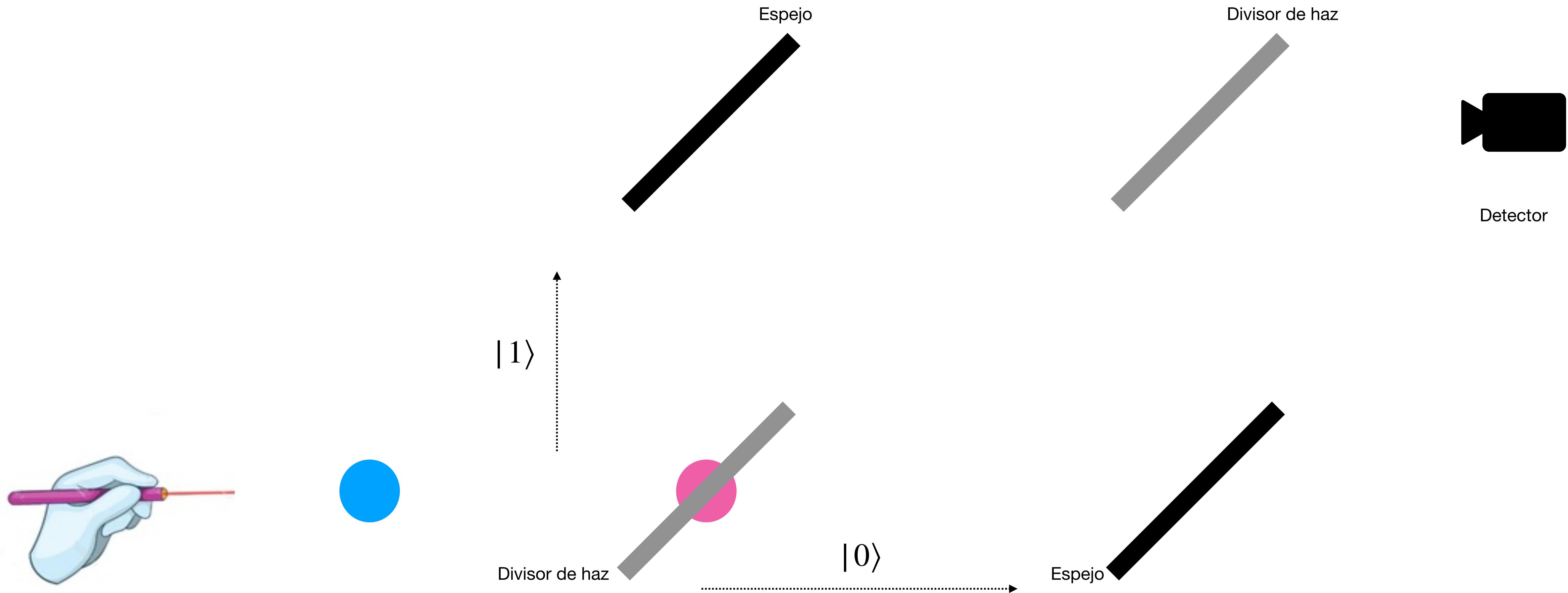
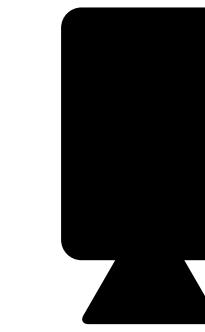
El estado no colapsa. Las probabilidades nos dan una medida de la proporción de universos en los que el qubit toma cada uno de los valores. El qubit tiene múltiples historias.

Mi primer Computador Cuántico

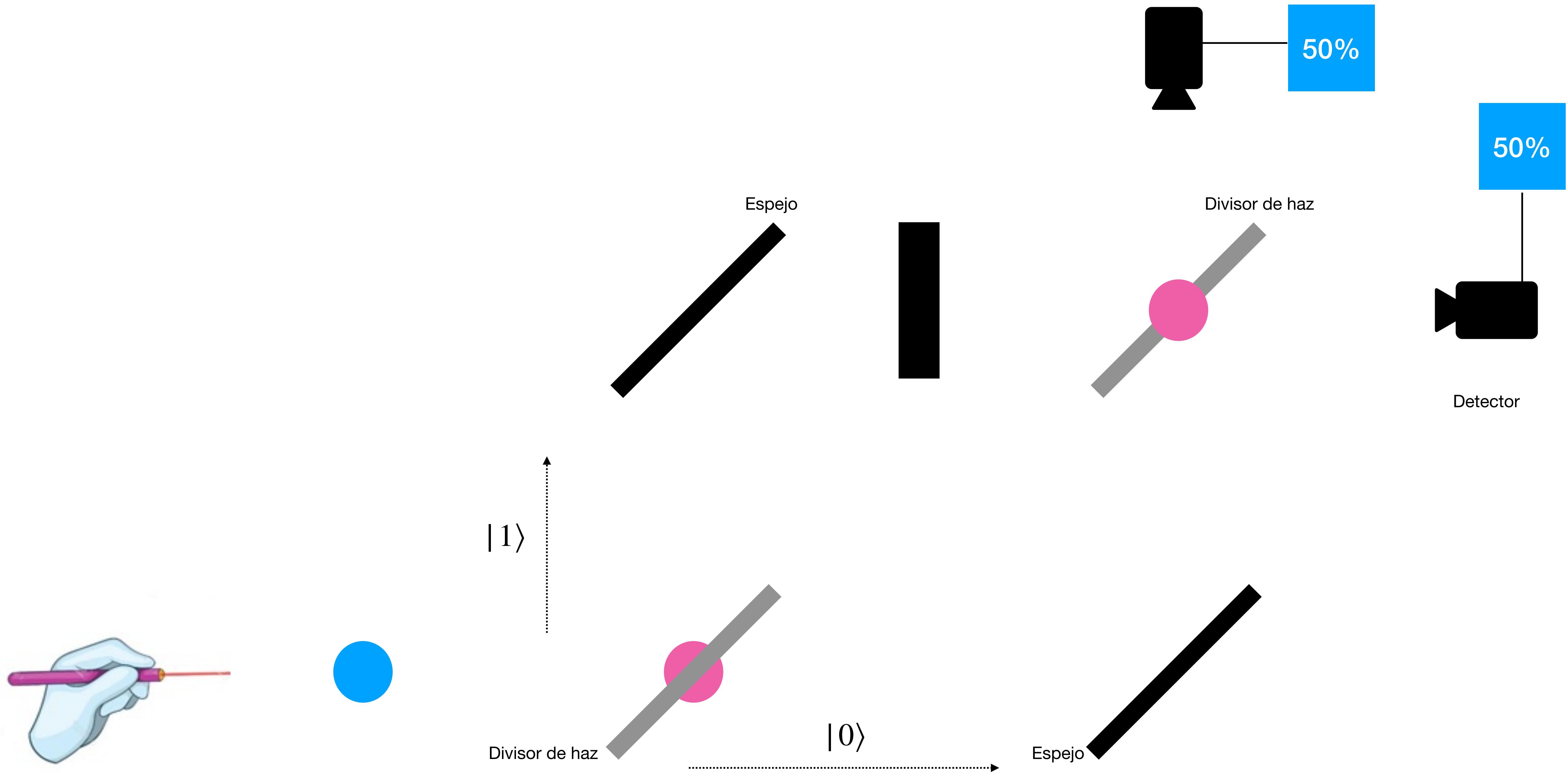
Implementación básica - Fotón



Interferómetro de Mach-Zehnder



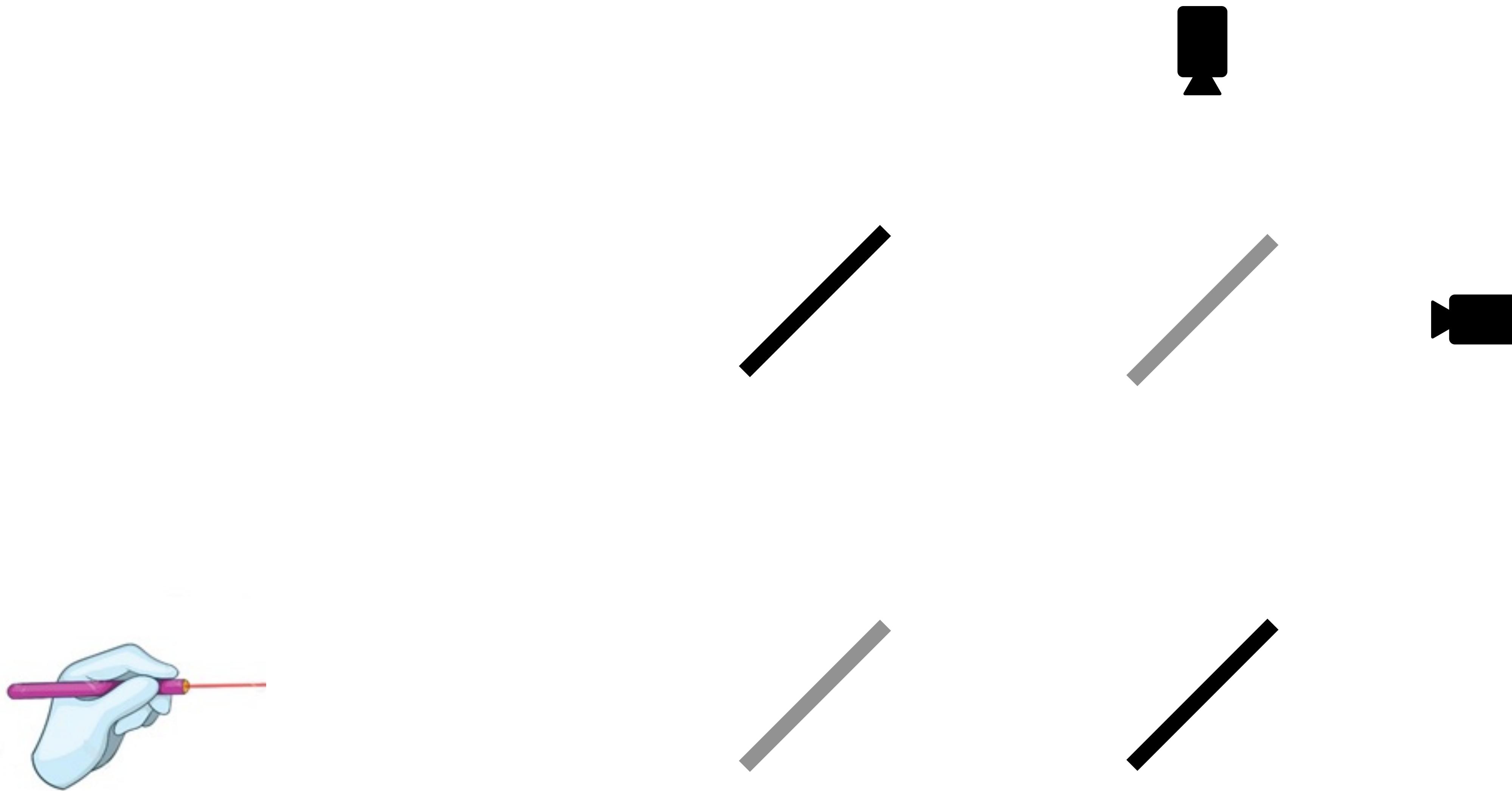
Interferómetro de Mach-Zehnder



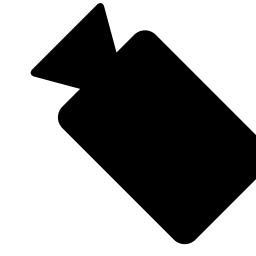
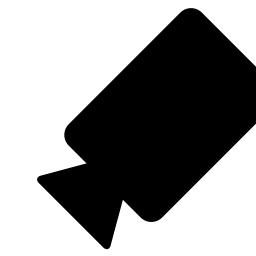
Computador cuántico Universal

- Vamos a simular nuestro primer computador cuántico en un computador cuántico Universal
- El computador cuántico de IBM

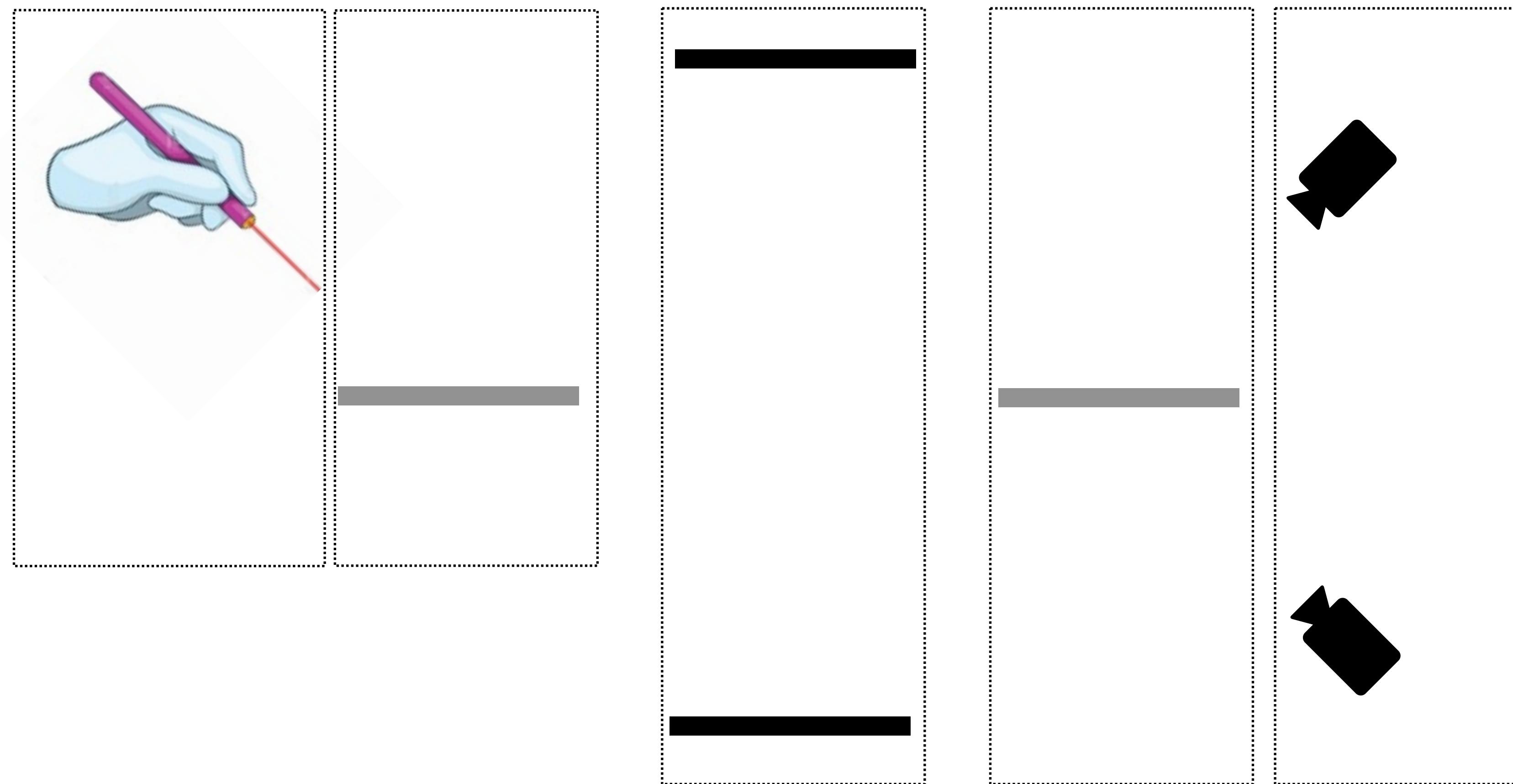
Interferómetro de Mach-Zehnder



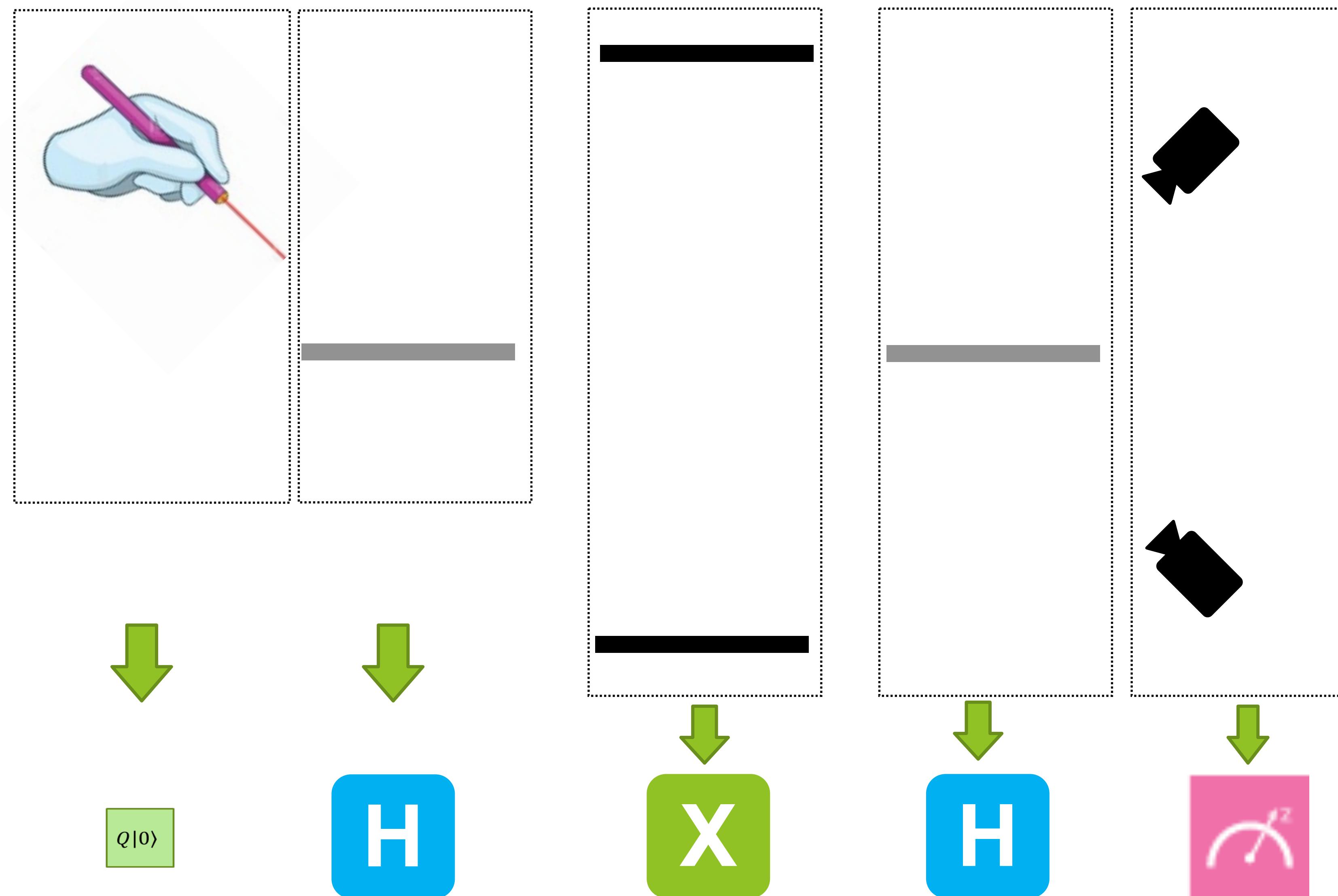
Interferómetro de Mach-Zehnder



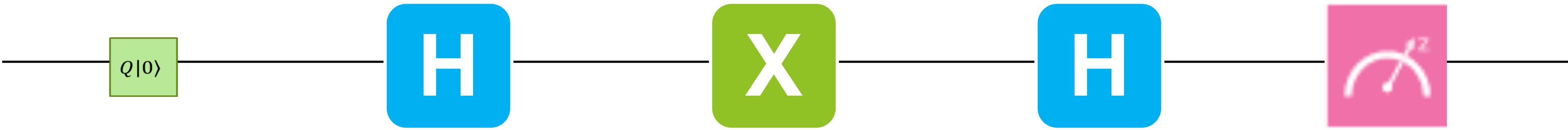
Interferómetro de Mach-Zehnder



Interferómetro de Mach-Zehnder



Vamos a programarlo



¿Cómo podemos simularlo en un computador clásico?



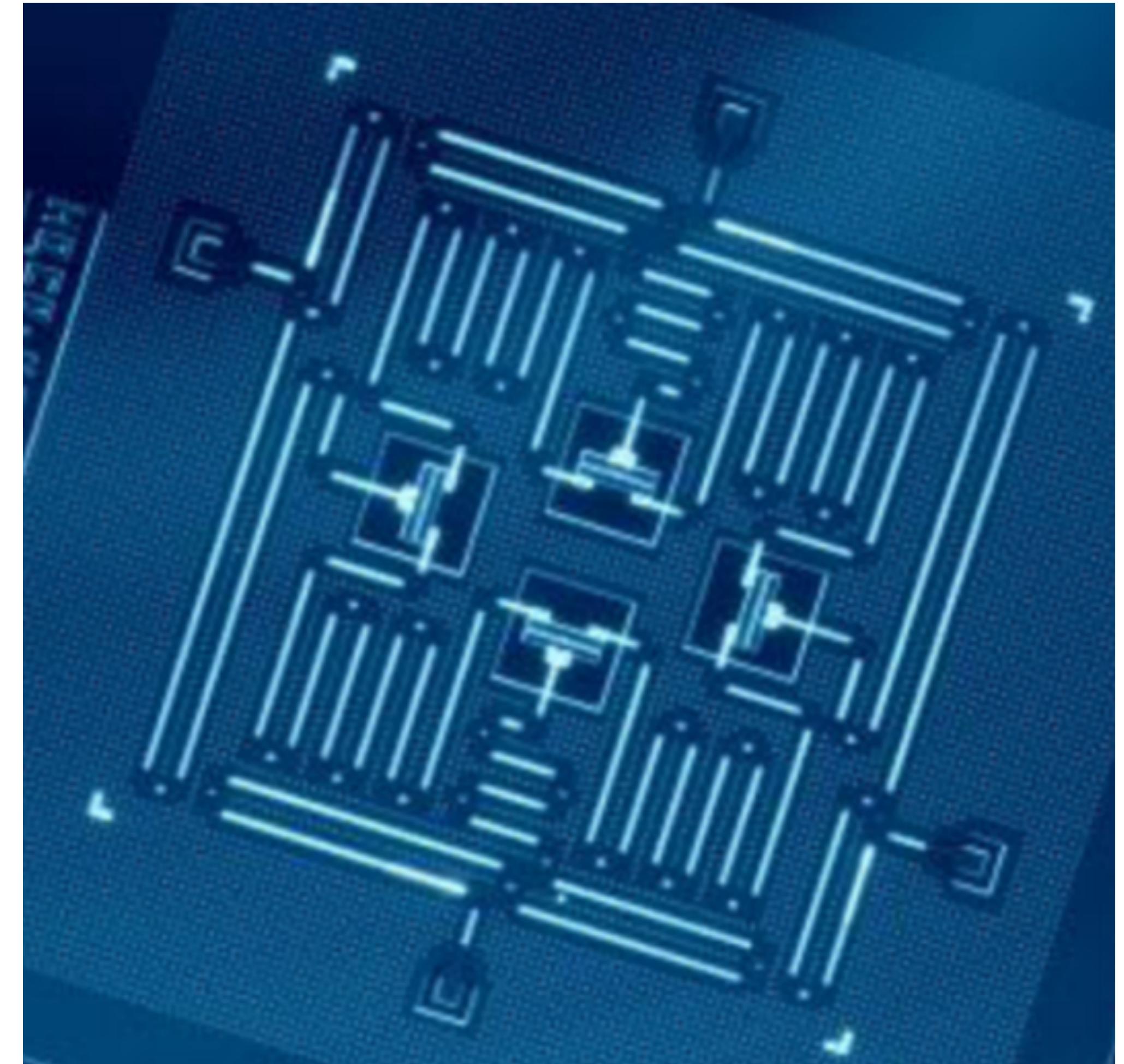
$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$|\psi\rangle = H \times X \times H \times |0\rangle = |0\rangle$$

En el computador clásico simulamos el circuito con matrices y vectores

Implementación

- Qubits de la naturaleza
 - Partículas
 - Átomos
- Qubits del hombre
 - Átomos artificiales construidos a partir de circuitos de estado sólido
 - Transmon Qubit



Tomada de commons.wikimedia.org

¿Cómo estudiar QC?

- Clase invertida
 - Leer y preparar ejercicios en casa
 - Pasar a exponer ejercicios en clase
 - En clase se resuelven dudas
- Laboratorios
 - Construir retos computacionales
 - Realizar quices/Talleres para afianzar conocimientos
 - Explicar experimentos

¿Preguntas?

Referencias

- Yanofsky, N. and Mannucci, M. (2013). Quantum computing for computer scientists. 1st ed. New York: Cambridge University Press.
- Deutsch, D. (1985, July). Quantum theory, the Church-Turing principle and the universal quantum computer. In Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences (Vol. 400, No. 1818, pp. 97-117). The Royal Society.
- Research.ibm.com. (2017). IBM Q - US. [online] Available at: <http://research.ibm.com/ibm-q/> [Accessed 13 Mar. 2017].
- Anon, (2017). [online] Available at: http://users.df.uba.ar/paz/pag_comp_cuant/resumenes/clase10.pdf [Accessed 2 Dec. 2017].
- Grover, L. (2017). *A fast quantum mechanical algorithm for database search*. [online] Arxiv.org. Available at: <https://arxiv.org/abs/quant-ph/9605043> [Accessed 2 Dec. 2017].
- Research, I. (2017). *IBM Q experience*. [online] Quantumexperience.ng.bluemix.net. Available at: https://quantumexperience.ng.bluemix.net/qx/tutorial?sectionId=full-user-guide&page=004-Quantum_Algorithms~2F070-Grover%27s_Algorithm [Accessed 2 Dec. 2017].