Objetivo del Taller

Este taller no busca que memoricen respuestas, sino que dominen la **mecánica** detrás de los algoritmos de Deutsch, Deutsch-Jozsa y Grover. Si pueden resolver estos problemas explicando el "por qué", estarán listos para el examen.

1. Módulo 1: Vectores de Estado y Normalización

Concepto Clave

La suma de las probabilidades debe ser siempre 1. Si un vector no cumple $\langle\psi|\psi\rangle = 1$, las "probabilidadesçalculadas serán erróneas.

Ejercicio 1.1: Considere el estado $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix}$.

1. Calcule la norma del vector. ¿Está normalizado?
2. Si no lo está, encuentre la constante A tal que $|\psi_{norm}\rangle = A|\psi\rangle$.
3. **Pregunta de análisis:** Si medimos este sistema, ¿cuál es la probabilidad de colapsar al estado $|11\rangle$? (Asuma codificación binaria 00, 01, 10, 11). Justifique su respuesta basándose en las componentes del vector.

2. Módulo 2: Dinámica de Circuitos y Matrices

Ejercicio 2.1 (La trampa de las columnas): No es necesario calcular una matriz de 4×4 completa para saber el valor de una columna. Recuerde: *La primera columna de una matriz unitaria M representa el estado de salida del circuito cuando la entrada es $|00\rangle$.*

Sea el circuito: H en el qubit 0, seguido de una $CNOT(0 \to 1)$, seguido de una Z en el qubit 1.

1. Calcule el estado final vectorizado si la entrada es $|00\rangle$.
2. Sume los elementos de ese vector resultante. (Esto equivale a sumar $M_{00} + M_{10} + M_{20} + M_{30}$).

Ejercicio 2.2 (Sándwich de Operadores): En el examen verán estructuras tipo $H - G - H$. Analicemos la compuerta Y:

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

1. Aplique la secuencia $H \to Y \to H$ al estado $|0\rangle$.
2. ¿El resultado es un estado base ($|0\rangle, |1\rangle$) o una superposición?
3. *Tip de estudio:* Note cómo los factores i y $-i$ afectan las fases relativas.

3. Módulo 3: El Oráculo y Deutsch-Jozsa

Bit Flip vs Phase Kickback

El oráculo actúa así: $U_f|x\rangle|y\rangle = |x\rangle|y \oplus f(x)\rangle$.

- Si $|y\rangle = |1\rangle$, el bit se voltea si $f(x) = 1$. (Efecto clásico).
- Si $|y\rangle = |-\rangle$, el estado $|x\rangle$ gana una fase $(-1)^{f(x)}$. (Efecto cuántico).

Ejercicio 3.1: Sea $f : \{0,1\}^3 \to \{0,1\}$ tal que $f(101) = 1$ y $f(x) = 0$ para todo lo demás.

1. Calcule explícitamente $U_f|101\rangle|1\rangle$. ¿Qué le pasa al segundo qubit?
2. Calcule explícitamente $U_f|101\rangle|-\rangle$. ¿Qué le pasa al primer registro?

4. Módulo 4: Anatomía de Grover

Este es el punto más crítico del examen. Grover es un juego de geometría.
Considere $n = 3$ qubits ($N = 8$). El elemento marcado es $z_0 = 110$.

1. Paso 0 (Inicialización): Escriba el vector de superposición uniforme $|\psi_0\rangle$. ¿Cuál es la amplitud de cada estado? .
2. Paso 1 (Oráculo): El oráculo de Grover invierte la fase del estado marcado. Escriba el vector $|\psi_1\rangle$. *Verifique: Solo el signo de la componente asociada a* $|110\rangle$ *debe cambiar.*
3. Paso 2 (Difusión): La operación de difusión es $2|\psi_0\rangle\langle\psi_0| - I$. Conceptualmente, esto es una ïnversión sobre la media".
   - Calcule la media de las amplitudes del vector $|\psi_1\rangle$. (Sume todas las amplitudes con sus signos y divida por $N = 8$).
   - La nueva amplitud de x será: $Amp_{nueva} = 2 \cdot (Media) - Amp_{vieja}$.
   - Calcule la nueva amplitud para el estado marcado $|110\rangle$ y para un estado no marcado (ej. $|000\rangle$).
4. **Probabilidades:** Eleve al cuadrado las nuevas amplitudes. ¿Aumentó la probabilidad de encontrar $|110\rangle$?