

系列條目

微积分学

$$f(x) = \frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt$$

[函数](#) · [极限论](#) · [微分学](#) · [积分](#)
[微积分基本定理](#) · [微积分发现权之争](#)

基础概念（含极限论和级数论）

實數性質

[函数](#) · [单调性](#) · [初等函数](#) · [數列](#) · [极限](#) · [实数的构造](#)（1=0.999...） · [无穷](#)（[衔尾蛇](#)） · [無窮小量](#) · [ε-δ語言](#) · [实无穷](#) · [大O符号](#) · [最小上界](#) · [收敛数列](#) · [芝诺悖论](#) · [柯西序列](#) · [单调收敛定理](#) · [夹挤定理](#) · [波尔查诺-魏尔斯特拉斯定理](#) · [斯托尔兹-切萨罗定理](#) · [上极限和下极限](#) · [函數極限](#) · [渐近线](#) · [邻域](#) · [连续](#) · [連續函數](#) · [不连续点](#) · [狄利克雷函数](#) · [稠密集](#) · [一致连续](#) · [紧集](#) · [海涅-博雷尔定理](#) · [支撑集](#) · [欧几里得空间](#) · [点积](#) · [外积](#) · [三重积](#) · [拉格朗日恒等式](#) · [等价范数](#) · [坐標系](#) · [多元函数](#) · [凸集](#) · [巴拿赫不动点定理](#) · [级数](#) · [收敛级数](#) · [几何级数](#) · [调和级数](#) · [項測試](#) · [格兰迪级数](#) · [收敛半径](#) · [审敛法](#) · [柯西乘积](#) · [黎曼级数重排定理](#) · [函数项级数](#) · [一致收斂](#) · [迪尼定理](#)

數列與級數

連續

函數

一元微分

[差分](#) · [均差](#) · [微分](#) · [微分的线性](#) · [导数](#)（[流数法](#) · [二阶导数](#) · [光滑函数](#) · [高阶微分](#) · [莱布尼兹记号](#) · [幽灵似的消失量](#)） · [介值定理](#) · [中值定理](#)（[罗尔定理](#) · [拉格朗日中值定理](#) · [柯西中值定理](#)） · [泰勒公式](#) · [求导法则](#)（[乘积法则](#) · [广义莱布尼茨定则](#) · [除法定则](#) · [倒数定则](#) · [链式法则](#)） · [洛必达法则](#) · [反函数的微分](#) · [Faà di Bruno公式](#) · [对数微分法](#) · [导数列表](#) · [导数的函数应用](#)（[单调性](#) · [切线](#) · [极值](#) · [驻点](#) · [拐点](#) · [求导检测](#) · [凸函數](#) · [凹函數](#) · [簡森不等式](#) · [曲线的曲率](#) · [埃尔米特插值](#)） · [达布定理](#) · [魏尔施特拉斯函数](#)

一元积分

积分表

定义

[不定积分](#) · [定积分](#) · [黎曼积分](#) · [达布积分](#) · [勒贝格积分](#) · [积分的线性](#)
[求积分的技巧](#)（[换元积分法](#) · [三角换元法](#) · [分部积分法](#) · [部分分式积分法](#) · [降次积分法](#)） [微元法](#) · [积分第一中值定理](#) · [积分第二中值定理](#) · **[微积分基本定理](#)** · [反常積分](#) · [柯西主值](#) · [積分函數](#)（[B函数](#) · [Γ函数](#) · [古德曼函数](#) · [椭圆积分](#)） · [數值積分](#)（[矩形法](#) · [梯形公式](#) · [辛普森積分法](#) · [牛顿-寇次公式](#)） · [积分判别法](#) · [傅里叶级数](#)（[狄利克雷定理](#) · [周期延拓](#)） · [魏尔施特拉斯逼近定理](#) · [帕塞瓦尔定理](#) · [刘维尔定理](#)

多元微积分

[偏导数](#) · [隐函数](#) · [全微分](#)（[微分的形式不变性](#)） · [二阶导数的对称性](#) · [全微分](#) · [方向導數](#) · [标量场](#) · [向量場](#) · [梯度](#)（[Nabla算子](#)） · [多元泰勒公式](#) · [拉格朗日乘数](#) · [黑塞矩陣](#) · [鞍點](#) · [多重积分](#)（[逐次积分](#) · [积分顺序](#)） · [积分估值定理](#) · [旋转体](#) · [帕普斯-古尔丁中心化旋转定理](#) · [祖暅-卡瓦列里原理](#) · [托里拆利小号](#) · [雅可比矩阵](#) · [广义多重积分](#)（[高斯积分](#)） · [若尔当曲线](#) · [曲线积分](#) · [曲面积分](#)（[施瓦茨的靴](#)） · [散度](#) · [旋度](#) · [通量](#) · [可定向性](#) · **[格林公式](#)** · **[高斯散度定理](#)** · **[斯托克斯定理](#)**及其外微分形式 · [若尔当测度](#) · [隐函数定理](#) · [皮亚诺-希尔伯特曲线](#) · [积分变换](#) · [卷积定理](#) · [积分符号内取微分](#)（[莱布尼茨积分定则](#)） · [多变量原函数的存在性](#)（[全微分方程](#)） · [外微分的映射原像存在性](#)（[恰当形式](#)） · [向量值函数](#) · [向量空间内的导数推广](#)（[加托导数](#) · [弗雷歇导数](#) · [矩阵的微积分](#)） · [弱微分](#)

微分方程

常微分方程 · 柯西-利普希茨定理 · 皮亚诺存在性定理 · 分离变数法 · 级数展开法 · 积分因子 · 拉普拉斯算子 · 欧拉方法 · 柯西-欧拉方程 · 伯努利微分方程 · 克莱罗方程 · 全微分方程 · 线性微分方程 · 叠加原理 · 特徵方程式 · 朗斯基行列式 · 微分算子法 · 差分方程 · 拉普拉斯变换 · 偏微分方程 (拉普拉斯方程 · 泊松方程) · 施图姆-刘维尔理论 · N体问题 · 积分方程
<div> <div>相关数学家</div> <div> 牛顿 · 莱布尼兹 · 柯西 · 魏尔斯特拉斯 · 黎曼 · 拉格朗日 · 欧拉 · 帕斯卡 · 海涅 · 巴罗 · 波尔查诺 · 狄利克雷 · 格林 · 斯托克斯 · 若尔当 · 达布 · 傅里叶 · 拉普拉斯 · 雅各布·伯努利 · 約翰·白努利 · 阿达马 · 麦克劳林 · 迪尼 · 沃利斯 · 费马 · 达朗贝尔 · 黑维塞 · 吉布斯 · 奥斯特罗格拉德斯基 · 刘维尔 · 棣莫弗 · 格雷果里 · 玛达瓦 · 婆什迦羅第二 · 阿涅西 · 阿基米德 </div> </div>
<div> <div>历史名作</div> <div> 从无穷小量分析来理解曲线 · 分析学教程 · 无穷小分析引论 · 用无穷级数做数学分析 · 流形上的微积分 · 微积分学教程 · 纯数学教程 · 机械原理方法论 </div> </div>
<div> <div>分支学科</div> <div> 实变函数论 · 複分析 · 傅里叶分析 · 变分法 · 特殊函数 · 动力系统 · 微分几何 · 微分代数 · 向量分析 · 分数微积分 · 玛里亚温微积分 · 随机分析 · 最优化 · 非标准分析 </div> </div>

由于列表比较长，**积分表**被分为以下几个部分：

- [有理函数积分表](#)
- [无理函数积分表](#)
- [指数函数积分表](#)
- [对数函数积分表](#)
- [高斯函数积分表](#)
- [三角函数积分表](#)
- [反三角函数积分表](#)
- [双曲函数积分表](#)
- [反双曲函数积分表](#)

含有 $ax + b$ 的积分

$$\int (ax + b)^n dx = \frac{(ax + b)^{n+1}}{a(n + 1)} + C$$

$$\int \frac{1}{ax + b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax + b| + C$$

$$\int \frac{x}{ax + b} dx = \frac{1}{a^2} (ax + b - b \ln|ax + b|) + C$$

$$\int \frac{x^2}{ax + b} dx = \frac{1}{2a^3} [(ax + b)^2 - 4b(ax + b) + 2b^2 \ln|ax + b|] + C$$

$$\int \frac{1}{x(ax + b)} dx = -\frac{1}{b} \ln \left| \frac{ax + b}{x} \right| + C$$

$$\int \frac{1}{x^2(ax+b)}dx = \frac{a}{b^2} \ln \left| \frac{ax+b}{x} \right| - \frac{1}{bx} + C$$

含有 $\sqrt{a+bx}$ 的积分

$$\int x\sqrt{a+bx}dx = \frac{2}{15b^2}(3bx-2a)(a+bx)^{\frac{3}{2}} + C$$

$$\int x^2\sqrt{a+bx}dx = \frac{2}{105b^3}(15b^2x^2-12abx+8a^2)(a+bx)^{\frac{3}{2}} + C$$

$$\int x^n\sqrt{a+bx}dx = \frac{2}{b(2n+3)}x^n(a+bx)^{\frac{3}{2}} - \frac{2na}{b(2n+3)} \int x^{n-1}\sqrt{a+bx}dx$$

$$\int \frac{\sqrt{a+bx}}{x}dx = 2\sqrt{a+bx} + a \int \frac{1}{x\sqrt{a+bx}}dx$$

$$\int \frac{\sqrt{a+bx}}{x^n}dx = \frac{-1}{a(n-1)} \frac{(a+bx)^{\frac{3}{2}}}{x^{n-1}} - \frac{(2n-5)b}{2a(n-1)} \int \frac{\sqrt{a+bx}}{x^{n-1}}dx, n \neq 1$$

$$\int \frac{1}{x\sqrt{a+bx}}dx = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln \left(\frac{\sqrt{a+bx} - \sqrt{a}}{\sqrt{a+bx} + \sqrt{a}} \right) + C, a > 0$$

$$= \frac{2}{\sqrt{-a}} \arctan \sqrt{\frac{a+bx}{-a}} + C, a < 0$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{a+bx}}dx = \frac{2(a+bx)^{\frac{3}{2}}}{3b^2} - \frac{(2a)\sqrt{a+bx}}{b^2}$$

$$\int \frac{1}{x^n\sqrt{a+bx}}dx = \frac{-1}{a(n-1)} \frac{\sqrt{a+bx}}{x^{n-1}} - \frac{(2n-3)b}{2a(n-1)} \int \frac{1}{x^{n-1}\sqrt{a+bx}}dx, n \neq 1$$

含有 $x^2 \pm \alpha^2$ 的积分

$$\int \frac{1}{x^2 + \alpha^2}dx = \frac{\arctan \frac{x}{\alpha}}{\alpha} + C$$

$$\int \frac{1}{\pm x^2 \mp \alpha^2} dx = \frac{\ln\left(\frac{x \mp \alpha}{\pm x + \alpha}\right)}{2\alpha} + C$$

含有 $ax^2 + b$ 的积分

$$\int \frac{1}{ax^2 + b} dx = \frac{1}{\sqrt{ab}} \arctan \frac{\sqrt{a}x}{\sqrt{b}} + C$$

含有 $ax^2 + bx + c$ 的积分

$$\int (ax^2 + bx + c) dx = \frac{ax^3}{3} + \frac{bx^2}{2} + cx + C$$

含有 $\sqrt{a^2 + x^2}$ ($a > 0$) 的积分

$$\int \sqrt{a^2 + x^2} dx = \frac{1}{2}x\sqrt{a^2 + x^2} + \frac{1}{2}a^2 \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2}) + C$$

$$\int x^2 \sqrt{a^2 + x^2} dx = \frac{1}{8}x(a^2 + 2x^2)\sqrt{a^2 + x^2} - \frac{1}{8}a^4 \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2}) + C$$

$$\int \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{x} dx = \sqrt{a^2 + x^2} - a \ln\left(\frac{a + \sqrt{a^2 + x^2}}{x}\right) + C$$

$$\int \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{x^2} dx = \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2}) - \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{x} + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 + x^2}} dx = \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2}) + C$$

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{a^2 + x^2}} dx = \frac{1}{2}x\sqrt{a^2 + x^2} - \frac{1}{2}a^2 \ln(\sqrt{a^2 + x^2} + x) + C$$

$$\int \frac{1}{x\sqrt{a^2 + x^2}} dx = \frac{1}{a} \ln\left(\frac{x}{a + \sqrt{a^2 + x^2}}\right) + C$$

$$\int \frac{1}{x^2 \sqrt{a^2 + x^2}} dx = -\frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{a^2 x} + C$$

含有 $\sqrt{x^2 - a^2}$ ($x^2 > a^2$) 的积分

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx = \ln|x + \sqrt{x^2 - a^2}| + C$$

含有 $\sqrt{a^2 - x^2}$ ($a^2 > x^2$) 的积分

$$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2}x\sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{a} + C = -\arccos \frac{x}{a} + C$$

$$\int x^2 \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{8} x(2x^2 - a^2) \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{1}{8} a^4 \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$\int \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x} dx = \sqrt{a^2 - x^2} - a \ln \left(\frac{a + \sqrt{a^2 - x^2}}{x} \right) + C$$

$$\int \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x^2} dx = -\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x} - \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$\int \frac{1}{x \sqrt{a^2 - x^2}} dx = -\frac{1}{a} \ln \left(\frac{a + \sqrt{a^2 - x^2}}{x} \right) + C$$

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = -\frac{1}{2} x \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{1}{2} a^2 \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$\int \frac{1}{x^2 \sqrt{a^2 - x^2}} dx = -\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a^2 x} + C$$

含有 $R = \sqrt{|a|x^2 + bx + c}$ ($a \neq 0$) 的积分

$$\int \frac{dx}{R} = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln(2\sqrt{a}R + 2ax + b) \quad (\text{for } a > 0)$$

$$\int \frac{dx}{R} = \frac{1}{\sqrt{a}} \operatorname{arsinh} \frac{2ax + b}{\sqrt{4ac - b^2}} \quad (\text{for } a > 0, 4ac - b^2 > 0)$$

$$\int \frac{dx}{R} = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln |2ax + b| \quad (\text{for } a > 0, 4ac - b^2 = 0)$$

$$\int \frac{dx}{R} = -\frac{1}{\sqrt{-a}} \arcsin \frac{2ax + b}{\sqrt{b^2 - 4ac}} \quad (\text{for } a < 0, 4ac - b^2 < 0, (2ax + b) < \sqrt{b^2 - 4ac})$$

$$\int \frac{dx}{R^3} = \frac{4ax + 2b}{(4ac - b^2)R}$$

$$\int \frac{dx}{R^5} = \frac{4ax + 2b}{3(4ac - b^2)R} \left(\frac{1}{R^2} + \frac{8a}{4ac - b^2} \right)$$

$$\int \frac{dx}{R^{2n+1}} = \frac{2}{(2n-1)(4ac - b^2)} \left[\frac{2ax + b}{R^{2n-1}} + 4a(n-1) \int \frac{dx}{R^{2n-1}} \right]$$

$$\int \frac{x}{R} dx = \frac{R}{a} - \frac{b}{2a} \int \frac{dx}{R}$$

$$\int \frac{x}{R^3} dx = -\frac{2bx + 4c}{(4ac - b^2)R}$$

$$\int \frac{x}{R^{2n+1}} dx = -\frac{1}{(2n-1)aR^{2n-1}} - \frac{b}{2a} \int \frac{dx}{R^{2n+1}}$$

$$\int \frac{dx}{xR} = -\frac{1}{\sqrt{c}} \ln \left(\frac{2\sqrt{c}R + bx + 2c}{x} \right)$$

$$\int \frac{dx}{xR} = -\frac{1}{\sqrt{c}} \operatorname{arsinh} \left(\frac{bx+2c}{|x|\sqrt{4ac-b^2}} \right)$$

含有三角函数的积分

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \sec^2 x dx = \tan x + C$$

$$\int \csc^2 x dx = -\cot x + C$$

$$\int \sec x \tan x dx = \sec x + C$$

$$\int \csc x \cot x dx = -\csc x + C$$

$$\int \tan x dx = -\ln |\cos x| + C = \ln |\sec x| + C$$

$$\int \cot x dx = \ln |\sin x| + C$$

$$\int \sec x dx = \ln |\sec x + \tan x| + C$$

$$\int \csc x dx = \ln |\csc x - \cot x| + C = \ln \left| \frac{\tan x - \sin x}{\sin x \tan x} \right| + C$$

$$\int \sin^n x dx = -\frac{1}{n} \sin^{n-1} x \cos x + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x dx + C \quad \forall n \geq 2$$

$$\int \sin^2 x dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C$$

$$\int \cos^n x dx = \frac{1}{n} \cos^{n-1} x \sin x + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} x dx + C \quad \forall n \geq 2$$

$$\int \cos^2 x dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C$$

$$\int \tan^n x dx = \frac{1}{n-1} \tan^{n-1} x - \int \tan^{n-2} x dx + C \quad \forall n \geq 2$$

$$\int \tan^2 x dx = \tan x - x + C$$

$$\int \cot^n x dx = -\frac{1}{n-1} \cot^{n-1} x - \int \cot^{n-2} x dx + C \quad \forall n \geq 2$$

$$\int \cot^2 x dx = -\cot x - x + C$$

$$\int \sec^n x dx = \frac{1}{n-1} \sec^{n-2} x \tan x + \frac{n-2}{n-1} \int \sec^{n-2} x dx + C \quad \forall n \geq 2$$

$$\int \csc^n x dx = -\frac{1}{n-1} \csc^{n-2} x \cot x + \frac{n-2}{n-1} \int \csc^{n-2} x dx + C \quad \forall n \geq 2$$

含有反三角函数的积分

$$\int \arcsin x dx = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + C$$

$$\int \arccos x dx = x \arccos x - \sqrt{1-x^2} + C$$

$$\int \arctan x dx = x \arctan x - \frac{1}{2} \ln |1+x^2| + C$$

$$\int \operatorname{arccot} x dx = x \operatorname{arccot} x + \frac{1}{2} \ln |1+x^2| + C$$

$$\int \operatorname{arcsec} x dx = x \operatorname{arcsec} x - \operatorname{sgn}(x) \ln |x + \sqrt{x^2-1}| + C = x \operatorname{arcsec} x + \operatorname{sgn}(x) \ln |x - \sqrt{x^2-1}| + C$$

$$\int \operatorname{arccsc} x dx = x \operatorname{arccsc} x + \operatorname{sgn}(x) \ln |x + \sqrt{x^2-1}| + C = x \operatorname{arccsc} x - \operatorname{sgn}(x) \ln |x - \sqrt{x^2-1}| + C$$

含有指数函数的积分

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int x e^{ax} dx = \frac{1}{a^2} (ax-1) e^{ax} + C$$

$$\int x^n e^{ax} dx = \frac{1}{a} x^n e^{ax} - \frac{n}{a} \int x^{n-1} e^{ax} dx$$

$$\int e^{ax} \sin bx dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2} (a \sin bx - b \cos bx) + C$$

$$\int e^{ax} \cos bx dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2} (a \cos bx + b \sin bx) + C$$

含有对数函数的积分

$$\int \ln x dx = x \ln x - x + C$$

$$\int \log_a x dx = \frac{1}{\ln a} (x \ln x - x) + C$$

$$\int x^n \ln x dx = \frac{x^{n+1}}{(n+1)^2} [(n+1) \ln x - 1] + C$$

$$\int \frac{1}{x \ln x} dx = \ln(\ln x) + C$$

含有双曲函数的积分

$$\int \sinh x dx = \cosh x + C$$

$$\int \cosh x dx = \sinh x + C$$

$$\int \tanh x dx = \ln(\cosh x) + C$$

$$\int \coth x dx = \ln|\sinh x| + C$$

$$\int \operatorname{sech} x dx = \arcsin(\tanh x) + C = \arctan(\sinh x) + C$$

$$\int \operatorname{csch} x dx = \ln\left|\tanh \frac{x}{2}\right| + C$$

定積分

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x dx = \begin{cases} \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \cdot \dots \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}, & \text{if } n > 1 \text{ 且 } n \text{ 為奇數} \\ \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-3}{n-2} \cdot \dots \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2}, & \text{if } n > 0 \text{ 且 } n \text{ 為偶數} \end{cases} \quad [1]$$

1. 这是沃利斯公式的一个情形，详见[沃利斯乘积](#)

取自“<https://zh.wikipedia.org/w/index.php?title=积分表&oldid=77007428>”

■