

Danzh

ACMer,目前正在恶补数学~ 下面是我的OJ账号,欢迎访问~

洛谷

Virtual judge

另外,我是从csdn刚刚搬过来的,所以 这里博客很少~有兴趣可以看看我的csd n博客~

danzh-csdn

danzh喜欢指弹,下面是一些平常爱听的曲子

_

Way - 岸部眞明

00:00 / 02:54 🕩 🗏

1	Way	岸部眞明
2	奇迹の山	岸部眞明
3	Time travel	岸部眞明
4	中川イサト	東方美人
5	E调卡农	大伟
6	忆	陈亮
7	china funk	陈亮
8	枫桥夜泊	陈亮

昵称: danzh 园龄: 5年3个月 粉丝: 1 关注: 0

搜索

+加关注

找找看

EN-de	- 1000	レカト	<u> </u>
		5 4	125

a.杜教筛(4)

a.莫比乌斯反演(6)

a.欧拉定理(2)

a.欧拉函数(3)

a.容斥原理(1)

a.数论——奇奇怪怪的数论结论(1)

数论公式总结

@

目录

- 0 1.中间式子&常用技巧
 - <u>2.</u>gcd
 - o <u>3.</u>d
 - 0 4.1
 - 5.φ
 - o <u>6.</u>σ
 - · 7.因子相关
 - 8.一些求和
- 更新中。
- 我的csdn和博客园是同步的,欢迎来访<u>danzh-博客园</u>~ 欢迎关注~

1.中间或子&常用核巧

$$[n==1]=\sum_{d|n}\mu(d)$$

这个式子用来替换条件式, 从而降低复杂度

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{[rac{n}{i}]} f(i) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{[rac{n}{i}]} f(j)$$

被加数可以任意以i或j作为索引

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{\left[\frac{n}{i}\right]} f(ij) * g(i) * h(j) = \sum_{k=1}^{n} f(k) * \sum_{d \mid k} g([\frac{k}{d}]) h(d)$$

 $\Diamond k=ij$,然后枚举k。这里的i可以不从1枚举到n,可以是任意数,前提是保证后面的d和i性质一样(比如i是[1,n]范围内的质数,那么dk且d是质数),且计算时保证关于i的函数和关于d的函数是同一性质(还是刚才的例子,式子左边是g(i),右边以d作为自变量的也应该是g而不应该是h,但如果i是顺序从1枚举到n则没有这个限制)

$$gcd(i,j) = \sum_{d|i lackbox{1}{d} d|j} \phi(d)$$

可以用这个式子去反演更简单

2.gcd

$$\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^n[gcd(i,j)==x]=2*pre\phi([\frac{n}{x}])-1$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m [gcd(i,j) == x] = \sum_{d=1}^{\left \lfloor \frac{n}{x} \right \rfloor} \left(\mu(d) * \left \lfloor \frac{n}{dx} \right \rfloor * \left \lfloor \frac{m}{dx} \right \rfloor \right)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n gcd(i,j) = \sum_{d=1}^n \left(2d*pre\phi[rac{n}{x}] - d
ight)$$

数论公式总结 - danzh - 博客员

a.数论——推式子(2)

a.数论——线性筛(1)

a.数论——约数相关问题(2)

a.数论——质因数分解(1)

a.数学——数学结论(1)

a.水颢(5)

a.总结(1)

b.hzwer分块入门(9)

更多

随笔档案

2019年9月(3)

2019年8月(43)

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} gcd(i,j) = \sum_{x=1}^{n} \left(x * \sum_{d=1}^{\left \lfloor \frac{x}{x} \right \rfloor} \left(\mu(d) * \left \lfloor \frac{n}{dx} \right \rfloor * \left \lfloor \frac{m}{dx} \right \rfloor \right) \right)$$

$$\prod_{i=1}^{n} \prod_{j=1}^{n} \frac{lcm(i,j)}{gcd(i,j)} = \prod_{i=1}^{n} \prod_{j=1}^{n} \frac{ij}{gcd(i,j)^{2}} = (n!)^{2n} * \left(\prod_{x=1}^{n} x^{2pre\phi(\left \lfloor \frac{n}{x} \right \rfloor) - 1} \right)^{-2}$$

可能需要欧拉定理,注意乘法逆元的使用

$$gcd(x^a-y^a,x^b-y^b)=x^{gcd(a,b)-y^{gcd(a,b)}}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{i}i[gcd(i,j)=1]=\sum_{i=1}^{n}i\sum_{j=1}^{i}[gcd(i,j)=1]=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{i}i\phi(i)$$

这个直接用欧拉函数就好了

$$\sum_{i=1}^n i[gcd(i,n)=1]=rac{[n=1]+n\phi(n)}{2}$$

1—n中与n互质的数的个数显然是 $\phi(n)$,而这里需要求的不是个数而是求这些数的和。推导如下: 先把条件式[gcd(i,n)==1]反演一下:

$$\sum_{i=1}^n i \sum_{d|gcd(i,n)} \mu(d) = \sum_{i=1}^n i \sum_{d|i \boxplus d|n} \mu(d)$$

然后改为枚举d

$$\sum_{d=1}^n \mu(d) \sum_{i=1}^n i[d|i \, \boxplus d|n] = \sum_{d=1}^n \mu(d) \sum_{i=1}^{\frac{n}{d}} id[d|n] = \sum_{d|n} \mu(d) d \sum_{i=1}^{\frac{n}{d}} i$$

然后等差数列求一下和:

$$\sum_{d|n} \mu(d)d \frac{\left(1 + \frac{n}{d}\right) * \frac{n}{d}}{2}$$

由于dln,所以 $\frac{n}{d}$ 就是整数,所以 $d*[\frac{n}{d}]=n$,所以

$$\sum_{d|n} \mu(d) \frac{(1+\frac{n}{d})n}{2} = \frac{n}{2} \sum_{d|n} \mu(d) (1+\frac{n}{d}) = \frac{n}{2} \left(\sum_{d|n} \mu(d) + \sum_{d|n} \frac{\mu(d)n}{d} \right)$$

注意到欧拉函数和莫比乌斯函数的关系: $\sum_{n|d} rac{\mu(d)}{d} = rac{\phi(n)}{n}$ 带入上式:

$$rac{n}{2}\left(\sum_{d|n}\mu(d) + n*rac{\phi(n)}{n}
ight) = rac{n}{2}([n==1] + \phi(n)) = rac{[n==1] + n\phi(n)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{i=1}^{i}j[gcd(i,j)=1]=rac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}i\phi(i)+rac{[n>=1]}{2}$$

推导: 用上面的就行了

3.1

$$d(i*j) = \sum_{x|i} \sum_{y|j} [gcd(x,y) == 1]$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m d(i*j) = \sum_{d=1}^n \left(\mu(d)*pred([\frac{n}{d}])*pred([\frac{m}{d}]) \right)$$

44.00

$$\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^{[rac{m}{i}]}ij\mu(i)=1$$

$$\sum_{d|n} \frac{\mu(d)}{d} = \frac{\phi(n)}{n}$$

5.0

$$\sum_{d|n} rac{\mu(d)}{d} = rac{\phi(n)}{n}$$

$$\sum_{d|n}\phi(d)=n$$

6.0

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sigma(gcd(i,j)) = \sum_{x=1}^n \sigma(x) \sum_{d=1}^{\left[\frac{n}{x}\right]} \left(\mu(d) * \left[\frac{n}{dx}\right] * \left[\frac{m}{dx}\right]\right)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sigma(gcd(i,j)) * [\sigma(gcd(i,j)) <= a] = \sum_{k=1}^n [\frac{n}{k}] [\frac{m}{k}] g(k), \\ \sharp \Pr g(k) = \sum_{d|k} \sigma(d) * [\sigma(d) <= a] = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma(gcd(i,j)) * [\sigma(gcd(i,j)) <= a] = \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma(gcd(i,j)) * [\sigma(gcd(i,j)) <= a] = \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma(gcd(i,j)) * [\sigma(gcd(i,j)) <= a] = \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma(gcd(i,j)) * [\sigma(gcd(i,j)) <= a] = \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma(gcd(i,j)) * [\sigma(gcd(i,j)) <= a] = \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma(gcd(i,j)) * [\sigma(gcd(i,j)) <= a] = \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma(gcd(i,j)) * [\sigma(gcd(i,j)) <= a] = \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma(gcd(i,j)) * [\sigma(gcd(i,j)) <= a] = \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma(gcd(i,j)) * [\sigma(gcd(i,j)) <= a] = \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma(gcd(i,j)) * [\sigma(gcd(i,j)) <= a] = \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma(gcd(i,j)) * [\sigma(gcd(i,j)) <= a] = \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma(gcd(i,j)) * [\sigma(gcd(i,j)) <= a] = \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma(gcd(i,j)) * [\sigma(gcd(i,j)) <= a] = \sum_{j=1}^n \sum_{j=1}^n$$

这里分块,然后g(k)的区间和用线段树维护,每次a修改,用线段树给g(k)修改

7.因子相关

$$f(x) = \sum_{i=1}^{[sqrt(x)]} \mu(i) * [rac{x}{i^2}]$$

[1,x]范围内所有数不含平方因子的数的数量

3.一些求初

$$\sum_{i=1}^n i^3 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n ij = \left(rac{n(n+1)}{2}
ight)^2$$

$$\sum_{i=1}^n i^2 = rac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

上面这两个是伯努利多项式,暂时还没学

更新中...

分类: <u>a.总结</u>

关注我

粉丝 – 1 关注 – 0

0

« 上一篇: 洛谷P1390 公约数的和 欧拉函数+容斥+线性筛

» 下一篇: <u>洛谷P3455 [POI2007]ZAP-Queries 莫比乌斯反演+整除分块</u>

posted @ 2019-08-03 22:55 danzh 阅读(793) 评论(0) 编辑 收藏 举报

刷新页面 返回顶部

登录后才能查看或发表评论,立即 登录 或者 逛逛 博客园首页

编辑推荐:

- ·.NET云原生应用实践(五):使用Blazor WebAssembly实现前端页面
- ·深入解析C#异步编程: await 关键字背后的实现原理
- ·管中窥豹----.NET Core到.NET 8 托管堆的变迁
- ·.NET云原生应用实践(四):基于Keycloak的认证与授权
- · C# 13(.Net 9) 中的新特性 半自动属性