

COURS NO4

Chapitres 1, 2, 3 ÉI

- Le taux d'intérêt , l'intérêt simple et l'intérêt composé
- Différents facteurs : F/P , P/F , P/A , A/P , F/A , A/F
- Gradients arithmétiques et géométriques
- L'utilisation des tables d'intérêts
- Représentation des flux monétaires : diagrammes

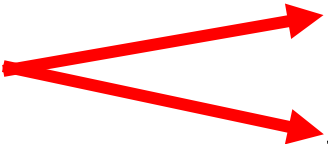
Contenu

- Notion d'intérêt
 - Signification, notation et convention
 - Simple et composé
- Équivalence
- Déplacement de \$ dans le temps par :
 - Montant unique
 - Annuité
 - Gradient linéaire
 - Gradient géométrique
 - Flux monétaire composé
- TRAM
- Séries décalées

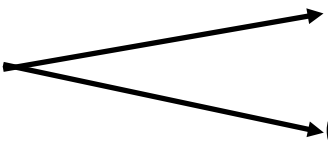
L'intérêt et la valeur de l'argent

DÉFINITION:

Somme versée pour utiliser les services d'un capital monétaire pendant un certain temps (*loyer de l'argent*)

Intérêt =  Coût pour l'emprunteur
Source de revenu pour le prêteur

Deux catégories principales d'intérêts

Intérêt =  Simple
Composé

Notation dans les transactions impliquant l'intérêt

- **P** = montant présent
- **F** = montant dans le futur
- **A** = série de montants égaux (annuités) (fin de période)
- **G** = Gradient arithmétique
- **g** = gradient géométrique
- **n** = nombre de périodes d'intérêt
- **i** = taux d'intérêt ou de rendement par période
- **I** = montant en \$ d'intérêt (total)

Intérêt simple

rarement utilisé, pour les particuliers

- Intérêts sont **payés** uniquement sur le **capital initial**
- Ces intérêts sont **retirés à chaque échéance**. Seul le capital est remplacé lors de la période suivant une échéance.
- Notamment utilisés dans les **financements à court terme**.

FORMULES:

Intérêts cumulés après n années: $I = P \cdot i \cdot n$

Capital + intérêts: $F = P (1 + i \cdot n)$

Exemple: $P = 1\ 000 \$$; $i = 8\%/ \text{année}$; $n = 4 \text{ ans}$.

$$I = 1\ 000 \$ \times 8 \% \times 4 = 320 \$$$

$$F = 1\ 000 \$ \times (1 + 8 \% \times 4) = 1\ 320 \$ \text{ (capital + intérêts)}$$

Intérêt composé

Les intérêts composés sont la huitième merveille du monde:

Celui qui les comprend les gagne... et celui qui ne les comprend pas les paie'.

- *Albert Einstein*

- Les intérêts **sont remplacés** avec le capital et rapportent à leur tour des intérêts.
- Les **intérêts versés** à la **date d'échéance** du prêt
- Ce mode de calcul est souvent utilisé dans les cas de **financement à long et moyen terme**.

- **FORMULE:**
$$I = P (1 + i)^n - P$$

- **Intérêt + capital:**
$$F = P (1 + i)^n$$

Exemple: $P = 1\ 000\ \$$; $i = 8\%/ann\acute{e}e$; $n = 4\ ans$.

$$F = 1\ 000\$ \times (1+8\%)^4 = 1\ 360.50\$$$

INTÉRÊT SIMPLE (I_s) v.s. INTÉRÊT COMPOSÉ (I_c)

• Intérêt simple: $I_s = Pin$

• Intérêt composé: $I_c = P(1+i)^n - P$

$$\begin{aligned}\Delta I &= I_c - I_s \\ &= [P(1+i)^n - P] - [Pin] \\ &= P [(1+i)^n - (1+in)]\end{aligned}$$

• Quand $n = 1$, $I_c = I_s$

• Quand i et n augmentent, l'écart entre I_c et I_s augmente

EXEMPLE : IMPACT DE L'INTÉRÊT

Exemple: Valeur de l'île de Manhattan

Données

En 1626

$$P = 24\$$$

$$i = 8\%$$

Valeur foncière de l'île
en 2016?

Résolution

1. **Intérêt simple** 8%:

$$F = 24\$ * (1 + 8\% * 390) = 773\$$$

$$2016 - 1626 = 390$$

2. **Intérêt composé** 8%:

$$F = 24\$ * (1 + 8\%)^{390} = 26 \times 10^{13} \$!!$$

En 1626, Peter Minuit, de la Dutch West India Company, a acheté aux Autochtones l'île de Manhattan pour 24\$. Si $i=8\%$, valeur en 2016?

Règle de 72

Objectif

Permet de connaître approximativement le nombre d'années (n) pour doubler un capital à un certain taux d'intérêt (i).

$$n = \frac{72}{i}$$

$$\text{Formule: } n = \ln(F/P) / \ln(1+i\%)$$

Exemple:

$$\begin{aligned} i &= 8 \% \\ n &= \frac{72}{8} = 9 \text{ ans} \end{aligned}$$

Ou :

$$n = \frac{\ln 2}{\ln(1+i\%)} = \frac{\ln 2}{\ln(1.08)} = 9 \text{ ans}$$

Formules d'équivalence

- Montant unique
- Annuité
- Gradient
- Flux monétaire composé (ou quelconque)

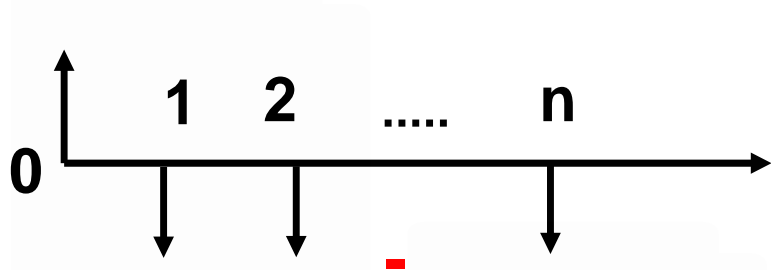
Diagramme des flux monétaires

Point de vue de l'**emprunteur** et du **prêteur**.

Emprunteur

+

Flèche en haut: recevoir argent
Flèche en bas: sortir argent

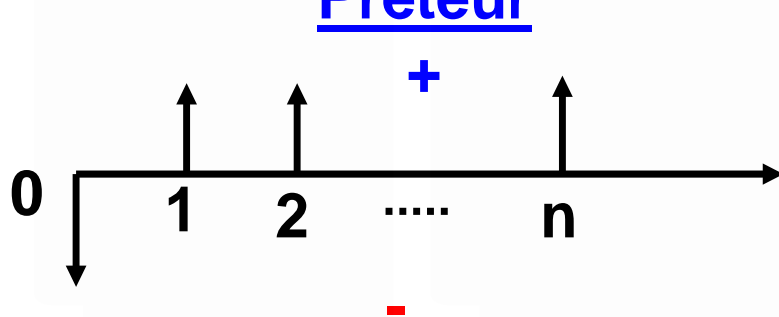


Encaissements

Décaissements

Prêteur

+



Encaissements

Décaissements

La notation universelle des facteurs d'intérêt

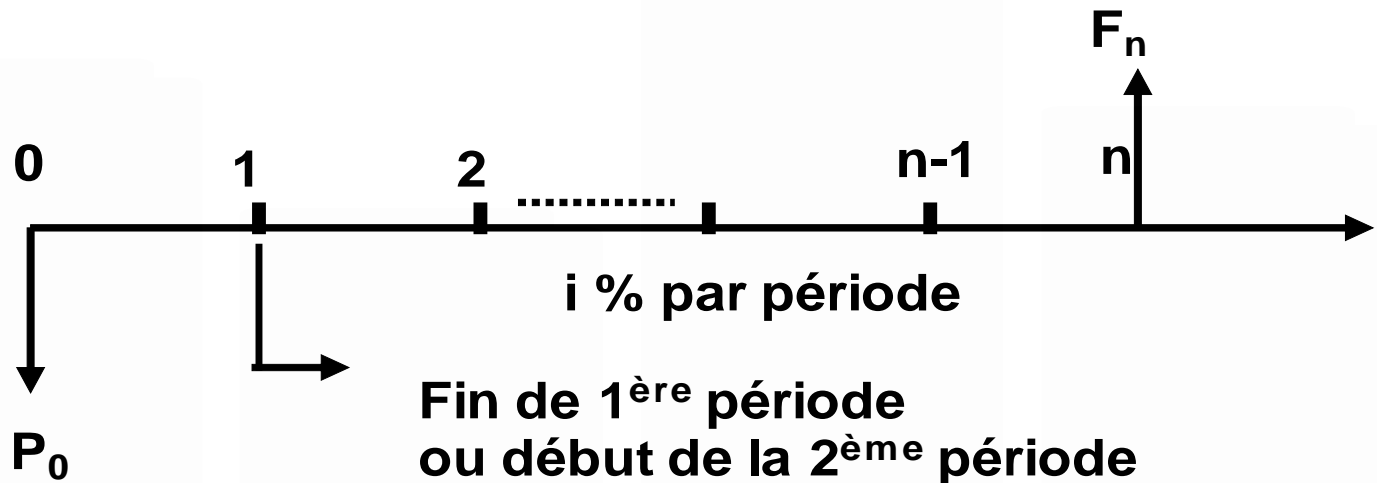
- Forme générale : $(X/Y;i;n)$

Je cherche à calculer la valeur de X connaissant Y lorsque i et n sont connus

- X représente la valeur **inconnue**.
- Y représente la valeur **connue**.
- i et n représentent **des données** qui peuvent être connues ou inconnues, selon le problème.

Formules de paiements uniques (facteurs F/P et P/F)

Diagramme des flux monétaires de base



1) $F_n = P_0(1 + i)^n \rightarrow \text{Facteur } (F/P; i; n) \rightarrow \text{Excel : } =VC(i; n; ; -P)$

2) $P_0 = F_n(1 + i)^{-n} \rightarrow \text{Facteur } (P/F; i; n) \rightarrow \text{Excel : } =VA(i; n; ; -F)$

Formules de calcul des intérêts

1) Trouver une **valeur future (F)** quand on connaît sa **valeur présente (P)**:
(montant composé) **(F/ P; i; n)**

à la fin de la 1^{ère} période: $F = P + Pi = P(1+i)$

à la fin de la 2^{ème} période: $F = (P+Pi) + (P+Pi)i$
 $= P(1+i)(1+i)$
 $= P(1+i)^2$

.....
à la fin de n^{ième} période: **$F=P(1+i)^n$** **(1)**

qu'on dénote: **$F=P(F/P; i; n)$**

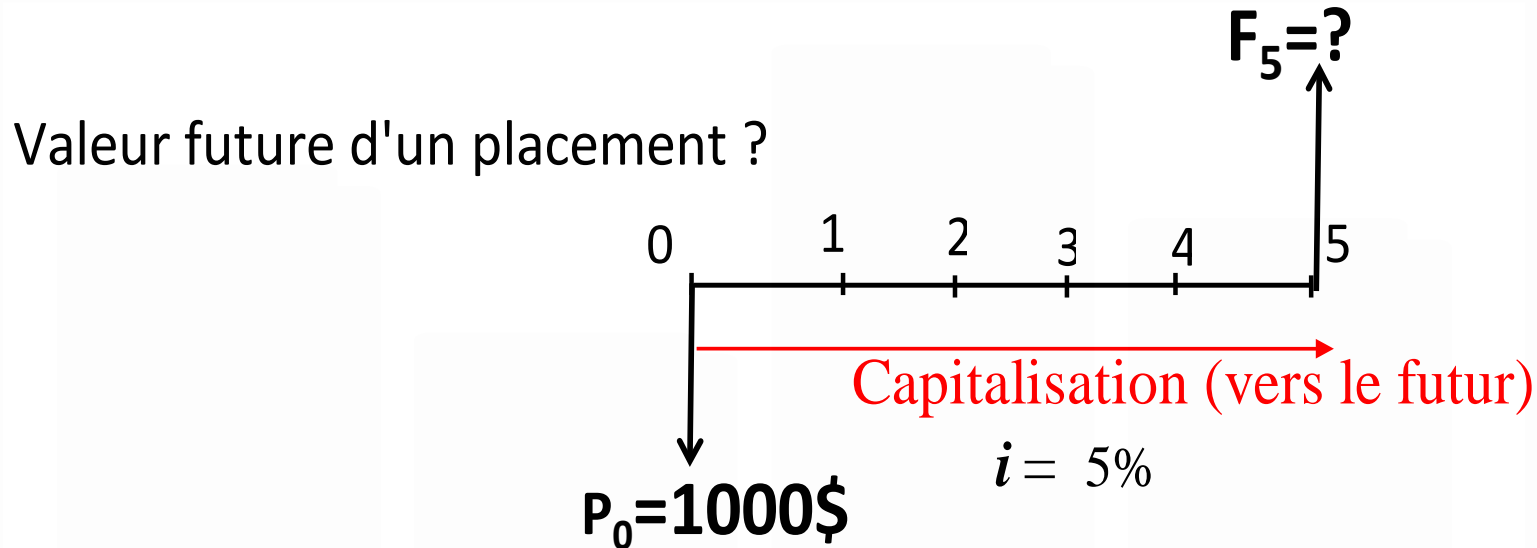
Table F/P

(F/P;i;n)= Facteur de valeur accumulée d'un
paiement unique

Excel : =VC(i;n;;-P)

EXEMPLE (F/P;*i*;n)

**1000 \$ placés à 5%/an, à taux composé pendant 5 ans.
Valeur à la fin des 5 ans (capital + intérêts) ?**



$$F_5 = 1000(1+5\%)^5 = 1000 \times 1.2763 = 1\,276 \$$$

(F/P;5%;5)

voir table sur Moodle

Ou:

$$F = P (F/P;5\%;5) = 1\,000\$ \times 1.2763 = 1\,276 \$$$

Excel: = VC(5%;5;;-1000)

Table

2) Trouver une valeur présente (**P**) quand on connaît sa valeur future (**F**) (**P/F; i; n**)

$$P = F (1 + i)^{-n} \quad (2)$$

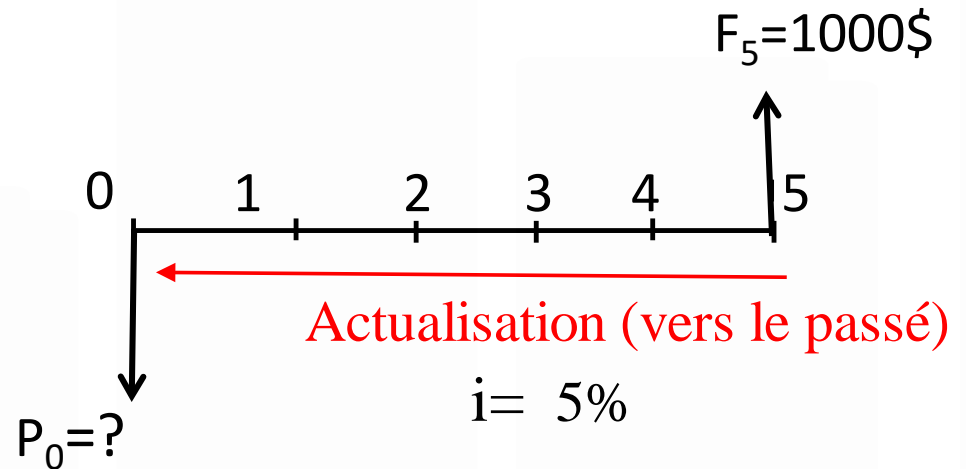
$$= F(P/F; i; n)$$

(P/F; i; n) = Facteur de la valeur présente d'un montant futur unique.

Excel : =VA(*i; n; ; -F*)

EXEMPLE: (P/F;i;n)

Montant à déposer aujourd'hui
pour accumuler un montant donné



$$P_0 = 1000(1+5\%)^{-5} =$$

$$1000 \times 0.7835 = 784 \$$$

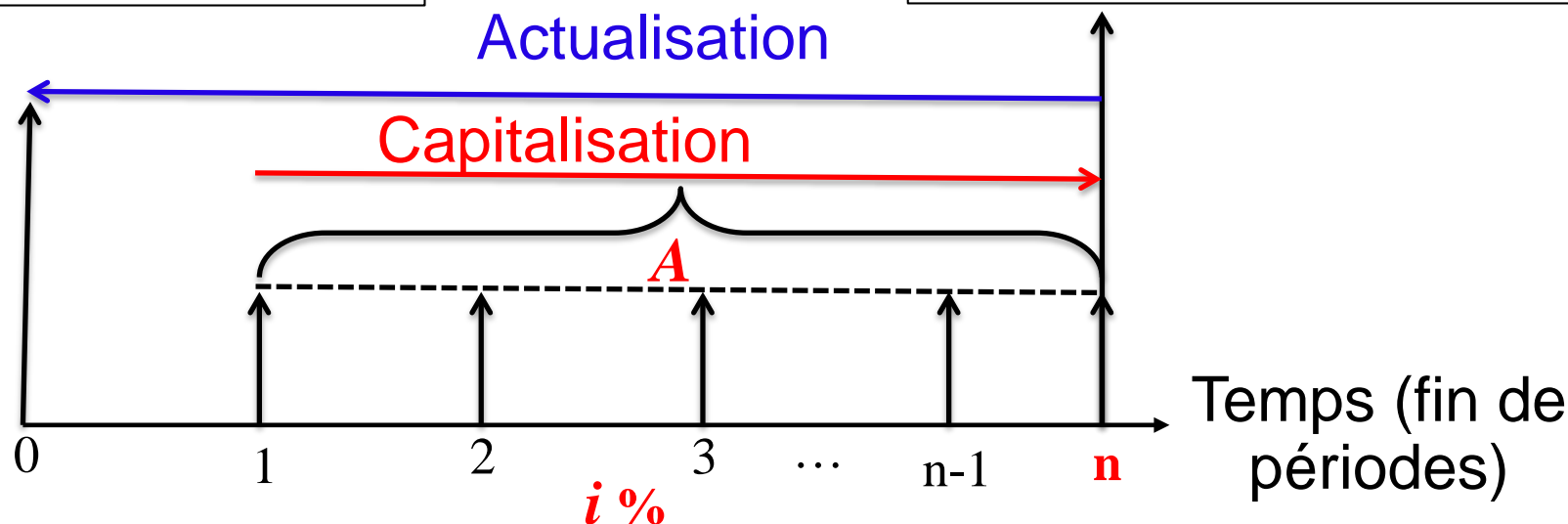
(P/F;5%;5)

Montant à placer aujourd'hui à 5% pour accumuler une somme de 1000\$ à la fin de la 5^e année ?

Les annuités: série constantes sans interruption

P_0 = Valeur actuelle

F_n = Valeur capitalisée



Requis : trouver P ou F lorsque A est connu (facteurs F/A et P/A)

Les flux monétaires sont constants, consécutifs et se produisent à la **fin** de chaque période d'intérêt.

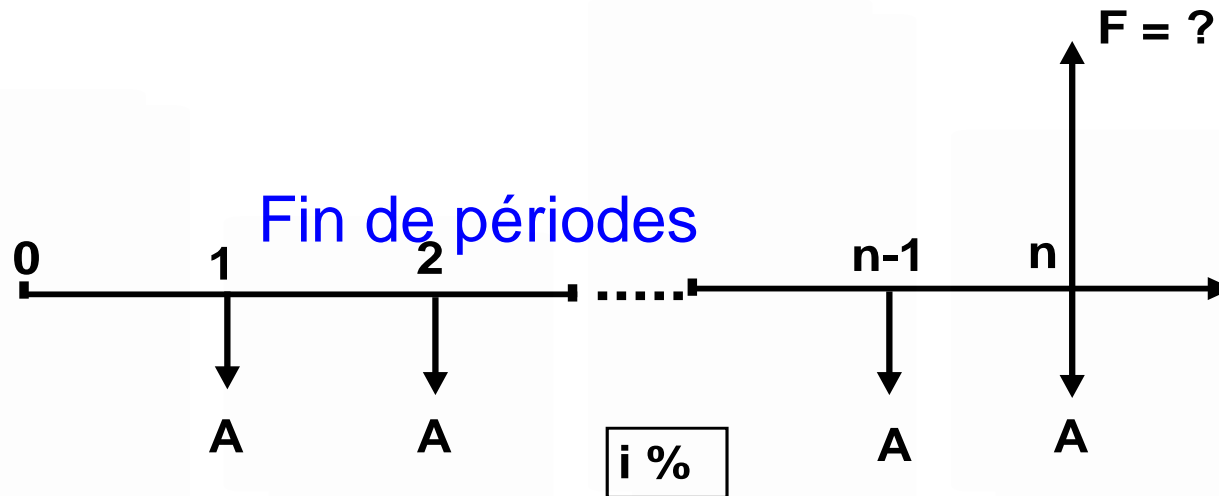
$$P_0 = A \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = A(P/A; i; n)$$

Excel : =VA($i; n; -A$)

$$F_n = A \frac{(1+i)^n - 1}{i} = A(F/A; i; n)$$

Excel : =VC($i; n; -A$)

3) Trouver une valeur finale (**F**) quand le montant de l'annuité (**A**) est connu. (Montant composé série uniforme) (**F/A; i; n**)



On peut établir la relation entre **F** et **A** comme suit:

$$F = A(1+i)^{n-1} + A(1+i)^{n-2} + A(1+i)^{n-3} + \dots + A(1+i)^2 + A(1+i)^1 + A(1+i)^0 \quad (3)$$

En multipliant les deux côtés de (3) par **(1 + i)** on aura :

$$F(1+i) = A(1+i)^n + A(1+i)^{n-1} + \dots + A(1+i)^2 + A(1+i)^1 \quad (4)$$

$$(4) - (3): \quad F(1+i-1) = A(1+i)^n - A$$

$$F i = A[(1+i)^n - 1]$$

$$\text{Donc } F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \quad (5)$$

$$= A(F/A; i; n)$$

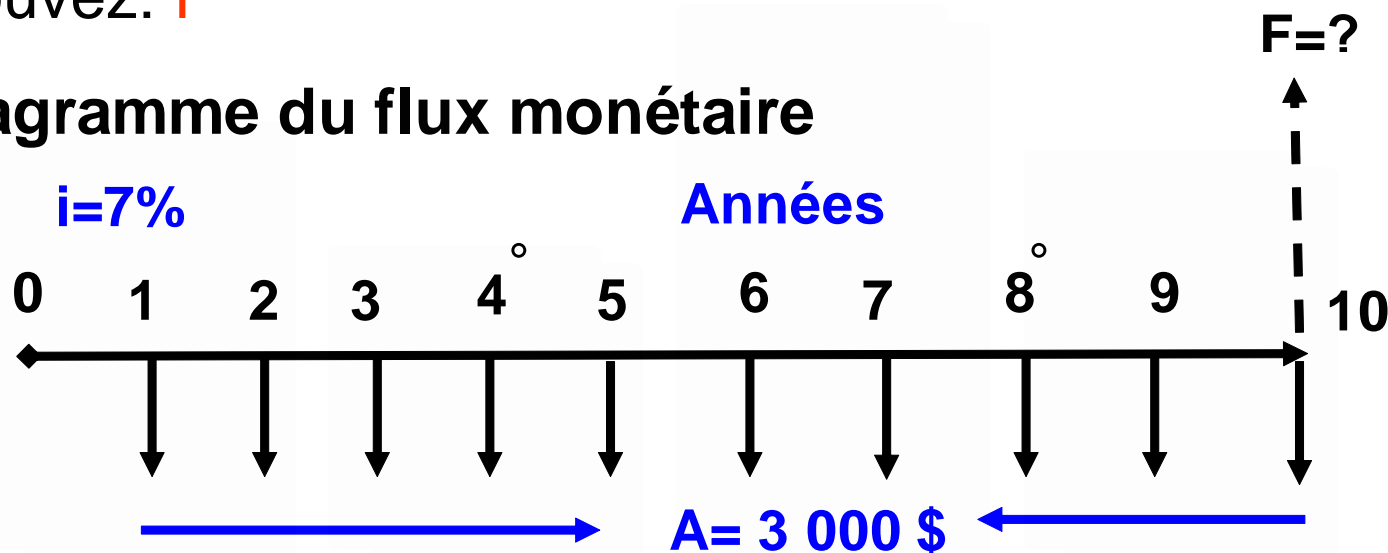
Facteur (**F/A; i; n**), Excel =VC(**i; n; -A**)

EXEMPLE (F/A;i;n)

Dépôt dans un compte d'épargne ayant un taux de rendement de 7%

- Soit: $A = 3\,000\$$, $n = 10$ années et $i = 7\%$ par année
- Trouvez: **F**

Diagramme du flux monétaire



$$\begin{aligned} F &= 3\,000\$ (F/A;7\%;10) \\ &= 3\,000\$ (13.8164) \\ &= \mathbf{41\,449.20\$} \end{aligned}$$

Table, $n=10, i=7\%$

Excel : `=VC(7%;10;-3000)`

4) Trouver la valeur présente **P quand le montant de l'annuité (**A**) est connu (Facteur d'actualisation série uniforme) (**P/A;i;n**) (Table)**

En combinant les équations 1 et 5

$$F = P(1+i)^n \quad (1) \quad F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \quad (5)$$

On obtient:

$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] = A(P/A;i;n)$$

Facteur ($P/A;i;n$)

Excel : =VA($i;n;-A$)

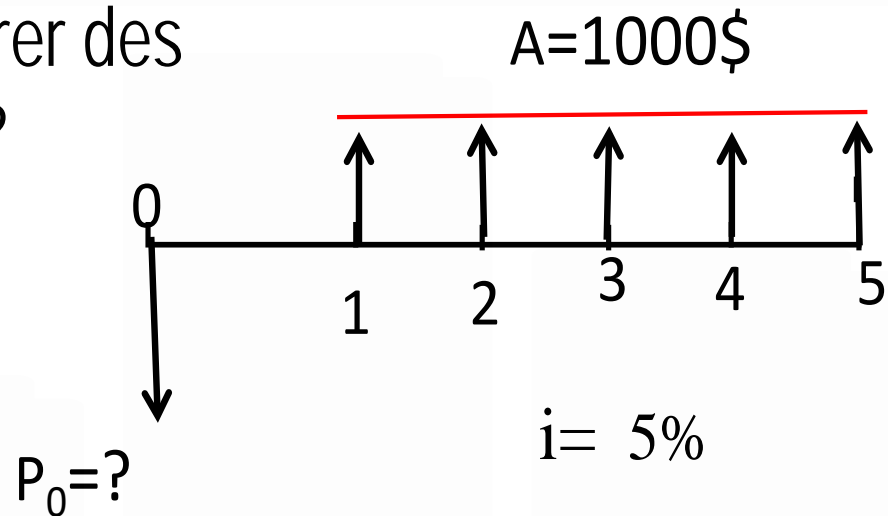
Où:

[$P/A;i;n$] =

Facteur de valeur présente d'une annuité de fin de Période.

EXEMPLE (P/A;i;n)

Dépôt aujourd'hui pour assurer des retraits constants sur 5 ans?



$$P_0 = 1000 [(1+5\%)^5 - 1] / [5\%(1+5\%)^5] = 1000 \times 4.3295 = 4329 \$$$

(P/A;5%;5)

Montant à placer aujourd'hui à 5% pour nous assurer une entrée de 1000\$ par année pendant chacune des 5 années ?

5) Trouver l'annuité (A**) quand la valeur présente (**P**) est connue (Recouvrement du capital) (**A/P;i;n**)**

En reformulant l'équation (6), on trouve:

$$A = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$
$$= P(A/P; i; n)$$

Facteur de
recouvrement du
capital

(7)

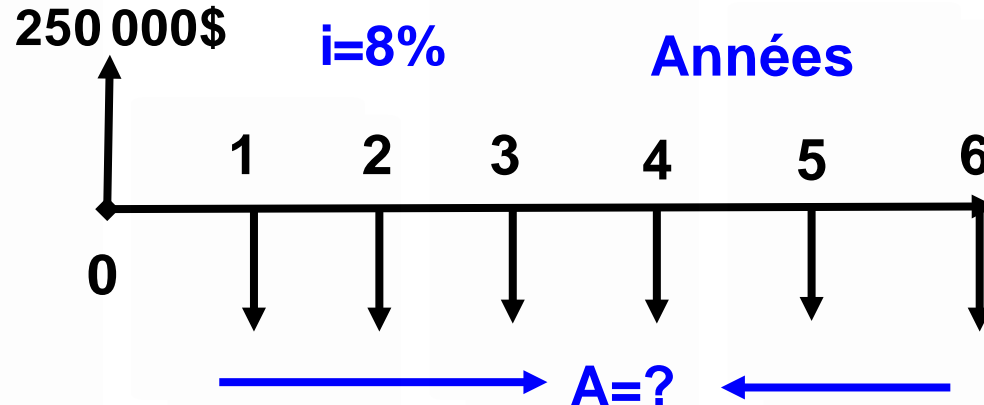
Facteur ($A/P; i; n$)

Excel : =VPM($i; n; -P$)

EXAMPLE: $(A/P; i; n)$

- Soit: $P = 250\,000\$$, $n = 6$ années et $i = 8\%$ par année
- Trouvez: A

Diagramme du flux monétaire



$$\begin{aligned} A &= 250\,000\$ (A/P, 8\%, 6) \\ &= 250\,000\$ (0.2163) \\ &= \mathbf{54\,075\$} \end{aligned}$$

Table, $n=6, i=8\%$

$$\left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Excel = `VPM(8%;6;-250000)`

6) Trouver l'annuité (A) quand la valeur future (F) est connue (A/F;i;n)

En reformulant l'équation (5), on obtient:

$$A = F \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$
$$= F(A/F; i; n) \quad (8)$$

$$A = F \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Facteur (A/F;i;n)

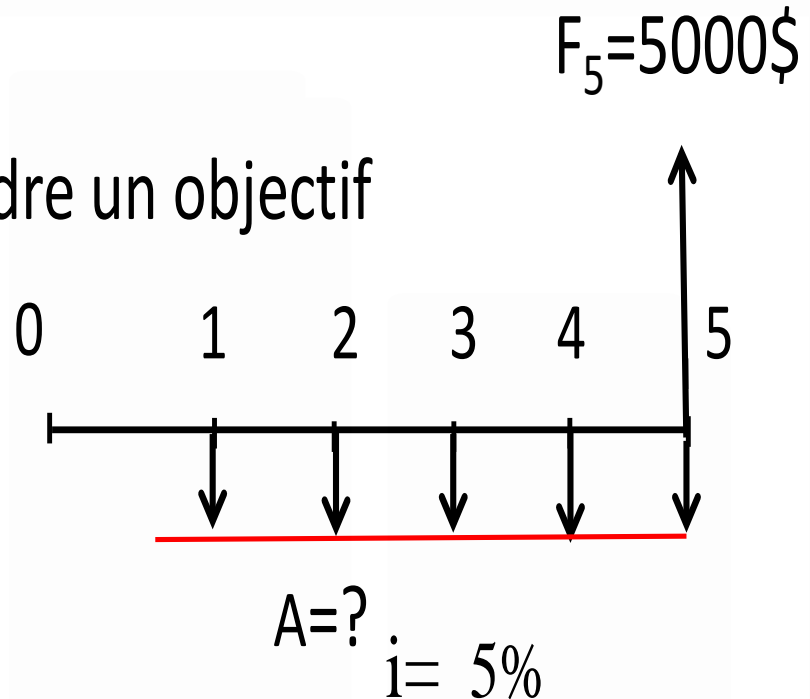
Excel : =VPM(i;n;-F)

Où: [A/F; i; n]= Facteur donnant l'annuité d'une valeur finale

A/F: Exemple

6. (A/F;i;n)

Épargne périodique pour atteindre un objectif futur (ex fonds de pension)?



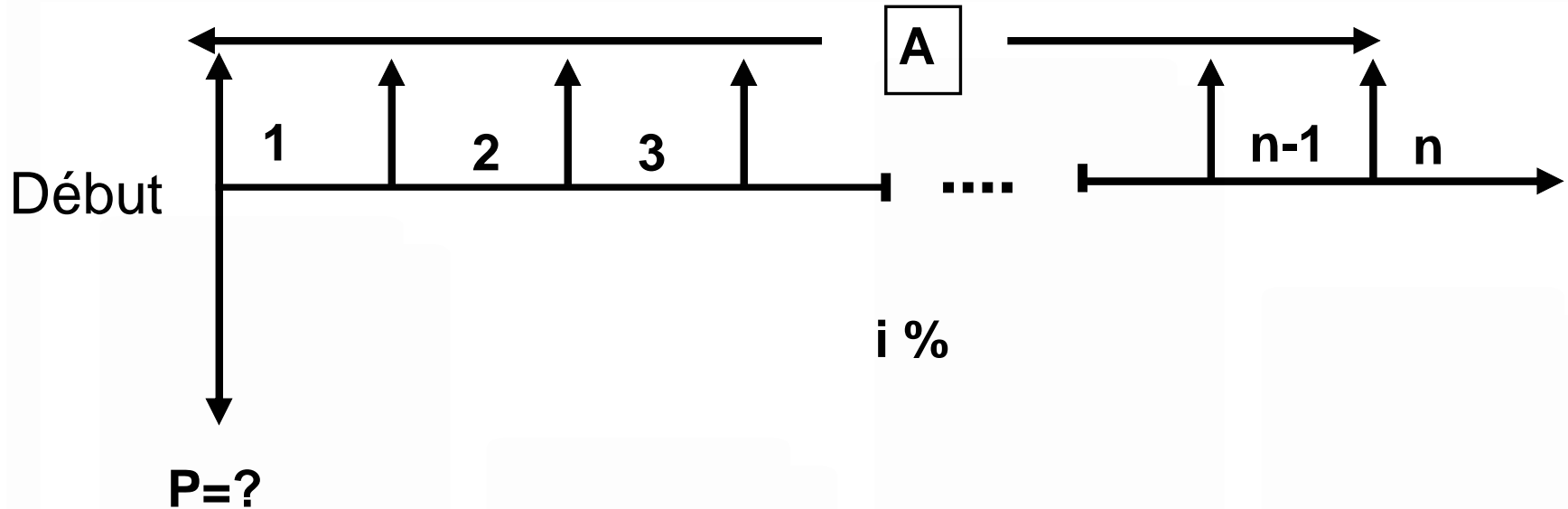
$$A = 5000 \left[\frac{5\%}{(1+5\%)^5 - 1} \right] 5000 \quad \times \quad 0.18097 \quad = \quad 905 \text{ \$}$$

(A/F;5%;5)

Excel = VPM(8%;5;;-5000)

Série uniforme avec paiements au début de période

À RETENIR!!! --> Valeur actuelle: 1 période avant la 1ere annuité
Valeur future: Mm période que la fin

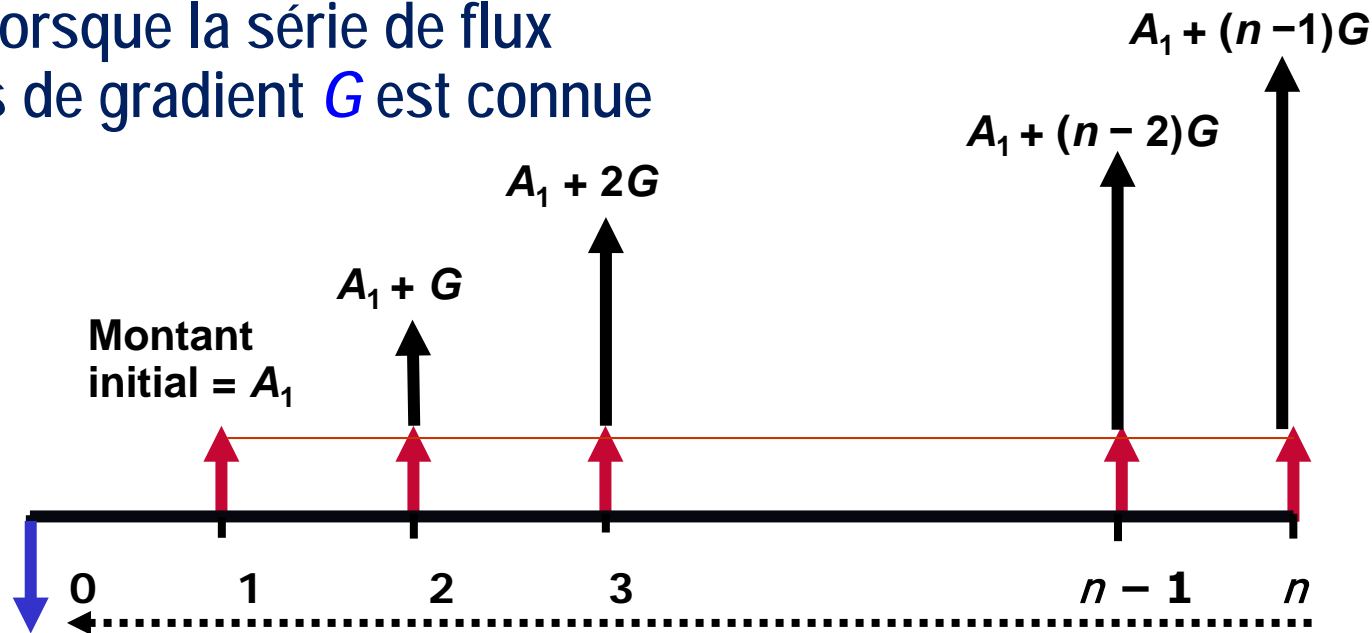


$$P = A [P/A; i; (n - 1)] + A$$

$$F = A [F / A, i, n] \times [F / P, i, 1]$$

Les facteurs des séries arithmétiques de gradient G (facteurs P/G et A/G)

7) Trouver P lorsque la série de flux monétaires de gradient G est connue



$$P = G (1+i)^{-2} + 2G (1+i)^{-3} + \dots + (n-1) G (1+i)^{-n} + A_1 (P/A; i; n)$$

$$P = A_1 (P/A; i; n) + G (P/G; i; n)$$

$$P = \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n} \right]$$

$$= G [P/G; i; n]$$

$$(1/i) [(P/A) - n(P/F)]$$

Même chose

8) Trouver **A** quand **G** est connu (**A/G;i;n**)

La relation entre **A** et **P** est donnée par l'éq 9:

$$A = P \left[\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] \quad (9)$$

et celle entre **P** et **G**, l'équation 10:

$$P = \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - \frac{n}{(1+i)^n} \right] \quad (10)$$

Combinant les équations 9 et 10, on obtient:

$$A = G \left[\frac{1}{i} - \frac{n}{(1+i)^n - 1} \right] \quad (11)$$

$$= G (A/G; i; n)$$

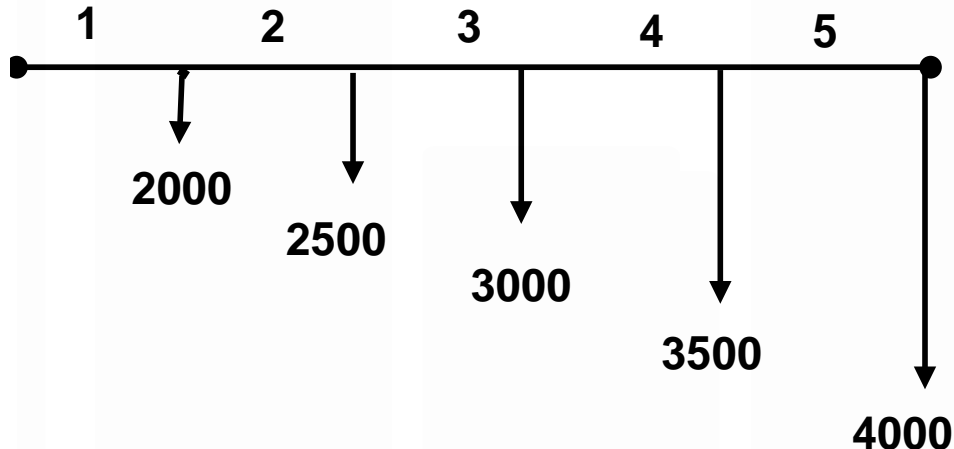
Table

(A/G; i; n) est donné par la table

$$(1/i) [1 - n(A/F)]$$

Gradient arithmétique (Exemple)

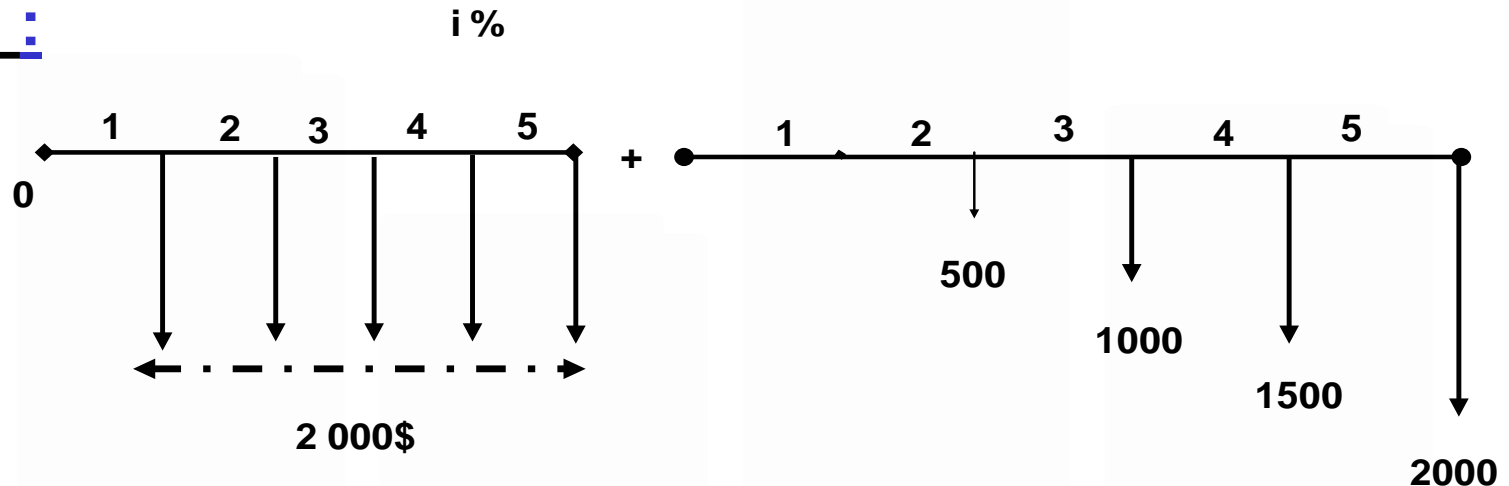
Les coûts d'entretien d'un équipement s'établissent comme suit (taux = 12%):



Gradient arithmétique (Exemple)

ex: salaire à bombardier de 80K + bonus de 2k

Ou :



$$\begin{aligned}
 P &= A(P/A; 12\%; 5) & + & G(P/G; 12\%; 5) \\
 &= 2\,000 \$ \times 3.6048 & + & 500 \times 6.3970 \\
 &= \mathbf{10\,040 \$}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F &= A(F/A; 12\%; 5) & + & G(F/G; 12\%; 5) \\
 &= 2\,000 \$ \times 6.3528 & + & 500 (F/P, 12\%, 5) \times (P/G; 12\%; 5) \\
 &= 2\,000 \$ \times 6.3528 & + & 500 \times 1.7623 \times 6.3970 \\
 &= \mathbf{18\,342 \$}
 \end{aligned}$$

$(1/i) [(F/A) - n]$

Gradient géométrique: facteur d'actualisation

ex: salaire à bombardier de 80K + bonus de 3%

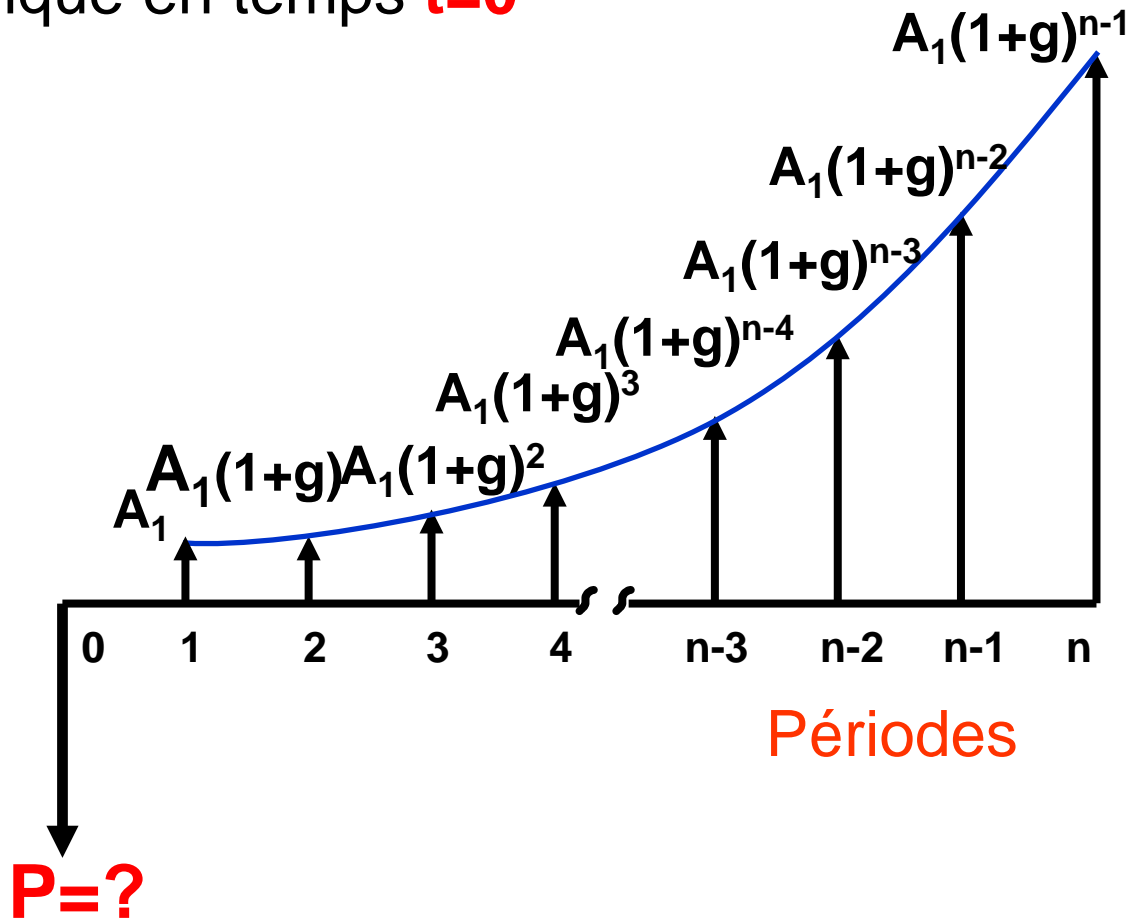
Trouver un facteur **(P/A;g;i;n)** qui permettra de convertir les flux monétaires capitalisés en une valeur actualisée unique en temps **t=0**

– Si $i \neq g$, alors

$$P = A_1 \left[\frac{1 - \left(\frac{1+g}{1+i} \right)^n}{i - g} \right]$$
$$= A_1 (P / A_1; g; i; n)$$

– Si $i = g$, alors

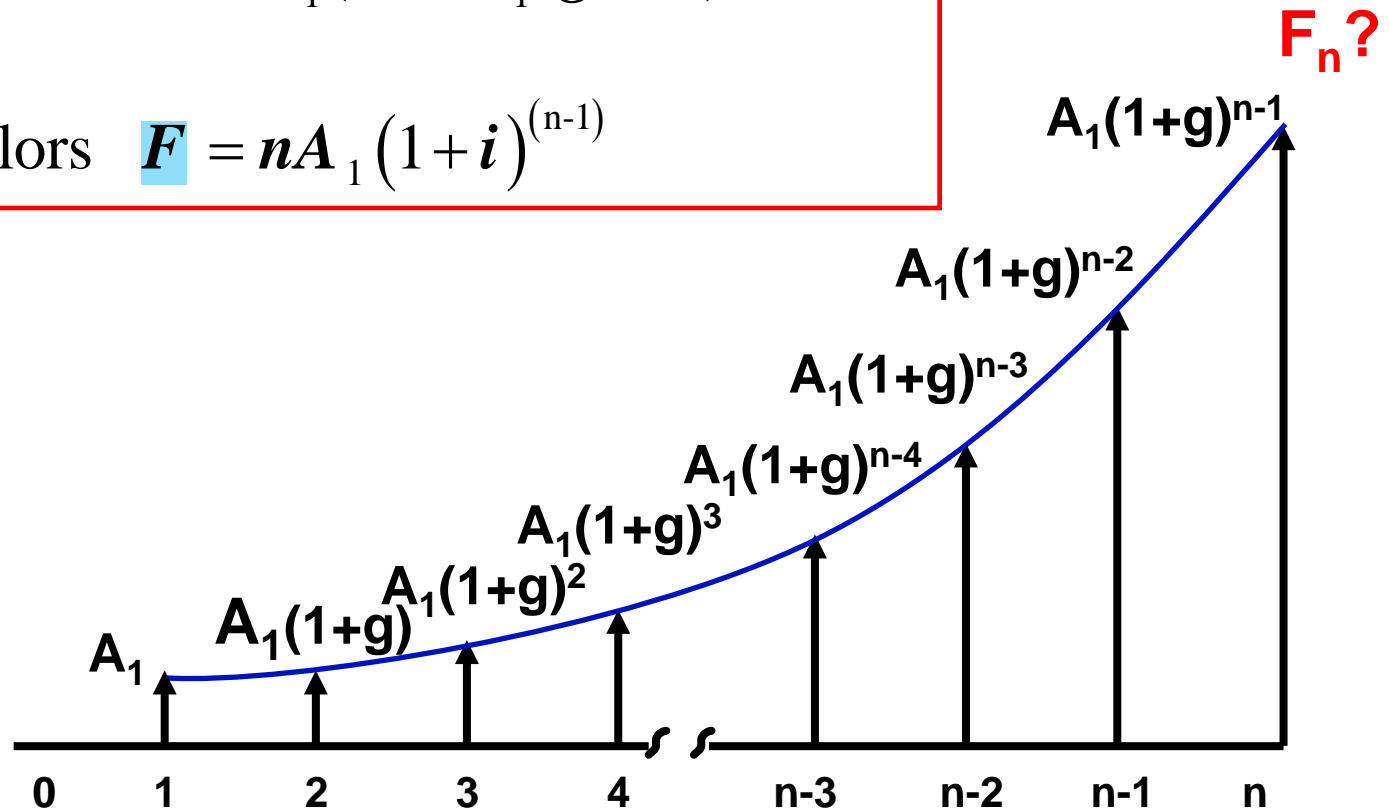
$$P = \frac{nA_1}{1+i}$$



GRADIENT GÉOMÉTRIQUE: FACTEUR DE CAPITALISATION

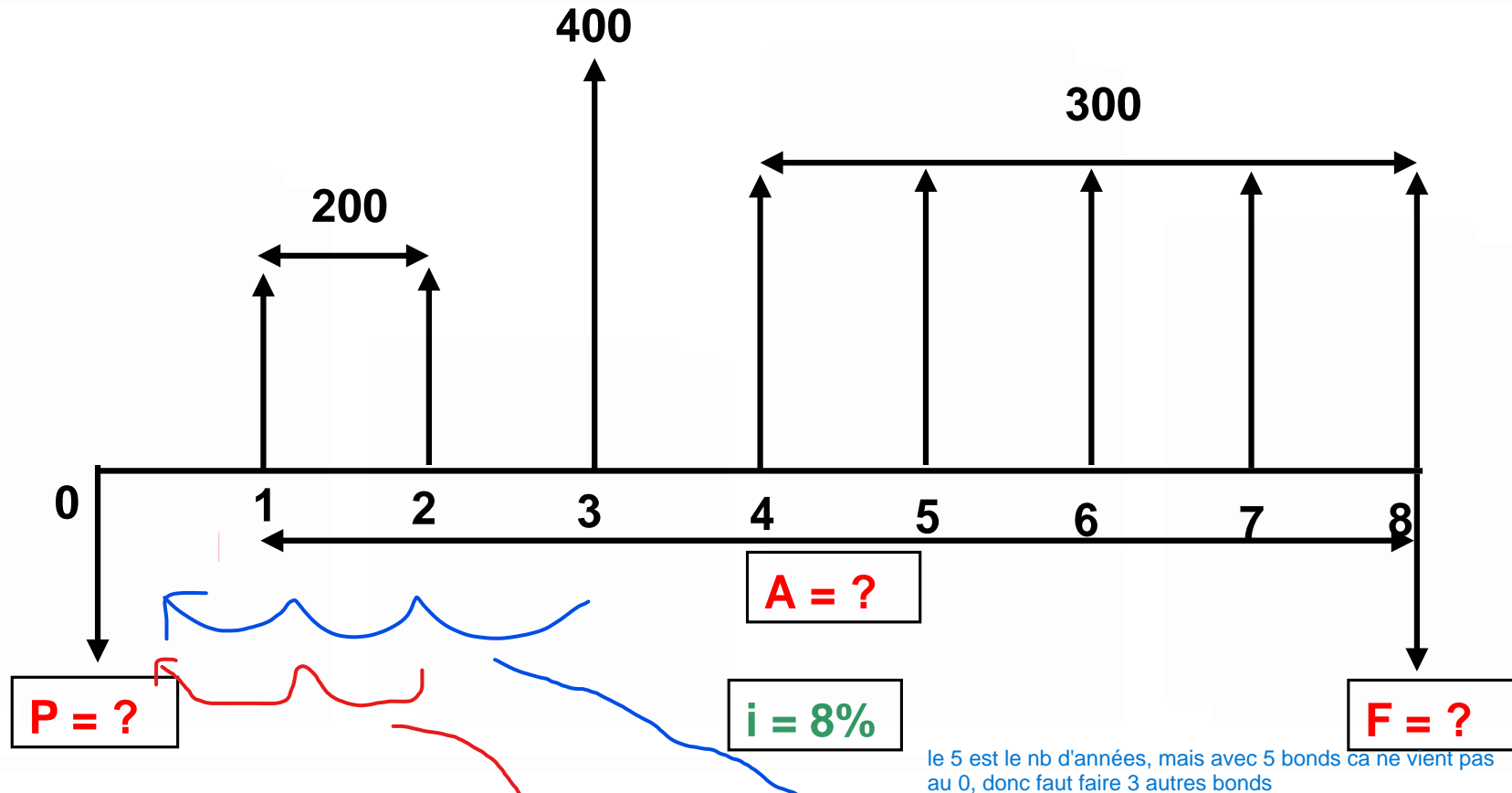
– Si $i \neq g$, alors $F = A_1 \left[\frac{(1+i)^n - (1+g)^n}{i - g} \right]$
 $= A_1 (F / A_1; g; i; n)$

– Si $g = i$, alors $F = nA_1 (1+i)^{(n-1)}$



Périodes

Exemple d'application



$$P = 1\,625\$$$

$$200 \cdot (P/A; 8\%; 2) + 400 \cdot (P/F; 8\%; 3) + 300 \cdot (P/A; 8\%; 5) \cdot (P/F; 8\%; 3) = 1625$$

$$F = 3\,008\$$$

$$200 \cdot (F/A; 8\%; 2) \cdot (F/P; 8\%; 6) + 400 \cdot (F/P; 8\%; 5) + 300 \cdot (F/A; 8\%; 5) = 3008$$

$$A = 283\$$$

$$1625 \cdot (A/P; 8\%; 8) = 3008 \cdot (A/F; 8\%; 8) = 283$$

Le taux de rendement acceptable minimum (TRAM)

- Le TRAM est établi par les gestionnaires financiers d'une entreprise.
- Le TRAM s'exprime en pourcentage.
- On estime le TRAM à partir du coût moyen pondéré du capital de l'entreprise provenant de toutes les sources confondues.
- La plupart des projets, voire tous, devraient procurer un **taux de rendement égal ou supérieur au TRAM établi**.
- $TR \text{ de l'entreprise} > TRAM > \text{coût du capital}$, où TR est le du financement (interêts et dividendes) taux de rendement
- Le TRAM devrait permettre:
 - d'absorber le **coût du capital**;
 - d'absorber ou d'amortir les **aspects inflationnistes** perçus;
 - de tenir compte du **risque**;
 - de tenir compte d'une **marge bénéficiaire**.

Les flux monétaires : estimations et diagrammes

- Définition des termes
 - **Encaissements (recettes)**: rentrées de fonds de l'entreprise
 - **Décaissements (débours)** : sorties de fonds de l'entreprise
- Flux monétaires nets (**FMN**)
 - **Encaissements – décaissements**
- Convention pour analyse : **fin de période**
 - On considère que les flux monétaires se produisent à la fin d'une période (d'intérêt) donnée.

ÉLÉMENTS DES FLUX MONÉTAIRES

$$\text{TRAM} = i\%$$

Entrées de fonds
liées à l'exploitation

fonds de
roulement
Valeur de
récupération

Périodes (fin)

Investissements dans
les biens corporels et
incorporels y compris
le fonds de roulement

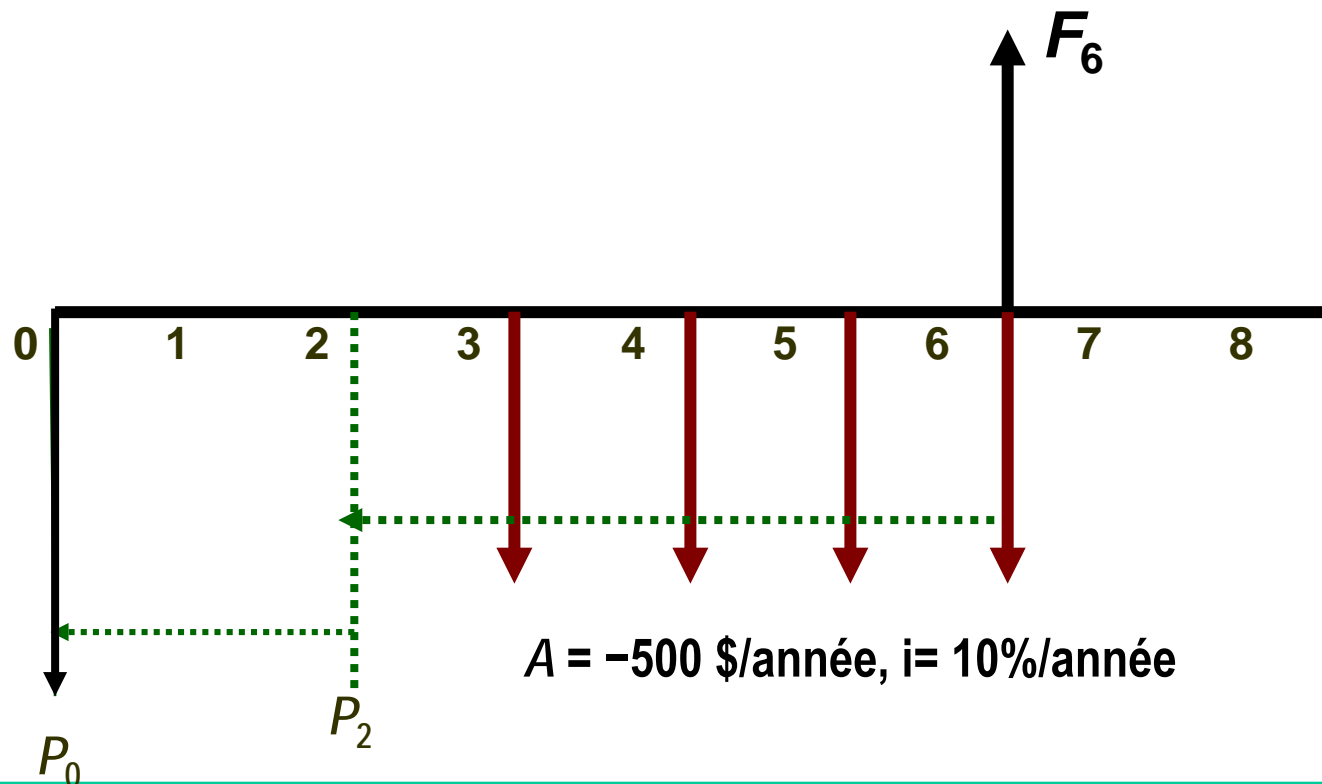
Sorties de
fonds liées à
l'exploitation

$$\text{FMN}_t = \text{Entrées}_t - \text{sorties}_t \quad \uparrow \quad R \text{ (y compris FDR)}$$

TRAM %

Débours d'inv
y compris FDR

Exemples de valeurs P et F d'une série constante **décalée**



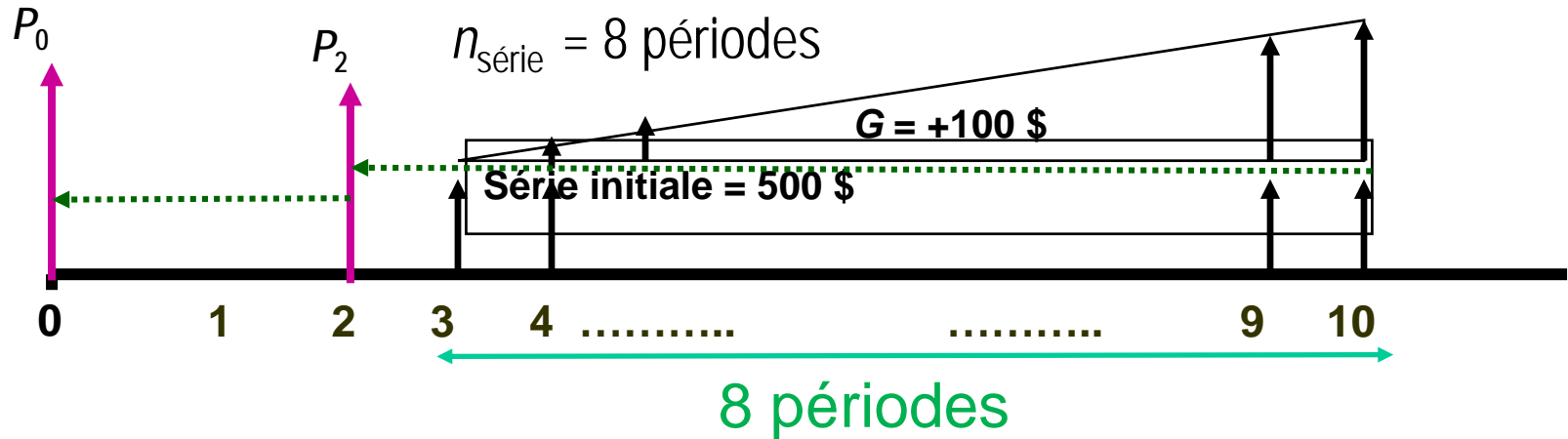
Valeur F de cette série située à l'année $t = 6$:

$$F_6 = -500(F/A; 10\%; 4) = -500 \times 4,64100 = -2\,320,5\$$$

Valeur P_0 de cette série située à l'année 0 :

$$P_0 = -500(P/A; 10\%; 4)(P/F; 10\%; 2) = -500 \times 3,16987 \times 0,82645 = 1\,309,87\$$$

Série arithmétique de gradient G décalée: exemple



➤ VA l'annuité 500:

$$P_0 = 500(P/A; 10\%; 8)(P/F; 10\%; 2)$$

$$= 500(5,3349)(0,8264) = \mathbf{2\,204,38\ \$}$$

➤ VA du gradient 100:

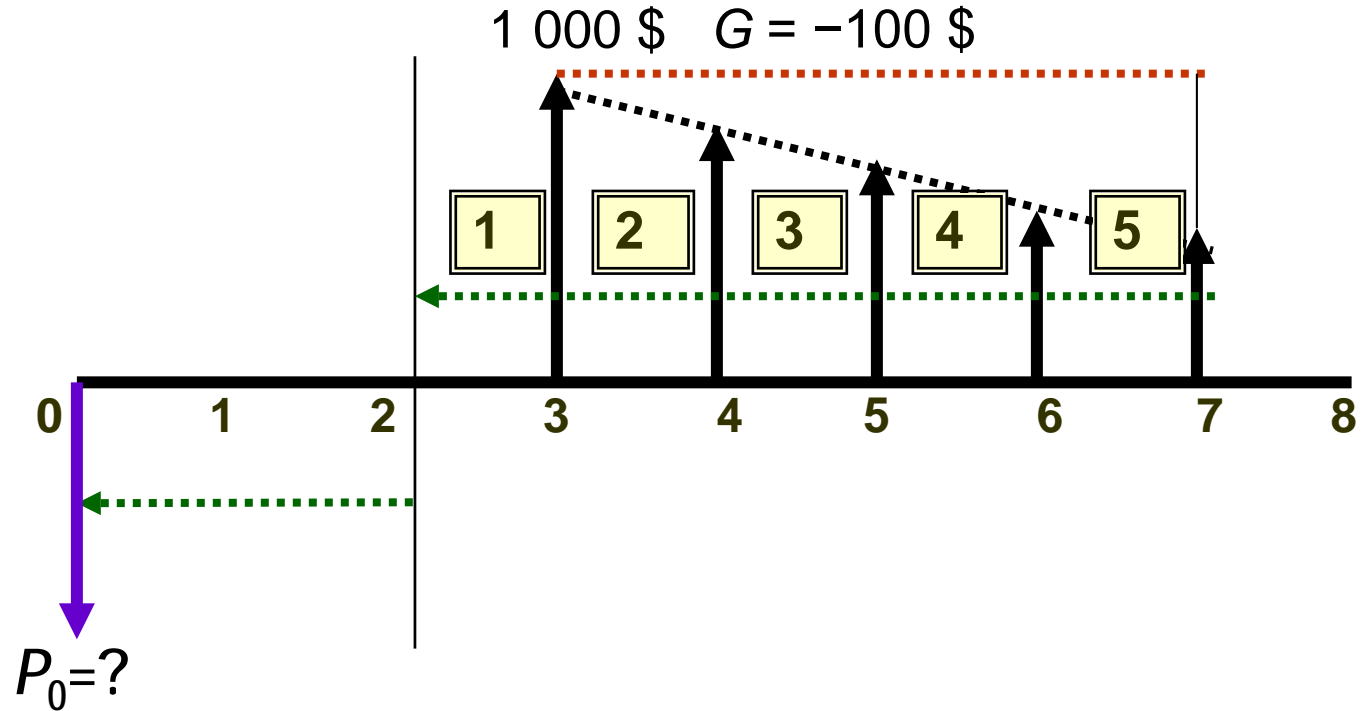
$$P_0 = 100\ \$ (P/G; 10\%; 8)(P/F; 10\%; 2)$$

$$= 100\ \$ (16,0287)(0,8264) = \mathbf{1\,324,61\ \$}$$

➤ VA totale:

$$P = 2\,204,38\ \$ + 1\,324,61\ \$ = \mathbf{\underline{\underline{3\,528,99\ \$}}}$$

Séries arithmétiques de gradient G décalées et décroissantes: exemple



SOLUTION

$$P_0 = 1000 (P/A; 10\%; 5) * (P/F; 10\%; 2) - 100 * (P/G; 10\%; 5) * (P/F; 10\%; 2)$$

$$P_0 = \left[1\,000 \$ (P/A; 10\%; 5) - 100 \$ (P/G; 10\%; 5) \right] (P/F; 10\%; 2)$$

$$P_0 = \left[1\,000 \$ (3,7908) - 100 \$ (6,8618) \right] (0,8264) = \underline{\underline{2\,565,65 \$}}$$

TAUX D'INTÉRÊT VARIABLES

- Cas de **montants différents**: calcul de la valeur actualisée **P**

$$P = F_1(P/F; i_1; 1) + F_2(P/F; i_2; 1)(P/F; i_1; 1) + \dots \\ + F_n(P/F; i_n; 1)(P/F; i_{(n-1)}; 1) \dots (P/F; i_2; 1)(P/F; i_1; 1)$$

- Cas de **montant unique**: calcul de la valeur actualisée **P**

$$P = F_n(P/F; i_n; 1)(P/F; i_{(n-1)}; 1) \dots (P/F; i_2; 1)(P/F; i_1; 1)$$

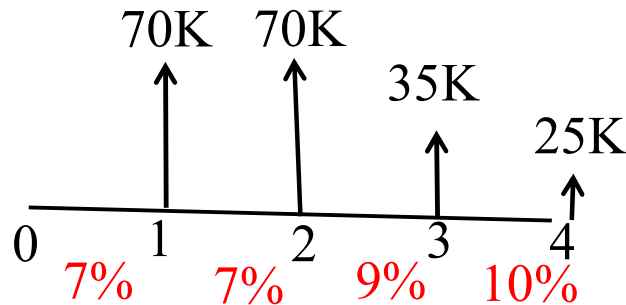
- Calcul de **l'annuité équivalente (A)**: trouver d'abord la valeur P à l'aide de l'une des deux dernières équations précédentes, puis remplacer chaque symbole F_t par le symbole **A**.

$$A = P / [(P/F; i_1; 1) + (P/F; i_2; 1)(P/F; i_1; 1) + \dots \\ + (P/F; i_n; 1)(P/F; i_{(n-1)}; 1) \dots (P/F; i_2; 1)(P/F; i_1; 1)]$$

TAUX D'INTÉRÊT VARIABLES: exemple 4.12

Déterminez la valeur actualisée **P** et la valeur équivalente **A** des flux monétaires nets (FMN) suivants en considérant les taux indiqués.

Année	1	2	3	4
FMN	70 000	70 000	35 000	25 000
Taux annuel	7 %	7 %	9 %	10 %



2 car 2 périodes

il faut traverser les 2 périodes du 7%

il faut traverser la période du 9% et du 7%, d'où le 1 et le 2

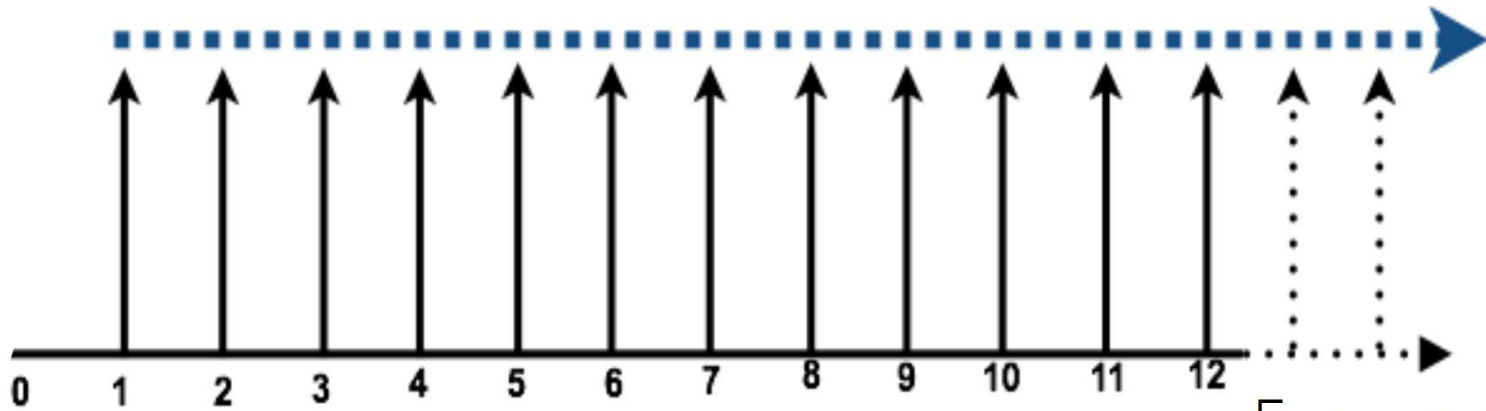
Solution

$$\begin{aligned}
 P &= [70\,000(P/A; 7\%; 2) + 35\,000(P/F; 9\%; 1)(P/F; 7\%; 2) \\
 &\quad + 25\,000(P/F; 10\%; 1)(P/F; 9\%; 1)(P/F; 7\%; 2)] \\
 &= [70\,000(1,8080) + 35\,000(0,8013) + 25\,000(0,7284)] \\
 &= \mathbf{172\,816 \$}
 \end{aligned}$$

$$A: \mathbf{172\,816 \$} = A(1,8080 + 0,8013 + 0,7284)$$

$$A = \mathbf{172\,816 \$ / 3,3377 = 51\,777 \$}$$

Le facteur P/A avec n tendant vers l'infini



Facteur P/A :

$$P = A(P / A; i; n) = A \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n} \right]$$

Diviser par $(1+i)^n$:

$$P = A \left[\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i} \right]$$

Quand n tend vers $+\infty$, on aura :

$$\text{Coût immobilisé (CI)} = P = \frac{A}{i}$$

Montant annuel pour toujours :

$$A = Pi = (CI)i$$

Exemple sur le coût immobilisé 5.4

Paramètres du problème

Le coût du système à l'installation est de **150 000 \$** et les coûts supplémentaires sont de **50 000 \$ après 10 ans**.

Les frais de maintenance annuels du logiciel sont de **5 000 \$ les 4 premières années, et de 8 000 \$ par la suite**.

On prévoit également un **coût récurrent de 15 000 \$ pour des mises à niveau importantes effectuées tous les 13 ans**. Les calculs sont basés sur $i = 5\%$ par année pour les fonds de la municipalité.

Déterminez :

1. la valeur actualisée **(P)** des coûts à 5 %;
2. le montant annuel (\$/année) **(A)** que devra déboursier la municipalité .

$$P0 = 150\,000 + 50\,000 \cdot (P/F; 5\%; 10) \quad P1 = 5000(P/A; 5\%; 4) \quad P3 = 8000/5\% \cdot (P/F; 5\%; 4) \quad P'3 = 5000/5\% + (8000-5000)/5\% \cdot (P/F; 5\%; 4)$$

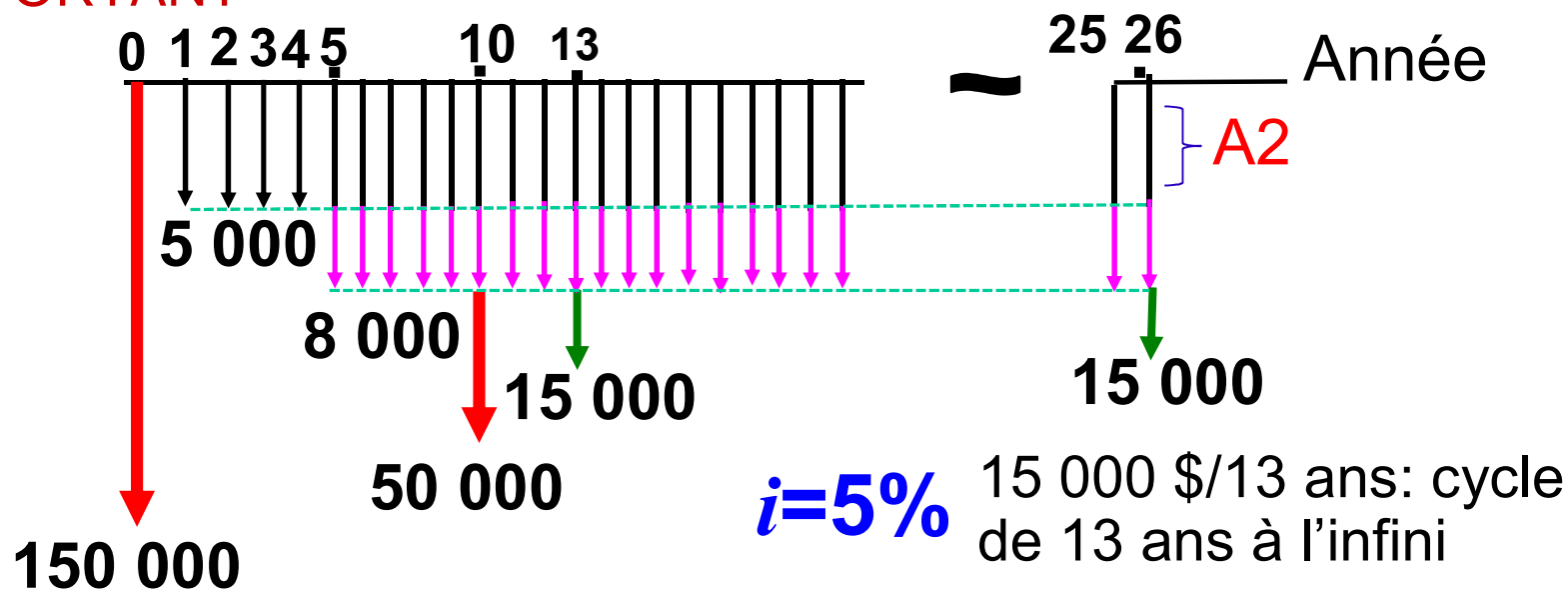
$$P4(\text{cycle}) = [15000 \cdot (A/F; 5\%; 13)] / 5\%$$

$$A1 = F \cdot (A/F; 5\%; 13)$$

$$A2 = [15K \cdot (F/P; 5\%; 13) + 15K] \cdot (A/F; 5\%; 26)$$

Exemple 5.4 - solution

TRÈS IMPORTANT



$$A_1 = 15\,000(A/F; 5\%; 13) = 847,00 \$$$

$$A_2 = 5\,000 \$$$

$$CI_1 = 150\,000 + 50\,000(P/F; 5\%; 10) = 180\,695 \$$$

$$CI_2 = (3\,000/0,05)(P/F; 5\%; 4) = 49\,362 \$$$

$$CI_3 = (A_1 + A_2)/i = (847 + 5\,000)/0,05 = 116\,940 \$$$

$$CI_T = P = 180\,695 \$ + 49\,362 \$ + 116\,940 \$ = 346\,997 \$$$

$$A = P \cdot i = CI_T \cdot i = 346\,997 \$ \times 5\% = 17\,350 \$/\text{an pour toujours}$$

TRAVAIL À FAIRE

- **Problèmes: Économie pour ingénieurs:**
1.10, 1.11, 1.20, 1.32, 1.42
2.1, 2.2, 2.6, 2.13, 2.18, 2.21, 2.29, 2.34, 2.44,
2.45, 2.61
3.2, 3.4, 3.16, 3.21, 3.23, 3.33, 3.45, 3.50, 3.55
- **Lire chapitres 4, 5, 10 et 14 : Économie pour ingénieurs**