

# COURS NO8

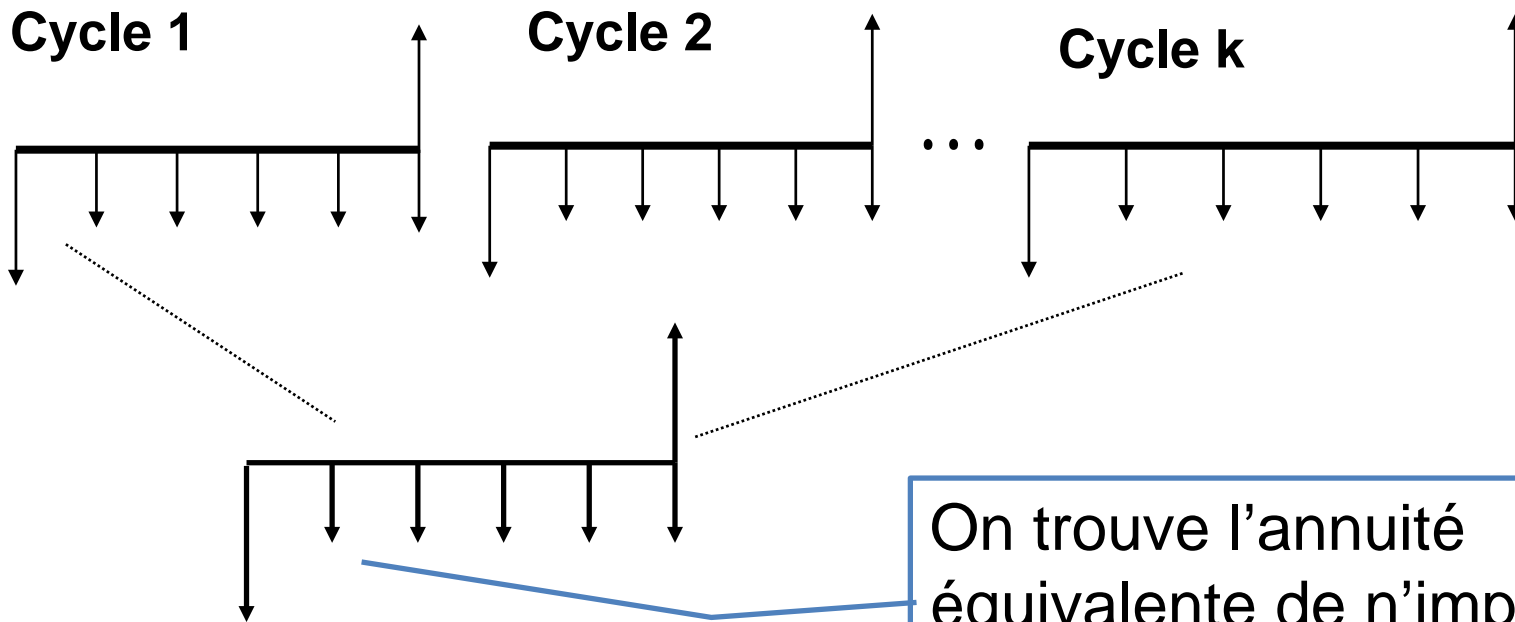
## CHAPITRES 6, 11 et 12: ÉI

- L'analyse de l'annuité équivalente (**AÉ**)  
et du coût annuel équivalent (**CAÉ**)
- Remplacement
- Durée d'utilité économique (**DUÉ**)
- Analyse avantages-coûts
- Choix: cas de restriction budgétaire

# Annuité équivalente AÉ

## Un ou plusieurs cycles

L'analyse de l'AÉ repose sur la répétitivité des flux monétaires



On trouve l'annuité équivalente de n'importe quel cycle (en \$/période).

# Coûts annuels équivalents CAÉ

## DÉFINITION

CAÉ:

- \* Valeur actuelle de l'investissement  $P$
- \* Valeur de revente
- \* Débours d'exploitation

Le **CAÉ** est un montant qui provient de la conversion, en annuité équivalente pour toute la durée d'utilité, des éléments suivants:

- ♦ Débours d'investissements actualisés,  $P$
- ♦ Valeur de récupération,  $R$
- ♦ Charges d'exploitation de la période  $t$  (**débours**),  $CE_t$
- ♦ Durée de vie ou **durée d'utilité** économique,  $n$
- ♦ Taux de rendement exigé  $k\%$ , normalement le **TRAM**

# CALCUL DU CAÉ

## ➤ Cas de coûts d'exploitation (**CE**) non constants

$$CAÉ = [RC + CEA]$$

Recouvrement du capital + Débours d'exploitation annualisées

$$RC = [P \times (A/P; k; n) - R \times (A/F; k; n)]$$

$$= [P - R] \times (A/P; k; n) + R.k$$

$$CEA = \sum_{t=1}^n (CE_t) \times (P/F; k; t) \times (A/P; k; n)$$

**k=TRAM**

**RC= Recouvrement  
du capital**

**CE<sub>t</sub>= débours  
d'exploitation de la  
période t**

**P= investissement  
actualisé**

## ➤ Cas de **CE<sub>t</sub>** constants notés (CEA):

$$CAÉ = [RC + CEA]$$

$$RC = [P \times (A/P; k; n) - R \times (A/F; k; n)]$$

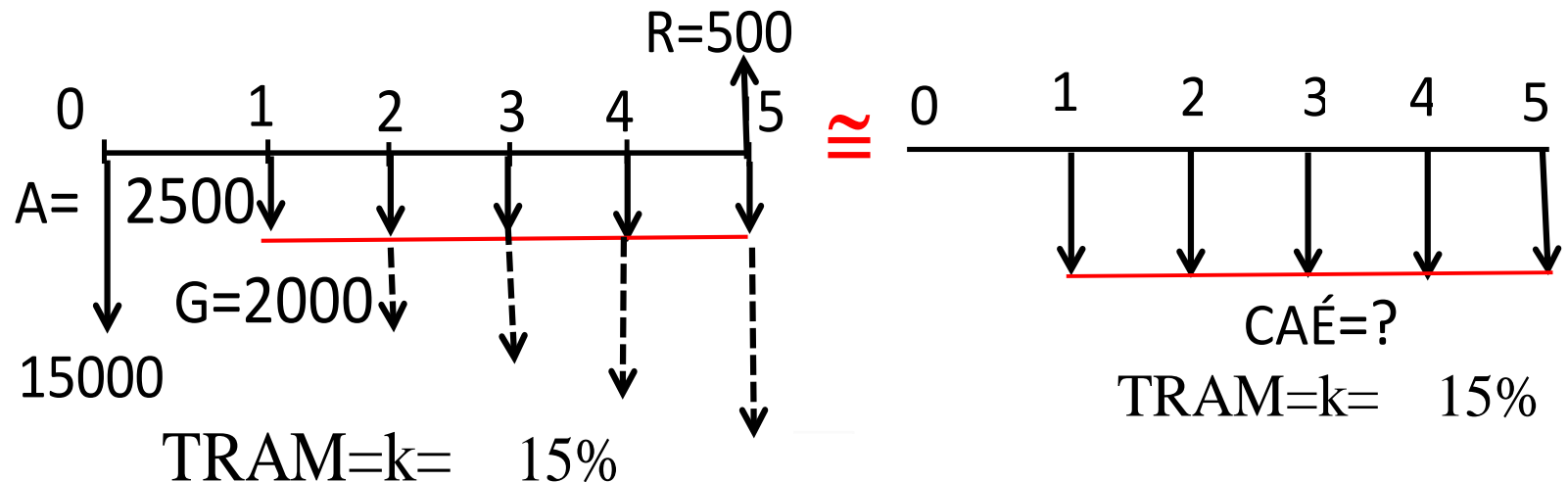
$$= [P - R] \times (A/P; k; n) + R.k$$

Pour trouver RC avec Excel =VPM(**k;n;P;-R**)

# COÛTS ANNUELS ÉQUIVALENTS (SUITE)

## Exemple:

Achat d'un nouvel équipement pour un montant de **15 000 \$**. Sa valeur de récupération est estimée à **500 \$** après 5 ans et les coûts d'exploitation seront **2 500 \$** à la fin de la première période, **augmentant ensuite de 2 000 \$ /année**. Utilisez le **TRAM de 15%** pour déterminer le CAÉ de l'équipement pour une durée de **5 ans**.



# COÛTS ANNUELS ÉQUIVALENTS CAÉ (suite)

## Exemple :

- ◆ Montant d'achat (P) = de **15 000 \$**.
- ◆ Valeur de revente (R) estimée à : **500 \$ après 5 ans**.
- ◆ CE seront de **2 500 \$** à la fin de la première période, augmentant ensuite de **2 000 \$ /année**.
- ◆  $i = \text{TRAM} = 15\%$
- ◆ CAÉ de l'équipement pour une durée de 5 ans?

## Solution:

$$\begin{aligned}\text{CAÉ} &= (P-R) \times (A/P; k; n)^{15\%; 5} + R \cdot k + \text{CEA} \\ &= (15000-500) \times 0.29832 + 500 \times 15\% \\ &\quad (A/P; 15\%; 5) \quad k \\ &\quad (2\,500 + 2\,000 \times 1.72281) \\ &\quad (A/G; 15\%; 5) \quad \text{nb de gradient} + 1 = 5 \\ &= 4\,400 \$ + 5\,946 \$ \\ &= \underline{\underline{10\,346 \$}}\end{aligned}$$

# QU'EST-CE QUE LA VALEUR DU RC?

Le **RC** correspond au coût annuel lié à la possession d'un actif productif pendant  $n$  périodes de temps à un taux d'intérêt  $k\%$  (**TRAM**) par période.

On peut dire que le **RC** est la somme minimale qu'un investissement doit rapporter à tous les **cycles de  $n$  années** pour permettre de recouvrer l'investissement initial à un taux de rendement de  $k\%$  (**TRAM**).

# L'évaluation de solutions possibles par l'analyse de l'AÉ

- Pour les **solutions mutuellement exclusives**, on choisit celle dont la valeur du **CAÉ** pour ce qui est des coûts (**services**) est la **plus basse** ou celle dont la valeur de l'**AÉ** pour ce qui est des **revenus** nets est la **plus élevée**.
- Si  $l'AÉ < 0$  au TRAM, la solution des revenus n'est **pas justifiable** sur le plan économique, puisque l'investissement initial **P** n'est pas récupéré sur  $n$  années au taux établi du TRAM de  $k\%$  par année.



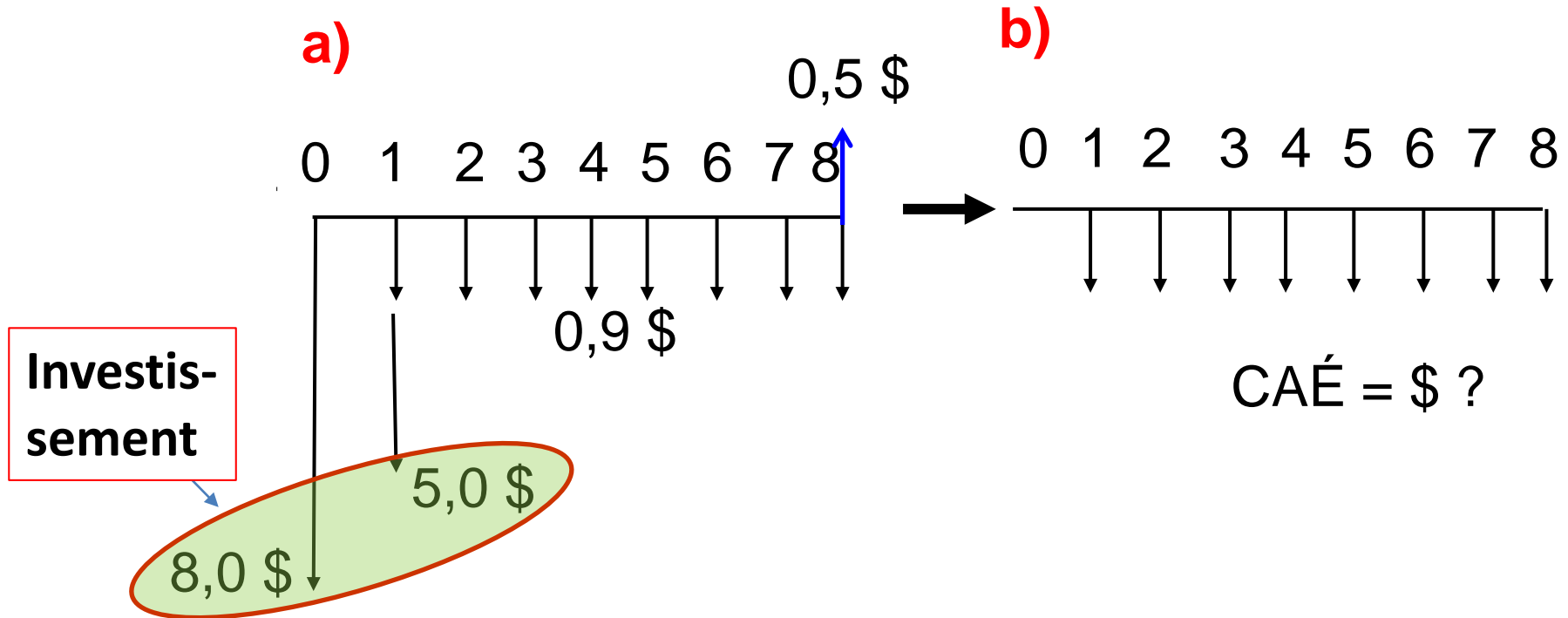
## Exemple 6.2

Le satellite de communication **Anik-1** de Télésat diffuse en direct la *Soirée du hockey* aux communautés du Grand Nord canadien. Télésat s'intéresse à un système terrestre destiné au repérage des satellites. Ce système exigera un **investissement de 13 millions \$**. **Huit (8) millions** seront **versés maintenant** et les **5 millions \$** qui restent seront versés à la **fin de la première** année du projet.

On estime que les charges d'exploitation annuelles du système commenceront la première année et se poursuivront au rythme de **0,9 million \$ par année**. La durée utile du système est de **8 ans** et sa **valeur de récupération est de 0,5 million \$**. Calculez le coût annuel équivalent (**CAÉ**) pour le système si le TRAM est fixé à **12 % par année**.

## Exemple 6.2

# DIAGRAMME DES FLUX MONÉTAIRES



Tous les montants sont exprimés en unités de **1 million \$**.

TRAM = **12%**

RC = ?    CAÉ = ?

## Solution

8+5 car deux investissements repartis sur 2 ans

Méthode du prof selon formule simplifiée:  $RC = (8 + 5(P/F; 12\%; 1) - 0.5) (A/P; 12\%; 8) + 0.5 * 0.12$   
= 2.47

$$RC = \{[8 + 5(P/F; 12\%; 1)](A/P; 12\%; 8) - 0,5(A/F; 12\%; 8)\}$$
$$= \{[12,46](0,2013) - 0,040\} = 2,47 \$$$

Ou:

$$RC = \{[8,0 + 5,0(P/F; 12\%; 1) - 0,5](A/P; 12\%; 8) + 0,5 * 12\%\}$$
$$= 2,47 \$ \quad (0,2013)$$

Ainsi, chaque année pendant 8 ans, les revenus doivent être d'au moins **2 470 000 \$** pour couvrir l'investissement initial et le taux de rendement exigé de 12 % par année. Cela n'inclut pas les **CE de 0,9 million \$/année**.

$$CAÉ \text{ total} = 2,47 + 0,9 = 3,37 \text{ millions \$ par année}$$

Cela correspond au CAÉ pour tous les **cycles futurs de huit ans**, pourvu que les coûts augmentent au même taux que l'inflation et que les mêmes coûts et services s'appliquent à chaque cycle de vie successif.

## Exemple 6.3

Une pizzeria de Toronto offre un service de commande et de livraison en ligne. L'entreprise peut **réduire le temps de livraison** en équipant **cinq de ses voitures** d'un **système de répartition des commandes à la voiture** la plus proche et ainsi effectuer les livraisons plus rapidement. Elle envisage l'installation du **système On-Star** dans tous ses véhicules. Ce système informera également le chauffeur de tous les trajets qu'il peut emprunter dans la ville.

**Chaque système coûte 4 600 \$**, a une durée de **vie de 5 ans** et une valeur de récupération de **300 \$**. Les charges d'exploitation **totales** sont de **650 \$ la première année**, puis **augmentent de 50 \$/année par la suite**. Le **TRAM** est défini à **10 %**. On estime l'**augmentation des revenus à 1 200 \$/année pour l'ensemble des 5 systèmes**.

Quelles sont les valeurs du **RC** et de l'**AÉ** nécessaires pour recouvrer ces coûts?

## EXEMPLE 6.3 suite

# diagramme des flux monétaires

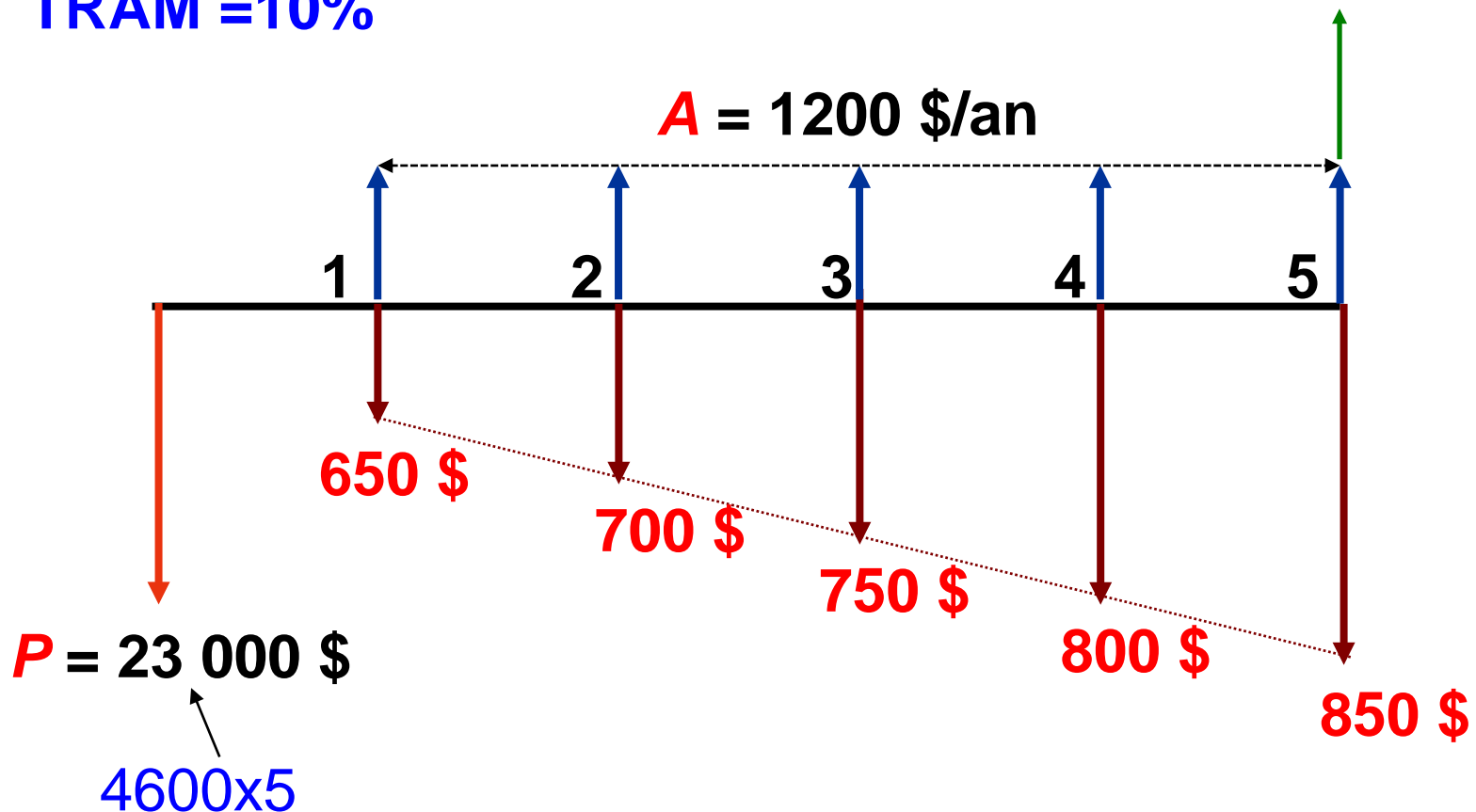
$RC = (23000 - 1500) * (A/P; 10\%; 5) + 1500 * 0.1 = - 5822$  (- car sortie d'argent)

$A\acute{E}$  (FMN --> flux mon. net) =  $(1200 - 650) - 50 * (A/G; 10\%; 5) = + 459.50$  (+ car rentrée d'argent)

$A\acute{E} = VAN [A/P; 10\%; 5] = +459.50 - 5822 = - 5\,362.50\$$  (pas assez de recettes pr rentabiliser le projet)

**$R = 1\,500 \$$**

**TRAM = 10%**



## EXEMPLE 6.3 suite

- La composante recouvrement du capital (**RC**):

$$\begin{aligned} \text{RC}(10\%) &= 23\,000(A/P;10\%;5) - 1\,500(A/F;10\%;5) \\ &= \mathbf{5\,822 \$} \end{aligned}$$

Ou:  $(0,2638)$

$$\begin{aligned} \text{RC}(10\%) &= (23\,000 - 1\,500)(A/P;10\%;5) + \mathbf{1\,500 \times 10\%} \\ &= \mathbf{5\,822 \$} \end{aligned}$$

- La composante **coût/revenu** est égale à :

$$\begin{aligned} &= +1\,200 - 650 - 50(A/G;10\%;5) \\ &= 550 - 90,50 = \mathbf{459,50 \$} \end{aligned}$$

$$\text{AÉ}(10\%) = 459,50 \$ - 5\,822 \$ = \mathbf{\underline{-5\,362,50 \$}}$$

C'est le montant nécessaire pour recouvrer l'investissement initial et les coûts d'exploitation à un taux de 10 % par année.

# Remplacement

# La terminologie

- Solution actuelle (**SA**)
  - Actif déjà en place
- Solution de remplacement (**SR**)
  - Actif susceptible de se substituer à l'actif en place ou de le remettre en question
  - Solution envisagée pour remplacer la solution actuelle
- Durée d'utilité économique (**DUÉ**)
  - Nombre d'années pendant lesquelles le coût annuel équivalent d'une solution se trouve à son plus bas



# LES INVESTISSEMENTS À CONSIDÉRER

- Coût de la **solution actuelle** (**SA**):  
La juste valeur de marché actuelle (**VM**) de la solution actuelle (**SA**) au moment de l'examen de la décision de remplacement.
- Coût de la **solution de remplacement** (**SR**):  
Le montant total à investir ( **$P_{SR}$** ) pour adopter la solution de remplacement (SR) en considérant la valeur marchande de la solution actuelle SA.

$$P_{SR} = \text{Coût de la SR} - \text{valeur marchande (VM) de SA}$$

- **Présence** de valeur de reprise pour la SA:  
Coût initial de **SR** ( **$P_{SR}$** ) = coût de la **SR** – [valeur de reprise (**VR**) – valeur marchande (**VM**) de SA]

$$P_{SR} = \text{Coût de la SR} - (VR - VM)$$

$$P_{SR} = (\text{Coût de la SR} - VR) + VM$$

Coût  
d'opportunité

# Comparaison de projets ayant des durées de vie différentes

- Il faut travailler avec **l'hypothèse de projets répétés.**
- conditions initiales sont susceptibles de se reproduire au cours de la durée d'étude choisie.
- Le remplacement se fera donc dans les mêmes conditions que l'équipement d'origine (même coût d'achat et d'installation, même coût d'exploitation, même durée, même valeur récupération, même utilisation, etc.)

# Choix et remplacement d'équipements

## Définition :

Une étude économique de remplacement consiste à déterminer si oui ou non et quand cet actif déjà en service, devrait être remplacé par un autre qui produirait une meilleure rentabilité.

« **Solution actuelle SA** »: Actifs déjà en place

« **Solution de remplacement SR** »: Actifs potentiels pour le remplacement.

Dans une étude de remplacement il est généralement recommandé de comparer les coûts annuels équivalents (CAÉ) des différents projets.

# Les raisons du remplacement

## ♦ Détérioration Physique

peut être due à une usure normale ou à un accident

## ♦ Désuétude (obsolescence)

- **Fonctionnelle** : demande nulle

- **Économique** : nouveau modèle mieux adapté

Le défenseur peut devenir désuet avant d'atteindre la fin de sa durée de vie **(toujours utiliser la valeur marchande au lieu de sa valeur au livre)**

## ♦ Insuffisance de capacité

En cas de capacité insuffisante pour répondre à une nouvelle demande, un industriel peut acheter un actif similaire pour augmenter la capacité et répondre ainsi aux nouveaux besoins.

## ♦ Diminution de la fiabilité

## ♦ Diminution de la productivité

# Durée de vie d'un équipement

- ◆ Durée de vie matérielle: dépend du temps et de l'usure physique.
- ◆ Durée de vie technologique: période avant l'apparition d'un nouvel équipement plus efficace.
- ◆ Durée de vie économique (ou durée d'utilité économique DUÉ):  
période pendant laquelle l'équipement peut accomplir une fonction donnée aux coûts minimaux. C'est l'année où les coûts CAÉ atteignent un niveau minimal.

# Détermination de la durée de vie économique

Calculer le **CAÉ** pour une série croissante d'années d'utilisation (1 an, 2 ans, 3 ans, etc.)

La durée de vie économique (ou durée d'utilité économique **DUÉ**) correspond à la **période de temps pendant laquelle le CAÉ est minimum.**

DUÉ:

1 CAÉ<sub>1</sub>

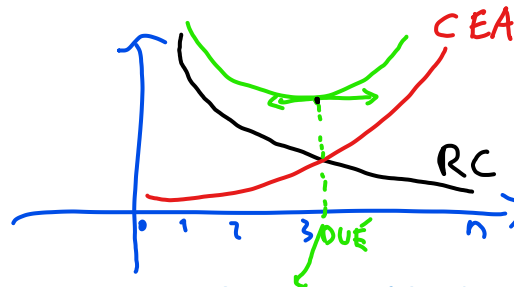
2 CAÉ<sub>2</sub>

...

n CAÉ<sub>n</sub>



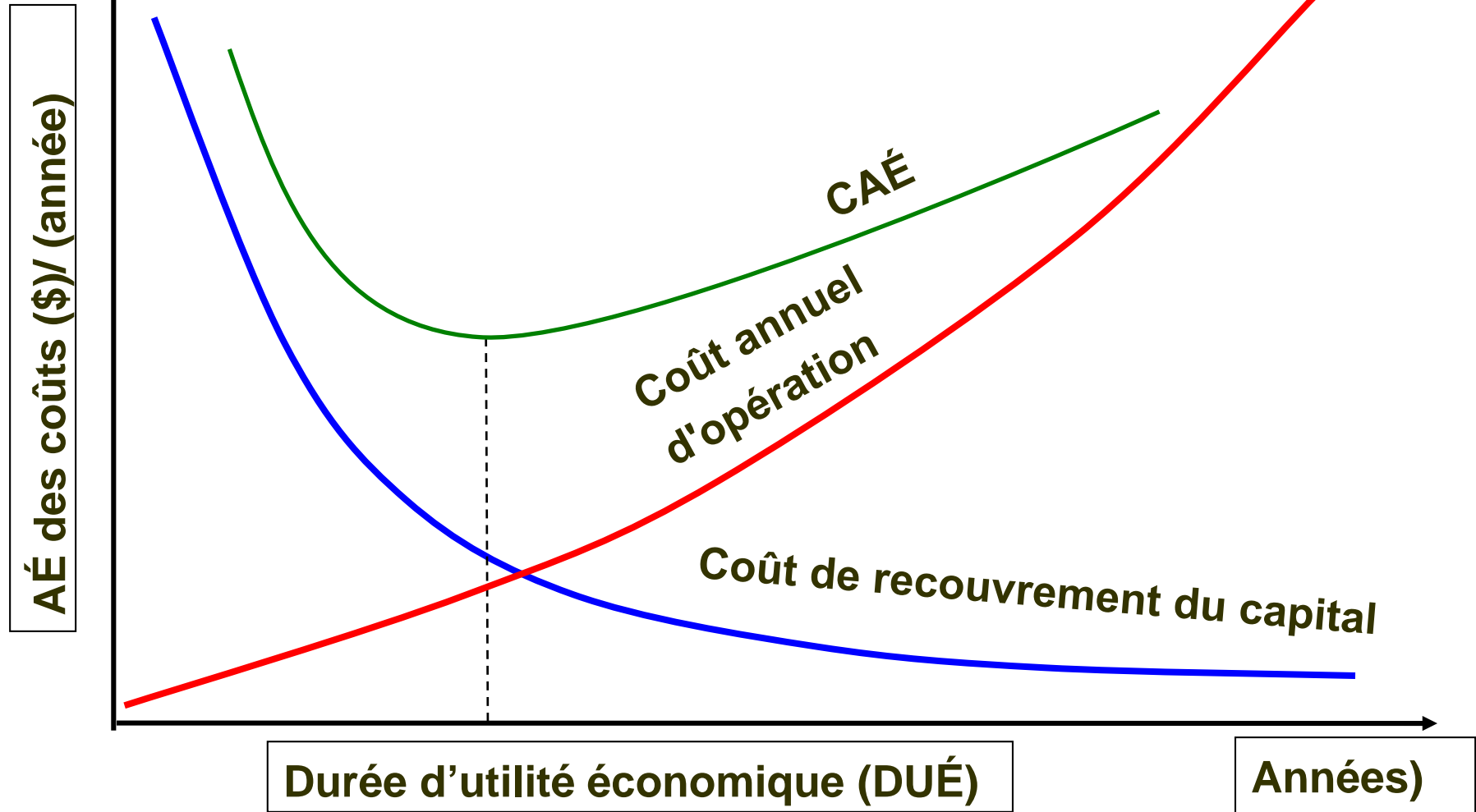
Repérer le CAÉ min



Le temps parfait qu'on va payer parfaitement, si on va + à gauche, coûte un peu plus cher, + à droite coûte un peu + cher aussi

# Courbe caractéristique des annuités équivalentes totales des coûts

Coûts



# CAÉ et durée d'utilité économique

## Exemple:

Véhicule dont débours d'investissement= 45 000 \$

Autres données :

	An 1	An 2	An 3	An 4	An 5	An 6
Coûts ent. (\$)	5000	8000	14000	16000	20000	27000
Val. récup. (\$)	22000	15000	9000	7000	3000	0

TRAM= 10%. Durée économique du véhicule ?



$$RC4 = (45000 - 7000) * (A/P; 10\%; 4) + 7000 * 10\% = 12688$$

### Coûts d'entretien CEA du véhicule proposé:

t	Coûts d'entre- tien (\$)	(P/F;10%;t)  10%	VA coûts d'entretien (\$)	Cumul (\$)	(A/P;10%;t)	CEA \$
1	5 000	0.9091	4 546	4 546	1.10000	5 000
2	8 000	0.8264	6 611	11 157	0.57619	6 428
3	14 000	0.7513	10 518	21 675	0.40211	8 716
4	16 000	0.683	10 928	32 603	0.31547	10 285
5	20 000	0.6209	12 418	45 021	0.26380	11 876
6	27 000	0.5645	15 242	60 262	0.22961	13 837

### Recouvrement du capital et CAÉ

t	P (\$)	R (\$)	(A/P;10%;t) 10%	RC (\$)	CAÉ (10%) (\$)
0	45 000				
1		22 000	1.10000	27 500	32 500
2		15 000	0.57619	18 786	25 214
3		9 000	0.40211	15 376	24 092
4		7 000	0.31547	12 688	<u>22 973</u>
5		3 000	0.26380	11 379	23 256
6		0	0.22961	10 332	24 169

Durée  
de vie  
éco. →

← Min

# Planification de remplacement

- Détermination de l'horizon d'analyse
  - **Indéfini** (pas d'information définissant la durée du projet)
    - Utilisation de **AE** comme critère économique
  - **Défini** (durée du projet connue)
    - Utilisation de **VA** comme critère économique
- Hypothèse
  - La technologie et les coûts de la solution de remplacement demeurent constants dans le temps

# LES STRATÉGIES DE REMPLACEMENT POUR UN HORIZON DE PLANIFICATION INDÉFINI

Procédure à suivre :

- 1- Calculer la **durée de vie économique** **et** le **coût annuel** équivalent correspondant de la **SA** et de la **SR** c'est-à-dire  **$(n_{SA}^*, CAE_{SA}^*)$  et  $(n_{SR}^*, CAE_{SR}^*)$**  .
- 2- Comparer  **$CAE_{SA}^*$  et  $CAE_{SR}^*$** 
  - ♦ Si  **$CAE_{SA}^* > CAE_{SR}^*$**  alors, **remplacer SA maintenant**
  - ♦ Si  **$CAE_{SA}^* < CAE_{SR}^*$**  alors, **garder SA jusqu'à  $n_{SA}^*$**
- 3- **Quand faut-il remplacer?**

Garder la **solution actuelle (SA)** jusqu'à ce que sa **durée de vie économique  $n_{SA}^*$  prenne fin**, puis calculer le coût de fonctionnement de la solution actuelle (SA) pendant une autre année après sa durée de vie économique. Si ce **coût est  $> CAE_{SR}^*$** , alors **remplacer**, sinon on calcule le coût pour une deuxième année suivant la fin de sa vie économique et ainsi de suite jusqu'à obtention du moment de remplacement optimal.

# HORIZON DE PLANIFICATION INDÉFINI (suite)

## Exemple

La compagnie Isolateurs électriques de pointe envisage de remplacer une machine d'inspection défectueuse, qui sert à tester la résistance mécanique d'isolateurs électriques, par une nouvelle machine plus efficace. Si elle répare la **machine actuelle**, elle pourra l'utiliser pendant **5 ans encore**. L'entreprise prévoit que la machine n'aura **aucune valeur de récupération** après 5 ans. Elle peut cependant la vendre **maintenant 5 000 \$** à une entreprise du même secteur. Si elle conserve la machine, elle devra procéder immédiatement à une **révision au coût de 1 200 \$** pour la remettre en état de marche. La révision ne prolongera pas la durée de vie initialement prévue et n'augmentera pas la valeur de la machine. Les **coûts d'exploitation, estimés à 2 000 \$** durant la **première** année, devraient **augmenter de 1 500 \$ par année** subséquente. On prévoit que les **valeurs marchandes diminueront de 1 000 \$ chaque année**.

La **nouvelle machine** coûte **10 000 \$**. Ses **coûts d'exploitation** seront de **2 000 \$ la première année** et **augmenteront de 800 \$ par année** subséquente. La **valeur de récupération**, estimée à **6 000 \$ après la première année**, **diminuera de 15%** par année subséquente. L'entreprise souhaite un taux de rendement de **15%**.

1. Trouvez la durée de vie économique de la solution actuelle (SA) et celle de la solution de remplacement (SR)
2. déterminez à quel moment on devrait remplacer la solution actuelle (SA).

# DÉTERMINATION DE LA DURÉE DE VIE DE LA SR

$$RC4 = (10000 - 3685) * (A/P; 15\%; 4) + 3685 * 0.15$$

$$CEA = 2000 + 800 * (A/G; 15\%; 4)$$

$$CAE = 5826 \text{ (la somme des deux qu'on vient de calculer)}$$

t	R -15% \$	CE + 800/an <b>TRAM=</b>	RC \$ 15%	CE actualisés cumulés	CEA CE Cum * (A/P; 15%; t) (A/P, 15%, t)	CAE RC + CEA
0	10 000 \$		- \$			
1	6 000 \$	2 000 \$	5 500 \$	1 739 \$	2 000 \$	7 500 \$
2	5 100 \$	2 800 \$	3 779 \$	3 856 \$	2 372 \$	6 151 \$
3	4 335 \$	3 600 \$	3 131 \$	6 223 \$	2 726 \$	5 857 \$
<b><u>4</u></b>	3 685 \$	4 400 \$	2 765 \$	8 739 \$	3 061 \$	<b><u>5 826 \$</u></b>
5	3 132 \$	5 200 \$	2 519 \$	11 324 \$	3 378 \$	5 897 \$
6	2 662 \$	6 000 \$	2 338 \$	13 918 \$	3 678 \$	6 016 \$

$$n_{SR}^* = 4 \text{ ans}, CAE_{SR}^* = 5826 \$$$

# DÉTERMINATION DE LA DURÉE DE VIE DE LA SA

t	R -1000\$/an	CE + 1500/an  TRAM= 15%	RC	CE actualisés cumulés	CEA= CE cum * (A/P,15%,t)	CAE= RC+CEA
0	6 200 \$					
1	4 000 \$	2 000 \$	3 130 \$	1 739 \$	2 000 \$	5 130 \$
<b>2</b>	3 000 \$	3 500 \$	2 418 \$	4 386 \$	2 698 \$	<b>5 116 \$</b>
3	2 000 \$	5 000 \$	2 140 \$	7 673 \$	3 361 \$	5 500 \$
4	1 000 \$	6 500 \$	1 971 \$	11 390 \$	3 989 \$	5 961 \$
5		8 000 \$	1 850 \$	15 367 \$	4 584 \$	6 434 \$

5000+1200 pour la rendre opérationnelle

$$n_{SA}^* = 2 \text{ ans}, CAE_{SA}^* = 5\,116 \$$$

## **SOLUTION :** (suite)

**DEVRAIT-ON REMPLACER LA SA MAINTENANT?**

Puisque  $CAE_{SA}^* = 5116 \$ < CAE_{SR}^* = 5826 \$$ ,

alors, il ne faut pas remplacer la SA maintenant .

Si aucun progrès technologique ne survient au cours des prochaines années, la SA doit être conservée au moins jusqu'à la fin de sa vie économique, soit 2 années additionnelles.

Il n'est pas nécessairement souhaitable de remplacer la SA à la fin de sa durée de vie économique.

## SOLUTION : (suite)

### QUAND REMPLACER LA SA ?

Combien en coûtera-t-il de ne pas vendre la SA à la fin de la 2<sup>ème</sup> année, de l'utiliser pendant la 3<sup>ème</sup> année et de le remplacer à la fin de cette année là ?

### ÉLEMENTS A CONSIDERER :

Coût d'expl. à la 3<sup>e</sup> année  
avec aug. de 1500\$/an

- **Coût d'opportunité** à la fin de la 2<sup>ème</sup> année : 3 000\$
- **Coût d'exploitation** pour la 3<sup>ème</sup> année : 5 000\$
- **Valeur de récupération de la SA** à la fin de la 3<sup>ème</sup> année :  
2 000\$ :

$$\begin{aligned} CAE_{SA}(15\%,1) &= ((3\,000 - 2\,000)(A/P, 15\%, 1) + 2\,000 * 15\%) + 5\,000 \\ &= 6\,450\$ \text{ plus élevé que } CAE_{SR}^* = 5826 \$, \end{aligned}$$

**Conclusion : remplacer la SA à la fin de la 2<sup>ème</sup> année**



# L'analyse avantages-coûts et projets du secteur public

- Projets du secteur public :
  - Prestation de services nécessaires au public dans un but non lucratif
- Investissement — généralement **important**
- Durée d'utilité estimative — généralement longue > **30 ans**
- Estimation des **coûts**, des **avantages** et des **inconvénients**

# Terminologie

- **Coûts** : dépenses estimatives de l'entité publique pour :

- la construction;
- l'exploitation;
- l'entretien.

Les valeurs de récupération sont soustraites des coûts d'investissement

- **Avantages** : avantages économiques dont jouissent les propriétaires (le public).
- **Inconvénients** : conséquences indésirables prévues pour les propriétaires (le public).

**Bénéfices ou avantages nets = avantages – inconvénients**

# TAUX D'INTÉRÊT (d'actualisation)

- L'expression **taux d'actualisation social** correspond au taux d'intérêt pour les projets du secteur public (**TRAM du secteur public**).
- Il est habituellement **faible**, car :
  - les projets gouvernementaux **ne sont pas assujettis à l'impôt** sur les bénéfices;
  - des prêts à **faible taux d'intérêt** peuvent être consentis;
  - des **subventions** avec option de non-remboursement sont offertes.
- Le taux d'actualisation est souvent de l'ordre de **4% à 8 % par année**.

# Analyse avantages-coûts d'un projet unique

Trois relations avantages-coûts :

$$RAC = \frac{VA \text{ (bénéfices)}}{VA \text{ (coûts)}} = \frac{AÉ \text{ (bénéfices)}}{AÉ \text{ (coûts)}} = \frac{VC \text{ (bénéfices)}}{VC \text{ (coûts)}}$$

- $VA \text{ (bénéfices)} = VA \text{ (avantages)} - VA \text{ (inconvenients)}$
- $VA \text{ (coûts)} = VA \text{ (investissements } P) - VA \text{ (valeurs de récupération } R) + VA \text{ (débours d'entretien et d'exploitation } CE)$

Conventions concernant les signes :

❖ On attribue un signe **+** aux coûts.

# Critères et formules avantages-coûts

- ❖ Relation avantages-coûts conventionnelle :

$$RAC = \frac{AÉ(\text{avantages}) - AÉ(\text{inconvénients})}{RC + AÉ(CE)}$$

- ❖ Relation avantages-coûts modifiée :

$$RACM = \frac{AÉ(\text{avantages}) - AÉ(\text{inconvénients}) - AÉ(CE)}{RC}$$

CE= Charges d'entretien et d'exploitation

$RC = (P - R)(A/P; i; n) + Ri$  (recouvrement du capital)

- Si  **$RAC \geq 1,0$** , **accepter** la solution au **taux d'actualisation** approprié.
- Si  **$RAC < 1,0$** , le **projet n'est pas acceptable** économiquement, mais il peut néanmoins être financé pour différentes raisons.

## Exemple 9.3

La Fondation du millénaire compte verser **15 millions** de dollars en subventions à des écoles secondaires afin qu'elles mettent au point de nouvelles manières d'enseigner les principes fondamentaux de l'ingénierie. Les subventions porteront sur une période de **10 ans** et entraîneront une **diminution estimative de 1,5 M\$ de la masse salariale** des professeurs et des charges liées aux étudiants. La Fondation utilise un **taux** de rendement de **6 %**.

Comme le financement de la Fondation sera réparti entre ce programme de subventions et ses activités permanentes, un montant estimatif de **200 000 \$ par année sera retranché** du financement d'autres programmes. Pour assurer la réussite de ce programme, une **charge d'exploitation de 500 000 \$ par année sera engagée** à même le budget d'entretien et d'exploitation courant.

Au moyen d'une **analyse avantages-coûts**, déterminez si le programme de subventions est justifié sur le plan économique.

# Solution

$$\begin{aligned} A\acute{E} \text{ (coût d'investissement)} &= 15\,000\,000(A/P, 6\%, 10) \\ &= 2\,038\,050\$/\text{an} \end{aligned}$$

$$A\acute{E} \text{ (avantages)} = 1\,500\,000/\text{an}$$

$$A\acute{E} \text{ (inconvenients)} = 200\,000/\text{an}$$

$$A\acute{E} \text{ (CE)} = 500\,000$$

$$\text{RAC} = (1\,500\,000 - 200\,000)/(2\,038\,050 + 500\,000) = \mathbf{0,51}$$

**NON**

$$\text{RACM} = (1\,500\,000 - 200\,000 - 500\,000)/2\,038\,050 = \mathbf{0,39}$$

**NON**

## Choix d'une solution (**projets mutuellement exclusifs**) au moyen de l'**analyse avantages-coûts différentielle**

- Soit au **moins deux** solutions qui ont chacune un RAC >1, et qui s'excluent mutuellement.
- Classer d'abord les solutions par ordre croissant du **coût total** (**montant inscrit au dénominateur du ratio**).
- Calculer le ratio avantages-coûts différentiel pour deux solutions à la fois :

$$\text{RAC} = \Delta \text{AÉ}(B) / \Delta \text{AÉ}(C)$$

- La règle de sélection est la suivante :  
Garder la solution qui a le dénominateur le plus élevé, justifiée par un ratio avantages-coûts différentiel  $\geq 1$ , lorsque cette solution a été comparée à une autre solution justifiée.

**B= Bénéfices (avantages - inconvénients)**

**C= Coûts**



## RAC différentiel: exemple 9.5

La Ville de Montmagny a reçu des plans pour ajouter une nouvelle aile de chambres de patients à son hôpital de la part de deux architectes-conseils. **L'un des deux plans doit être accepté** pour que la Ville puisse aller en appel d'offres pour la construction. Les coûts et les avantages sont les mêmes dans la plupart des catégories, mais le directeur financier de la Ville a décidé qu'il faut tenir compte des trois estimations ci-dessous afin de déterminer lequel des plans doit être recommandé.

	<u>Plan A</u>	<u>Plan B</u>
Coût de construction (en \$)	10 000 000	15 000 000
Charges d'entretien du bâtiment (\$/année)	35 000	55 000
Coût d'utilisation par les patients (\$/année)	450 000	200 000

Le coût d'utilisation par les patients est **une estimation du montant que paient les patients transportés dans un plus grand hôpital situé à 60 km de distance pour recevoir des traitements médicaux et des soins en régime hospitalier**. Comme le plan B est presque 50 % plus important que le plan A, il permettra d'accueillir davantage de patients. Le taux d'actualisation social est de **5 %**, et la durée de vie du bâtiment est estimée à **30 ans**.

- a) Utilisez le critère du **ratio avantages-coûts conventionnel** pour choisir entre le plan A et le plan B.
- b) Lorsque les deux plans ont été rendus publics, **une entreprise privée de taxis médicaux a intenté une poursuite alléguant que le plan A réduirait son bénéfice d'environ 100 000 \$ par année en raison d'une baisse de la demande** de transport entre Montmagny et le grand hôpital.

L'entreprise de taxis a jugé que le plan B n'entraînerait pas de changement de son bénéfice annuel, car elle prévoit que les déplacements entre Montmagny et les villes des environs pour l'utilisation des nouvelles installations augmenteront. Le directeur financier de la Ville estime que cette préoccupation doit être prise en compte dans l'évaluation comme un **inconvenient du plan A**.

Refaites l'analyse avantages-coûts afin de déterminer si la décision économique est la même que lorsque l'inconvenient n'était pas pris en compte.

## RAC différentiel: exemple 9.5

### Solution

a) **1. L'annuité équivalente des coûts** est la somme des coûts de construction et des charges d'entretien.

$$A\acute{E}(A) = 10\,000\,000 \$(A/P;5\%;30) + 35\,000 \$ = \mathbf{685\,500 \$}$$

$$A\acute{E}(B) = 15\,000\,000 \$(A/P;5\%;30) + 55\,000 \$ = \mathbf{1\,030\,750 \$}$$

**2.  $\Delta = A\acute{E}(B) - A\acute{E}(A) = 1\,030\,750 \$ - 685\,500 \$ = 345\,250 \$$  par année**

**3.  $\Delta B = (A_v - Inconv)_B - (A_v - inconv)_A = (0\$ - 200\,000 \$) - (0\$ - 450\,000 \$) = 250\,000 \$$  par année**

**4.** Le ratio avantages-coûts différentiel est calculé au moyen de l'équation

$$\mathbf{RAC = 250\,000 \$ / 345\,250 \$ = 0,72}$$

**5.** Le ratio avantages-coûts est inférieur à 1,0, ce qui indique que les coûts supplémentaires associés au plan B ne sont pas justifiés. **Le plan A est donc choisi pour procéder à l'appel d'offres.**

b) Les estimations de manque à gagner sont considérées comme des inconvénients. Comme les inconvénients du plan B sont inférieurs de 100 000 \$ à ceux du plan A, cette différence positive est ajoutée aux avantages de 250 000 \$ du plan B, pour un avantage total de 350 000 \$. À présent, on obtient :

$$\mathbf{RAC = 350\,000 \$ / 345\,250 \$ = 1,01}$$

Le plan B est un peu plus avantageux. Dans ce cas, l'inclusion des inconvénients a inversé la décision économique précédente, ce qui a rendu la situation plus difficile d'un point de vue politique. De nouveaux inconvénients seront probablement avancés par d'autres groupes d'intérêts particuliers dans un avenir proche.

!!! TRÈS IMPORTANT

## La limitation des investissements à l'aide de l'analyse de la VAN:

### Projets de durées de vie égales (12.2)

- On forme tous les ensembles de projets qui s'excluent mutuellement.
- On fonde le choix des projets sur leur VAN respective.
- Le nombre total d'ensembles de projets =  $2^m$ .
- Si l'on statu quo: je ne fais rien dans une situation exclut celui du **statu quo**, on obtient alors  $2^m - 1$  ensembles de projets.

## Exemple de formation d'ensembles de projets lorsque $m = 4$

<u>Projet</u>	<u>Investissement</u>
A	10 000 \$
B	5 000
C	8 000
D	<u>15 000</u>
38 000 \$ au total	

Il y a alors  $2^4 - 1$  combinaisons ou 15 ensembles de projets à évaluer.

Le budget des investissements s'élève à **25 000 \$**.

**Impossible** d'accepter les 4 projets en raison de la restriction budgétaire. Quelle est la combinaison optimale des projets à choisir?

# Les étapes de l'analyse manuelle

**1<sup>re</sup> étape** : la formation de toutes les combinaisons de projets.

- On détermine les **investissements et les flux monétaires** (FMN) liés à toutes les combinaisons de projets réalisables sur le plan économique.
- On forme toutes les **combinaisons possibles** en dressant la liste de chaque projet distinct, puis de deux projets à la fois, puis de trois, et ainsi de suite. Ces combinaisons de projets forment des ensembles mutuellement exclusifs.

# Exemple:

Pour  $m = 4$  on a  $2^4 = 16$  combinaisons possibles

A	10 000 \$	C	8 000 \$
B	5 000 \$	D	15 000 \$
Budget	25 000 \$		

ENSEMBLE	PROJETS	INVESTISSEMENT
1	Statu quo	0 \$
2	B	5 000 \$
3	C	8 000 \$
4	A	10 000 \$
5	BC	13 000 \$
6	D	15 000 \$
7	AB	15 000 \$
8	AC	18 000 \$
9	BD	20 000 \$
10	ABC	23 000 \$
11	CD	23 000 \$
12	AD	25 000 \$
13	BCD	<del>28 000 \$</del>
14	ABD	<del>30 000 \$</del>
15	ACD	<del>33 000 \$</del>
16	ABCD	<del>38 000 \$</del>

**Il faut éliminer les ensemble de projets qui nécessitent un investissement supérieur au budget de 25 000 \$.**

Les ensembles de projets 13 à 16 ne sont pas réalisables, car ils nécessitent un investissement supérieur au budget de 25 000\$.

Les ensembles de projets 1 à 12 constituent les ensembles réalisables.

## Étape 2: FMN et l'analyse de la VAN

- On calcule la  $VAN_j = VA$  des flux monétaires nets **d'un ensemble de projets** moins l'investissement initial qu'il nécessite.

$$VAN_j = \sum_{t=1}^{n_j} FMN_{jt} (P / F; k; t) - FMN_{j0}$$

$j$  désigne l'ensemble de projets

- On choisit l'ensemble de projets dont la  **$VAN_j$  est la plus élevée.**

## Exemple

- *Contrainte budgétaire* = **20 millions de \$**
- Nombre de projets = **5**
- Projets = {**A, B, C, D, E**}
- Nombre d'ensembles de projets =  $2^5 = 32$  combinaisons possibles
- Durée de vie de chaque projet = **9 ans**
- On détermine l'ensemble de projets qui possède la valeur actualisée nette la plus élevée au taux de rendement acceptable minimal (TRAM) de **15%**.



# Exemple

Les montants sont présentés **en milliers** de dollars

Projet	Investissement initial (\$)	FMN annuels (\$)	Durée de vie (années)
A	-10 000	2 870	9
B	-15 000	2 930	9
C	-8 000	2 680	9
D	-6 000	2 540	9
E	<del>-21 000</del>	9 500	9

rentre pas car dépasse le budget

**TRAM=15%**

Des  $2^5 = 32$  ensembles de projets possibles, on retire le projet E dès le départ, puisque 21 millions de dollars > **20 millions de dollars (budget disponible)**.

## Les ensembles de projets réalisables accompagnés de leurs flux monétaires nets et de leur valeur actualisée nette

TRAM=	15%	n=	9 ans	
Ensemble de projets j	Projets inclus	Investissement initial	Flux monétaires nets annuels	Valeur actualisée nette
		$FMN_{j0}$ (\$)	$FMN_j$ (\$)	$VAN_j$ (15%)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	A	-10000	2870	3 694 \$
2	B	-15000	2930	(1 019 \$)
3	C	-8000	2680	4 788 \$
4	D	-6000	2540	6 120 \$
5	AC	-18000	5550	8 482 \$
6	AD	-16000	5410	9 814 \$
7	CD	-14000	5220	10 908 \$
8	<i>Statu quo</i>	0	0	0

- La VAN de l'ensemble de projets **CD** est la plus élevée.
- Les 6 millions \$ qui restent seront réinvestis au TRAM de 15% par année.

# La limitation des investissements à l'aide de l'analyse de la VAN:

## Projets de durées de vie inégales (12.3)

solution: on calcule le + petit commun multiple ou l'annuité équivalente

### Éléments essentiels

- On présume que le **réinvestissement** de tous les flux monétaires nets positifs offrira le **TRAM** du moment de leur réalisation jusqu'à la fin du projet dont la durée de vie est la **plus longue**.
- **Pas nécessaire** d'utiliser le plus petit commun multiple (PPCM) des durées de vie des projets évalués.

## Exemple d'analyse de projets de durées de vie inégales

Projet	Investissement initial (\$)	Flux monétaires nets <b>annuels</b> (\$)	Durée de vie <b>du projet</b> (années)
A	-8 000	3 870	6
B	-15 000	2 930	9
C	-8 000	2 680	5
D	-8 000	2 540	4

Le budget de l'investissement est de **20 000 \$** et le **TRAM est de 15%**.

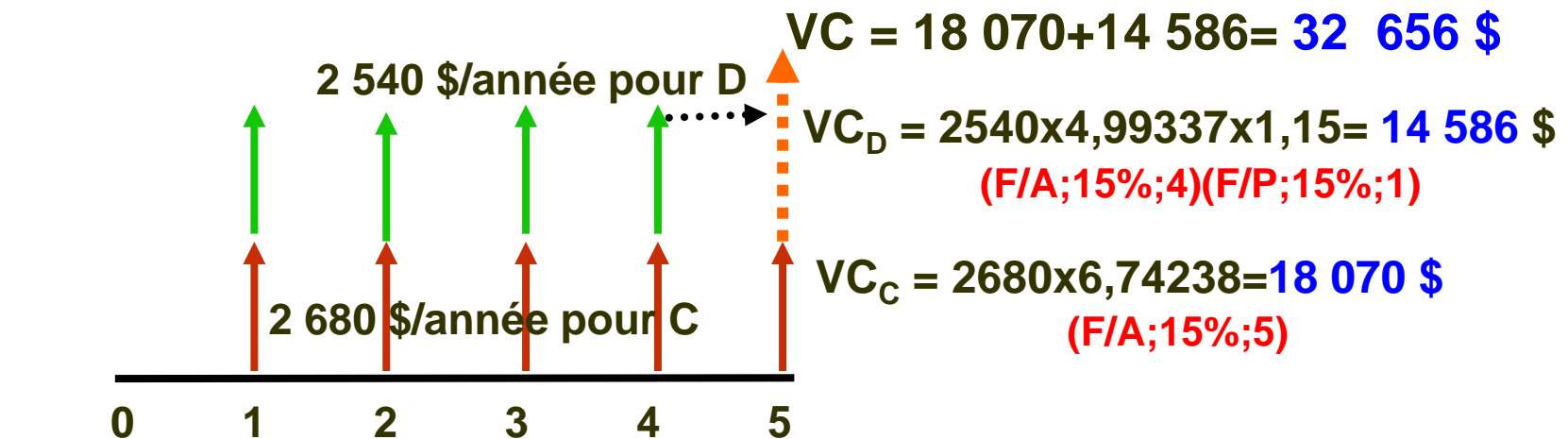
Il y a  $2^4 = 16$  ensembles de projets à évaluer, dont 8 sont réalisables.

## Exemple pour les projets C et D

Projet	Investissement initial (\$)	FMN annuels (\$)	Durée de vie (années)
C	-8 000	2 680	5
D	-8 000	2 540	4

- On trouve la valeur actualisée nette de l'ensemble de projets {C, D}.
- Les durées de vie de ces projets sont inégales.

# La valeur capitalisée et la valeur actualisée de l'ensemble de projets {C, D}



-16 000 \$

- $VC(CD \text{ à } 15\%) \text{ de } + FM = +32\,656 \$$
- $VAN(CD \text{ à } 15\%) = -16\,000 + 32\,656(P/F; 15\%; 5)$   
 $= +235 \$$

Si le taux de réinvestissement = TRAM, alors  
 $VAN(CD) = VAN(C) + VAN(D)$

# Les VAN en résumé

Ensemble de projets	Projets	Valeur actualisée nette (VAN)	Commentaires
1	A	+6 646 \$	
2	B	-1 019	Rejet
3	C	+984	
4	D	-748	Rejet
5	AC	+7 630	Ensemble de projets possédant la VAN la plus élevée
6	AD	+5 898	
7	CD	+235	
8	<i>Statu quo</i>	0	

On devrait choisir les projets **A et C**, qui exigent un investissement de **16 000 \$**, la différence de **4 000 \$** étant considérée comme investie au TRAM.

## Le regroupement des projets A et B dont les durées de vie sont inégales

- Les projets A et B possèdent des durées de vie inégales.
- Si l'on suppose un **réinvestissement des flux monétaires nets du projet le plus court au TRAM jusqu'à la fin de la durée de vie du projet le plus long**, on peut réunir les projets A et B dans un même ensemble en effectuant le calcul suivant :

$$VA_{(AB)} = VA_A + VA_B$$



# **TRAVAIL À FAIRE**

## **À faire:**

- ***Fichier (Problèmes solutionnés sur les méthodes d'évaluation avant impôts) sur Moodle***
- **Problèmes: manuel ÉI:**
  - # 6.3, 6.4, 6.5, 6.7, 6.11, 6.14
  - # 9.3, 9.8, 9.10, 9.11, 9.12, 9.22 et 9.34
  - # 11.8, 11.10, 11.12, 11.20, 11.30 et 11.37
  - # 12.5, 12.7, 12.12, 12.13
- **Lire chapitres 15 et 16: ÉI**