COURS NO5

CHAPITRES 4, 5, 10 et 14

- Taux d’intérêts nominaux et effectifs
- Périodes de paiement (PP) et de capitalisation (PC)
- Capital et intérêt
- L’incidence de l’inflation
- Dollars courants vs dollars constants
- Le calcul du coût du capital et du taux de rendement acceptable minimum (TRAM)

TAUX D'INTÉRÊT NOMINAL ET EFFECTIF

- Le **taux d'intérêt nominal** (**r**) est un taux d'intérêt qui **ne tient pas compte de la capitalisation (composition des intérêts).**

Par exemple, si le taux d'intérêt est de 4% par période et que la **période d'intérêt est de 6 mois**, on parlera d'intérêt de **8%** nominal composé semi-annuellement (ou semestriellement).

- Le **taux d'intérêt effectif par année** (***i***) est le **taux réel** qui s'applique à une année. Il tient compte de la capitalisation de l'intérêt.

Pour bien rendre compte de la valeur temporelle de l'argent, les formules, les facteurs et les valeurs des tables doivent être associés à un **taux d'intérêt effectif**.

NOTATION

- r = taux **d'intérêt nominal** par **année** r = rp * nb de périodes dans l'année
- r_p = taux **d'intérêt nominal** par période (r ÷ nombre de périodes p dans l'année. Ex: r_p par trimestre=**r/4**)
- m = nombre de périodes de **capitalisation d'intérêt par année**
- i = taux **d'intérêt effectif** par **année** i = [(1 + r/m)^m] - 1
- i_{PC} = taux **d'intérêt effectif** par période de capitalisation (PC) = ***r / m***
- i_{PP} = taux **d'intérêt effectif** par période de paiement (PP) ipp = [(1 + r/m)^m/v] -1
- v = nombre de versements (**paiements**) par **année (nbre de flux)**
- PC = période de capitalisation
- PP = période de paiement (**versement**)
- n_a = nombre **d'années**
- n = nombre total de **périodes** n = na * m

TAUX D'INTÉRÊT NOMINAL ET EFFECTIF (suite)

FRÉQUENCES DE CAPITALISATION DE L'INTÉRÊT:

Taux nominal: - quotidienne: m = 365

- mensuelle : m = 12
- trimestrielle : m = 4
- semestrielle : m = 2

Taux effectif: - annuelle: m = 1

Le nombre total de périodes de calcul d'intérêt sera ajusté par: $n = n_a \times m$

TN

Taux nominal= Taux par période x nombre de périodes

1,5%/mois pendant 24 mois équivaut à : (1,5%)(24 mois) = 36 %/24 mois

1,5%/mois pendant 1 an équivaut à : (1,5%)(12 mois) = 18 %/année

1,5 %/semestre pendant 1 an équivaut à : (1,5%)(2 semestres) = 3 %/année

TRÈS IMPORTANT

CONVERSION DES TAUX NOMINAUX

**

Taux nominal par **année** (**r**) **=** taux nominal par **période** (**r_p**)
x nombre de périodes **dans l'année**

EXEMPLE :

- 0,75% **par mois** capitalisé trimestriellement
- 0,75%*3=2,25% par trimestre capitalisé trimestriellement
- Soit 2,25%*4 = 9 % par année capitalisé trimestriellement

Ou: Taux nominal par année: **r = 0,75%*12 = 9% par année** capitalisé trimestriellement

- 3% **par semestre** capitalisé annuellement

3% * 2 = 6 % **par année** capitalisé annuellement

!!!TRÈS IMPORTANT

TAUX EFFECTIF

**

- Formule du *taux annuel effectif*: m>1 et v=1 $\boxed{i = \left(1+\frac{r}{m}\right)^{m} - 1}$

Exemple : *r* = 9 % par année capitalisé mensuellement; *m*=12 et v=1

i = (1+9%/12)$^{12/1}$ – 1= 9.38 % par année

- Taux *effectif* par période de capitalisation **PC (*i_{PC}*)** :

$$\boxed{i_{PC} = \frac{r\%\text{ par année}}{\text{nombre de périodes de capitalisation par année}} = \frac{r}{m}}$$

$i_{\text{par mois}}$ = 0,09/12 = 0,0075 ou 0,75 %/mois

$r_p \rightarrow r \rightarrow i_{pp}$

- Taux effectif par période de paiement pp (**i_{pp}**):

m>1 et v>1

$$\boxed{i_{pp} = \left(1+\frac{r}{m}\right)^{\frac{m}{v}} - 1}$$

i_{PP} = Taux d'intérêt effectif par PP
r = Taux nominal par année
v = Nombre de flux dans une année
m = Nombre de PC d'intérêt par année
n = Nombre total de PP (nombre de PP par année x nombre d'années)

!!! TRÈS IMPORTANT

ÉQUIVALENCE DES TAUX

Soient i_y = taux par période **y** et i_z = taux par période **z**.

- **i_y est équivalent à i_z** si la valeur acquise (future) par un placement P_0 au bout d'une année est la même que l'on utilise i_y ou i_z.

$$P_0\,(1+i_y)^{\text{nombre de y dans l'année}} = P_0\,(1+i_{\text{période z}})^{\text{nombre de z dans l'année}}$$

Exemple: $i_{\text{mois}} = 1\%$ alors 1$*(1+ian)exp1 = 1$*(1+1%)exp12

Période	y ou z	Taux effectif 1%/mois = 12.68%/année = 0.0033%/jour
année	1	$(1+i_{an})^{1} = (1+0{,}01)^{12}$ $\quad i_{annuel} = (1{,}01)^{12} - 1 = 12{,}68\%$
semestre	2	$(1+i_{semestre})^{2} = (1+0{,}01)^{12}$ $\quad i_{semestre} = (1{,}01)^{12/2} - 1 = 6{,}15\%$
trimestre	4	$(1+i_{trimestre})^{4} = (1+0{,}01)^{12}$ $\quad i_{trimestre} = (1{,}01)^{12/4} - 1 = 3{,}03\%$
mensuel	12	$(1+i_{mensuel})^{12} = (1+0{,}01)^{12}$ $\quad i_{mensuel} = (1{,}01)^{12/12} - 1 = 1\%$
quotidien	365	$(1+i_{quotidien})^{365} = (1+0{,}01)^{12}$ $\quad i_{quotidien} = (1{,}01)^{12/365} - 1 = 0{,}033\%$

TRÈS IMPORTANT!!!

Exemple 1

**

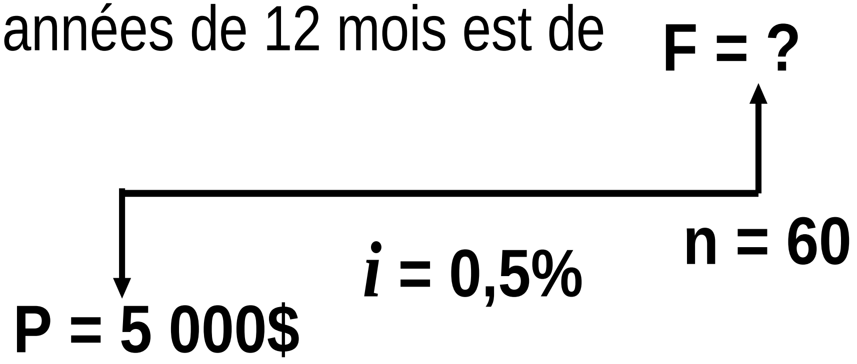
Calculez la valeur future dans 5 ans d'un montant actuel de 5 000 $ produisant un taux d'intérêt de 6 % par année composé mensuellement.

1 seul montant alors utiliser i_{pc} et $n = n_a * m$

m=12, v=1, n_a=5, n= n_a * m =5 * 12 = 60 périodes (mois)

ipc

- Le taux effectif par mois: i_{mois} = 6 %/12 = 0,5 %.
- Le nombre total de PC sur 5 années de 12 mois est de



ou

F = 5 000(F/P;0,5%;60)
= 5 000(1,3489)
= 6 744 $

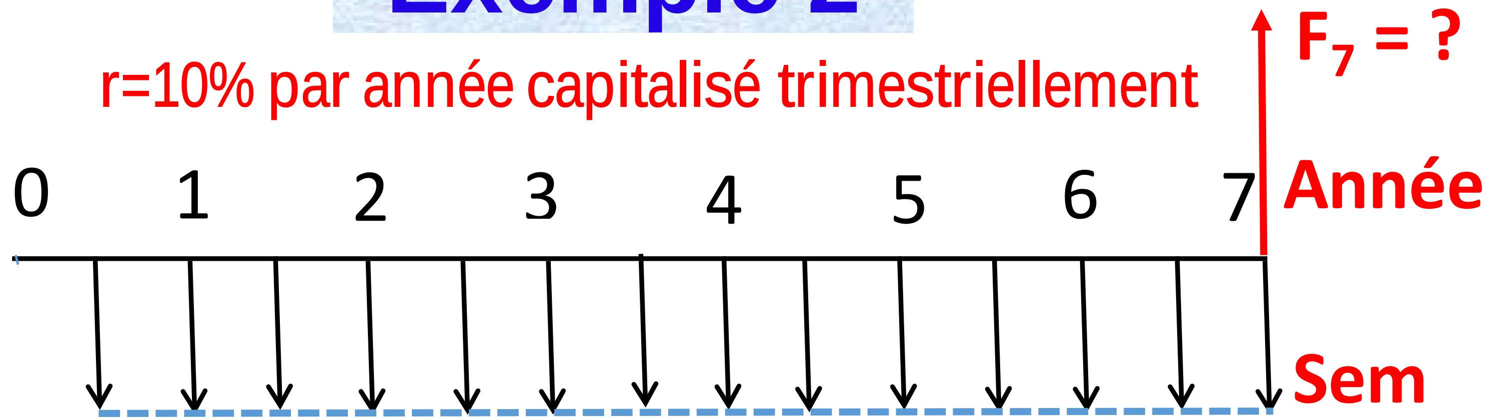
$$i = (1 + 6\%/12)^{12/1} - 1 = 6{,}17\%$$

$$F = 5\,000 \times (1 + 6{,}17\%)^5 = 6\,744\,\$$$

TRÈS IMPORTANT!!

Exemple 2

**



A=500$ par semestre

***Voir notes de cours cahier

Annuités (v flux dans l'année) alors utiliser $\boldsymbol{i}_{pp}$ et $n = n_a * v$

Solution

m= 4; v=2; $n=n_a*v=7*2=14$ semestres

$$i_{semestre}=(1+10\%/4)^{(4/2)}-1=5{,}0625\% \text{ } \underline{\textbf{par semestre}}$$

Détermination de *F* à la fin du 14e semestre (fin de la 7e année):

***F* = 500(*F*/*A*;5.0625%;14) = 500(19,68385)**

= 9 841,93 $

$$(F / A;5.0625;14)=\frac{(1+0.050625)^{14}-1}{0.050625}=19.68385$$

!!!!TRÈS IMPORTANT

TAUX EFFECTIF: CAPITALISATION CONTINUE

**

Le taux d'intérêt effectif annuel s'obtient en utilisant l'équation suivante:

$$i = \lim_{m\to\infty}\left[\left(1+\frac{r}{m}\right)^{m/v} - 1\right] \quad \text{donc} \quad \boxed{i = e^{r/v} - 1}$$

Quand les *flux sont annuels v = 1*, on a:

$$\boxed{i = e^{r} - 1}$$

Taux d'intérêt effectif par période i_p:

$$\boxed{i_p = e^{r_p} - 1}$$

Exemple: Trouver le taux d'intérêt effectif par trimestre si r=12% par année, capitalisation d'intérêt continue et v=1. r_p=12%/4=3% (taux par trimestre)

$$\boxed{i_{trimestre} = e^{0,03} - 1 = 3,045\%}$$

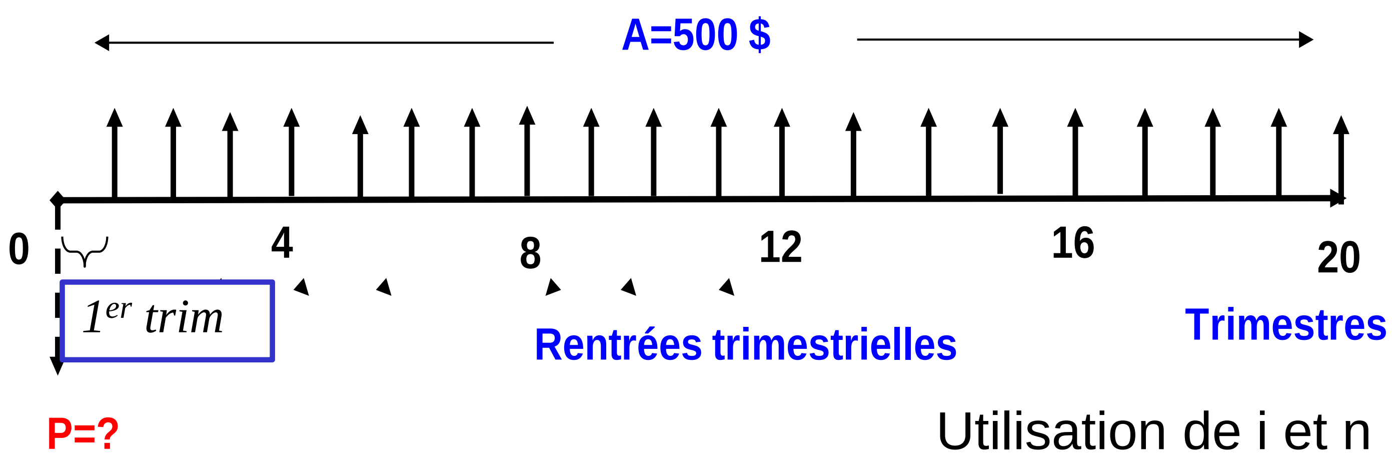
Exemple: composition continue

Une série de rentrées trimestrielles de 500$ s'étend sur une période de 5 ans. Quelle est sa valeur actualisée en fonction d'un taux d'intérêt de 8% par année, se composant continuellement

$$i = e^{r/v} - 1$$

$$i_{[\text{ trim }]} = e^{0.08/4} - 1$$

Taux d'intérêt par période: *i*= 2.02% par trimestre



P = A (P/A, 2.02%, 20)
= 500 $ (16.3199)
= 8 159.96$

Utilisation de i et n dans la formule d'équivalence

n=4 rentrées/an x 5 ans = 20

Obligation

- **Obligation: Titre d'emprunt à long terme** donnant à son souscripteur le droit de créance sur l'émetteur.
- **Valeur nominale ou valeur au pair** (VN): valeur unitaire de chaque obligation. Servira de référence pour le calcul des intérêts. Somme remboursée à la fin du prêt.
- **Taux de coupon**: Coupon total annuel divisé par la valeur nominale d'une obligation.

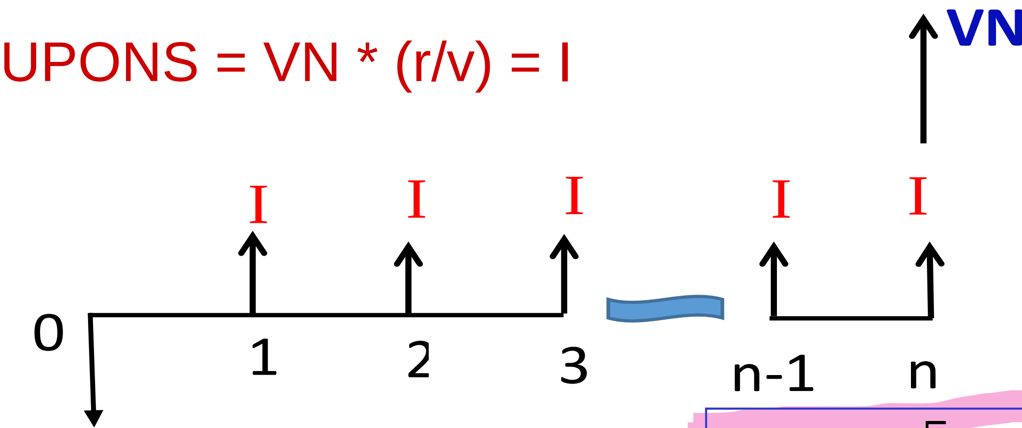
  VN = Émission initiale
  Taux du coupon = r
  Coupon = interet = VN * (r/v)
- **Coupons (I)**: Versements d'intérêts. La plupart des obligations canadiennes versent des **coupons** semestriels
- **Échéance (n)**: Date à laquelle l'émetteur de l'obligation doit rembourser le capital (ou valeur nominale).
- **Rendement à l'échéance** RAÉ (***i****): Rendement en tenant compte du prix de l'obligation, de ses coupons et de sa valeur nominale (VN).

!!!TRÈS IMPORTANT

La valeur actualisée d'une obligation

**

COUPONS = VN * (r/v) = I



$$I = VN\left(\frac{r}{v}\right)$$

VA=Prix à payer aujourd'hui?

$$\begin{aligned} VA &= I\left[\frac{(1+k)^{n}-1}{k(1+k)^{n}}\right] + VN(1+k)^{-n} \\ &= I(P/A;k;n) + VN(P/F;k;n) \end{aligned}$$

Où:

I = coupon (intérêt) périodique; ***r***= Taux nominal;

VN = valeur nominale de l'obligation à l'échéance;

v= Nombre de fois que l'intérêt est payé dans l'année.

TRAM=**k** = taux de rendement périodique;

Note: quand les taux d'intérêt augmentent, le prix des obligations diminue, et vice versa.

Exemple 5.11

Considérons une obligation d'une valeur nominale **VN** de **5 000 $** qui vient à échéance dans **10 ans.** Le taux de coupon (taux d'intérêt annuel) est de **4,5 %** et les coupons sont versés semestriellement.

On suppose que le taux de rendement acceptable minimum (TRAM) est de **8% par année composé trimestriellement.**

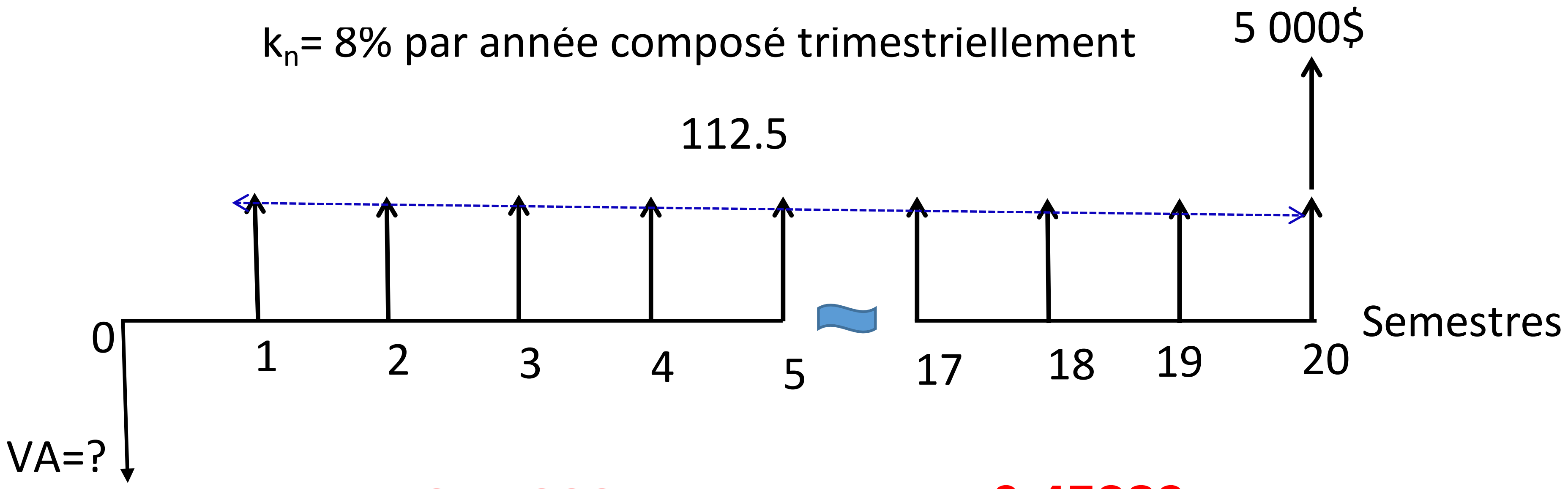
Combien seriez-vous prêt à payer aujourd'hui pour cette obligation?

Exemple 5.11 - Solution

Coupon

1) Intérêt semestriel= ***I***= 5 000 x (0.045 / 2) = **112.50$**
La valeur nominale de l'obligation est remboursée après 10 ans.

2) TRAM effectif par semestre=***k***= $(1+8\%/4)^{(4/2)}$-1= 4.04%
n= 20 semestres



13.54232 **0.45289**

VA=112,50(*P*/*A*;4.04 %;20) + 5 000(*P*/*F*;4.04 %;20) = **3 788 $**

Valeur actuelle

Si le prix demandé pour l'obligation est > à **3 788$**, c'est à rabais, le TRAM ne sera pas atteint.

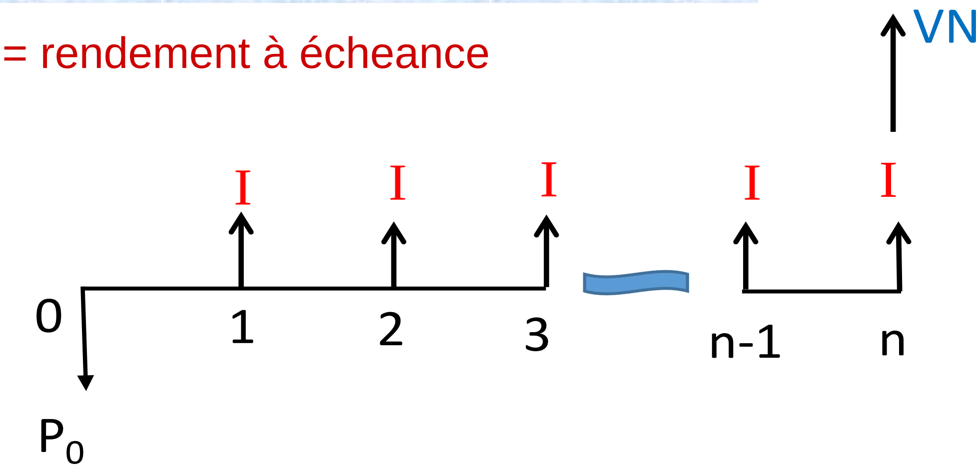
Rabais=(3788-5000)/5000= 24.24%

!!! TRÈS IMPORTANT

RENDEMENT À L'ÉCHÉANCE (*i**) D'UNE OBLIGATION

**

le taux qui va annuler l'expression = rendement à écheance



Trouver ***i**** qui rend la valeur actuelle nette **(VAN) =0**

Valeur actuelle nette

$$\text{VAN}\,(i^*) = -\text{P}_0 + \text{I}\left[\frac{(1+i^*)^{\text{n}}-1}{i(1+i^*)^{\text{n}}}\right] + \text{VN}(1+i^*)^{\text{-n}} = 0$$

$$\text{VAN}\,(i^*) = -\text{P}_0 + I(P/A;i^*;n) + VN(P/F;i^*;n) = 0$$

Procéder par essai-erreur

I = coupon périodique (connu)

RAÉ =***i**** = rendement à échéance de l'obligation (à déterminer)

VN = valeur nominale (connue)

P_0 = Prix d'achat de l'obligation

!!!TRÈS IMPORTANT À IMPRIMER

Calcul du rendement par essai-erreur

L'interpolation peut se faire comme suit:

$$\boxed{RAÉ = i^* = i_1 + \frac{VAN(i_1)}{VAN(i_1) - VAN(i_2)}(i_2 - i_1)}$$

i_1 = taux qui a permis de calculer VAN (i_1) >0

i^* = taux qui annule la VAN VAN (i^*) =0

i_2 = taux qui a permis de calculer VAN (i_2) < 0

VAN (i_1) = valeur actuelle nette, calculée avec i_1

VAN (i_2) = valeur actuelle nette, calculée avec i_2

i^* = rendement à l’échéance de l’obligation (RAÉ)

RENDEMENT À L'ÉCHÉANCE D'UNE OBLIGATION (exemple)

Aujourd'hui, vous avez payé 463.20 $ une obligation échéant dans 5 ans, dont les coupons sont payables semestriellement et dont le taux de coupon est de 10 %. Cette obligation est rachetable à sa valeur nominale, soit 500 $.

Si vous la conservez jusqu'à l'échéance, quel taux de rendement effectif moyen (ou rendement à l'échéance i) réaliserez-vous ?

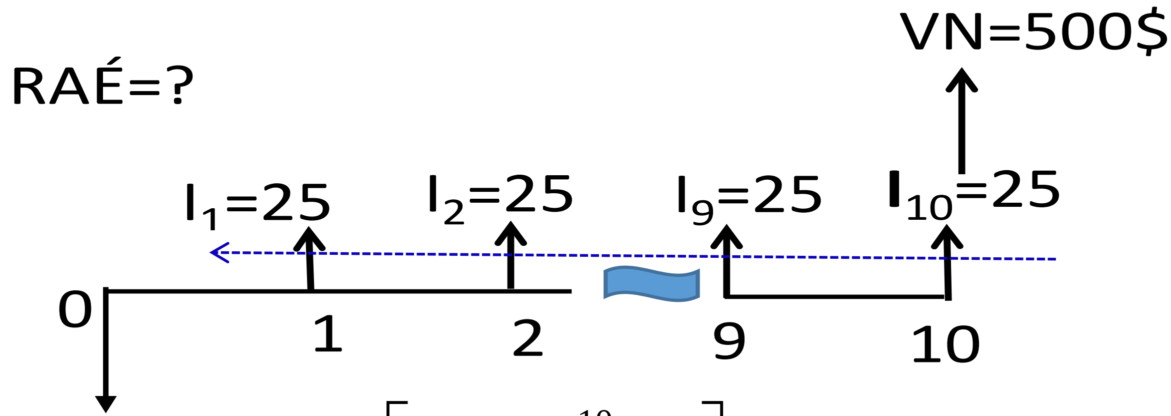
- Coupons: 500$ $* (10\%/ 2) =$ **25 $ /semestre.** I = VN * (r/v)
- Échéance: 10 semestres (**5 ans x 2 semestres**)
- En plus des coupons semestriels, on encaisse la valeur nominale **VN=500$** à l'échéance.

Il s'agit de **trouver le taux de rendement i*** connaissant le **prix (463.20$)**, **les flux monétaires** et l'**échéance**.

On peut déjà dire que ce taux sera plus élevé que le taux de coupon (10%) puisque l'obligation se vend à escompte.

TRÈS IMPORTANT!!!!!!!!!!!!!!

RENDEMENT À L’ÉCHÉANCE D’UNE OBLIGATION (suie)



P_0=463,20$

$$25\left[\frac{(1+i^*)^{10}-1}{i^*(1+i^*)^{10}}\right]+500\times(1+i^*)^{-10}-463.20=0$$

Calcul de ***i**** semestriel par interpolation:

i_1= 5% VAN (i_1) = 36.80 $

i^*= ? VAN (i^*) = 0 $

i_2= 7% VAN (i_2) = -33.44 $

effectif

$$\boxed{RAÉ=i^*=5\%+\frac{36.80\$}{36.80\$-(-33,44\$)}(7\%-5\%)=6,05\%}$$

Rendement annuel: **nominal**= i^*x2=6,05%x2=12,1%, capitalisation semestrielle

Rendement annuel **effectif**=$(1+6.05)^2$-1=12,36%

CAPITAL ET INTÉRÊT

- Le versement inclut une portion de **paiement de capital** et une portion de **paiement d'intérêt variables dans le temps**
- Le calcul du versement s'effectue selon la formule d'annuité suivante:

$$\boxed{A = C_0 \left(A/P, i, n \right)}$$

i=Taux d'intérêt par période de paiement

C_0= Capital emprunté

t	Capital $_{début}$	Intérêt I_t	Capital remboursé	Capital $_{fin}$
	C_{t-1}	$I_t = i.C_{t-1}$	CR_t	C_t
1	C_0	$I_1 = i.C_0$	$CR_1 = A-I_1$ différence entre A et intérêt remboursé	$C_1 = C_0 - CR_1$
2	C_1	$I_2 = i.C_1$	$CR_2 = A-I_2$	$C_2 = C_1 - CR_2$
…	…	…	…	…
n	$\mathbf{C_{n-1}}$	$I_n = i.C_{n-1}$	$CR_n = A-I_n$	$C_n = C_{n-1} - CR_n$

$\mathbf{I_t = C_{(t-1)} \times i\%}$

$\mathbf{CR_t = A(P/F, i\%, (n-t+1)) = A(1+i\%)^{-(n-t+1)}}$

EXEMPLE

!!! À IMPRIMER, TRÈS IMPORTANT!!!

C_0= 5 000$; r=12%; m=12;
v=12; n_a=2 ans; n=2 *12 =24

$$i_{mois} = \left(1+\frac{r}{m}\right)^{m/v} - 1$$

$$= \left(1+\frac{12\%}{12}\right)^{12/12} - 1 = 1\%$$

$A=C_0(A/P,i,n)$

$I_t= iC_{(t-1)}$

$CR_t= A(P/F,i,(n-t+1))= C_{(t-1)} - C_t$

$C_t= A(P/A,i,(n-t))$

$$\mathbf{235.37} = \mathbf{5000}(A/P,\mathbf{1}\%,\mathbf{24})$$ with $(A/P,1\%,24)$ = 0.047073

(P/F,1%,5)

CR_{20}=235.37x0,95147= **223.94**

I_{20}=1142.34x1%= **11,42**

C_{20}=235.37x(P/A,1%,4)= **918.40**

(3.90197)

Ou C_{20}=1142.34-223.94=**918.40**

t	Montant de versement A	Verse-ment du capital CR_t	Versement d'intérêt I	Solde $C_t = C_0 - \sum CR_t$
1	235.37 $	185.37 $	50.00 $	4 814.63 $
2	235.37	187.22	48.15	4 627.41
3	235.37	189.09	46.27	4 438.32
4	235.37	190.98	44.38	4 247.33
5	235.37	192.89	42.47	4 054.44
6	235.37	194.82	40.54	3 859.62
7	235.37	196.77	38.60	3 662.85
8	235.37	198.74	36.63	3 464.11
9	235.37	200.73	34.64	3 263.38
10	235.37	202.73	32.63	3 060.65
11	235.37	204.76	30.61	2 855.89
12	235.37	206.81	28.56	2 649.08
13	235.37	208.88	26.49	2 440.20
14	235.37	210.97	24.40	2 229.24
15	235.37	213.08	22.29	2 016.16
16	235.37	215.21	20.16	1 800.96
17	235.37	217.36	18.01	1 583.60
18	235.37	219.53	15.84	1 364.07
19	235.37	221.73	13.64	1 142.34
20	235.37	223.94	11.42	918.40
21	235.37	226.18	9.18	692.21
22	235.37	228.45	6.92	463.77
23	235.37	230.73	4.64	233.04
24	235.37	233.04	2.33	0.00

L'INFLATION

Diminution du pouvoir d'achat de l'unité monétaire dans le temps

- Mesurée par l'indice des prix à la consommation **(IPC)**
- **IPC** mesure la valeur d'un panier typique de biens et de services achetés par le consommateur moyen

$$IPC = \left[\frac{\textit{Valeur du panier durant la période}\ \text{courante}}{\textit{Valeur du panier durant la période}\ \text{de référence}} \right] \text{x } 100$$

Les trois taux importants

- Le taux **d'intérêt réel** ou sans inflation
  - Désigné par ***i***

- Le taux d'intérêt corrigé (majoré) de l'inflation ou **taux du marché**
  - Désigné par i_f

- Le **taux d'inflation**
  - Désigné par ***f***

CALCUL DE L'INFLATION

f_n : Taux d'inflation à l'année n

$f_{n1 \to n2}$: Taux d'inflation moyen annuel sur la période n_1 à n_2

IPC_{n_j} : indice des prix à la consommation pour la période finale n_j

$$f_n = \left[\frac{IPC_n - IPC_{n-1}}{IPC_{n-1}} \right]$$

*

$$f_{n_1 \to n_2} = \left(\left[\frac{IPC_{n2}}{IPC_{n1}} \right]^{\frac{1}{n_2 - n_1}} - 1 \right)$$

ex: n1 = 2010 et n2 = 2020

*

TAUX D'INFLATION MOYEN

EXEMPLE

Année	IPC	INFLATION	Année	IPC	INFLATION
2006	109,1	1,96%	2013	122,8	0,90%
2007	111,5	2,20%	2014	125,2	1,95%
2008	114,1	2,33%	2015	126,6	1,12%
2009	114,4	0,26%	2016	128,4	1,42%
2010	116,5	1,84%	2017	130,4	1,56%
2011	119,9	2,92%	2018	133,4	2,30%
2012	121,7	1,50%			

2002=100

http://www.statcan.gc.ca/tables-tableaux/sum-som/l02/cst01/econ150a-fra.htm

Taux d'inflation moyen pour la période 2006-2018 :

$$1.84\% = \left[\frac{116.5 - 114.4}{114.4}\right]$$

$$109.1\left(1+f\right)^{12} = 133.4$$

$$\left(1+f\right)^{12} = 1.22$$

$$f = (1.22)^{1/12} - 1 \Rightarrow f = 1.67\%$$

$\boxed{12 = 2018 - 2006}$

Dollars courants et dollars constants

- **DOLLARS COURANTS A**
  - Flux monétaire dans le futur estimé en tenant compte de l'inflation

    (avec le taux du marché)
  - Les dollars courants ont le pouvoir d'achat des $ de l'année courante

- **DOLLARS CONSTANTS A'**
  - Flux monétaire dans le futur estimé sans tenir compte de l'inflation
    (avec le taux réel)
  - Les dollars constants ont le pouvoir d'achat de l'année de référence

!!! TRÈS IMPORTANT

CONVERSION

DOLLARS COURANTS et DOLLARS CONSTANTS

contiennent l'inflation (if)

Sans l'inflation (i)

$$A_n = A_n^{'}(1+f)^n$$

Taux d'inflation moyen

$$A_n^{'} = \frac{A_n}{(1+f)^n}$$

A_n : dollar courant à l'année n

$A_n^{'}$: dollar constant à l'année n

f : taux d'inflation moyen

TAUX D'INTÉRÊT et INFLATION

$$i = \frac{i_f - f}{1+f}$$

$$i_f = (1+i)(1+f) - 1 = i + f + if$$

i = taux d'intérêt réel taux reel sans inflation

i_f = taux d'intérêt du marché (tient compte de l'inflation) taux du marché contenant inflation

f = taux d'inflation moyen

ANALYSE DE RENTABILITÉ AVEC INFLATION

- Pour analyser la rentabilité d'un projet :
  1. choisir un domaine d'analyse
     constant ou courant
  2. tout transformer dans le même domaine

RÈGLE GÉNÉRALE :

Domaine courant →
- **Dollars courants (futurs) à la période t_2 : *A***
- **Taux d'intérêt du marché : i_f**

Domaine constant →
- **Dollars constants (actuels) à la période t_1 : *A'***
- **Taux d'intérêt réel : i**

!!! TRÈS IMPORTANT!!!

Pouvoir d'achat en dollars constants

$$\boldsymbol{F} = \frac{P(F/P, \boldsymbol{i_f}, n)}{(\mathbf{1} + \boldsymbol{f})^{\boldsymbol{n}}}$$

dollars sans inflation, pouvoir d'achat F

Pouvoir d'achat en **dollars constants**

Exemple

P = 1 000 $ aujourd'hui et le taux d'intérêt du marché est de 10 % par année (f= 4 %/année). n=7. **Valeur capitalisée et pouvoir d'achat en $ constants?**

Solution

F_7 = 1000 $(*F/P*;**10%**;7) = **1 948 $**

F = 1 948 $/(1,04)^7

= 1 948/1,3159 = 1 481

Pouvoir d'achat en dollars constants

1 481 $ est inférieur de 24 % à 1 948 $.

L'inflation réduit le pouvoir d'achat de 24 % au bout de 7 ans.

$$i = \frac{0.10 - 0.04}{1 + 0.04} = 0.0577 = 5.77\%$$

Taux de rendement reel

L'inflation de 4 %/an a réduit le taux réel à moins de 6 %/an.

F = 1 000 $(*F/P*;5,77%;7) = 1 481 $.

Pas à l'exam à partir d'ici

Sources de financement

DEUX PRINCIPALES SOURCES DE FINANCEMENT:

- **FONDS PROPRES (CAPITAUX PROPRES):**
  - **Émission d'actions (frais d'émission déductibles)**
    - **Actions ordinaires AO (dividendes)**
    - **Actions privilégiées AP (dividendes)**
  - **Autofinancement (utilisation des résultats non distribués RND) (dividendes)**

- **FONDS EMPRUNTÉS (ENDETTEMENT)**
  - **Emprunt à long terme (intérêts déductibles d'impôts)**
  - **Émission d'obligations (intérêts déductibles d'impôts)**

Coût des capitaux propres (k_{cp})

Le **coût des capitaux propres** représente le manque à gagner subi par les actionnaires du fait de leur renonciation aux autres possibilités de placement.

Pour l'évaluation, deux modèles peuvent être utilisés:

- le modèle de **GORDON et SHAPIRO**
- le modèle d'évaluation des actifs financiers (**MEDAF**)

MODÈLE DE GORDON et SHAPIRO ou MÉTHODE DES DIVIDENDES

- Repose sur l’hypothèse d’une croissance régulière du dividende à un taux annuel constant **g**.

- Déterminé à partir de la tendance passée corrigée des anticipations du futur.

- Taux de croissance des dividendes **g** doit être inférieur au coût des capitaux propres $\mathbf{k_{cp}}$ $\mathbf{(g < k_{cp})}$

VALEUR D'UNE ACTION

$$P_0 = \frac{D_1}{k_{cp} - g}$$

On obtient :

$$k_{cp} = \frac{D_1}{P_0} + g$$

En général, le cours de l'action à un moment précis t est :

$$P_t = \frac{D_t(1+g)}{k_{cp} - g} = \frac{D_{t+1}}{k_{cp} - g}$$

- k_{cp}: coût des CP de l'entreprise ou **taux de rendement exigé par les actionnaires**
- P_0 : valeur de l'action à la **période 0**, D_1: dividende de l'année 1
- D_t: dividende à la fin de la période t, g: taux de croissance des dividendes

MODÈLE DE GORDON et SHAPIRO (suite)

$$P_0 = \frac{D_1}{(1+k_{cp})} + \frac{D_1(1+g)}{(1+k_{cp})^2} + \frac{D_1(1+g)^2}{(1+k_{cp})^3} + \ldots$$

$$= \frac{D_1}{(1+k_{cp})} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{(1+g)}{(1+k_{cp})} \right]^n ,$$

$$= \frac{D_1}{(1+k_{cp})} \left[\frac{1}{1 - \frac{1+g}{1+k_{cp}}} \right] , \text{ où } g < k_{cp}$$

$$P_0 = \frac{D_1}{k_{cp} - g}$$

On obtient :

$$k_{cp} = \frac{D_1}{P_0} + g$$

Représente la valeur actuelle des dividendes futurs

Modèle de croissance du dividende

Suite géométrique de 1^er terme $1/(1+k_{cp})$ et de raison $(1+g)/(1+k_{cp})$

- k_{cp}: coût des CP de l'entreprise ou taux de rendement exigé par les actionnaires
- P_0 : valeur de l'action à la période 0, D_1: dividende de l'année 1
- D_t: dividende à la fin de la période t, g: taux de croissance des dividendes

1. FINANCEMENT PAR CAPITAUX PROPRES

1.a- Coût des résultats non distribués

$$k_r = \frac{D_1}{P_0} + g$$

1.b- COÛT DES ACTIONS

- ORDINAIRES:

$$k_o = \frac{D_1}{P_0\left(1 - f_c\right)} + g$$

- PRIVILÉGIÉES:

$$k_p = \frac{D^*}{P^*\left(1 - f_c\right)}$$

Coût des capitaux propres:

$$k_{cp} = ak_r + bk_o + ck_p$$

k_r: coût des RND; P_0 : Valeur marchande de l'action

D_1: dividendes pour la1ère année; g: taux annuel de croissance des dividendes

k_o: coût des AO; f_c : frais d'émissions en % du prix des actions, après impôts

k_p: coût des AP; D^*: dividende fixe annuel; P^*: prix d'émission

a,b,c: Fraction du total des capitaux propres financée par les RND, AO et AP respectivement

2. FINANCEMENT PAR ENDETTEMENT

$$k_d = \left[E.k_e + (1-E).k_{ob}\right].(1-T)$$

k_d: Coût de l'endettement (long terme)

E: Fraction de l'emprunt à LT par rapport à la dette totale

k_e: Taux d'intérêt de l'emprunt à LT avant impôt

T: Taux d'impôt

k_{ob}: Taux d'intérêt avant impôt sur les obligations

Il faut aussi tenir compte des frais d'émission d'obligations

COÛT MOYEN PONDÉRÉ DU CAPITAL: CPMC

$$\boxed{CMPC = \frac{C_{cp}}{C_d + C_{cp}} \times k_{cp} + \frac{C_d}{C_d + C_{cp}} \times k_d}$$

CMPC= fraction des capitaux propres * coût des capitaux propres + fraction des emprunts * coûts (après impôt) des capitaux empruntés

Coût des capitaux propres: $k_{cp} = ak_r + bk_o + ck_p$

Coût de l'endettement: $k_d = \left[E.k_e + (1-E).k_{ob}\right].(1-T)$

- **C_d:** Valeur de la dette (long terme) en dollars
- **C_{cp}:** Valeur des capitaux propres en dollars
- **k_{cp}:** Taux exigé par les actionnaires (coût des capitaux propres par période)
- **k_d** : Taux d'intérêt moyen **après impôt** par période

Exemple 10.2: Coût moyen pondéré du capital

Source de capitaux	Montant (en $)	Coût (en %)
• Actions ordinaires	5 millions $	13,7 %
• Résultats non distribués	2 millions $	8,9 %
• Emprunt par émission d'obligations	3 millions $	7,5 %

Somme : 10 millions $

Actions = 5/10= 50 %; **RND**= 2/10=20 %; **Obligations**= 3/10=30%

a) **CMPC** = (0,50)(13,7) + (0,20)(8,9) + (0,30)(7,5) = **10,88 %**.
Le TRAM de cette entreprise doit être **>** 10,88 %

b) Si **rendement prévu est 5%,** le programme doit être évalué au moyen de:
TRAM = **k**=10,88% + 5% = **15,88%**

MODÈLE DES ACTIFS FINANCIERS
MEDAF

Permet de déterminer le rendement d'un titre donné (donc à priori le **coût des capitaux propres**)

PARAMÈTRES DU MODÈLE

Deux catégories de risque

- un **risque systématique** ou risque de marché (non diversifiable car **lié à la conjoncture économique**,…)

- un **risque diversifiable** ou risque spécifique (**lié uniquement aux variables intrinsèques** de l'entreprise).

Pour générer un portefeuille de titres, l'investisseur pourra diversifier les titres en fonction du risque

MODÈLE DES ACTIFS FINANCIERS MEDAF

$$R_e = R_f + \beta_i\,[R_m - R_f]$$

Taux de rendement d'un projet à risque = Taux sans risque + β * prime de risque du marché

R_e = Coût du **capital-actions** ordinaires

R_f = Taux prescrit des bons du Trésor du gouvernement du Canada, considérés comme un placement sûr (**taux sans risque)**

β = Volatilité de l'action ordinaire de l'entreprise par rapport à d'autres actions sur le marché *(***β** = 1 est la norme)

R_m = rendement des actions pour un portefeuille du marché défini, mesuré à l'aide d'un indice reconnu

[**R_m - R_f**] = **Prime de risque du marché** c'est-à-dire le surplus de rentabilité exigé par les investisseurs lorsque ces derniers placent leur argent sur le marché, plutôt que dans un actif sans risque

MEDAF (suite)

Exemple 10.5:

- **Coût du capital-actions ordinaires doit être < 15%**
- **Bons du trésor (pas de risque): 4%**
- **Prime de risque souhaitable= 5 %**
- **Valeur historique du coefficient β = 1,7**
- R_e **= 4,0+ 1,7 * 5 = 12,5 %**

TRAVAIL À FAIRE

- **Problèmes: Économie pour ingénieurs**:
- 4.9, 4.10, 4.11, 4.19, 4.21, 4.23, 4.31, 4.36, 4.40 4.49 et 4.58
- 5.48, 5.49, 5.50, 5.52
- 10.14, 10.16 et 10.20
- 14.2, 14.6, 14.19, 14.26 et 14.29

- **Lire et cours #6 (coûts et Seuil de rentabilité) et chapitre 13** : **Économie pour ingénieurs**