Preuve indirecte

Exercice

Soit à prouver en utilisant la preuve indirecte que : *"Si* 3n + 2 *est impair, alors* n *est impair,"*

La contraposée de cette implication est : *"Si* n *est pair, alors* 3n + 2 *est pair"*

Appliquons la preuve directe à cette contraposée.

Soit n un entier.

Supposons que n est pair.

n est pair → $\exists\, k \in \mathbb{Z}, n = 2k$

→ $\exists\, k \in \mathbb{Z}, 3n = 6k$

→ $\exists\, k \in \mathbb{Z}, 3n + 2 = 6k+2$

→ $\exists\, k \in \mathbb{Z}, 3n + 2 = 2(3k+1)$

→ $\exists\, t \in \mathbb{Z}, 3n + 2 = 2t$; $avec\ t = 3k+1$ et $k \in \mathbb{Z}$

→ $3n + 2\ est\ pair$

aurel.randolph@polymtl.ca

Preuve par l'absurde

Exercice

Soit à prouver en utilisant la preuve l'absurde que : *"Si* 3n + 2 *est impair, alors* n *est impair,"*

Supposons que l'implication est fausse. On a donc que *"*n *est pair'' et* 3n + 2 *est impair"*

$n \in \mathbb{N}$

n est pair → $\exists\, k \in \mathbb{Z}, n = 2k$

→ $\exists\, k \in \mathbb{Z}, 3n = 6k$

→ $\exists\, k \in \mathbb{Z}, 3n + 2 = 6k+2$

→ $\exists\, k \in \mathbb{Z}, 3n + 2 = 2(3k+1)$

→ $\exists\, t \in \mathbb{Z}, 3n + 2 = 2t$; $avec\ t = 3k+1$ et $k \in \mathbb{Z}$

→ $3n + 2\ est\ pair$

$3n + 2\ est\ pair$ *et* $3n + 2\ est\ impair$ *: contradiction*

L'implication n'est donc pas fausse, elle est vraie.

D'où n $\forall\, n \in \mathbb{N}, 3n + 2\ est\ impair \rightarrow n\ est\ impair$

aurel.randolph@polymtl.ca