Suite géométrique : Somme des termes

Soit $\{a_n\}$ une suite géométrique de premier terme a_0 et de raison r.
Nous cherchons à déterminer la somme ***S*** des termes allant de a_p à a_m.

$$S = a_p + a_{p+1} + \dots + a_{m-1} + a_m$$

$$a_{p+1} = r.\, a_p$$

$$a_{p+2} = r.\, a_{p+1} = r.\,(r.a_p) = r^2.\, a_p$$

$$a_{p+3} = r.\, a_{p+2} = r.\,(r^2.\, a_p) = r^3.\, a_p$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$a_m = a_{p+(m-p)} = r^{m-p}.\, a_p$$

Donc $S = a_p + r.\, a_p + \dots + r^{m-p-1}.\, a_p + r^{m-p}.\, a_p$

$$r.S = r.a_p + \mathrm{r.}r.\, a_p + \dots + \mathrm{r.}r^{m-p-1}.\, a_p + \mathrm{r.}r^{m-p}.\, a_p$$

$$r.S = r.a_p + r^2.\, a_p + \dots + r^{m-p}.\, a_p + r^{m-p+1}.\, a_p$$

$$r.S - S = (r.a_p + r^2.\, a_p + \dots + r^{m-p}.\, a_p + r^{m-p+1}.\, a_p) - (a_p + r.\, a_p + \dots + r^{m-p-1}.\, a_p + r^{m-p}.\, a_p)$$

$$r.S - S = (\cancel{r.a_p} + \cancel{r^2.\, a_p} + \dots + \cancel{r^{m-p}.\, a_p} + r^{m-p+1}.\, a_p) - (a_p + \cancel{r.\, a_p} + \dots + \cancel{r^{m-p-1}.\, a_p} + \cancel{r^{m-p}.\, a_p})$$

$$r.S - S = (r^{m-p+1}.\, a_p) - (a_p)$$

$$S.(r-1) = (r^{m-p+1} - 1).a_p$$

aurel.randolph@polymtl.ca

Suite géométrique : Somme des termes

Soit ***{a_n}*** une suite géométrique de premier terme a_0 et de raison *r*.
Nous cherchons à déterminer la somme ***S*** des termes allant de a_p à a_m.

$S.(r-1) = (r^{m-p+1} - 1).a_p$

Si r ≠ 1

$$S = \frac{r^{m-p+1} - 1}{r - 1} a_p$$

Si r = 1

$S = a_p + r.\,a_p + \ldots + r^{m-p-1}.\,a_p + r^{m-p}.\,a_p$

$S = r^0.\,a_p + r.\,a_p + \ldots + r^{m-p-1}.\,a_p + r^{m-p}.\,a_p$

$S = \underbrace{a_p + a_p + \ldots + a_p + a_p}_{m-p+1 \text{ fois}}$

$S = (m-p+1).a_p$

Si p = 0, m = n et r ≠ 1, on a :

$$S = \frac{r^{n+1} - 1}{r - 1} a_0$$

Si p = 0, m = n et r = 1, on a :

$$S = (n+1).a_p$$

aurel.randolph@polymtl.ca