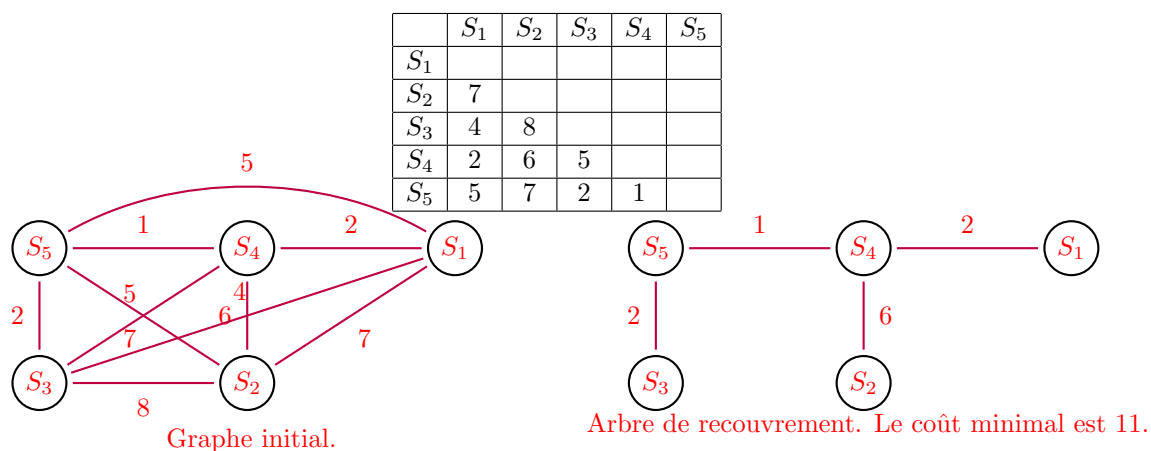


TD 8 : GRAPHES - DÉNOMBREMENTS
CORRIGÉ DE QUELQUES EXERCICES

Exercice 1. Appliquer l'algorithme de Prim aux données du tableau ci-après pour trouver le coût minimal.



Exercice 2. Appliquer l'algorithme de Kruskal au graphe pondéré ci-après.



Exercice 3. Une compagnie désire installer au moindre coût un réseau de transmission de données entre son siège et 7 de ces succursales numérotées S_1, S_2, \dots, S_7 . Le coût d'une ligne entre deux agences est donnée par le tableau suivant :

1. Appliquer Prim pour trouver le coût minimal du projet.
2. Appliquer Kruskal pour trouver le coût minimal du projet.
3. Comparer les deux solutions.

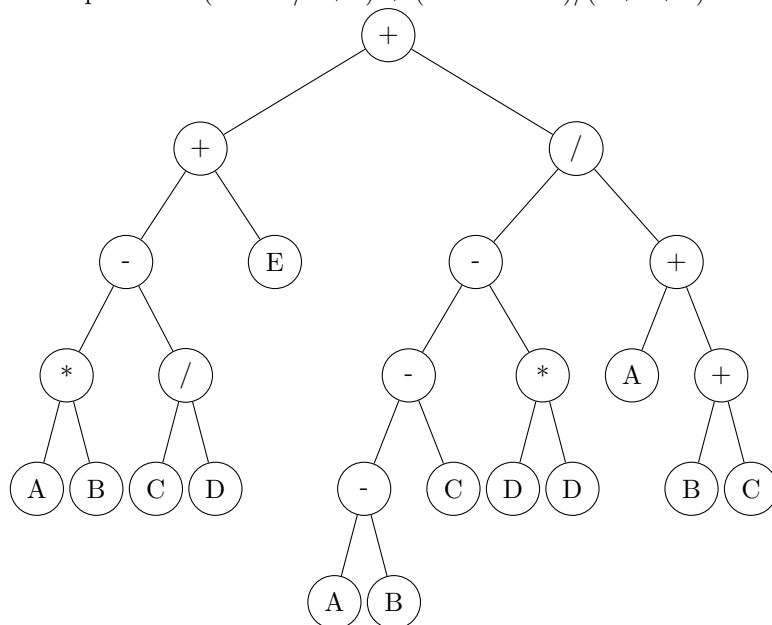
Comme Kruskal nécessite de dresser une liste qui ici ne change pas le résultat en termes de coût, Prim sera plus rapide à appliquer. Le coût minimal du projet est de 73.

TABLE 1. Coût d'installation d'un réseau de transmission

	Siège	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
S_1	5						
S_2	18	17					
S_3	9	11	27				
S_4	13	7	23	20			
S_5	7	12	15	15	15		
S_6	38	38	20	40	40	35	
S_7	22	15	25	25	30	10	45

Exercice 4. *Parcours d'arbres*

- Calculer la valeur des expressions suivantes, avec $A = 2$, $B = 2$, $C = 3$, $D = 4$ et $E=1$.
 - Posfixées : $ABC^{**}CDE+/-$; $ADBCD^{*}-+^{*}$
 $\frac{57}{5}; -12$
 - Prefixées : $-^{*}+ABC/DB$; $^{*}A+D-B^{*}CD$
 $10; -12$
- Dessiner l'arbre binaire représentant l'expression suivante et donnez-en une forme préfixe et une forme postfixe : $(A*B-C/D+E) + (A-B-C-D*D)/(A+B+C)$



Prefixe : $++-^{*}AB/CDE/- - - ABC^{*}DD + A + BC$
 Postfixe : $AB^{*}CD/-E + AB - C - DD^{*} - ABC + +/+$

Exercice 5. Résoudre les relations de récurrence suivantes :

- $a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}$; $a_0 = 1$ et $a_1 = 0$
 Réponse : $a_n = 3 \times 2^n - 2 \times 3^n$
- $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$; $a_0 = 0$ et $a_1 = 1$
 Réponse : $a_n = \left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + \frac{\sqrt{5}}{5} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n$
- $a_n = 2a_{n-1} - 2a_{n-2}$; $a_0 = 1$ et $a_1 = 3$
- $a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} + 6a_{n-3}$; $a_0 = 1$, $a_1 = -4$ et $a_2 = -4$
- $a_n = 7a_{n-1} - 16a_{n-2} + 12a_{n-3}$; $a_0 = 0$, $a_1 = 1$ et $a_2 = 2$
 Réponse : $a_n = \left(2 + \frac{3n}{2}\right) \times 2^n - 2 \times 3^n$

Exercice 6. Donner un ordre de grandeur asymptotique pour $T(n)$.

- $T(n) = 4T(n/2) + n^3$. Réponse : $O(n^3)$

2. $T(n) = 8T(n/2) + n^2$. Réponse : $O(n^3)$
3. $T(n) = 2T(n/4) + n^2$.