

TD 7 : GRAPHES - ARBRE

Exercice 1.

(1) Donnez l'ordre dans lequel les sommets sont traversés dans le cas d'un parcours préfixe.

Solution : $a, d, e, f, g, o, n, m, p, c, b, h, i, l, k, q, j$

(2) Donnez l'ordre dans lequel les sommets sont traversés dans le cas d'un parcours infixe.

Solution : $e, d, f, o, g, n, p, m, a, c, h, b, l, i, q, k, j$

(3) Donnez l'ordre dans lequel les sommets sont traversés dans le cas d'un parcours postfixe.

Solution : $e, f, o, n, p, m, g, d, c, h, l, q, k, j, i, b, a$

Exercice 2. Jeux avec les expressions arithmétiques :

1. Calculer la valeur des expressions suivantes, avec $A = 1$, $B = 2$, $C = 2$, $D = 3$ et $E = 4$.

a. Posfixées : $ABC + *CDE + \uparrow -$; $ADBCD * - + *$ **-124 et -1**

b. Préfixées : $- * + ABC - DB$; $*A + D - B * CD$ **5 et -1**

2. Dessiner l'arbre binaire représentant l'expression suivante et donnez-en une forme préfixe, infixe et postfixe : $(A * B - C / D + E) + (A - B - C - D * D) / (A + B + C)$

Parcours :

Préfixe : $++-*AB/CDE/-ABC*DD++ABC$

Infixe : $A*B-C/D+E+A-B-C-D*D/A+B+C$

Postfixe : $AB*CD/-E+AB-C-DD*-AB+C+/+$

Exercice 3. écrivez les équations suivantes sous la forme préfixe et postfixe en suivant la priorité des opérations.

(1) $1+2*3$

préfixe : $+1*23$

postfixe : $123*+$

(2) $(1-2)*(3+4)$

préfixe : $*-12+34$

postfixe : $12-34+*$

(3) $(3^2 + 4^2)^{1/2}$

préfixe : $^+ + ^ 32^ 42/12$

postfixe : $32^ 42^ +12/^$

Exercice 4. Donnez le resultat des équations suivantes.

- préfix:

(1) $+ -42/5 + *123$

3

(2) $+4//++29*-15+2*1233$

31/9

- postfix:

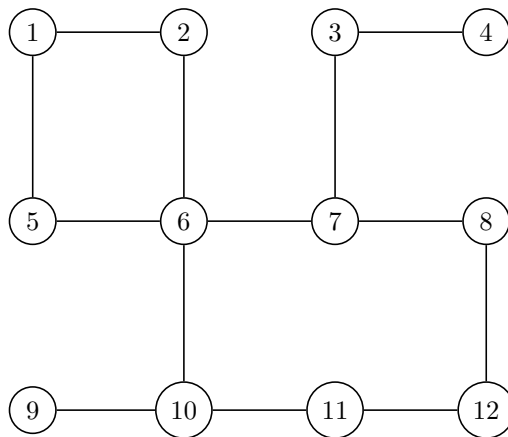
(1) $142*+3/53-+$

5

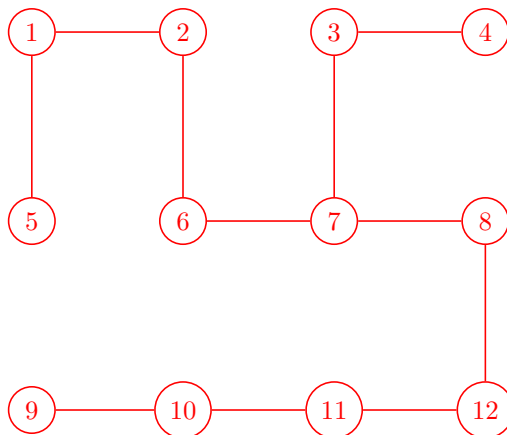
(2) $273+*2-411+5*-/$

3

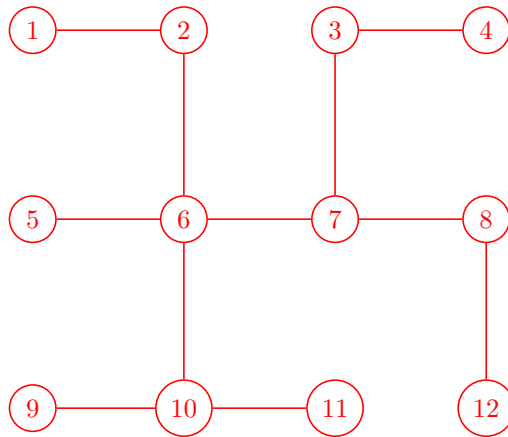
Exercice 5. Donnez les arbres de recouvrement en partant du noeud 6 en utilisant la fouille en profondeur et en largeur. À noter quand dans le cas où plusieurs noeuds sont disponibles, on les choisit en ordre croissant.



fouille en profondeur :

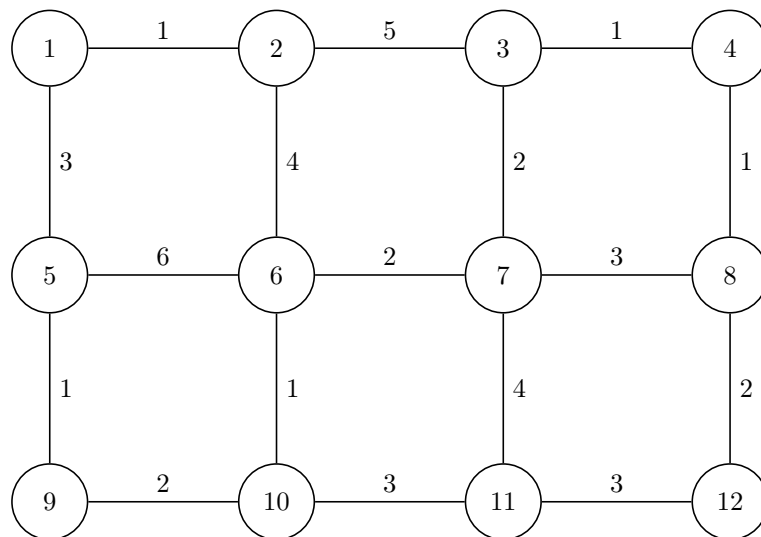


fouille en largeur :

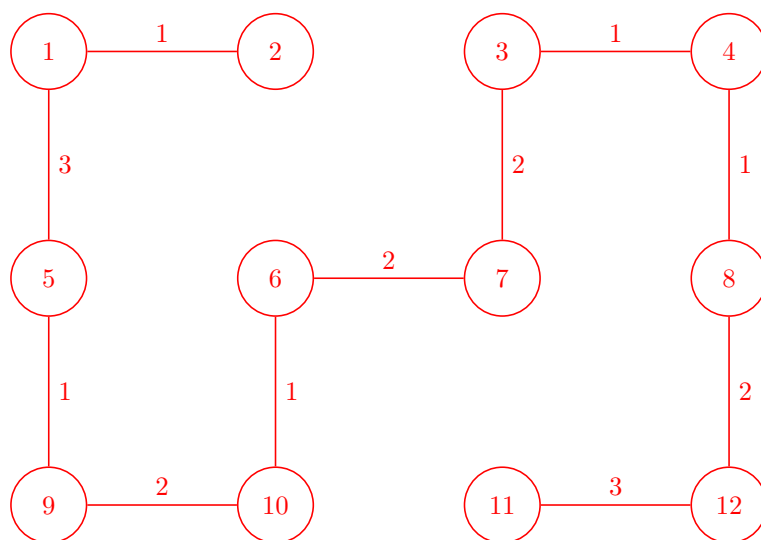


Exercice 6. À partir du graph suivant, décrivez chaque étape afin obtenir l'arbre de recouvrement ayant le coût minimal en utilisant :

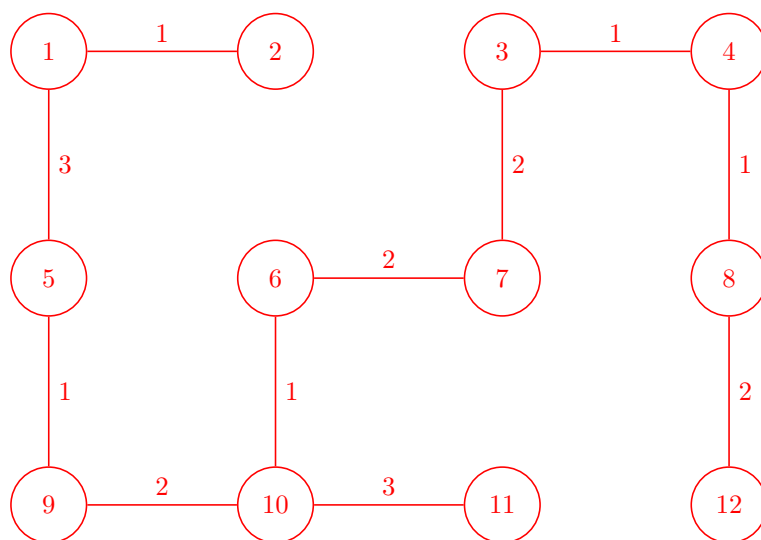
- (1) l'algorithme de Prim.
- (2) l'algorithme de Kruskal.



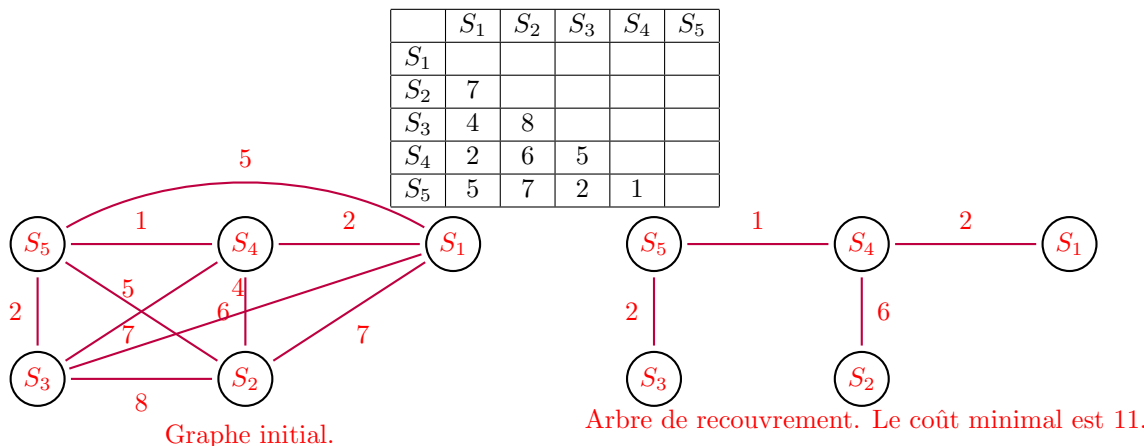
Prim :



Kruskal :



Exercice 7. Appliquer l'algorithme de Prim aux données du tableau ci-après pour trouver le coût minimal.



Exercice 8. Une compagnie désire installer au moindre coût un réseau de transmission de données entre son siège et 7 de ces succursales numérotées S_1, S_2, \dots, S_7 . Le coût d'une ligne entre deux agences est donnée par la TABLE 1 :

1. Appliquer Prim pour trouver le coût minimal du projet.

Solution :

- 1.1. Choisir un arc arbitraire parmi les arcs de coût minimal : $S_{\text{ige}} - S_1$.
- 1.2. Choisir un arc arbitraire ne formant pas de cycle parmi les arcs de coût minimal qui touchent au S_{ige} ou à S_1 : $S_{\text{ige}} - S_5$ ou $S_1 - S_4$.
- 1.3. Prendre l'autre arc de l'étape précédente (puisque'il est minimal et ne forme pas de cycle).
- 1.4. Choisir un arc arbitraire ne formant pas de cycle parmi les arcs de coût minimal qui touchent au S_{ige} , à S_1 , à S_4 ou à S_5 : $S_{\text{ige}} - S_3$.
- 1.5. Choisir un arc arbitraire ne formant pas de cycle parmi les arcs de coût minimal qui touchent au S_{ige} , à S_1 , à S_3 , à S_4 ou à S_5 : $S_5 - S_7$.
- 1.6. Choisir un arc arbitraire ne formant pas de cycle parmi les arcs de coût minimal qui touchent au S_{ige} , à S_1 , à S_3 , à S_4 , à S_5 ou à S_7 : $S_2 - S_6$.

Ceci marque la fin de l'algorithme car nous avons itéré $n - 2$ fois (où n est le nombre de sommets, donc 6 fois). La somme du coût des arcs choisis est de $(5 + 7 + 7 + 9 + 10 + 15 + 20 =) 73$.

2. Appliquer Kruskal pour trouver le coût minimal du projet.

Solution : Dresser la liste des arcs selon leur coût.

- 2.1. $S_{\text{ige}} - S_1 = 5$
- 2.2. $S_{\text{ige}} - S_5 = 7, S_1 - S_4 = 7$
- 2.3. $S_{\text{ige}} - S_3 = 9$
- 2.4. $S_5 - S_7 = 10$
- 2.5. $S_1 - S_3 = 11$
- 2.6. $S_1 - S_5 = 12$
- 2.7. $S_{\text{ige}} - S_4 = 13$
- 2.8. $S_1 - S_7 = 15, S_2 - S_5 = 15, S_3 - S_5 = 15, S_4 - S_5 = 15$
- 2.9. $S_1 - S_2 = 17$
- 2.10. $S_{\text{ige}} - S_2 = 18$
- 2.11. $S_2 - S_6 = 20, S_3 - S_4 = 20$

2.12. ... (On a au moins une fois chaque sommet dans la liste, alors l'algorithme ne devrait pas aller plus loin).

Il s'agit ensuite de choisir, dans l'ordre de la liste, tous les arcs qui ne provoquent pas de cycle lorsqu'ajoutés au graphe. On choisit donc tous les arcs de 2.1 à 2.4. Ensuite, il y aura $S_2 - S_5$ dans 2.8 et finalement $S_2 - S_6$ dans 2.11. La somme est encore une fois égale à 73.

3. Comparer les deux solutions.

Comme Kruskal nécessite de dresser une liste qui ici ne change pas le résultat en termes de coût, Prim sera plus rapide à appliquer. Le coût minimal du projet est de 73.

TAB. 1. Coût d'installation d'un réseau de transmission

	Siège	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
S_1	5						
S_2	18	17					
S_3	9	11	27				
S_4	13	7	23	20			
S_5	7	12	15	15	15		
S_6	38	38	20	40	40	35	
S_7	22	15	25	25	30	10	45