
TD 11 : RÉVISIONS

Exercice 1. *Théorème maître*

Quelle est la borne asymptotique des relations de récurrence avec fractionnement suivantes ?

1. $T(n) = 3T(n/5) + \Theta(n)$
2. $T(n) = 4T(n/4) + \Theta(n)$
3. $T(n) = 6T(n/5) + \Theta(n^2)$

Exercice 2. *Résolution d'une équation de récurrence*

Résoudre les équations de récurrence suivantes (modifiées, la première version demandait l'utilisation des complexes) :

1. $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$; $a_0 = 1$ et $a_1 = 3$
2. $a_n = 5a_{n-1} + 2a_{n-2} - 24a_{n-3}$; $a_0 = 1$, $a_1 = -4$ et $a_2 = -4$
3. $a_n = 5a_{n-1} + 2a_{n-2} - 24a_{n-3}$; $a_0 = 1$ et $a_1 = -4$

Exercice 3. *Résolution d'une équation de récurrence*

Résoudre la relation de récurrence $a_n = a_{n-1}^2 \cdot a_{n-2}^3$, $a_1 = 2$, $a_2 = 4$.

Exercice 4. *Preuve*

Prouvez que $(nk)!$ est divisible par $(n!)^k$.

Exercice 5. *Propositions*

Soit p , q et r les propositions :

p : Vous êtes malade le jour de Noël.

q : Vous avez manqué le party de famille.

r : Vous avez réussi à acheter tous vos cadeaux à temps.

Exprimez chacune des propositions suivantes en langage courant.

1. $p \rightarrow q$
2. $\neg q \leftrightarrow r$
3. $q \rightarrow \neg r$
4. $p \vee q \vee r$

Réduisez les expressions suivantes. Sont-elles des tautologies, des contradictions ou des contingences ?

1. $(p \rightarrow \neg r) \vee (q \rightarrow \neg r)$
2. $(p \wedge q) \vee (\neg q \wedge r) \vee (p \wedge r)$

Exercice 6. Quantificateurs

Soit $C(x, y)$ l'énoncé « x peut offrir un cadeau à y », où l'univers du discours est l'ensemble des êtres humains. Avec les quantificateurs, exprimez les énoncés suivants :

1. Le Père Noël peut offrir un cadeau à tous le monde.
2. Tous le monde peut offrir un cadeau au Père Noël.
3. Personne sauf le Père Noël ne peut offrir un cadeau à tout le monde.
4. Tout le monde peut recevoir un cadeau de la part de quelqu'un.
5. Certaines personnes ne peuvent offrir qu'exactly deux cadeaux.

Exercice 7. Récursivité Donnez

une définition récursive de

1. l'ensemble des entiers positifs impairs.
2. l'ensemble des puissances entières positives de 5.
3. l'ensemble des entiers qui ne sont pas divisibles par 4.

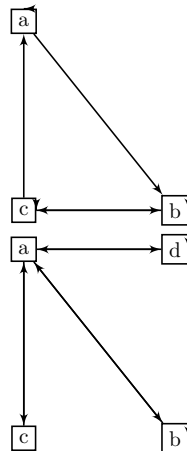
Exercice 8. Relations - Tiré du manuel De Rosen, p.348

Supposez que R et S sont des relations réflexives dans un ensemble A . Les énoncés suivants sont-ils vrais ou faux ?

1. $R \cup S$ est réflexive.
2. $R \cap S$ est réflexive.
3. $R \oplus S$ est irréflexive.
4. $R - S$ est irréflexive.
5. $R \circ S$ est réflexive.

Exercice 9. Relations

Les graphes orientés suivant sont-ils réflexifs, transitifs, antisymétriques et/ou symétriques ?



Exercice 10. *Graphes bipartis et graphes isomorphes*

Les graphes simples suivants sont-ils bipartis ? Sont-ils isomorphes ?

