



POLYTECHNIQUE  
MONTREAL

## Questionnaire examen final

**LOG2810**

Sigle du cours

Identification de l'étudiant(e)		
Nom :	Prénom :	
Signature :	Matricule :	Groupe :

Sigle et titre du cours		Groupe	Trimestre
LOG 2810 : Structures discrètes		Tous	20201
Professeur		Local	Téléphone
John Mullins			3278
Jour	Date	Durée	Heures
Vendredi	24 avril 2020	2h30	9h30 à 12h00

Documentation	Calculatrice	
<input type="checkbox"/> Aucune <input checked="" type="checkbox"/> Toute <input type="checkbox"/> Voir directives particulières	<input type="checkbox"/> Aucune <input checked="" type="checkbox"/> Toutes <input type="checkbox"/> Non programmable (AEP)	Les cellulaires, agendas électroniques ou téléavertisseurs sont interdits.

Directives particulières

<b>Important</b>	La pondération de cet examen est de <b>50</b> %
	Vous devez remettre le questionnaire : Remise sur Moodle

L'étudiant doit honorer l'engagement pris lors de la signature du code de conduite.

\*\*\* En cas de doute sur le sens d'une question, énoncez clairement dans votre réponse toutes les suppositions que vous faites. Nous ne répondrons pas aux questions.

# LOG 2810 : Structures discrètes

## Examen final

Prof. John Mullins, poste 3278

24 avril 2020

Durée: 2h30

Nom :
Matricule :
Signature :

### Directives

- Veuillez indiquer votre nom, votre matricule et votre signature.
- Toute documentation est permise.
- La durée de l'épreuve est de **2 heures 30 minutes**.
- Vous devez scanner vos réponses ainsi que cette page et déposer en **un seul fichier PDF** sur le site Moodle.
- Prévoyez au moins 30 minutes pour compléter la procédure de dépôt.
- Le site de dépôt ferme à 12h30
- Assurez-vous de la lisibilité de votre copie numérisée .
- Ce contrôle est calculé sur 40 points.

### Engagement sur l'honneur à remettre

*Sur mon honneur, je déclare avoir complété cet examen par moi-même, sans communication avec personne, et en conformité avec les directives identifiées sur la première page de l'énoncé.*

Signature :

**Question 1**

- a. **(3 points)** Soit  $R$ , une relation d'équivalence sur  $E$  et  $S$ , une relation d'équivalence sur  $F$  telles que  $E \cap F = \emptyset$ . La relation  $R \cup S$  est-elle aussi une relation d'équivalence sur  $E \cup F$ ? Dans l'affirmative, prouvez-le. Dans la négative, donnez un contre-exemple.
- b. **(4 points)** Soit  $R$ , une relation sur  $E$ . La fermeture symétrique de la fermeture réflexive de la fermeture transitive de  $R$  est-elle une relation d'équivalence sur  $E$ ? Dans l'affirmative, prouvez-le. Dans la négative, donnez un contre-exemple.

**Question 2**

- a. **(3 points)** Prouvez la validité ou l'invalidité de l'argument suivant :

1.  $u \rightarrow r$
  2.  $(r \wedge s) \rightarrow (p \vee t)$
  3.  $q \rightarrow (u \wedge s)$
  4.  $\neg t$
  5.  $q$
- 

$\therefore p$

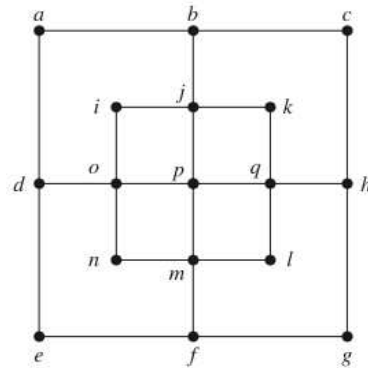
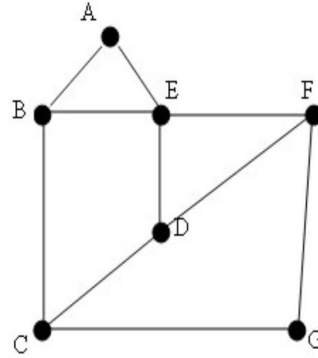
- b. **(4 points)** Montrez par induction que pour tout entier positif,  $4^{n+1} + 5^{2n-1}$  est divisible par 21
- c. **(3 points)** Un **palindrome** est une chaîne qui peut être lue de gauche à droite ou de droite à gauche en donnant le même résultat. Autrement dit, c'est une chaîne  $w$  où  $w = w^R$ , où  $w^R$  est l'inverse de la chaîne  $w$ . Donnez une définition récursive de l'ensemble des chaînes binaires qui sont des palindromes.

**Question 3**

- a. **(3 points)** Combien de chaînes binaires de longueur 10 contiennent soit cinq 0 consécutifs, soit cinq 1 consécutifs?
- b. **(4 points)** Soit une fonction  $f$  sur un ensemble  $A$ . Un élément  $a \in A$  est appelé un *point fixe* de  $f$  si  $f(a) = a$ . Pour  $|A| = 7$ , combien y-a-il de fonctions  $f : A \rightarrow A$  injectives et sans point fixe?

## Question 4

- a. **(3 points)** Énumérez tous les graphes simples non isomorphes ayant 4 sommets et 4 arcs.
- b. **(4 points)** Pour chacun des deux graphes déterminez s'il contient un cycle Hamiltonien. Dans l'affirmative, décrivez-en un et dans la négative, prouvez-le.



## Question 5

Considérez l'automate  $\mathcal{A}$  de la figure 1

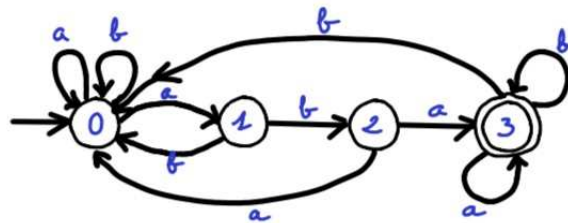


FIGURE 1 – L'automate  $\mathcal{A}$  de la question 5.

- a. **(3 points)** Construisez un automate fini déterministe équivalent à l'automate  $\mathcal{A}$ .
- b. **(3 points)** Trouvez le langage reconnu par l'automate  $\mathcal{A}$  en résolvant le système d'équations linéaires associé.
- c. **(3 points)** Soit  $L$ , le langage reconnu par l'automate  $\mathcal{A}$  de la figure 1, construisez deux automates non-déterministes qui reconnaissent  $L \cdot L$  et  $L^*$  respectivement..