LOG 2810

STRUCTURES DISCRETES

TD 9-10 : THÉORIE DES LANGAGES ET AUTOMATES

Exercice 1. Trouvez un automate fini qui reconnaît :

a. $\{0, 11\}$

b. $\{0, 11, 000\}$

Exercice 2. Construisez une machine à états finis qui modifie seulement les bits en position d'indice pair d'une chaîne fournie en entrée. On suppose que cette dernière possède au moins deux bits.

Exercice 3. Soit $V = \{S, A, B, a, b\}$ et $T = \{a, b\}$. Trouvez le langage produit par la grammaire $\{V, T, S, P\}$ lorsque l'ensemble P des productions est composé de :

a. $S \to AB,\ A \to ab,\ B \to bb$

b. $S \to AB,\ S \to aA,\ A \to a,\ B \to ba$

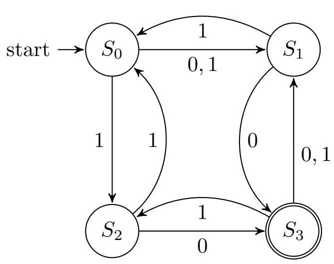
c. $S \to AB,\ S \to AA,\ A \to aB,\ A \to ab,\ B \to b$

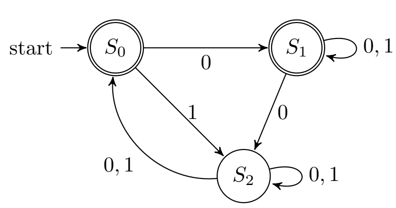
d. $S \to AA,\ S \to B,\ A \to aaA,\ A \to aa,\ B \to bB,\ B \to b$

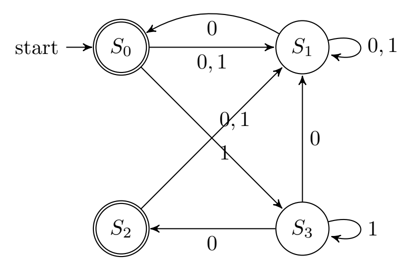
e. $S \to AB,\ A \to aAb,\ B \to bBa,\ A \to \lambda,\ B \to \lambda$

Exercice 4. Construisez une grammaire syntagmatique pour l'ensemble de toutes les fractions de la forme a/b, où a est un entier signé en notation décimale et b est un entier positif. Construisez un arbre de dérivation pour $+311/17$ dans cette grammaire.

Exercice 5. Pour chacun des automates ci-après, donnez un automate déterministe correspondant.







Exercice 6. Déterminez si 1011 appartient à chcun des ensembles réguliers ci-après.

a. 10^*1^*

b. $0^*(10 \cup 11)^*$

c. $0(01)^*1^*$

d. $1^*01(0 \cup 1)$

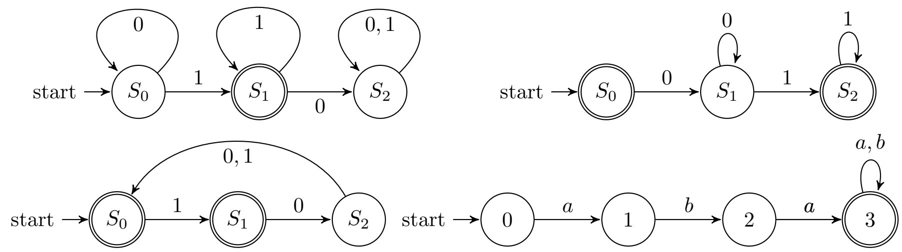
e. $(10)^*(11)^*$

f. $1(00)^*(11)^*$

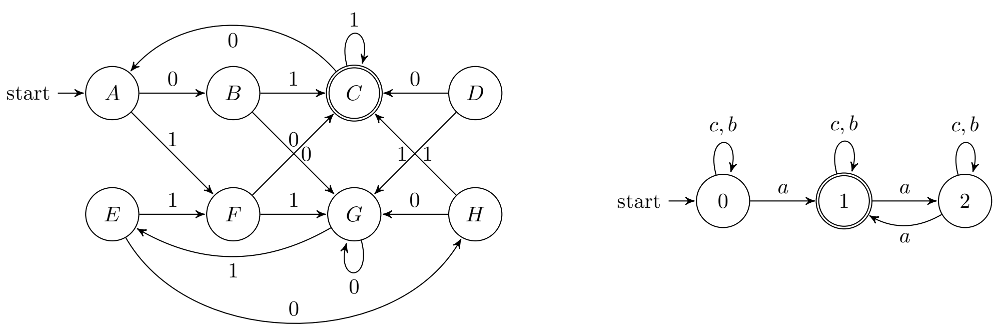
g. $(10)^*1011$

h. $(1 \cup 00)(01 \cup 0)1^*$

Exercice 7. Trouvez le langage reconnu par chacun des automates finis non déterministes.



Exercice 8. Minimisez les deux automates ci-dessus.



Exercice 9. Donnez des grammaires syntagmatiques pour produire chacun des ensembles suivants :

1. $\{01^n\}$
2. $\{0^n1^{2n}\}$
3. $\{0^n1^m0^n\}$

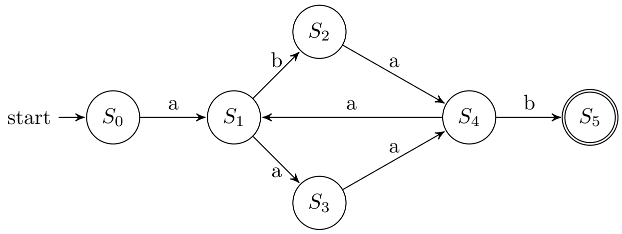
Exercice 10. Construisez les automates correspondant aux expressions ci-après.

a. 10^*1^*
b. $0^*(10+11)^*$
c. $0(01)^*1^*$
d. $1^*01(0+1)$
e. $(10)^*(11)^*$

Exercice 11. Prouvez que le langage $L=\{a^nb^nc^n\,;\ n\in\mathbb{N}\}$ n'est pas régulier.

Exercice 12. Soit L le langage constitué de tous les palindromes. Montrez que L n'est pas régulier.

Exercice 13. Donnez la grammaire générée par les langages reconnus par l'automate suivant :



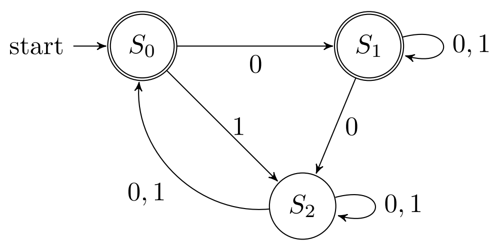
Exercice 14. Soit les grammaires G_1 et G_2 dé inies par :

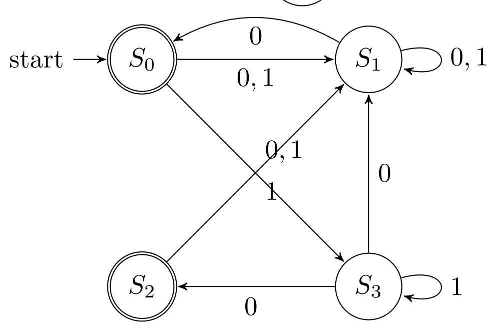
a. $G_1 = (V_1\,, T_1\,, S_1\,, P_1)$ où $V_1 = \{a\,, b\,, S_1\,, A\}$, $T_1 = \{a\,, b\}$, S_1 symbole de départ et
$P_1 = \{S_1 \to bS_1,\ S_1 \to aS_1,\ A \to aS_1,\ A \to bA, A \to a,\ S_1 \to b\}$.

b. $G_2 = (V_2\,, T_2\,, S_2\,, P_2)$ où $V_2 = \{0\,, 1\,, S_2\,, A\,, B\}$, $T_2 = \{0\,, 1\}$, S_2 symbole de départ et
$P_2 = \{S_2 \to 1A,\ S_2 \to 0,\ S_2 \to \lambda,\ A \to 0B,\ B \to 1,\ B \to 1B\}$.

1. Déterminez les types des grammaires G_1 et G_2.
2. Construisez les automates finis reconnaissant les langages produits par les grammaires G_1, G_2.

Exercice 15. Donnez les automates déterministes correspondant aux automates ci-après.





Exercice 16. Soit la table d'états suivante :

$E_p \mid e_1e_2$	00	01	11	10	S
E_0	E_0	E_0	E_1	E_2	1
E_1		E_2		E_0	1
E_2	E_2		E_2	E_1	0

a. S'agit-il d'une machine de Moore ou de Mealy ?

b. Donner son diagramme d'états.

c. Convertir en Moore s'il s'agit d'une machine de Mealy, en Mealy s'il s'agit d'une machine de Moore.

Exercices supplémentaires (livre de Rosen)

Exercices numéros 11 (page 625) ; 10, 17 (page 634) ; 8 (page 655).