



POLYTECHNIQUE
MONTRÉAL

Département de mathématiques et de génie industriel
MTH1102D - Calcul II
Été 2023 - Devoir 5

Directives

- Le devoir est à rendre dimanche le **11 juin** avant 23h55 sur le site Moodle du cours.
- Les directives pour la remise et la présentation du devoir sont disponibles sur le site Moodle du cours.
- Vous devez donner les grandes étapes de calcul des intégrales.
- Dans tous les cas, la valeur exacte des intégrales est exigée, et non une approximation décimale.

Question 1

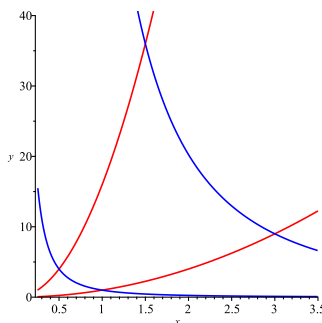
- a) Soit E la région de l'espace située à l'extérieur de la sphère $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ et à l'intérieur de la sphère $x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 4$. Utilisez les coordonnées sphériques pour évaluer l'intégrale

$$J_1 = \iiint_E \frac{z}{x^2 + y^2 + z^2} dV.$$

- b) Soit B le solide de la question 2 du devoir 4. La densité de ce solide est proportionnelle au carré de la distance à l'axe des z . En utilisant le système de coordonnées de votre choix, calculez la masse de B .

Question 2

Soit D la région du plan délimitée par les courbes $y = x^2$, $y = 16x^2$, $y = 1/x^2$ et $y = 81/x^2$. Ces courbes sont représentées ci-dessous.



- a) On considère le changement de variables

$$x = uv, \quad y = \frac{u^2}{v^2}.$$

Calculez son jacobien.

- b) Montrez que le changement de variables ci-dessus transforme D en un rectangle dans le plan des nouvelles variables (u, v) . Vous pouvez supposer que u et v sont positives.
- c) En utilisant le changement de variables ci-dessus, évaluez l'intégrale

$$J_2 = \iint_D \frac{x^2}{y} dA.$$