

# MTH1102D Calcul II

Chapitre 7, section 1: Les intégrales triples

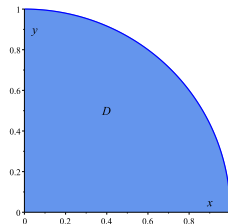
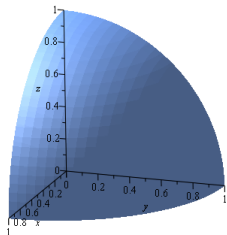
**Exemple 2: calcul de la masse d'un solide**

## Exemple 2 : Calcul de la masse d'un solide

Calculer la masse du solide occupant la région

$$E = \{(x, y, z) \mid x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$$

si sa densité est proportionnelle à la distance à l'axe des  $z$ .



Type 1 :

$$E = \{(x, y, z) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{1 - x^2}, 0 \leq z \leq \sqrt{1 - x^2 - y^2}\}$$

## Exemple 2 : Calcul de la masse d'un solide

Calculer la masse du solide occupant la région

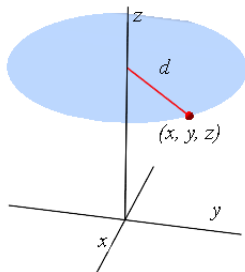
$$E = \{(x, y, z) \mid x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$$

si sa densité est proportionnelle à la distance à l'axe des  $z$ .

distance  $d$  à l'axe des  $z$   
 $= \sqrt{x^2 + y^2}$

densité :

$$\rho(x, y, z) = k\sqrt{x^2 + y^2}$$



## Exemple 2 : Calcul de la masse d'un solide

Calculer la masse du solide occupant la région

$$E = \{(x, y, z) \mid x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$$

si sa densité est proportionnelle à la distance à l'axe des  $z$ .

$$\begin{aligned} m &= \iiint_E \rho(x, y, z) dV = \iint_D \left[ \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} k\sqrt{x^2+y^2} dz \right] dA \\ &= k \iint_D \sqrt{x^2+y^2} \sqrt{1-x^2-y^2} dA \\ &\stackrel{\text{c.p.}}{=} k \int_0^{\pi/2} \int_0^1 r\sqrt{1-r^2} r dr d\theta \\ &= k \int_0^{\pi/2} \int_0^1 r^2 \sqrt{1-r^2} dr d\theta = k \frac{\pi^2}{32}. \end{aligned}$$

- Déterminer la densité à partir d'une description en mots.
- Calculer la masse d'un solide à l'aide d'une intégrale triple.
- Passer aux coordonnées polaires pour faciliter le calcul de l'intégrale.