



POLYTECHNIQUE
MONTRÉAL

Département de mathématiques et de génie industriel
MTH1102D - Calcul II
Été 2023 Devoir 11

Consignes

- Le devoir est à rendre dimanche le **6 août** avant 23h55 sur le site Moodle du cours.
 - Les directives pour la remise et la présentation du devoir sont disponibles sur le site Moodle du cours.
 - Vous devez donner les grandes étapes de calcul des intégrales.
 - Dans tous les cas, la valeur exacte des intégrales est exigée, et non une approximation décimale.
-

Question 1

Les sous-questions suivantes sont indépendantes. Vous pouvez supposer que les hypothèses habituelles (dérivées continues, surface lisse par morceaux, etc.) sont toujours satisfaites.

- Soit S une surface fermée et \vec{F} un champ vectoriel tel que $\oint_S \vec{F} \cdot d\vec{S} = 0$. Le champ \vec{F} est-il nécessairement conservatif? Si oui, démontrez-le. Sinon, donnez un contreexemple.
- Soit \vec{F} un champ vectoriel défini sur une surface S et tel que \vec{F} est tangent à S en tout point de cette surface. Que pouvez-vous dire du flux de \vec{F} à travers S ?
- Si f est une fonction scalaire et \vec{F} un champ vectoriel, on définit le nouveau champ $(f\vec{F})$ par $(f\vec{F})(x, y, z) = f(x, y, z)\vec{F}(x, y, z)$.

Démontrez la formule

$$\operatorname{div}(f\vec{F}) = f \operatorname{div} \vec{F} + (\nabla f) \cdot \vec{F}.$$

Question 2 Exam

Soit C la courbe d'intersection du parabolôïde hyperbolique $z = 3xy$ et du cylindre $x^2 + y^2 = 10$, orientée dans le sens antihoraire lorsque vue du dessus.

- Donnez une paramétrisation de la courbe C et montrez qu'elle est fermée.
- Calculez la circulation du champ vectoriel

$$\vec{F}(x, y, z) = \left[z^2 + \sqrt{1 + \cos(x)} \right] \vec{i} + \left[-x^2 + \sqrt{1 + \cos(y)} \right] \vec{j} + \left[y^2 + \sqrt{1 + \sin(z^2)} \right] \vec{k}$$

autour de C .
