

# MTH1102D Calcul II

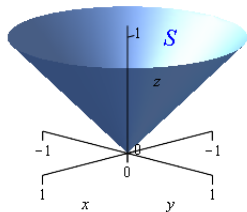
Chapitre 10, section 1: Les surfaces paramétrées et leur aire

## **Exemple 4: courbes sur une surface paramétrée**

## Exemple 4 : courbes sur une surface paramétrée

Soit  $S$  le cône paramétré par  $\vec{R}(u, v) = v \cos u \vec{i} + v \sin u \vec{j} + v \vec{k}$ ,  
 $0 \leq u \leq 2\pi$ ,  $v \geq 0$ .

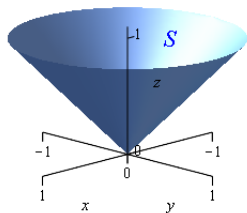
- a) Identifier les courbes obtenues en fixant  $u = u_0$ .
- b) Identifier les courbes obtenues en fixant  $v = v_0$ .



## Exemple 4 : courbes sur une surface paramétrée

Soit  $S$  le cône paramétré par  $\vec{R}(u, v) = v \cos u \vec{i} + v \sin u \vec{j} + v \vec{k}$ ,  
 $0 \leq u \leq 2\pi$ ,  $v \geq 0$ .

- a) Identifier les courbes obtenues en fixant  $u = u_0$ .
- b) Identifier les courbes obtenues en fixant  $v = v_0$ .



- Si  $u = u_0$  alors

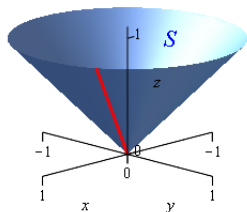
$$\begin{aligned}\vec{R}(u_0, v) &= v \cos u_0 \vec{i} + v \sin u_0 \vec{j} + v \vec{k} \\ &= v(\cos u_0 \vec{i} + \sin u_0 \vec{j} + \vec{k}), \quad v \geq 0 \\ &= v \vec{d}\end{aligned}$$

où  $d = \cos u_0 \vec{i} + \sin u_0 \vec{j} + \vec{k}$  est un vecteur fixé.

## Exemple 4 : courbes sur une surface paramétrée

Soit  $S$  le cône paramétré par  $\vec{R}(u, v) = v \cos u \vec{i} + v \sin u \vec{j} + v \vec{k}$ ,  
 $0 \leq u \leq 2\pi$ ,  $v \geq 0$ .

- Identifier les courbes obtenues en fixant  $u = u_0$ .
- Identifier les courbes obtenues en fixant  $v = v_0$ .



- Si  $u = u_0$  alors

$$\begin{aligned}\vec{R}(u_0, v) &= v \cos u_0 \vec{i} + v \sin u_0 \vec{j} + v \vec{k} \\ &= v(\cos u_0 \vec{i} + \sin u_0 \vec{j} + \vec{k}), \quad v \geq 0 \\ &= v \vec{d}\end{aligned}$$

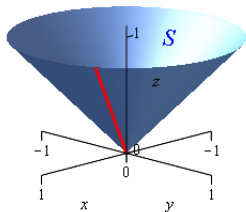
où  $\vec{d} = \cos u_0 \vec{i} + \sin u_0 \vec{j} + \vec{k}$  est un vecteur fixé.

- Cette courbe est une demi-droite issue de l'origine.

## Exemple 4 : courbes sur une surface paramétrée

Soit  $S$  le cône paramétré par  $\vec{R}(u, v) = v \cos u \vec{i} + v \sin u \vec{j} + v \vec{k}$ ,  
 $0 \leq u \leq 2\pi$ ,  $v \geq 0$ .

- a) Identifier les courbes obtenues en fixant  $u = u_0$ .
- b) Identifier les courbes obtenues en fixant  $v = v_0$ .



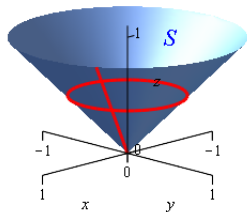
- Si  $v = v_0$  alors

$$\vec{R}(u, v_0) = v_0 \cos u \vec{i} + v_0 \sin u \vec{j} + v_0 \vec{k}$$

## Exemple 4 : courbes sur une surface paramétrée

Soit  $S$  le cône paramétré par  $\vec{R}(u, v) = v \cos u \vec{i} + v \sin u \vec{j} + v \vec{k}$ ,  
 $0 \leq u \leq 2\pi$ ,  $v \geq 0$ .

- Identifier les courbes obtenues en fixant  $u = u_0$ .
- Identifier les courbes obtenues en fixant  $v = v_0$ .



- Si  $v = v_0$  alors

$$\vec{R}(u, v_0) = v_0 \cos u \vec{i} + v_0 \sin u \vec{j} + v_0 \vec{k}$$

- Cette courbe est un cercle de rayon  $v_0$  situé à hauteur  $v_0$ .

- Courbes sur une surface obtenues en fixant un paramètre dans la paramétrisation d'un cône.
- Ces courbes peuvent être identifiées car leur équation vectorielle est connue.