

MTH1102D Calcul II

Chapitre 6, section 2 : Les intégrales doubles sur un domaine général

Exemple 1: intégrale sur un domaine de type I

Exemple : intégrale sur un domaine de type I

Évaluer

$$\iint_D (3x - 2y) \, dA$$

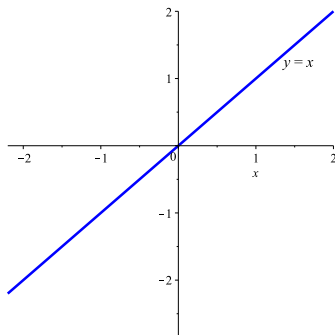
où D est borné par les courbes $y = x$ et $y = 2 - x^2$.

Exemple : intégrale sur un domaine de type I

Évaluer

$$\iint_D (3x - 2y) \, dA$$

où D est borné par les courbes $y = x$ et $y = 2 - x^2$.



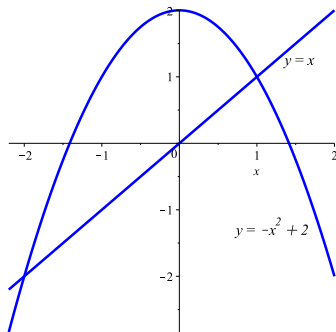
- $y = x$ est une droite.

Exemple : intégrale sur un domaine de type I

Évaluer

$$\iint_D (3x - 2y) \, dA$$

où D est borné par les courbes $y = x$ et $y = 2 - x^2$.



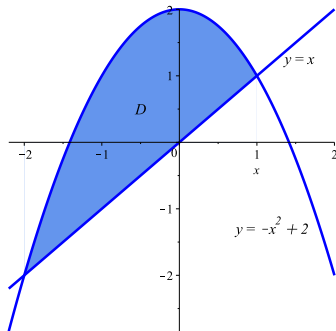
- $y = x$ est une droite.
- $y = 2 - x^2$ est une parabole ouverte vers le bas et de sommet $(0, 2)$.

Exemple : intégrale sur un domaine de type I

Évaluer

$$\iint_D (3x - 2y) \, dA$$

où D est borné par les courbes $y = x$ et $y = 2 - x^2$.



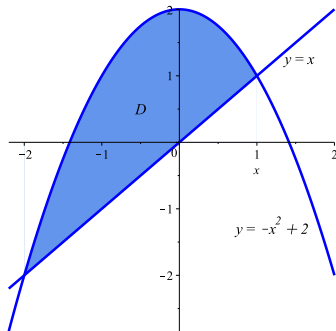
- $y = x$ est une droite.
- $y = 2 - x^2$ est une parabole ouverte vers le bas et de sommet $(0, 2)$.

Exemple : intégrale sur un domaine de type I

Évaluer

$$\iint_D (3x - 2y) \, dA$$

où D est borné par les courbes $y = x$ et $y = 2 - x^2$.



Intersection des courbes :

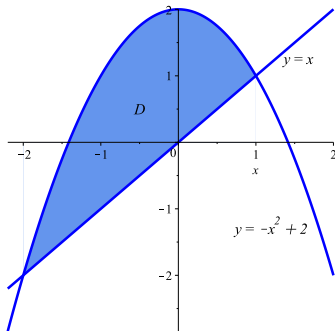
$$\begin{aligned} x &= 2 - x^2 \\ \Leftrightarrow x^2 + x - 2 &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= -2 \text{ ou } x = 1. \end{aligned}$$

Exemple : intégrale sur un domaine de type I

Évaluer

$$\iint_D (3x - 2y) \, dA$$

où D est borné par les courbes $y = x$ et $y = 2 - x^2$.



Le domaine D :

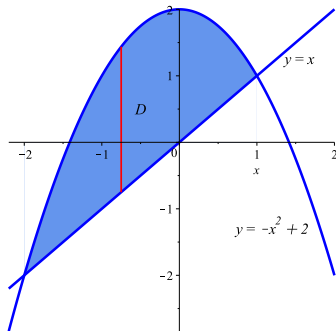
$$-2 \leq x \leq 1$$

Exemple : intégrale sur un domaine de type I

Évaluer

$$\iint_D (3x - 2y) \, dA$$

où D est borné par les courbes $y = x$ et $y = 2 - x^2$.



Le domaine D :

$$-2 \leq x \leq 1$$

$$x \leq y \leq 2 - x^2$$

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -2 \leq x \leq 1, x \leq y \leq 2 - x^2\}$$

Exemple : intégrale sur un domaine de type I

Domaine de type I :

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -2 \leq x \leq 1, x \leq y \leq 2 - x^2\}$$

$$\begin{aligned}\iint_D (3x - 2y) \, dA &= \int_{-2}^1 \int_x^{2-x^2} (3x - 2y) \, dy dx \\&= \int_{-2}^1 [3xy - y^2]_{y=x}^{y=2-x^2} dx \\&= \int_{-2}^1 [(3x(2-x^2) - (2-x^2)) - (3x^2 - x^2)] dy \\&= \int_{-2}^1 (-x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 6x - 4) dx \\&= -\frac{207}{20}.\end{aligned}$$

- Cet exemple montre comment calculer une intégrale sur un domaine de type I.
- Puisque l'intégrale est négative, elle ne peut pas s'interpréter comme un volume.