

POLYTECHNIQUE Montréal

Département de mathématiques et de génie industriel MTH1102D - Calcul II Été 2023 - Devoir 9

Consignes

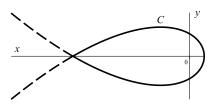
- Le devoir est à rendre dimanche le 23 juillet avant 23h55 sur le site Moodle du cours.
- Les directives pour la remise et la présentation du devoir sont disponibles sur le site Moodle du cours.
- Vous devez donner les grandes étapes de calcul des intégrales.
- Dans tous les cas, la valeur exacte des intégrales est exigée, et non une approximation décimale.

Question 1

On considère la courbe paramétrée par

$$\vec{r}(t) = (1 - 3t^2)\vec{i} + (t^3 - 3t)\vec{j}$$

représentée ci-dessous. Soit C la boucle de cette courbe, en trait plein sur la figure.



- a) Calculez l'aire de la région D délimitée par la courbe C.
- b) Calculez le travail effectué autour de C par le champ vectoriel défini par

$$\vec{F}(x,y) = [7y - \ln(1+x^4)] \ \vec{i} + [\ln(1+y^4) - 3x] \ \vec{j}.$$

Vous pouvez utiliser les calculs faits au devoir 8 pour cette courbe, mais vous devez rappeler ici les quantités pertinentes, comme le vecteur tangent, etc.

Question 2

Soit S la partie du paraboloïde hyperbolique $z = x^2 - y^2$ située entre les cylindres $x^2 + y^2 = 1$ et $x^2 + y^2 = 25$.

- a) Donnez une paramétrisation de S en utilisant x et y comme paramètres.
- b) Montrez que S peut aussi être paramétrée par

$$\vec{R}(u,v) = u\cos(v)\,\vec{i} + u\sin(v)\,\vec{j} + u^2\cos(2v)\,\vec{k}$$

et donnez le domaine des paramètres u et v.

c) Calculez l'aire de S en utilisant la paramétrisation de votre choix.