

# MTH1102D Calcul II

Chapitre 10, section 5: Le théorème de flux-divergence

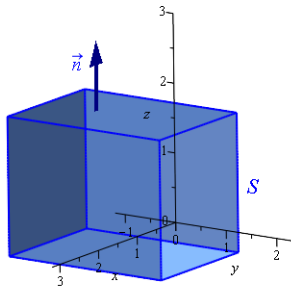
## **Exemple 1: application simple du théorème de flux-divergence**

## Exemple 1 : application simple

Calculer le flux vers l'extérieur du champ vectoriel

$$\vec{F}(x, y, z) = [x^2 + \cos(yz)]\vec{i} + xy\vec{j} + [z^2 + \sin(xy)]\vec{k}$$

à travers la surface  $S$  du prisme rectangulaire délimité par les plans  $z = 0, z = 2, x = 1, x = 3, y = -1, y = 2$ .



- Le calcul direct du flux exige le calcul explicite de 6 intégrales de surface.
- Plus simple : utiliser le théorème de flux-divergence

$$\text{flux} = \iint_S \vec{F} \cdot d\vec{S} = \iiint_E \text{div } \vec{F} dV.$$

## Exemple 1 : application simple

Calculer le flux vers l'extérieur du champ vectoriel

$$\vec{F}(x, y, z) = [x^2 + \cos(yz)]\vec{i} + xy\vec{j} + [z^2 + \sin(xy)]\vec{k}$$

à travers la surface  $S$  du prisme rectangulaire délimité par les plans  $z = 0, z = 2, x = 1, x = 3, y = -1, y = 2$ .

On calcule

$$\begin{aligned}\iint_S \vec{F} \cdot d\vec{S} &= \iiint_E \operatorname{div} \vec{F} \, dV \\ &= \iiint_E (2x + x + 2z) \, dV \\ &= \int_1^3 \int_{-1}^2 \int_0^2 (3x + 2z) \, dz dy dx = 96.\end{aligned}$$

- Application du théorème de flux-divergence au calcul d'un flux à travers une surface fermée.
- Le théorème de flux-divergence simplifie les calculs.