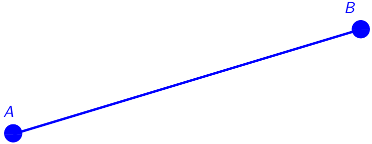
MTH1102D Calcul II

Chapitre 8, section 1: Les fonctions vectorielles et les courbes paramétrées

Paramétrisation d'un segment

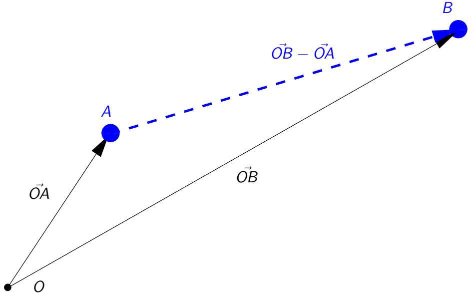
Paramétrisation d'un segment

Donner une paramétrisation du segment allant du point $A = (x_1, y_1, z_1)$ au point $B = (x_2, y_2, z_2)$.



Paramétrisation d'un segment

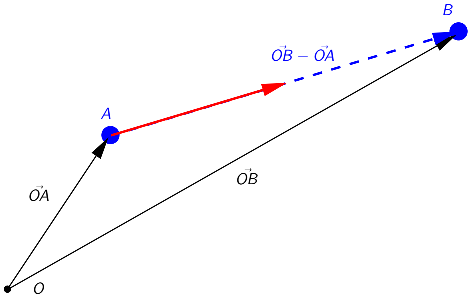
Donner une paramétrisation du segment allant du point $A = (x_1, y_1, z_1)$ au point $B = (x_2, y_2, z_2)$.



- A et B définissent des vecteurs $\vec{OA}$, $\vec{OB}$ et $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$

Paramétrisation d'un segment

Donner une paramétrisation du segment allant du point $A = (x_1, y_1, z_1)$ au point $B = (x_2, y_2, z_2)$.

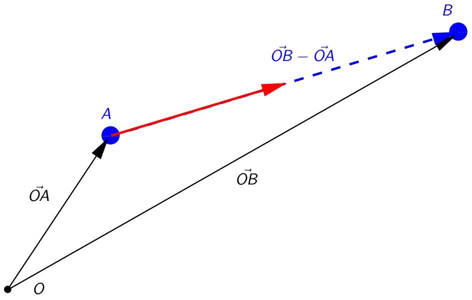


- A et B définissent des vecteurs $\vec{OA}$, $\vec{OB}$ et $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$
- Vecteur position d'un point du segment :

$$\vec{r}(t) = \vec{OA} + t\left[\vec{OB} - \vec{OA}\right]$$

Paramétrisation d'un segment

Donner une paramétrisation du segment allant du point $A = (x_1, y_1, z_1)$ au point $B = (x_2, y_2, z_2)$.



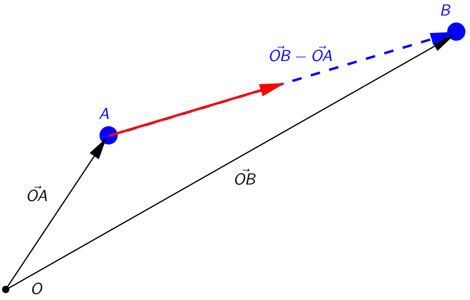
- A et B définissent des vecteurs $\vec{OA}$, $\vec{OB}$ et $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$
- Vecteur position d'un point du segment :

$$\vec{r}(t) = \vec{OA} + t\left[\vec{OB} - \vec{OA}\right]$$

- $t = 0$ correspond à A et $t = 1$ correspond à B

Paramétrisation d'un segment

Donner une paramétrisation du segment allant du point $A = (x_1, y_1, z_1)$ au point $B = (x_2, y_2, z_2)$.



- A et B définissent des vecteurs $\vec{OA}$, $\vec{OB}$ et $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$
- Vecteur position d'un point du segment :

$$\vec{r}(t) = \vec{OA} + t\left[\vec{OB} - \vec{OA}\right]$$

- $t = 0$ correspond à A et $t = 1$ correspond à B

Si $t \in \mathbb{R}$, on obtient tous les points de la droite passant par A et B.

Paramétrisation d'un segment

Explicitement :

$$\vec{r}(t) \;=\; \vec{OA} + t\left[\vec{OB} - \vec{OA}\right]$$

Paramétrisation d'un segment

Explicitement :

$$\begin{aligned}\vec{r}(t) &= \vec{OA} + t\left[\vec{OB} - \vec{OA}\right] \\ &= [x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}] + t\left[(x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}\right]\end{aligned}$$

Paramétrisation d'un segment

Explicitement :

$$\begin{aligned}
\vec{r}(t) &= \vec{OA} + t\left[\vec{OB} - \vec{OA}\right] \\
&= [x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}] + t\left[(x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}\right] \\
&= [x_1 + t(x_2 - x_1)]\vec{i} + [y_1 + t(y_2 - y_1)]\vec{j} + [z_1 + t(z_2 - z_1)]\vec{k}
\end{aligned}$$

Explicitement :

$$\begin{aligned}
\vec{r}(t) &= \vec{OA} + t\left[\vec{OB} - \vec{OA}\right] \\
&= [x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}] + t\left[(x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k}\right] \\
&= [x_1 + t(x_2 - x_1)]\vec{i} + [y_1 + t(y_2 - y_1)]\vec{j} + [z_1 + t(z_2 - z_1)]\vec{k}
\end{aligned}$$

$$0 \leq t \leq 1$$

Paramétrisation d'un segment

De façon équivalente :

$$\vec{r}(t) \quad = \quad [x_1 + t(x_2 - x_1)]\vec{i} + [y_1 + t(y_2 - y_1)]\vec{j} + [z_1 + t(z_2 - z_1)]\vec{k}$$

Paramétrisation d'un segment

De façon équivalente :

$$\begin{aligned}
\vec{r}(t) &= [x_1 + t(x_2 - x_1)]\vec{i} + [y_1 + t(y_2 - y_1)]\vec{j} + [z_1 + t(z_2 - z_1)]\vec{k} \\
&= (1 - t)[x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}] + t[x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}]
\end{aligned}$$

Paramétrisation d'un segment

De façon équivalente :

$$
\begin{aligned}
\vec{r}(t) &= [x_1 + t(x_2 - x_1)]\vec{i} + [y_1 + t(y_2 - y_1)]\vec{j} + [z_1 + t(z_2 - z_1)]\vec{k} \\
&= (1-t)[x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}] + t[x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}] \\
&= (1-t)\vec{OA} + t\vec{OB}
\end{aligned}
$$

$$0 \leq t \leq 1$$

Résumé

- Équation vectorielle d'un segment.

Résumé

- Équation vectorielle d'un segment.
- Deux paramétrisations possibles pour un segment.

Résumé

- Équation vectorielle d'un segment.
- Deux paramétrisations possibles pour un segment.
- Paramétrisation d'une droite passant par deux points.