MTH1102D Calcul II

Chapitre 8, section 2 : Les dérivées et les intégrales des fonctions vectorielles

Le repère de Serret-Frenet

Introduction

- Repère mobile orthonormal associé à une courbe paramétrée.

Repère de Serret-Frenet (1)

Si C est une courbe définie par la fonction vectorielle $\vec{r}(t)$ (dont les composantes ont des dérivées partielles secondes qui sont continues) alors on définit

1. son **vecteur tangent unitaire** $\vec{T}(t) = \dfrac{\vec{r}\,'(t)}{||\vec{r}\,'(t)||}$

Repère de Serret-Frenet (1)

Si C est une courbe définie par la fonction vectorielle $\vec{r}(t)$ (dont les composantes ont des dérivées partielles secondes qui sont continues) alors on définit

1. son **vecteur tangent unitaire** $\vec{T}(t) = \dfrac{\vec{r}'(t)}{||\vec{r}'(t)||}$
2. son **vecteur normal unitaire** $\vec{N}(t) = \dfrac{\vec{T}'(t)}{||\vec{T}'(t)||}$

Repère de Serret-Frenet (1)

Si C est une courbe définie par la fonction vectorielle $\vec{r}(t)$ (dont les composantes ont des dérivées partielles secondes qui sont continues) alors on définit

1. son **vecteur tangent unitaire** $\vec{T}(t) = \dfrac{\vec{r}\,'(t)}{||\vec{r}\,'(t)||}$
2. son **vecteur normal unitaire** $\vec{N}(t) = \dfrac{\vec{T}\,'(t)}{||\vec{T}\,'(t)||}$
3. et son **vecteur binormal** $\vec{B}(t) = \vec{T}(t) \times \vec{N}(t)$.

Repère de Serret-Frenet (1)

Si C est une courbe définie par la fonction vectorielle $\vec{r}(t)$ (dont les composantes ont des dérivées partielles secondes qui sont continues) alors on définit

1. son **vecteur tangent unitaire** $\vec{T}(t) = \dfrac{\vec{r}\,'(t)}{||\vec{r}\,'(t)||}$
2. son **vecteur normal unitaire** $\vec{N}(t) = \dfrac{\vec{T}\,'(t)}{||\vec{T}\,'(t)||}$
3. et son **vecteur binormal** $\vec{B}(t) = \vec{T}(t) \times \vec{N}(t)$.

On a déjà vu que les vecteurs $\vec{T}$ et $\vec{N}$ sont orthogonaux.

Repère de Serret-Frenet (1)

Si C est une courbe définie par la fonction vectorielle $\vec{r}(t)$ (dont les composantes ont des dérivées partielles secondes qui sont continues) alors on définit

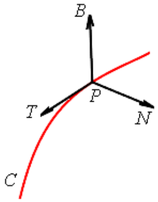
1. son **vecteur tangent unitaire** $\vec{T}(t) = \dfrac{\vec{r}\,'(t)}{||\vec{r}\,'(t)||}$
2. son **vecteur normal unitaire** $\vec{N}(t) = \dfrac{\vec{T}\,'(t)}{||\vec{T}\,'(t)||}$
3. et son **vecteur binormal** $\vec{B}(t) = \vec{T}(t) \times \vec{N}(t)$.

On a déjà vu que les vecteurs $\vec{T}$ et $\vec{N}$ sont orthogonaux.

Selon les propriétés du produit vectoriel, $\vec{B}$ est orthogonal à $\vec{T}$ et à $\vec{N}$.

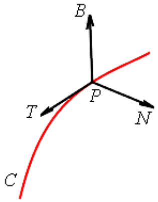
Repère de Serret-Frenet (2)

Le triplet $\{\vec{T}(t), \vec{N}(t), \vec{B}(t)\}$ forme une base orthonormale de l'espace pour chaque t, appelé *repère de Serret-Frenet*.



Repère de Serret-Frenet (2)

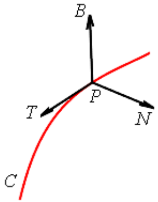
Le triplet $\{\vec{T}(t), \vec{N}(t), \vec{B}(t)\}$ forme une base orthonormale de l'espace pour chaque t, appelé *repère de Serret-Frenet*.



Puisqu'il dépend de t, ce repère est « mobile », c'est-à-dire qu'il varie de point en point le long de la courbe C.

Repère de Serret-Frenet (2)

Le triplet $\{\vec{T}(t), \vec{N}(t), \vec{B}(t)\}$ forme une base orthonormale de l'espace pour chaque t, appelé *repère de Serret-Frenet*.



Puisqu'il dépend de t, ce repère est « mobile », c'est-à-dire qu'il varie de point en point le long de la courbe C.

Notons que ce repère est orienté positivement (selon la règle de la main droite).

Résumé

- Vecteurs tangent, normal et binormal associés à une courbe paramétrée.

Résumé

- Vecteurs tangent, normal et binormal associés à une courbe paramétrée.
- Repère mobile de Serret-Frenet.

Résumé

- Vecteurs tangent, normal et binormal associés à une courbe paramétrée.
- Repère mobile de Serret-Frenet.