

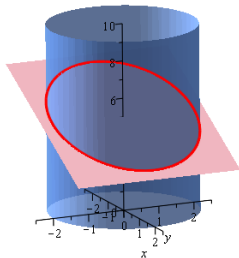
MTH1102D Calcul II

Chapitre 8, section 1: Les fonctions vectorielles et les courbes paramétrées

La courbe d'intersection de deux surfaces

La courbe d'intersection de deux surfaces

Trouver une paramétrisation de la courbe d'intersection C du cylindre $x^2 + y^2 = 4$ et du plan $x + z = 5$.



- Projection de C dans le plan $z = 0$ est le cercle formant la base du cylindre :

$$x^2 + y^2 = 4$$

donc $x(t) = 2 \cos t$ et $y(t) = 2 \sin t$ avec $0 \leq t \leq 2\pi$.

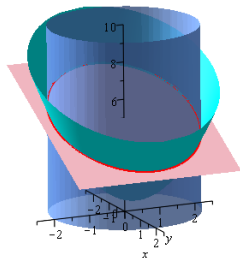
- C est située sur le plan donc

$$z(t) = 5 - x(t) = 5 - 2 \cos t$$

$$C : \vec{r}(t) = 2 \cos t \vec{i} + 2 \sin t \vec{j} + [5 - 2 \cos t] \vec{k}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

La courbe d'intersection de deux surfaces

Trouver une paramétrisation de la courbe d'intersection C du cylindre $x^2 + y^2 = 4$ et du plan $x + z = 5$.



- C est aussi l'intersection du paraboloïde $z = x^2 - x + y^2 + 1$ avec le plan.
- Intersection :

$$\begin{cases} z = x^2 - x + y^2 + 1 \\ z = 5 - x \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = 4$$

donc $x(t) = 2 \cos t$, $y(t) = 2 \sin t$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

- $z(t) = 5 - x(t) = 5 - 2 \cos t$

- Paramétrisation de la courbe d'intersection de deux surfaces.
- Une même courbe peut être l'intersection de différentes surfaces.