



POLYTECHNIQUE  
MONTRÉAL

Département de mathématiques et de génie industriel  
MTH1102D - Calcul II  
Été 2023 - Devoir 10

### Consignes

- Le devoir est à rendre dimanche le **30 juillet** avant 23h55 sur le site Moodle du cours.
- Les consignes pour la remise et la présentation du devoir sont disponibles sur le site Moodle du cours.
- Vous devez donner les grandes étapes de calcul des intégrales.
- Dans tous les cas, la valeur exacte des intégrales est exigée, et non une approximation décimale.

### Question 1

Soit  $S$  la partie du paraboloïde  $z = 11 - 4x^2 - 4y^2$  située entre les plans  $z = -1$  et  $z = 2$ . Évaluez l'intégrale

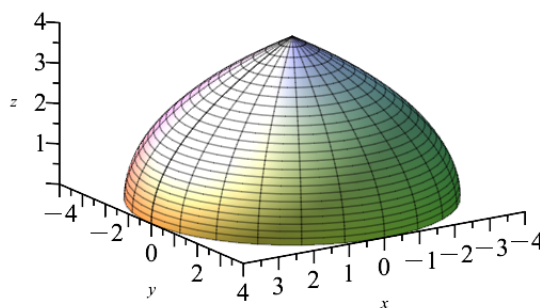
$$J_1 = \iint_S (x^2 + y^2)^{3/2} dS.$$

### Question 2

Soit  $S$  la surface représentée ci-dessous et paramétrée par

$$\vec{R}(u, v) = (4 - u^2) \cos(v) \vec{i} + (4 - u^2) \sin(v) \vec{j} + 2u \vec{k}, \quad (u, v) \in [0, 2] \times [0, 2\pi].$$

Cette surface est orientée au point  $(3, 0, 2)$  par le vecteur normal unitaire  $\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{i} + \vec{k})$ .



Évaluez les intégrales suivantes. Vous devez montrer les grandes étapes de vos calculs et indiquer les techniques d'intégration utilisées.

a)  $J_2 = \iint_S z dS.$

b)  $J_3 = \iint_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$ , où  $\vec{F}(x, y, z) = y\vec{i} - x\vec{j} + z^2\vec{k}.$