MTH1102D Calcul II

Chapitre 7, section 2: Les coordonnées cylindriques et sphériques

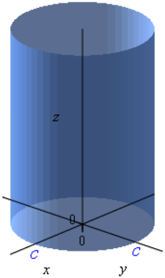
Exemple 1: surfaces en coordonnées cylindriques

Exemple 1 : surfaces en coordonnées cylindriques

1. Identifier la surface S dont l'équation cylindrique est $r = c$, où c est une constante positive.

Géométriquement :

- S est l'ensemble des points de l'espace dont la distance à l'axe des z est constante et égale à c.
- S est donc un cylindre de rayon dont la base est le cercle $x^2 + y^2 = c^2$.

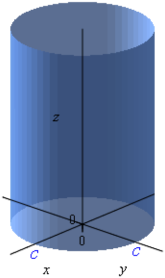


Exemple 1 : surfaces en coordonnées cylindriques

1. Identifier la surface S dont l'équation cylindrique est $r = c$, où c est une constante positive.

Algébriquement :

$$r = c$$

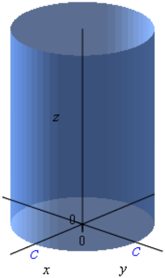


Exemple 1 : surfaces en coordonnées cylindriques

1. Identifier la surface S dont l'équation cylindrique est $r = c$, où c est une constante positive.

Algébriquement :

$$
\begin{aligned}
& r = c \\
\Leftrightarrow \quad & r^2 = c^2
\end{aligned}
$$

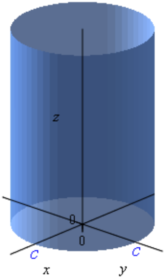


Exemple 1 : surfaces en coordonnées cylindriques

1. Identifier la surface S dont l'équation cylindrique est $r = c$, où c est une constante positive.

Algébriquement :

$$\begin{aligned} & r = c \\ \Leftrightarrow \quad & r^2 = c^2 \\ \Leftrightarrow \quad & x^2 + y^2 = c^2 \end{aligned}$$

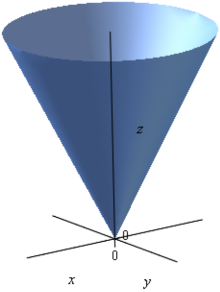


Exemple 1 : surfaces en coordonnées cylindriques

2. Identifier la surface S dont l'équation cylindrique est $r = cz$, où c est une constante positive.

Géométriquement :

- S est un ensemble de points de l'espace dont la distance à l'axe des z est proportionnelle à la distance au plan des (x, y).
- S est donc un cône circulaire centré sur l'axe des z.

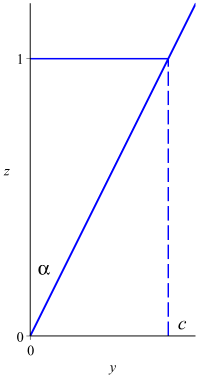


Exemple 1 : surfaces en coordonnées cylindriques

2. Identifier la surface S dont l'équation cylindrique est $r = cz$, où c est une constante positive.

Géométriquement :

- S est un ensemble de points de l'espace dont la distance à l'axe des z est proportionnelle à la distance au plan des (x, y).
- S est donc un cône circulaire centré sur l'axe des z.
- Si $z = 1$ alors $r = c$ donc les côtés de ce cône forment un angle de $\alpha = \arctan(c)$ avec l'axe des z positifs.

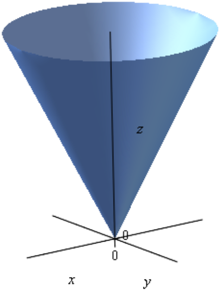


Exemple 1 : surfaces en coordonnées cylindriques

2. Identifier la surface S dont l'équation cylindrique est $r = cz$, où c est une constante positive.

Algébriquement :

$$r = cz$$

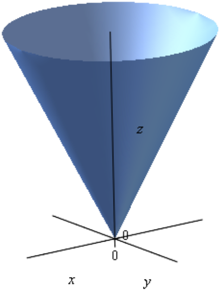


Exemple 1 : surfaces en coordonnées cylindriques

2. Identifier la surface S dont l'équation cylindrique est $r = cz$, où c est une constante positive.

Algébriquement :

$$\begin{aligned} & r = cz \\ \Leftrightarrow \quad & r^2 = c^2 z^2 \end{aligned}$$

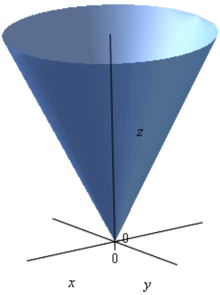


Exemple 1 : surfaces en coordonnées cylindriques

2. Identifier la surface S dont l'équation cylindrique est $r = cz$, où c est une constante positive.

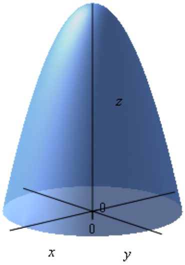
Algébriquement :

$$\begin{aligned} & r = cz \\ \Leftrightarrow \quad & r^2 = c^2 z^2 \\ \Leftrightarrow \quad & x^2 + y^2 = c^2 z^2 \end{aligned}$$



Exemple 1 : surfaces en coordonnées cylindriques

3. Donner l'équation cylindrique du paraboloïde $z = 1 - x^2 - y^2$.

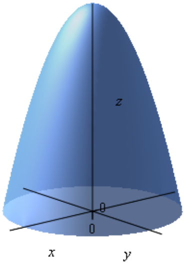


Exemple 1 : surfaces en coordonnées cylindriques

3. Donner l'équation cylindrique du paraboloïde $z = 1 - x^2 - y^2$.

Algébriquement :

Puisque $r^2 = x^2 + y^2$, on a



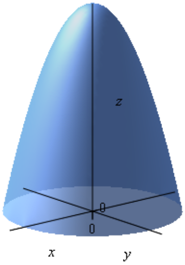
Exemple 1 : surfaces en coordonnées cylindriques

3. Donner l'équation cylindrique du paraboloïde $z = 1 - x^2 - y^2$.

Algébriquement :

Puisque $r^2 = x^2 + y^2$, on a

$$z = 1 - x^2 - y^2$$



Exemple 1 : surfaces en coordonnées cylindriques

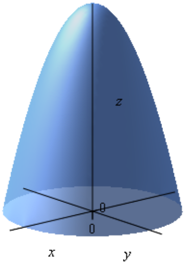
3. Donner l'équation cylindrique du paraboloïde $z = 1 - x^2 - y^2$.

Algébriquement :

Puisque $r^2 = x^2 + y^2$, on a

$$z = 1 - x^2 - y^2$$

$$\Leftrightarrow \quad z = 1 - r^2$$



Résumé

- Identifier une surface cylindrique en trouvant son équation cartésienne.
- Trouver l'équation cylindrique d'une surface dont l'équation cartésienne est donnée.