

MTH1102D Calcul II

Chapitre 6, section 3 : Les coordonnées polaires

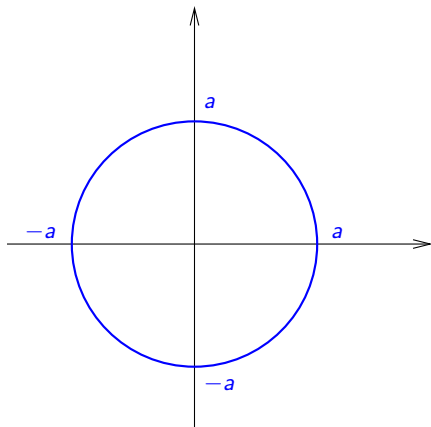
Courbes et régions simples en coordonnées polaires

Introduction

- Description de courbes simples en coordonnées polaires.
- Description de régions simples en coordonnées polaires.

Courbes et régions simples en coordonnées polaires

1. Cercle $x^2 + y^2 = a^2$.



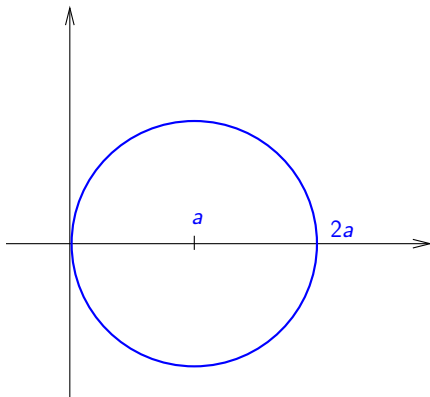
- Ensemble des points à distance a de l'origine : $r = a$.
- Algébriquement :

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= a^2 \\ \Rightarrow r^2 \cos^2(\theta) + r^2 \sin^2(\theta) &= a^2 \\ \Rightarrow r^2 (\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)) &= a^2 \\ \Rightarrow r^2 &= a^2 \\ \Rightarrow r &= a \quad (r \geq 0)\end{aligned}$$

On a $0 \leq \theta < 2\pi$.

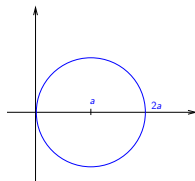
Courbes et régions simples en coordonnées polaires

2. Cercle $(x - a)^2 + y^2 = a^2$.



Courbes et régions simples en coordonnées polaires

2. Cercle $(x - a)^2 + y^2 = a^2$.



$$(x - a)^2 + y^2 = a^2$$

$$\Rightarrow (r \cos(\theta) - a)^2 + r^2 \sin^2(\theta) = a^2$$

$$\Rightarrow r^2 \cos^2(\theta) - 2ar \cos(\theta) + \cancel{a^2} + r^2 \sin^2(\theta) = \cancel{a^2}$$

$$\Rightarrow r^2(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)) - 2ar \cos(\theta) = 0$$

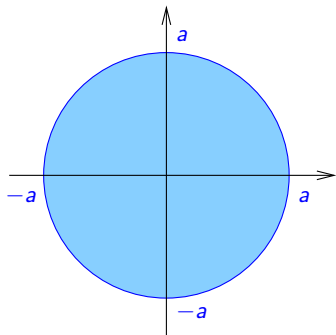
$$\Rightarrow \cancel{r^2} - 2a\cancel{r} \cos(\theta) = 0 \quad (\text{si } r \neq 0)$$

$$\Rightarrow r = 2a \cos(\theta)$$

On a $-\frac{\pi}{2} < \theta \leq \frac{\pi}{2}$.

Courbes et régions simples en coordonnées polaires

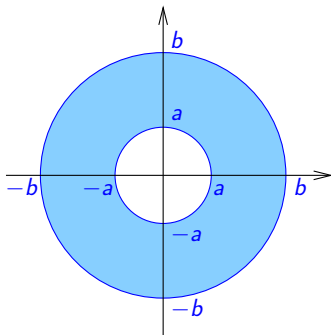
3. Disque $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq a^2\}$



$$D = \{(r, \theta) \mid 0 \leq r \leq a, 0 \leq \theta < 2\pi\}$$

Courbes et régions simples en coordonnées polaires

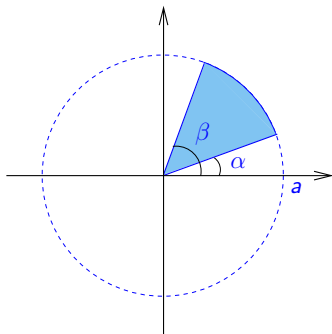
4. Anneau $D = \{(x, y) \mid a^2 \leq x^2 + y^2 \leq b^2\}$



$$D = \{(r, \theta) \mid a \leq r \leq b, 0 \leq \theta < 2\pi\}$$

Courbes et régions simples en coordonnées polaires

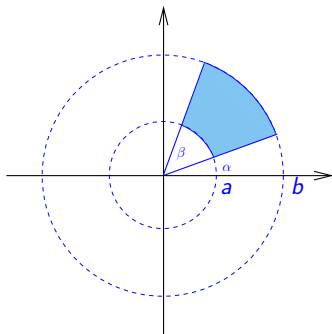
5. Secteur d'un cercle de rayon a



$$D = \{(r, \theta) \mid 0 \leq r \leq a, \alpha \leq \theta \leq \beta\}$$

Courbes et régions simples en coordonnées polaires

6. Rectangle polaire



$$D = \{(r, \theta) \mid a \leq r \leq b, \alpha \leq \theta \leq \beta\}$$

- Description de courbes polaires simples.
- Description de régions simples en coordonnées polaires.