

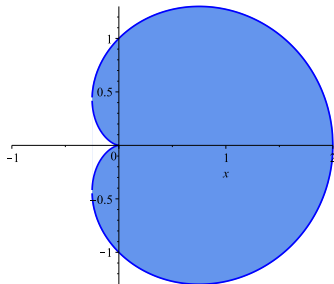
MTH1102D Calcul II

Chapitre 6, section 4 : Les intégrales doubles en coordonnées polaires

Exemple 3: calcul d'une aire

Exemple 3 : calcul d'une aire

Calculer l'aire de la région délimitée par la cardioïde $r = 1 + \cos(\theta)$.

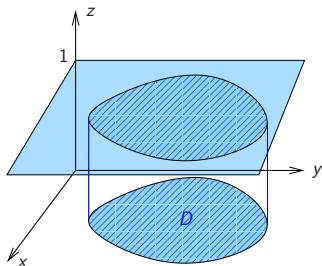


Exemple 3 : calcul d'une aire

Calculer l'aire de la région délimitée par la cardioïde $r = 1 + \cos(\theta)$.

L'aire d'une région plane D est donnée par

$$\text{aire}(D) = \iint_D 1 \, dA.$$

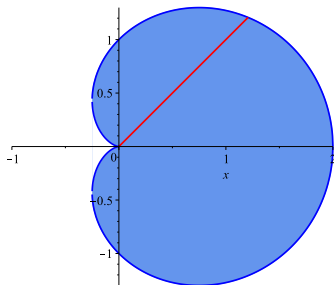


E : région sous le plan $z = 1$ au-dessus de D

$$\text{aire}(D) = \text{aire}(D) \cdot 1 = \text{vol}(E) = \iint_D 1 \, dA$$

Exemple 3 : calcul d'une aire

Calculer l'aire de la région délimitée par la cardioïde $r = 1 + \cos(\theta)$.



$$D = \{(r, \theta) \mid 0 \leq r \leq 1 + \cos(\theta), 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$$

Exemple 3 : calcul d'une aire

Calculer l'aire de la région délimitée par la cardioïde $r = 1 + \cos(\theta)$.

$$\begin{aligned}\text{aire}(D) &= \iint_D dA = \int_0^{2\pi} \int_0^{1+\cos\theta} r \, dr \, d\theta \\&= \int_0^{2\pi} \left[\frac{r^2}{2} \right]_0^{1+\cos\theta} d\theta = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (1 + \cos\theta)^2 d\theta \\&= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} (1 + 2\cos\theta + \cos^2\theta) d\theta \\&= \pi + 0 + \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{1 + \cos(2\theta)}{2} d\theta = \frac{3\pi}{2}.\end{aligned}$$

Exemple 3 : calcul d'une aire

- Formule de calcul de l'aire d'une région plane par une intégrale double.
- Calcul de l'aire délimitée par une cardioïde.