

MTH1102D Calcul II

Chapitre 8, section 1: Les fonctions vectorielles et les courbes paramétrées

Courbes paramétrées en deux et en trois dimensions

Introduction

- Fonctions vectorielles.
- Courbes paramétrées en deux dimensions.
- Courbes paramétrées en trois dimensions.

Courbes paramétrées en deux et en trois dimensions

Définition

Une *fonction vectorielle* en deux dimensions $\vec{r} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ est une fonction qui associe à chaque valeur $t \in [a, b] \subseteq \mathbb{R}$ un vecteur $\vec{r}(t) \in \mathbb{R}^2$.

Courbes paramétrées en deux et en trois dimensions

Définition

Une *fonction vectorielle* en deux dimensions $\vec{r} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ est une fonction qui associe à chaque valeur $t \in [a, b] \subseteq \mathbb{R}$ un vecteur $\vec{r}(t) \in \mathbb{R}^2$.

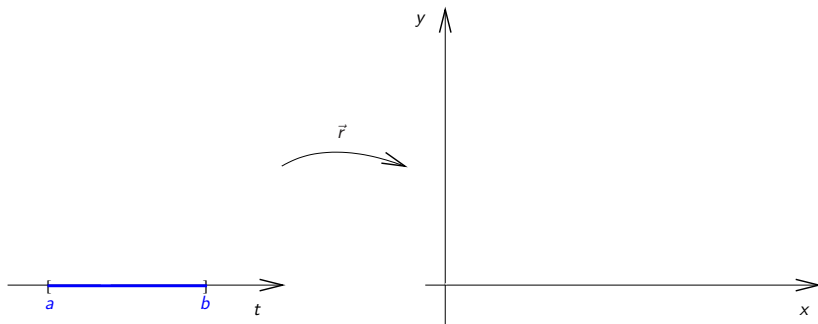
On définit habituellement une fonction vectorielle en donnant explicitement les composantes de $\vec{r}(t)$:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}, \quad a \leq t \leq b,$$

où x, y sont des fonctions de t .

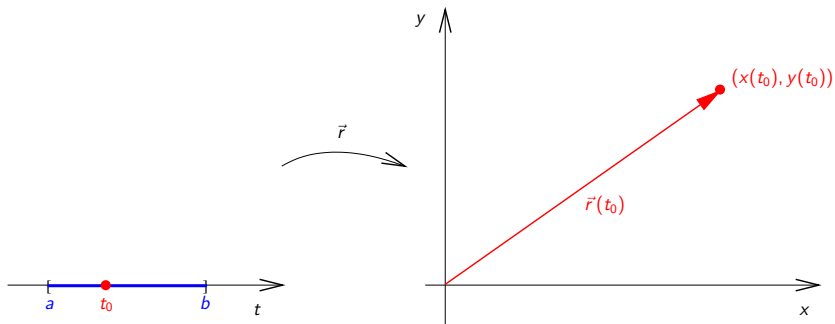
Courbes paramétrées en deux et en trois dimensions

Courbe paramétrée dans le plan



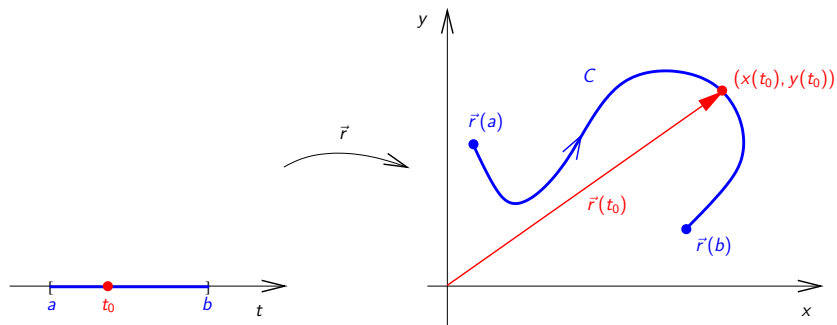
Courbes paramétrées en deux et en trois dimensions

Courbe paramétrée dans le plan



Courbes paramétrées en deux et en trois dimensions

Courbe paramétrée dans le plan



Courbes paramétrées en deux et en trois dimensions

Définition

- L'ensemble des points $(x(t), y(t))$, pour $t \in [a, b]$, définis par une fonction vectorielle \vec{r} est une *courbe paramétrée* dans le plan.

Courbes paramétrées en deux et en trois dimensions

Définition

- L'ensemble des points $(x(t), y(t))$, pour $t \in [a, b]$, définis par une fonction vectorielle \vec{r} est une *courbe paramétrée* dans le plan.
- Le scalaire t est appelé *paramètre*.

Courbes paramétrées en deux et en trois dimensions

Définition

- L'ensemble des points $(x(t), y(t))$, pour $t \in [a, b]$, définis par une fonction vectorielle \vec{r} est une *courbe paramétrée* dans le plan.
- Le scalaire t est appelé *paramètre*.
- $[a, b]$ est l'intervalle du paramètre.

Courbes paramétrées en deux et en trois dimensions

Définition

- L'ensemble des points $(x(t), y(t))$, pour $t \in [a, b]$, définis par une fonction vectorielle \vec{r} est une *courbe paramétrée* dans le plan.
- Le scalaire t est appelé *paramètre*.
- $[a, b]$ est l'intervalle du paramètre.
- Le vecteur $\vec{r}(t)$ est le *vecteur position* du point $(x(t), y(t))$.

Courbes paramétrées en deux et en trois dimensions

Définition

- L'ensemble des points $(x(t), y(t))$, pour $t \in [a, b]$, définis par une fonction vectorielle \vec{r} est une *courbe paramétrée* dans le plan.
- Le scalaire t est appelé *paramètre*.
- $[a, b]$ est l'intervalle du paramètre.
- Le vecteur $\vec{r}(t)$ est le *vecteur position* du point $(x(t), y(t))$.

On peut interpréter une courbe paramétrée comme étant la **trajectoire** d'un objet en mouvement dans le plan.

Courbes paramétrées en deux et en trois dimensions

Définition

- L'ensemble des points $(x(t), y(t))$, pour $t \in [a, b]$, définis par une fonction vectorielle \vec{r} est une *courbe paramétrée* dans le plan.
- Le scalaire t est appelé *paramètre*.
- $[a, b]$ est l'intervalle du paramètre.
- Le vecteur $\vec{r}(t)$ est le *vecteur position* du point $(x(t), y(t))$.

On peut interpréter une courbe paramétrée comme étant la **trajectoire** d'un objet en mouvement dans le plan.

Le point $\vec{r}(t)$ est alors la position de l'objet à l'instant t .

Courbes paramétrées en deux et en trois dimensions

Définition

- L'ensemble des points $(x(t), y(t))$, pour $t \in [a, b]$, définis par une fonction vectorielle \vec{r} est une *courbe paramétrée* dans le plan.
- Le scalaire t est appelé *paramètre*.
- $[a, b]$ est l'intervalle du paramètre.
- Le vecteur $\vec{r}(t)$ est le *vecteur position* du point $(x(t), y(t))$.

Équations paramétriques de la courbe :

$$\begin{cases} x &= x(t) \\ y &= y(t) \end{cases}, t \in [a, b]$$

Courbes paramétrées en deux et en trois dimensions

Définition

Une *fonction vectorielle* en trois dimensions $\vec{r} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ est une fonction qui associe à chaque valeur $t \in [a, b] \subseteq \mathbb{R}$ un vecteur $\vec{r}(t) \in \mathbb{R}^3$.

Courbes paramétrées en deux et en trois dimensions

Définition

Une *fonction vectorielle* en trois dimensions $\vec{r} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ est une fonction qui associe à chaque valeur $t \in [a, b] \subseteq \mathbb{R}$ un vecteur $\vec{r}(t) \in \mathbb{R}^3$.

On définit habituellement une fonction vectorielle en donnant explicitement les composantes de $\vec{r}(t)$:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}, \quad a \leq t \leq b,$$

où x, y, z sont des fonctions de t .

Courbes paramétrées en deux et en trois dimensions

Définition

- L'ensemble des points $(x(t), y(t), z(t))$, pour $t \in [a, b]$, définis par une fonction vectorielle \vec{r} est une *courbe paramétrée* dans l'espace.

Courbes paramétrées en deux et en trois dimensions

Définition

- L'ensemble des points $(x(t), y(t), z(t))$, pour $t \in [a, b]$, définis par une fonction vectorielle \vec{r} est une *courbe paramétrée* dans l'espace.
- Le scalaire t est appelé *paramètre*.

Courbes paramétrées en deux et en trois dimensions

Définition

- L'ensemble des points $(x(t), y(t), z(t))$, pour $t \in [a, b]$, définis par une fonction vectorielle \vec{r} est une *courbe paramétrée* dans l'espace.
- Le scalaire t est appelé *paramètre*.
- $[a, b]$ est l'intervalle du paramètre.

Courbes paramétrées en deux et en trois dimensions

Définition

- L'ensemble des points $(x(t), y(t), z(t))$, pour $t \in [a, b]$, définis par une fonction vectorielle \vec{r} est une *courbe paramétrée* dans l'espace.
- Le scalaire t est appelé *paramètre*.
- $[a, b]$ est l'intervalle du paramètre.
- Le vecteur $\vec{r}(t)$ est le *vecteur position* du point $(x(t), y(t), z(t))$.

Courbes paramétrées en deux et en trois dimensions

Définition

- L'ensemble des points $(x(t), y(t), z(t))$, pour $t \in [a, b]$, définis par une fonction vectorielle \vec{r} est une *courbe paramétrée* dans l'espace.
- Le scalaire t est appelé *paramètre*.
- $[a, b]$ est l'intervalle du paramètre.
- Le vecteur $\vec{r}(t)$ est le *vecteur position* du point $(x(t), y(t), z(t))$.

On peut interpréter une courbe paramétrée comme étant la trajectoire d'un objet en mouvement dans l'espace.

Le point $\vec{r}(t)$ est alors la position de l'objet à l'instant t .

Courbes paramétrées en deux et en trois dimensions

Définition

- L'ensemble des points $(x(t), y(t), z(t))$, pour $t \in [a, b]$, définis par une fonction vectorielle \vec{r} est une *courbe paramétrée* dans l'espace.
- Le scalaire t est appelé *paramètre*.
- $[a, b]$ est l'intervalle du paramètre.
- Le vecteur $\vec{r}(t)$ est le *vecteur position* du point $(x(t), y(t), z(t))$.

Équations paramétriques de la courbe :

$$\begin{cases} x &= x(t) \\ y &= y(t) \\ z &= z(t) \end{cases}, t \in [a, b]$$

Remarques importantes :

- Une paramétrisation définit une courbe ainsi qu'un **sens de parcours** de cette courbe : de $\vec{r}(a)$ à $\vec{r}(b)$.

Remarques importantes :

- Une paramétrisation définit une courbe ainsi qu'un **sens de parcours** de cette courbe : de $\vec{r}(a)$ à $\vec{r}(b)$.
- Il existe une infinité de paramétrisations possibles pour une courbe donnée (vue comme un ensemble de points dans le plan ou l'espace).

- Définition de fonction vectorielle en deux et en trois dimensions.

- Définition de fonction vectorielle en deux et en trois dimensions.
- Courbe paramétrée en deux et en trois dimensions.