



POLYTECHNIQUE
MONTRÉAL

Département de mathématiques et de génie industriel
MTH1102D - Calcul II
Été 2023 - Devoir 8

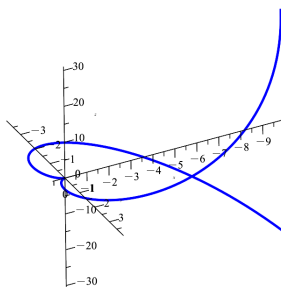
Directives

- Le devoir est à rendre dimanche le **16 juillet** avant 23h55 sur le site Moodle du cours.
- Les directives pour la remise et la présentation du devoir sont disponibles sur le site Moodle du cours.
- Vous devez donner les grandes étapes de calcul des intégrales.
- Dans tous les cas, la valeur exacte des intégrales est exigée, et non une approximation décimale.

Question 1

Les deux sous-questions suivantes sont indépendantes.

- a) Soit C la courbe paramétrée par $\vec{r}(t) = t^2 \cos(t) \vec{i} + t^2 \sin(t) \vec{j} + t^3 \vec{k}$, $-\pi \leq t \leq \pi$, et représentée ci-dessous.



Évaluez les intégrales suivantes. Donnez d'abord une réponse exacte simplifiée, puis une réponse arrondie à la deuxième décimale.

(i) $J_1 = \int_C z^{2/3} ds$

(ii) $J_2 = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, où \vec{F} est le champ vectoriel défini par $\vec{F}(x, y, z) = y \vec{i} - x \vec{j} + z \vec{k}$.

- b) Soit γ paramétrée par $\vec{r}(t)$, $a \leq t \leq b$, une courbe lisse et \vec{G} un champ vectoriel constant. Montrez que

$$\int_{\gamma} \vec{G} \cdot d\vec{r} = \vec{G} \cdot [\vec{r}(b) - \vec{r}(a)].$$

Question 2

Soit \vec{F} le champ vectoriel défini par

$$\vec{F}(x, y, z) = [\cos(yz) - 2xz] \vec{i} + [3 - xz \sin(yz)] \vec{j} - [xy \sin(yz) + x^2] \vec{k}.$$

- a) Si C est une courbe fermée, que pouvez-vous dire du travail de \vec{F} autour de C ?
- b) Calculez le travail effectué par \vec{F} le long d'une parabole dans l'espace allant du point $(2, 0, 3)$ au point $(-1, \pi, 1)$.