MTH1102D Calcul II

Chapitre 10, section 2: Les intégrales de surface

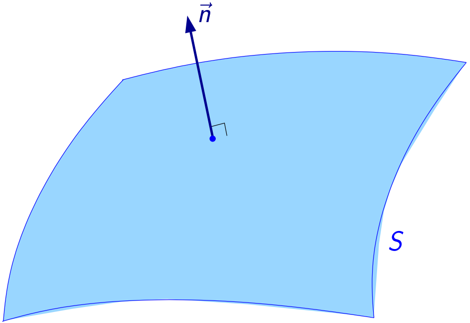
Orientation d'une surface

Introduction

- Vecteur normal à une surface.
- Orientation d'une surface.

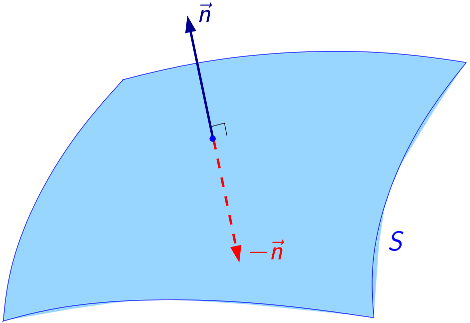
Orientation d'une surface

Un vecteur $\vec{n}$ est *normal* à la surface S en un point donné s'il est perpendiculaire au plan tangent de S en ce point.



Orientation d'une surface

Si S admet un plan tangent en un point alors il existe deux vecteurs normaux unitaires en ce point, qui ont des sens opposés.

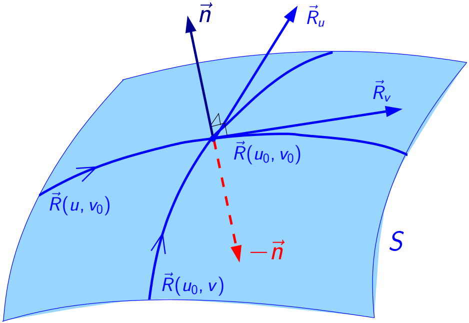


Orientation d'une surface

Si S est paramétrée par $\vec{R}(u,v)$ alors

$$\vec{n} = \frac{\vec{R}_u(u_0,v_0)\times\vec{R}_v(u_0,v_0)}{||\vec{R}_u(u_0,v_0)\times\vec{R}_v(u_0,v_0)||}$$

est un vecteur unitaire normal à S en $\vec{R}(u_0,v_0)$.

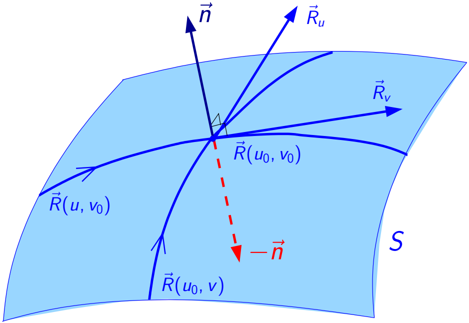


Orientation d'une surface

Si S est paramétrée par $\vec{R}(u, v)$ alors

$$\vec{n} = \frac{\vec{R}_u \times \vec{R}_v}{||\vec{R}_u \times \vec{R}_v||}$$

est un vecteur unitaire normal à S.



Orientation d'une surface

Définition

Une surface paramétrée S est *lisse* si $\vec{R}_u \times \vec{R}_v$ existe et est non nul en chaque point de S.

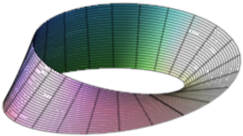
Définition

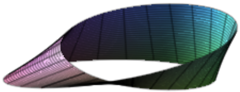
Une surface S est *orientable* s'il est possible de choisir un vecteur normal unitaire $\vec{n}$ en chaque point de S de telle sorte que $\vec{n}$ varie continûment.

- Une surface orientable possède deux orientations, correspondant au choix de $\vec{n}$ ou $-\vec{n}$.
- Une fois que l'orientation a été choisie, la surface est *orientée*.

Orientation d'une surface

Il existe des surfaces *non-orientables*, comme par exemple le ruban de Moebius.





Orientation d'une surface

Définition

Une surface est *fermée* si elle est la frontière d'un solide de volume fini dans l'espace.

- Une surface fermée divise l'espace en deux parties : son *intérieur*, de volume fini, et son *extérieur*.
- L'orientation par défaut d'une surface fermée est donnée par un vecteur normal pointant vers l'extérieur.

Résumé

- Vecteur normal à une surface.
- Calcul du vecteur normal unitaire d'une surface paramétrée.
- Orientation d'une surface.
- Orientation par défaut d'une surface fermée.