

MTH1102D Calcul II

Chapitre 6, section 1: Les intégrales itérées

Exemple 2 : intégrales itérées, exemple de base

Exemple 1 : exemple de base

Calculons l'intégrale $\iint_R (3xy + y^2) dA$, où $R = [0, 2] \times [1, 3]$.

Première façon : $dx dy$

$$\begin{aligned}\int_1^3 \int_0^2 (3xy + y^2) dx dy &= \int_1^3 \left[\frac{3}{2} x^2 y + xy^2 \right]_{x=0}^{x=2} dy \\ &= \int_1^3 [(6y + 2y^2) - 0] dy \\ &= \int_1^3 (6y + 2y^2) dy \\ &= \left[6\frac{y^2}{2} + 2\frac{y^3}{3} \right]_{y=1}^{y=3} = \frac{124}{3}.\end{aligned}$$

Exemple 1 : exemple de base

Calculons l'intégrale $\iint_R (3xy + y^2) dA$, où $R = [0, 2] \times [1, 3]$.

Deuxième façon : $dydx$

$$\begin{aligned}\int_0^2 \int_1^3 (3xy + y^2) dy dx &= \int_0^2 \left[3x \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} \right]_{y=1}^{y=3} dx \\&= \int_0^2 \left[3x \left(\frac{9}{2} \right) + \frac{27}{3} - 3x \left(\frac{1}{2} \right) - \frac{1}{3} \right] dx \\&= \int_0^2 \left[12x + \frac{26}{3} \right] dx \\&= \left[6x^2 + \frac{26}{3}x \right]_{x=0}^{x=2} = \frac{124}{3}\end{aligned}$$

Dans cet exemple, les deux ordres d'intégration mènent à des calculs similaires.