

MTH1102D Calcul II

Chapitre 6 Section 2 : Les intégrales doubles sur des domaines généraux

Domaines de types I et II

Introduction

- Définition des domaines de type I et de type II
- Formules de calcul d'une intégrale double sur ces domaines

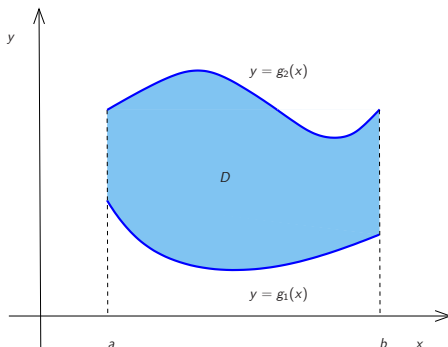
Domaine de type I

Définition

Un domaine du plan de *type I* est défini par

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid a \leq x \leq b, g_1(x) \leq y \leq g_2(x)\},$$

où g_1 et g_2 sont des fonctions continues.



Domaine de type I

Théorème

Si D est un domaine de type I alors

$$\iint_D f(x, y) \, dA = \int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x, y) \, dy \, dx.$$

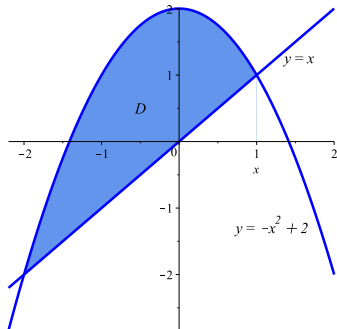
Domaine de type I

Théorème

Si D est un domaine de type I alors

$$\iint_D f(x, y) dA = \int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x, y) dy dx.$$

Exemple



$$\begin{aligned} & \iint_D f(x, y) dA \\ &= \int_{-2}^1 \int_x^{2-x^2} f(x, y) dy dx \end{aligned}$$

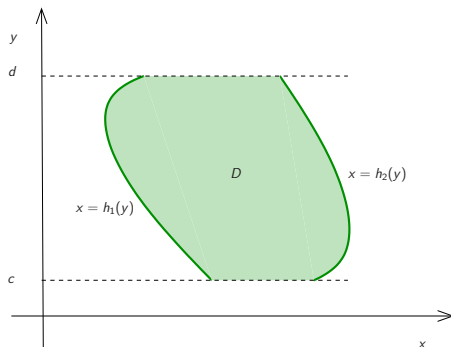
Domaine de type II

Définition

Un domaine du plan de *type II* est défini par

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid h_1(y) \leq x \leq h_2(y), c \leq y \leq d\},$$

où h_1 et h_2 sont des fonctions continues.



Domaine de type II

Théorème

Si D est un domaine de type II alors

$$\iint_D f(x, y) \, dA = \int_c^d \int_{h_1(y)}^{h_2(y)} f(x, y) \, dx dy.$$

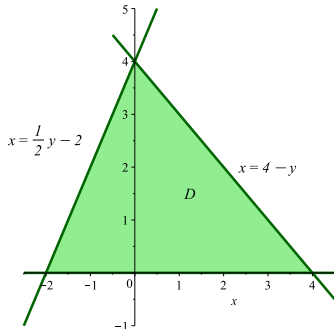
Domaine de type II

Théorème

Si D est un domaine de type II alors

$$\iint_D f(x, y) dA = \int_c^d \int_{h_1(y)}^{h_2(y)} f(x, y) dx dy.$$

Exemple



$$\begin{aligned} & \iint_D f(x, y) dA \\ &= \int_0^4 \int_{y/2-2}^{4-y} f(x, y) dx dy \end{aligned}$$

Remarques importantes

- Une intégrale double sur un domaine quelconque est un *nombre réel* et ne peut pas dépendre d'une variable.
- Les bornes de la deuxième intégrale à calculer doivent être *constantes*.

- Le calcul d'une intégrale double sur un domaine général se réduit au calcul de deux intégrales simples (intégrales itérées).
- Les bornes de l'intégrale ne sont pas constantes et dépendent de la description du domaine d'intégration (type I ou II).