MTH1102D Calcul II

Chapitre 6, section 3 : Les coordonnées polaires

Définition des coordonnées polaires

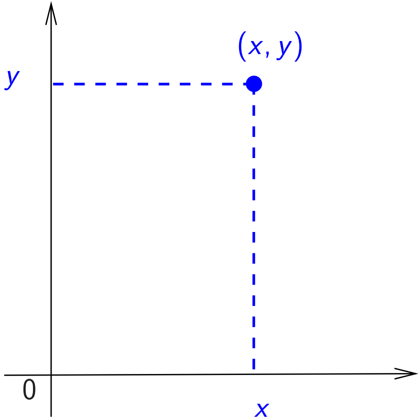
Introduction

- Définition des coordonnées polaires.
- Formules de passage.

Coordonnées cartésiennes

En coordonnées cartésiennes, un point du plan est repéré par

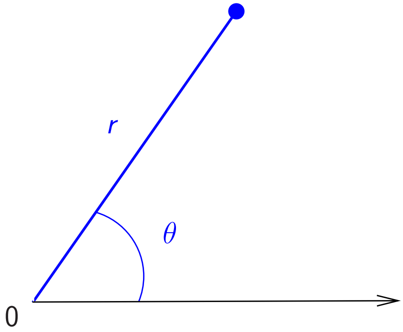
- sa distance (avec signe) x à un axe vertical
- sa distance (avec signe) y à un axe horizontal.



Coordonnées polaires

En coordonnées polaires, un point du plan est repéré par

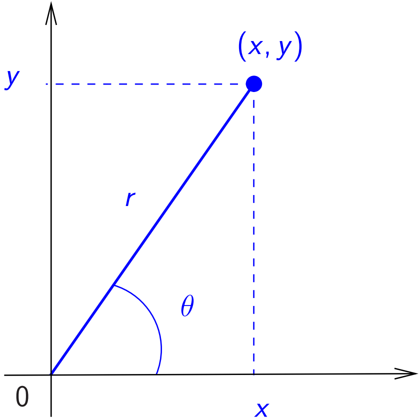
- sa distance r à une origine 0
- l'angle θ par rapport à un demi-axe horizontal formé par un segment allant de l'origine jusqu'au point.



Coordonnées polaires

On superpose habituellement les deux systèmes de coordonnées.

- les deux origines coïncident
- le demi-axe polaire coïncide avec l'axe des x positifs.

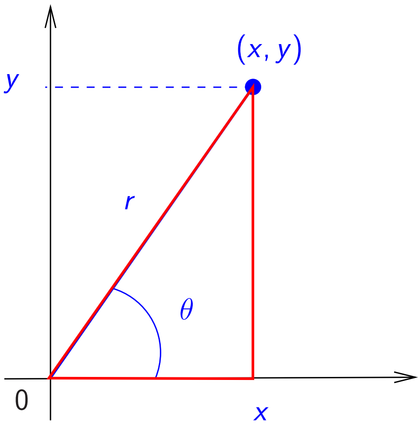


Formules de passage

Formules de passage :

$$\cos(\theta) = \frac{x}{r} \Rightarrow x = r\cos(\theta)$$

$$\sin(\theta) = \frac{y}{r} \Rightarrow y = r\sin(\theta)$$



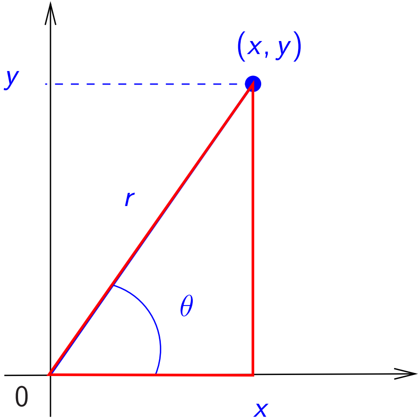
Formules de passage

Formules de passage :

$$\cos(\theta) = \frac{x}{r} \Rightarrow x = r\cos(\theta)$$

$$\sin(\theta) = \frac{y}{r} \Rightarrow y = r\sin(\theta)$$

$$\tan(\theta) = \frac{y}{x} \ (x \neq 0)$$



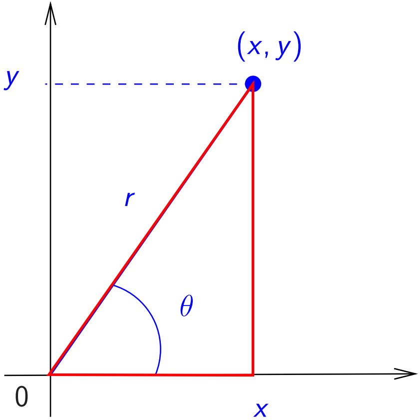
Formules de passage :

$$\cos(\theta) = \frac{x}{r} \Rightarrow x = r\cos(\theta)$$

$$\sin(\theta) = \frac{y}{r} \Rightarrow y = r\sin(\theta)$$

$$\tan(\theta) = \frac{y}{x} \; (x \neq 0)$$

$$x = 0 \Rightarrow \theta = \pi/2 \text{ ou } \theta = 3\pi/2$$



Formules de passage

Formules de passage :

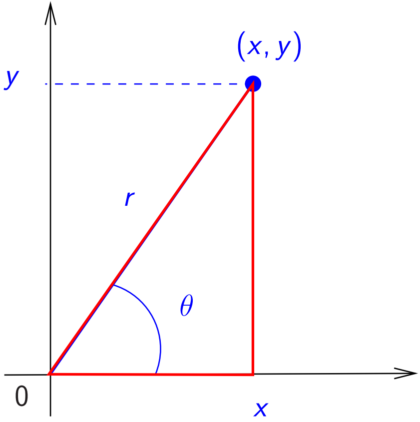
$$\cos(\theta) = \frac{x}{r} \Rightarrow x = r\cos(\theta)$$

$$\sin(\theta) = \frac{y}{r} \Rightarrow y = r\sin(\theta)$$

$$\tan(\theta) = \frac{y}{x} \ (x \neq 0)$$

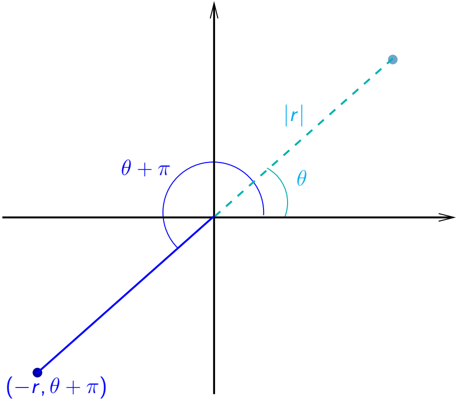
$$x = 0 \Rightarrow \theta = \pi/2 \text{ ou } \theta = 3\pi/2$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$



Domaine des variables

- On suppose habituellement que $r \geq 0$.
- Si $r < 0$, le point (r, θ) est équivalent à $(-r, \theta + \pi)$.



Domaine des variables

- La coordonnée θ est définie à un multiple de 2π près.
- On suppose habituellement que $\theta \in [0, 2\pi[$ ou $\theta \in]-\pi, \pi]$.
- On choisit la valeur de $\theta = \arctan(y/x)$ en examinant dans quel quadrant se trouve le point (x, y).

  Par exemple :

$$(1,1) \in \text{ 1er quadrant et } \tan(\theta) = 1/1 = 1 \quad \Rightarrow \quad \theta = \pi/4$$

$$(-1,-1) \in \text{ 3e quadrant et } \tan(\theta) = -1/-1 = 1 \quad \Rightarrow \quad \theta = 5\pi/4$$

Résumé

- Définition des coordonnées polaires dans le plan.
- Relation avec les coordonnées cartésiennes.