

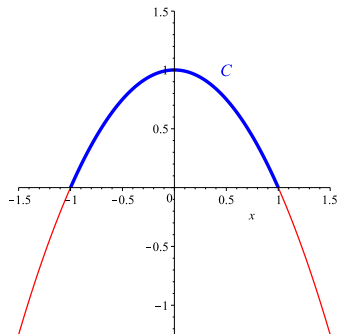
MTH1102D Calcul II

Chapitre 8, section 3: La longueur d'arc et la courbure

Exemple 1: longueur d'une courbe dans le plan

Exemple 1 : longueur d'une courbe dans le plan

Calculer la longueur de la portion C de la parabole $y = 1 - x^2$ située au-dessus de l'axe des x .



- Intersection avec l'axe des x :

$$1 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

C correspond à $-1 \leq x \leq 1$.

- $C : \vec{r}(t) = t\vec{i} + (1 - t^2)\vec{j}$ avec $-1 \leq t \leq 1$.

Exemple 1 : longueur d'une courbe dans le plan

Calculer la longueur de la portion C de la parabole $y = 1 - x^2$ située au-dessus de l'axe des x .

$$C : \vec{r}(t) = t\vec{i} + (1 - t^2)\vec{j} \text{ avec } -1 \leq t \leq 1.$$

$$\begin{aligned}\vec{r}'(t) &= \vec{i} - 2t\vec{j} \\ \|\vec{r}'(t)\| &= \sqrt{1 + 4t^2} \quad \text{car norme}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}L &= \int_{-1}^1 \|\vec{r}'(t)\| dt = \int_{-1}^1 \sqrt{1 + 4t^2} dt \\ &= \int_{-1}^1 2\sqrt{(1/2)^2 + t^2} dt = \sqrt{5} - \frac{1}{2} \ln(\sqrt{5} - 2) \approx 2.96\end{aligned}$$

formule 21 de la feuille

- Longueur d'une courbe dans le plan.
- Même si la courbe est simple, l'intégrale qui calcule la longueur peut être difficile à évaluer.