MTH1102D Calcul II

Chapitre 10, section 1: Les surfaces paramétrées et leur aire

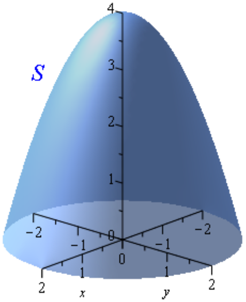
Exemple 2: surface d'équation $z = f(x, y)$

Exemple 2 : surface d'équation $z = f(x, y)$

Donner une paramétrisation de la partie S du paraboloïde $z = 4 - x^2 - y^2$ située au-dessus du plan des (x, y).

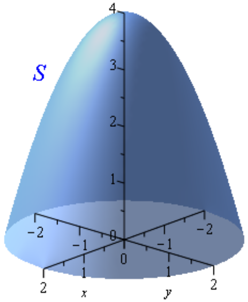
Exemple 2 : surface d'équation $z = f(x, y)$

Donner une paramétrisation de la partie S du paraboloïde $z = 4 - x^2 - y^2$ située au-dessus du plan des (x, y).



Exemple 2 : surface d'équation $z = f(x, y)$

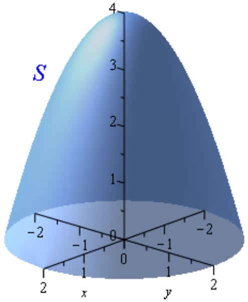
Donner une paramétrisation de la partie S du paraboloïde $z = 4 - x^2 - y^2$ située au-dessus du plan des (x, y).



- On choisit x et y comme paramètres.

Exemple 2 : surface d'équation $z = f(x, y)$

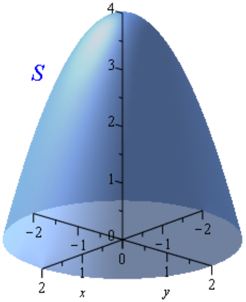
Donner une paramétrisation de la partie S du paraboloïde $z = 4 - x^2 - y^2$ située au-dessus du plan des (x, y).



- On choisit x et y comme paramètres.
- Alors $z = f(x, y) = 4 - x^2 - y^2$

Exemple 2 : surface d'équation $z = f(x, y)$

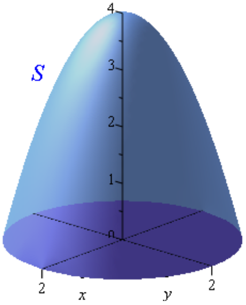
Donner une paramétrisation de la partie S du paraboloïde $z = 4 - x^2 - y^2$ située au-dessus du plan des (x, y).



- On choisit x et y comme paramètres.
- Alors $z = f(x, y) = 4 - x^2 - y^2$ et S est paramétrée par
$$\vec{R}(x, y) = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + (4 - x^2 - y^2)\,\vec{k}.$$

Exemple 2 : surface d'équation $z = f(x, y)$

Donner une paramétrisation de la partie S du paraboloïde $z = 4 - x^2 - y^2$ située au-dessus du plan des (x, y).



- On choisit x et y comme paramètres.
- Alors $z = f(x, y) = 4 - x^2 - y^2$
  et S est paramétrée par
  $$\vec{R}(x, y) = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + (4 - x^2 - y^2)\,\vec{k}.$$
- La projection de S dans le plan des (x, y) est le disque $D : x^2 + y^2 \leq 4$, qui est le domaine des paramètres.

Exemple 2 : surface d'équation $z = f(x, y)$

En général

Une surface S d'équation $z = f(x, y)$ peut être paramétrée par
$$\vec{R}(x, y) = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + f(x, y)\,\vec{k}$$
avec $(x, y) \in D$, où D est la projection de S dans le plan des (x, y).

Exemple 2 : surface d'équation $z = f(x, y)$

En général

Une surface S d'équation $z = f(x, y)$ peut être paramétrée par
$$\vec{R}(x, y) = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} + f(x, y)\,\vec{k}$$
avec $(x, y) \in D$, où D est la projection de S dans le plan des (x, y).

Des formules semblables peuvent être employées pour des surfaces $x = f(y, z)$ ou $y = f(x, z)$.

Exemple 2 : surface d'équation $z = f(x, y)$

Remarques :

Exemple 2 : surface d'équation $z = f(x, y)$

Remarques :

- La paramétrisation d'une surface donnée n'est pas unique.

Exemple 2 : surface d'équation $z = f(x, y)$

Remarques :

- La paramétrisation d'une surface donnée n'est pas unique.
- Par exemple, le paraboloïde du début peut aussi être paramétré par
$$\vec{R}(u, v) = v \cos u \ \vec{i} + v \sin u \ \vec{j} + (4 - v^2)\,\vec{k}$$
avec $(u, v) \in [0, 2\pi] \times [0, 2]$.

Exemple 2 : surface d'équation $z = f(x, y)$

Remarques :

- La paramétrisation d'une surface donnée n'est pas unique.
- Par exemple, le paraboloïde du début peut aussi être paramétré par
$$\vec{R}(u, v) = v \cos u \ \vec{i} + v \sin u \ \vec{j} + (4 - v^2) \ \vec{k}$$
avec $(u, v) \in [0, 2\pi] \times [0, 2]$.

  Cette nouvelle paramétrisation provient de l'équation cylindrique du paraboloïde : $z = 4 - r^2$.

Résumé

- Paramétrisation d'une surface dont l'équation cartésienne est connue.

Résumé

- Paramétrisation d'une surface dont l'équation cartésienne est connue.
- La paramétrisation d'une surface n'est pas unique.