

# MTH1102D Calcul II

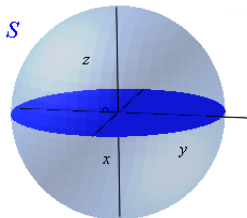
Chapitre 10, section 2: Les intégrales de surface

## **Exemple 3: orientation d'une sphère**

## Exemple 3 : orientation d'une sphère

Donner le vecteur normal unitaire correspondant à l'orientation positive (vers l'extérieur) de la sphère  $x^2 + y^2 + z^2 = c^2$ .

- La sphère est paramétrée par



$$\vec{R}(\theta, \phi) = c \sin \phi \cos \theta \vec{i} + c \sin \phi \sin \theta \vec{j} + c \cos \phi \vec{k}$$

avec  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ,  $0 \leq \phi \leq \pi$ .

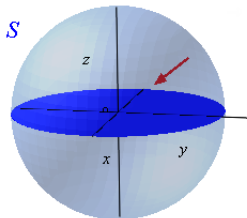
- On calcule

$$\begin{aligned} \vec{R}_\theta \times \vec{R}_\phi &= -c^2 \sin^2 \phi \cos \theta \vec{i} - c^2 \sin^2 \phi \sin \theta \vec{j} \\ &\quad - c^2 \sin \phi \cos \phi \vec{k} \end{aligned}$$

$$\|\vec{R}_\theta \times \vec{R}_\phi\| = c^2 \sin \phi$$

## Exemple 3 : orientation d'une sphère

Donner le vecteur normal unitaire correspondant à l'orientation positive (vers l'extérieur) de la sphère  $x^2 + y^2 + z^2 = c^2$ .



- Le vecteur

$$\begin{aligned} -\vec{n} &= \frac{\vec{R}_\theta \times \vec{R}_\phi}{\|\vec{R}_\theta \times \vec{R}_\phi\|} \\ &= -\sin \phi \cos \theta \vec{i} - \sin \phi \sin \theta \vec{j} - \cos \phi \vec{k} \end{aligned}$$

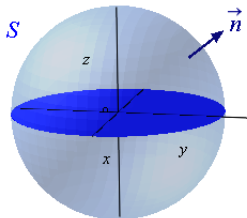
pointe vers l'intérieur de  $S$ .

- Par exemple, au point  $\vec{R}(0,0) = c\vec{k}$  (pôle nord),  $-\vec{n} = -\vec{k}$ .
- Ce vecteur donne l'orientation négative de  $S$ .

## Exemple 3 : orientation d'une sphère

Donner le vecteur normal unitaire correspondant à l'orientation positive (vers l'extérieur) de la sphère  $x^2 + y^2 + z^2 = c^2$ .

L'orientation **positive** de  $S$  est donnée par le vecteur



$$\begin{aligned}\vec{n} &= - \frac{\vec{R}_\theta \times \vec{R}_\phi}{\|\vec{R}_\theta \times \vec{R}_\phi\|} \\ &= \sin \phi \cos \theta \vec{i} + \sin \phi \sin \theta \vec{j} + \cos \phi \vec{k}\end{aligned}$$

- Calcul de deux vecteurs normaux pour une sphère.
- Choix du vecteur donnant l'orientation positive de cette surface fermée.