

MTH1102D Calcul II

Chapitre 10, section 1: Les surfaces paramétrées et leur aire

Exemple 1: surface paramétrée quelconque

Exemple 1 : surface paramétrée quelconque

Identifier la surface S paramétrée par

$$\vec{R}(u, v) = v \cos u \vec{i} + v \sin u \vec{j} + v \vec{k}, \quad 0 \leq u \leq 2\pi, \quad 0 \leq v \leq 1.$$

- Ici, $x(u, v) = v \cos u$, $y(u, v) = v \sin u$, $z(u, v) = v$.
- Le domaine des paramètres est le rectangle $D = [0, 2\pi] \times [0, 1]$.
- Pour chaque point de S on a

$$\begin{aligned} x(u, v)^2 + y(u, v)^2 &= (v \cos u)^2 + (v \sin u)^2 = v^2 (\cos^2 u + \sin^2 u) \\ &= v^2 = z(u, v)^2 \end{aligned}$$

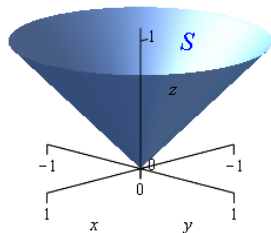
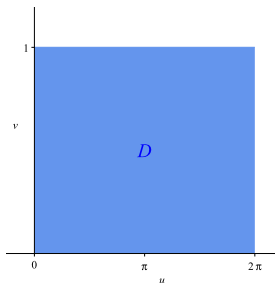
donc l'équation cartésienne de S est $x^2 + y^2 = z^2$.

- Équation d'un cône circulaire.
- S est la partie de ce cône située entre les plans $z = 0$ et $z = 1$.

Exemple 1 : surface paramétrée quelconque

Identifier la surface S paramétrée par

$$\vec{R}(u, v) = v \cos u \vec{i} + v \sin u \vec{j} + v \vec{k}, \quad 0 \leq u \leq 2\pi, \quad 0 \leq v \leq 1.$$



Exemple 1 : surface paramétrée quelconque

Identifier la surface S paramétrée par

$$\vec{R}(u, v) = v \cos u \vec{i} + v \sin u \vec{j} + v \vec{k}, \quad 0 \leq u \leq 2\pi, \quad 0 \leq v \leq 1.$$

- L'équation cylindrique du cône est $z = r$.
- Si on pose $u = \theta$ et $v = r$ alors

$$\begin{aligned}x &= r \cos \theta &= v \cos u \\y &= r \sin \theta &= v \sin u \\z &= r &= v\end{aligned}$$

et on obtient la paramétrisation donnée du cône.

- Trouver l'équation cartésienne d'une surface paramétrée pour pouvoir l'identifier.
- La paramétrisation donnée provient de l'équation cylindrique de la surface.