POLYTECHNIQUE
MONTRÉAL

CAHIER D'EXAMEN

Matricule

CONTRÔLE PÉRIODIQUE - AUTOMNE 2021

Nom ______________________________
(lettres moulées)

Prénom ______________________________
(lettres moulées)

No du cours : **MTH2302D/DD** Section ____________

Titre du cours : **PROBABILITÉS ET STATISTIQUE**

DIRECTIVES:

1. Remplissez la partie ci-haut et signez immédiatement le cahier.
2. Donnez une réponse complète à chaque question et cette réponse doit être **expliquée et justifiée**. La note **0** sera attribuée à toute réponse non justifiée.
3. N'utilisez que le **recto** pour rédiger vos réponses; servez-vous du verso comme brouillon. Inscrivez votre **matricule** sur chaque page.
4. Écrivez aussi lisiblement que possible, de manière à ce que le correcteur comprenne vos réponses.
5. Ne détachez aucune feuille de ce cahier. Rédigez vos solutions sur les pages identifiées à cet effet. Vérifiez que le cahier compte bien **17 pages.**
6. **Documentation : 1 feuille résumée manuscrite 8,5x11 recto-verso.**
7. **Calculatrice non-programmable permise.**
8. ***Par souci d'équité envers tous les étudiants, le professeur ne répondra à aucune question durant cet examen. Si vous estimez que vous ne pouvez pas répondre à une question (données manquantes, données erronées, et.), veuillez le justifier (maximum 2 lignes) et passez à la question suivante.***

Réservé		
1.	2	**/2**
2.	2,25	**/4**
3.	3	**/4**
4.	3.5	**/4**
5.	3	**/3**
6.	02	**/3**
TOTAL		**/20**

15,75

L'étudiant doit honorer l'engagement pris lors de la signature du code de conduite.

____
Signature de l'étudiant(e)

Date : samedi, le 23 octobre 2021

Heure : 10h00 à 12h00

QUESTION Nº 1 (2 points)

On considère deux événements A et B d'un espace échantillon tels que

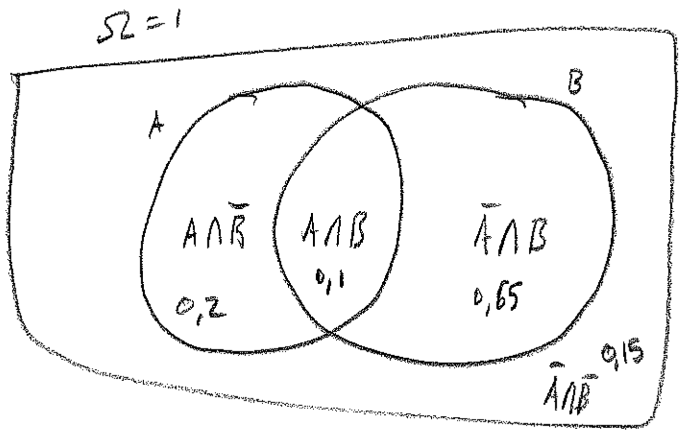
$$P\left(\overline{A}\cup B\right)=0{,}80;\quad P\left(\overline{A}\cup\overline{B}\right)=0{,}90;\quad P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=0{,}15.$$

morgan   morgan   OK facile

a) (1 point) Calculer la probabilité $P(B)$.

b) (1 point) Calculer la probabilité $P\left(B\mid\overline{A}\right)$.

RÉPONSE



$P(A\cap B) = 1 - P(\overline{A\cap B}) = 1 - P(\bar A\cup\bar B) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$

$P(A\cap\bar B) = 1 - P(\overline{A\cap\bar B}) = 1 - P(\bar A\cup B) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$

$P(\bar A\cap B) = 1 - \left(P(A\cap B) + P(A\cap\bar B) + P(\bar A\cap\bar B)\right)$

$P(\bar A\cap B) = 1 - (0{,}1 + 0{,}2 + 0{,}15)$

$P(\bar A\cap B) = 1 - (0{,}35)$ 0.45

$P(\bar A\cap B) = 0{,}65$ 0.55

QUESTION Nº 1 (suite)

a)

$$P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \bar{A})$$

voir Venn

$$P(B) = 0{,}1 + 0{,}65$$

0.55

$$\boxed{P(B) = 0{,}75}$$

0.65 ✓

b)

$$P(B \mid \bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})}$$

$$P(B \mid \bar{A}) = \frac{0{,}65}{1 - P(A)}$$

0.55

$$P(B \mid \bar{A}) = \frac{0{,}65}{1 - (P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}))}$$

$$P(B \mid \bar{A}) = \frac{0{,}65}{1 - (0{,}1 + 0{,}2)}$$

$$P(B \mid \bar{A}) = \frac{0{,}65}{1 - (0{,}3)}$$ ✓

$$P(B \mid \bar{A}) = \frac{0{,}65}{0{,}7}$$

$$P(B \mid \bar{A}) = \frac{13}{14}$$

$$\boxed{P(B \mid \bar{A}) \approx 0{,}92857}$$

QUESTION N° 2 (4 points)

2/2 — 4

Une boîte contient trois pièces de monnaie A, B et C d'apparence identiques. Les pièces A et C sont parfaitement équilibrées, mais pas la pièce B. En effet pour chaque lancer, la pièce B a une probabilité de 3/4 de présenter le côté *Face*. Une pièce est choisie au hasard de la boîte et cette pièce est ensuite lancée 3 fois.

tire une pièce + lance 3 fois

a) (2 point) Calculer la probabilité que la pièce présente exactement 2 fois le côté *Face*.

b) (2 points) Si la pièce présente exactement 2 fois le côté *Face*, quelle est la probabilité qu'il ne s'agisse pas de la pièce B ?

RÉPONSE

a)

X: probabilité d'avoir face en lançant la pièce pigé

$X \in \{ \frac{1}{2}, \frac{3}{4} \}$

Y: de tire de la pièce pigé

$\Omega \in \{A, B, C\}$

Événement K : la pièce tiré est balancé

$K \in \{A, C\}$

$$P(K) = \frac{card(K)}{card(\Omega)} = \frac{2}{3}$$

pas balancé

$$P(\bar{K}) = \frac{card(\bar{K})}{card(\Omega)} = \frac{1}{3}$$

X	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
$P_X(x)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

les x

$$E(X) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$$

les $P_x(x)$

$$= \frac{3}{12} + \frac{2}{6}$$

$$= \frac{7}{12}$$

Non

En moyenne, on aura $\frac{7}{12}$ de probabilité d'avoir face sans connaitre la pièce pigé

QUESTION N° 2 (suite)

W : nombre de tentatives qui donne face

$W \in \{0, 1, 2, 3\}$

$W \sim B(n=3, p=\cancel{\tfrac{7}{12}})$

$0 \tfrac{1}{2}$

$P(W=2) = C_2^3 \left(\frac{7}{12}\right)^2 \left(1-\frac{7}{12}\right)^1$

il y a 2 Binomiales ici

$P(W=2) = \frac{245}{576}$

$\boxed{P(W=2) \approx \cancel{0,425347}}$

---

b)

$P(K \mid W=2)$

$P(K|W=2) = \dfrac{P(K \cap W=2)}{P(W=2)}$

$P(K|W=2) \approx \dfrac{P(K \cap W=2)}{0,425347}$

on sait qu'on a tiré A ou C donc proba d'avoir face avec un essai $= \frac{1}{2}$, et on veut connaître la proba d'avoir 2 fois face

nouvelle variable car p change

Z : nombre de tentative qui donne face quand on a la pièce A ou C

$Z \in \{0,1,2,3\}$

$Z \sim B(n=3, p=\tfrac{1}{2})$

$P(Z=2) = C_2^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(1-\frac{7}{12}\right)$

$= \cancel{\frac{3}{8}}$

$= \cancel{0,375}$

$P(K|W=2) \approx \dfrac{P(Z=2)}{0,425347}$

$P(K|W=2) \approx \dfrac{\cancel{0,375}}{\cancel{0,425347}}$

$1,5 / 2$

$\boxed{P(K|W=2) \approx \cancel{0,8816}3}$

QUESTION Nº 2 (suite)

QUESTION N° 3 (4 points)

Une station-service a une capacité maximale de 3 500 litres de carburant. Le gérant de la station-service estime que la demande quotidienne (en milliers de litres de carburant) est une variable aléatoire X de fonction de densité

jour

$$f_X(x) = \begin{cases} mx & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ m & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ m(4-x) & \text{si } 3 < x \leq 4 \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$$

où m est une constante positive.

a) (2 points) Déterminer la valeur de la constante m et calculer la probabilité que la demande quotidienne de carburant dépasse la capacité de la station-service. $\to P(X > 3{,}5)$

b) (2 points) Déterminer la quantité moyenne de carburant vendu au cours d'une journée après que la station-service soit remplie à pleine capacité.

RÉPONSE

a)

$$1 = \int_{\mathbb{R}} f_X(x)\,dx = \int_0^1 mx\,dx + \int_1^3 m\,dx + \int_3^4 m(4-x)\,dx$$

$$= m\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 + m[x]_1^3 + \int_3^4 (4m - xm)\,dx$$

$$= \frac{m}{2} + m(3-1) + \int_3^4 4m\,dx - m\int_3^4 x\,dx$$

$$= \frac{m}{2} + 3m - m + 4m[x]_3^4 - m\left[\frac{x^2}{2}\right]_3^4$$

$$= 2{,}5m + (16m - 12m) - m(8 - 4{,}5)$$

$$= 2{,}5m + 4m - 3{,}5m$$

$$= 3m$$

$1 = 3m$

$$\boxed{m = \frac{1}{3}}$$

QUESTION N° 3 (suite)

$$P(X > 3{,}5) = 1 - \int_0^{3{,}5} f_X(x)\,dx$$

$$P(x > 3{,}5) = 1 - \left(\int_0^1 m x\,dx + \int_1^3 m\,dx + \int_3^{3{,}5} m(4-x)\,dx\right) \quad \text{où } m = \frac{1}{3}$$

calculatrice autorisé par l'AEP

$$P(x > 3{,}5) = 1 - \left(\frac{23}{24}\right)$$

$$P(x > 3{,}5) = \frac{1}{24}$$

$$\boxed{P(x > 3{,}5) \approx 0{,}041\overline{6}}$$

b) $$E(X) = \int_{\mathbb{R}} f_x(x)\,dx$$

$$E(x) = \int_0^1 m x^2\,dx + \int_1^3 m x\,dx + \int_3^4 m x(4-x)\,dx$$

calculatrice autorisée par l'AEP

$$\boxed{E(X) = 2}$$

QUESTION Nº 3 (suite)

QUESTION N° 4 (4 points)

Une boîte contient six jetons ayant des valeurs réparties de la façon suivante : deux jetons ont la valeur 0, un jeton a la valeur 1, et trois jetons ont la valeur 2. On pige au hasard, successivement et sans remise, deux jetons de la boîte. Soit X la valeur du premier jeton, et Y celle du deuxième jeton.

↳ 1er ↳ 2ème

a) (2 points) Déterminer, sous forme de tableau, la fonction de masse conjointe du vecteur $[X, Y]$ en incluant les distributions marginales de X et de Y.

b) (2 points) Supposons qu'un joueur mise 2$ et pige au hasard, successivement et sans remise, deux jetons de la boîte. Il reçoit alors un montant en dollars égal à la somme des valeurs des deux jetons. Calculer l'écart type du gain net du joueur.

$X+Y$

RÉPONSE

Boîte 6 jetons à # 2 jetons pigés

2 × "0"
1 × "1"
3 × "2"

$X \in \{0,1,2\}$
$Y \in \{0,1,2\}$

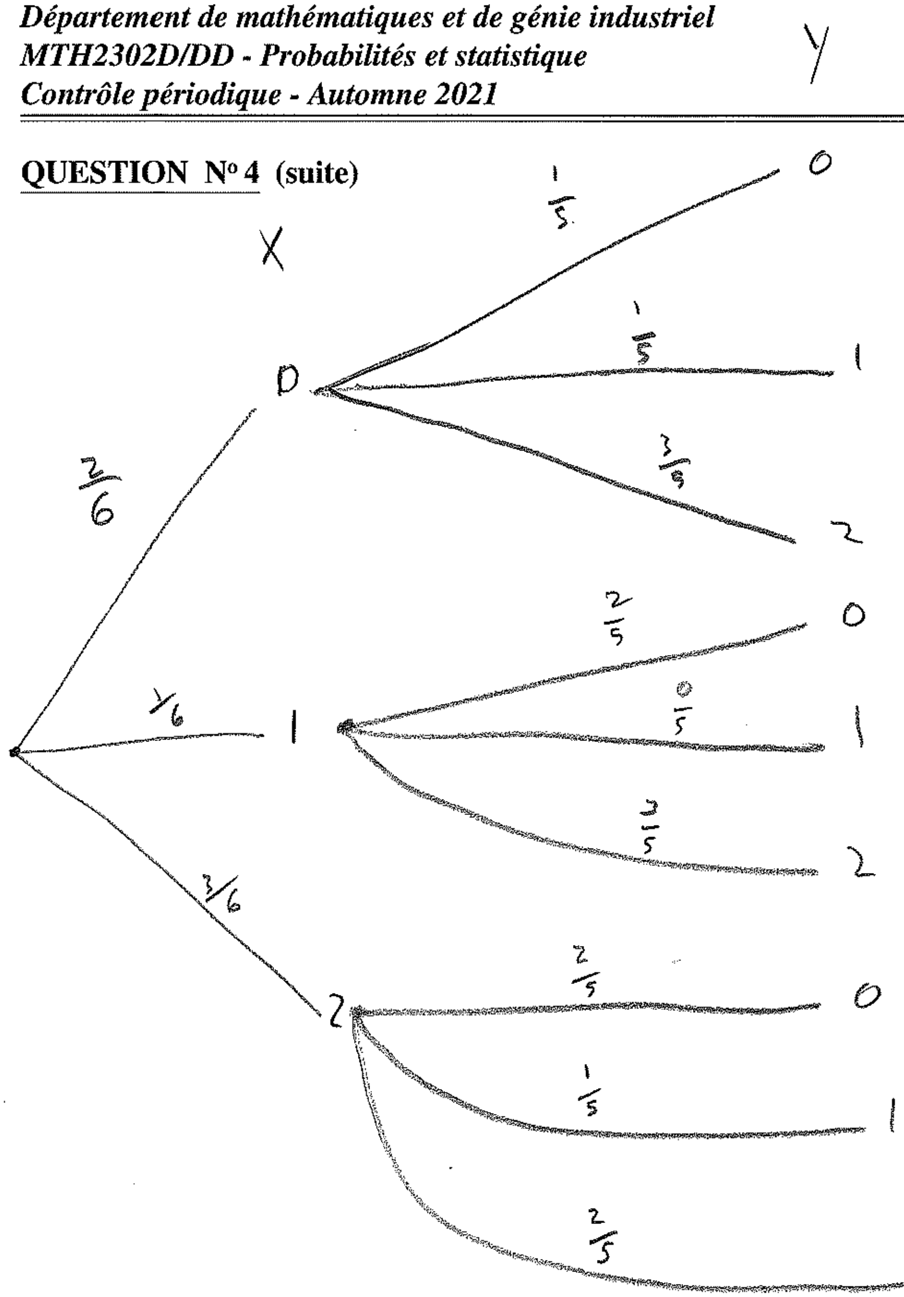
$Y \backslash X$	0	1	2	$P_Y(y)$
0	$\frac{2}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{10}{30}$
1	$\frac{2}{30}$	0	$\frac{3}{30}$	$\frac{5}{30}$
2	$\frac{6}{30}$	$\frac{3}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{15}{30}$
$P_X(x)$	$\frac{10}{30}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{15}{30}$	1

2

ou plutôt

voir arbre à la page suivante

QUESTION N° 4 (suite)



$P(X=0 \cap Y=0) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{30}$

$P(X=0 \cap Y=1) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2}{30}$

$P(X=0 \cap Y=2) = \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{30}$

$P(X=1 \cap Y=0) = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{30}$

$P(X=1 \cap Y=1) = \frac{1}{6} \cdot \frac{0}{5} = \frac{0}{30}$

$P(X=1 \cap Y=2) = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{30}$

$P(X=2 \cap Y=0) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{30}$

$P(X=2 \cap Y=1) = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{30}$

$P(X=2 \cap Y=2) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{30}$

QUESTION N° 4 (suite)

b) commencer par calculer l'écart-type du montant brute gagné

commencer par calculer la variance de ce qu'il gagne brute

$$\boxed{V(X+Y) = V(X)+V(Y)+2\,\mathrm{cov}(X,Y)}$$

Oui, mais $V(X+Y-2)$ plus précisément !

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 \qquad V(Y) = E(Y^2) - E(Y)^2$$

$$= \left(1^2\cdot\frac{5}{30} + 2^2\cdot\frac{15}{30}\right) - \left(1\cdot\frac{5}{30} + 2\cdot\frac{15}{30}\right)^2 \qquad = \left(1^2\cdot\frac{5}{30} + 2^2\cdot\frac{15}{30}\right) - \left(1\cdot\frac{5}{30} + 2\cdot\frac{15}{30}\right)^2$$

$$= \left(\frac{13}{6}\right) - \left(\frac{7}{6}\right)^2 \qquad = \left(\frac{13}{6}\right) - \left(\frac{7}{6}\right)^2$$

$$= \frac{29}{36} \qquad = \frac{29}{36}$$

$$V(X+Y) = \frac{29}{36} + \frac{29}{36} + 2\,\mathrm{cov}(X,Y)$$

$$V(X+Y) = \frac{29}{18} + 2\left(E(XY) - E(X)E(Y)\right)$$

$$V(X+Y) = \frac{29}{18} + 2\left(E(XY) - 0{,}648919\right)$$

$$V(X+Y) = \frac{29}{18} + 2\left(\left(2\cdot\frac{3}{30} + 2\cdot\frac{3}{30} + 4\cdot\frac{6}{30}\right) - 0{,}648919\right)$$

1.5

$$V(X+Y) = \frac{29}{18} + 2\left(\frac{6}{5} - 0{,}648919\right)$$

$$V(X+Y) = \frac{29}{18} + 2\,(0{,}55108)$$

$$V(X+Y) = \frac{29}{18} + 1{,}102160$$

$$\boxed{V(X+Y) \approx 2{,}71327}$$

$\sqrt{V(X+Y)} = \sigma_{X+Y}$

$\sigma_{X+Y} \approx 1{,}647201$

L'écart-type du montant brute gagné est le même que l'écart-type du gain

Donc l'écart-type du gain est

$\approx 1{,}647201$

-0.5

la moyenne serait différente par contre, mais elle ne nous intéresse pas ici

QUESTION Nº 5 (3 points)

On suppose que la durée de vie d'un certain type de composant est une variable aléatoire T distribuée selon une loi exponentielle de moyenne 8 ans. $\rightarrow 8 = E(X) = \frac{1}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{8}$

a) (1 point) Calculer $P(T \leq 8 \mid 4 \leq T < 16)$.

b) (2 points) Cinq composants de ce type sont mis en fonction et opèrent indépendamment les uns des autres. Quelle est la probabilité que quatre ans plus tard, au moins deux des cinq composants ne fonctionnent plus ?

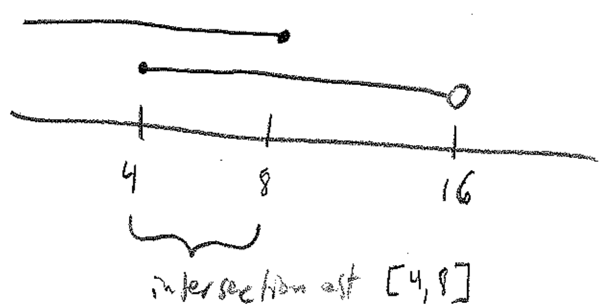
$\rightarrow$ var ≤ 4

RÉPONSE

a) T : durée de vie du composant

$T \sim Exp(\lambda = \frac{1}{8})$

$T \in [0, \infty[$ $\quad \hookrightarrow 8 = E(X) = \frac{1}{\lambda} \Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{8}$



$$P(T \leq 8 \mid 4 \leq T < 16)$$

$$= \frac{P((T \leq 8) \cap (4 \leq T < 16))}{P(4 \leq T < 16)}$$

$$= \frac{P(4 \leq T \leq 8)}{P(4 \leq T \leq 16)}$$

$$= \frac{\int_4^8 \frac{1}{8} e^{-\frac{x}{8}}\, dx}{\int_4^{16} \frac{1}{8} e^{-\frac{x}{8}}\, dx}$$

calculatrice autorisé par l'AEP

$$\approx \frac{0,23865}{0,47195}$$

$$\boxed{\approx 0,506480}$$

QUESTION N° 5 (suite)

b) P(un composant fonctionne plus 4 ans plus tard)

$= P(T \leq 4)$

$= 1 - e^{-\frac{x}{8}}$ $\lambda = 4$

$\approx 0{,}0571984$ erreur de calculs

W : nb composant qui ne fonctionneront pas 4 ans plus tard sur les 5

$W \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$W \sim B(n=5, p=0{,}0571984)$ ✓

$P(W \geq 2) = 1 - P(W \leq 1)$

$P(W \geq 2) = 1 - \sum_{i=0}^{1} C_i^5 \, p^i (1-p)^{5-i}$ ✓

calculatrice autorisé par l'AEP

$P(W \geq 2) \approx 1 - 0{,}97086798$

$\boxed{P(W \geq 2) \approx 0{,}029132}$ ✓

QUESTION N° 6 (3 points)

Un procédé sert à la production de cylindres dont la longueur (en cm) est distribuée selon une loi normale de moyenne 5 avec un écart type σ ajustable. Un cylindre est considéré conforme si sa longueur se trouve dans l'intervalle (spécifications) $\boxed{5 \pm 0,025\ cm.}$ $\longrightarrow$ conforme

a) (1 point) Si l'écart type est ajusté à $\sigma = 0,01\ cm$, quelle est la probabilité qu'un cylindre soit conforme ?

$\sigma^2 = 0,01^2$

b) (2 points) Les cylindres produits sont utilisés dans des assemblages. Chaque assemblage est constitué de 4 cylindres choisis au hasard et placés bout à bout. Les spécifications pour la longueur totale (en cm) de l'assemblage sont $20 \pm 0,032\ cm$. Quelle devrait être la valeur maximale de σ pour qu'au moins 95% des assemblages soient conformes ?

conforme

RÉPONSE

a)

L : longueur d'un cylindre

$L \sim N(\mu = 5,\ \sigma^2 = 0,01^2)$

$L \in \mathbb{R}$

$P(4,975 \leq L \leq 5,025)$

$$\overset{C.R.}{=} P\left(\frac{4,975-5}{0,01} \leq L \leq \frac{5,025-5}{0,01}\right)$$

$Z \sim N(0,1)$

$$= P(-2,5 \leq Z \leq 2,5)$$

$$= \Phi(2,5) - (1 - \Phi(2,5))$$

table

$$= 0,99379 - (1 - 0,99379)$$

$$\boxed{= 0,98758}$$

1

QUESTION Nº 6 (suite)

b) A : Longueur d'un assemblage

$A \sim N\left(\mu = 20,\ \sigma^2 = \frac{4 \cdot x^2}{}\right)$ — x est l'écart-type d'un seul cylindre

$A \in \mathbb{R}$

↳ additivité de la loi normale

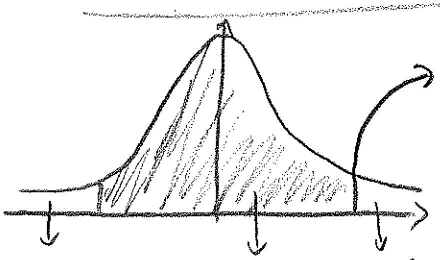
$\mu_A = \mu_{L_1} + \mu_{L_2} + \mu_{L_3} + \mu_{L_4}$

$\mu_A = 5 + 5 + 5 + 5$

$\mu_A = 20$

$\sigma_A^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$

$\sigma_A^2 = 4(x^2)$



$0{,}025 + 0{,}95 + 0{,}025 = 1$

on va chercher cette valeur, nommons là y

$0{,}975 + 0{,}025 = 1$

(+1)

c'est possible de le faire car la loi normale est symétrique par rapport à la moyenne et que l'intervalle de spécification aussi

$\Phi(y) = 0{,}975$ ↳ table

$y = 1{,}96$

$y = \frac{20{,}032 - 20}{4 x}$ → possible grâce au fait que l'intervalle de spécification est symétrique, ici, on décentre par rapport à la moyenne et on déréduit en quelque sorte

4x ?? (ok)!

$\sqrt{4x^2} = 2x$!!

$1{,}96(4 \cdot x) = 0{,}032$

$x = \frac{0{,}032}{7{,}84}$

$\boxed{x = 0{,}0040816 \text{ cm}}$

← valeur de l'écart-type d'un seul cylindre pour que les assemblages soient conforme à 95 %

QUESTION N° 6 (suite)

ANNEXE : La fonction de répartition d'une loi $N(0,1)$: $\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\{-u^2/2\}du.$

z	**0,00**	**0,01**	**0,02**	**0,03**	**0,04**	**0,05**	**0,06**	**0,07**	**0,08**	**0,09**
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,0	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91308	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992