

Commencé le	jeudi 28 mai 2020, 09:00
État	Terminé
Terminé le	jeudi 28 mai 2020, 11:00
Temps mis	1 heure 59 min
Note	12,5 sur 40,0 (31%)

Question 1

Terminer

Note de 2,0 sur 2,0

Soit  $\Omega$  l'espace échantillon d'une expérience aléatoire, et soit  $A_i \subset \Omega$ , pour  $i = 1, 2, 3, 4$ . Supposons que l'événement  $A_4$  est incompatible avec  $A_i$ , pour  $i = 1, 2, 3$ . On considère les 16 événements définis par  $A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4, \dots, A'_1 \cap A'_2 \cap A'_3 \cap A'_4$ . Combien y a-t-il, au maximum, d'événements parmi ces 16 événements qui ont une probabilité positive?

Veuillez choisir une réponse :

- ☒ a. 8
- ☐ b. 16
- ☐ c. 12
- ☐ d. 4
- ☐ e. 0

La réponse correcte est : 8

Question 2

Terminer

Note de 2,0 sur 2,0

Soit  $\Omega$  l'espace échantillon d'une expérience aléatoire, et soit  $A_i \subset \Omega$ , pour  $i = 1, 2, 3, 4$ . Supposons que les événements  $A_1, \dots, A_4$  constituent une partition de  $\Omega$  et que  $P[A_4] = 2P[A_3]$ ,  $P[A_3] = 2P[A_2]$  et  $P[A_2] = 2P[A_1]$ . Calculer  $P[A_1 \cup A_2 \cup A_3]$ .

Veuillez choisir une réponse :

- ☐ a. 8/15
- ☐ b. 2/5
- ☐ c. 1/5
- ☐ d. 3/5
- ☒ e. 7/15

La réponse correcte est : 7/15

Question 3

Terminer

Note de 2,0 sur 2,0

Soit  $\Omega$  l'espace échantillon d'une expérience aléatoire, et soit  $A_i \subset \Omega$ , pour  $i = 1, 2, 3, 4$ . Supposons que  $P[A_i] = 1/4$  pour  $i = 1, 2, 3, 4$ . De plus,  $A_1$  et  $A_2$  sont indépendants, de même que  $A_2$  et  $A_3$ . Finalement,  $A_1$  et  $A_3$  sont incompatibles. Calculer  $P[A_1 \mid A_2 \cup A_3]$ .

Veuillez choisir une réponse :

- ☐ a. 3/7
- ☒ b. 1/7
- ☐ c. 4/7
- ☐ d. 0
- ☐ e. 2/7

La réponse correcte est : 1/7

## Question 4

Non répondue

Noté sur 2,0

Soit  $\Omega$  l'espace échantillon d'une expérience aléatoire, et soit  $A_i \subset \Omega$ , pour  $i = 1, 2, 3, 4$ . Supposons que les événements  $A_1, \dots, A_4$  constituent une partition de  $\Omega$ , et que  $P[A_1] = P[A_2] = p_1 \in (0, 1)$  et  $P[A_3] = P[A_4] = p_2 \in (0, 1)$ , avec  $p_1 + p_2 = 1/2$ . On considère l'événement  $F = A_1 \cup A_2$ . Supposons que  $F$  s'est produit exactement cinq fois lors de dix répétitions indépendantes de l'expérience aléatoire. Quelle est la probabilité que  $A_1$  et  $A_3$  se soient produits exactement cinq fois chacun lors de ces dix répétitions?

Veuillez choisir une réponse :

- ☐ a.  $(1/2)^5$
- ☐ b.  $(1/4)^5$
- ☐ c.  $(1/2)^{10}$
- ☐ d.  $(1/4)^{10}$
- ☐ e.  $(1/8)^5$

La réponse correcte est :  $(1/2)^{10}$ 

## Question 5

Terminer

Note de -0,5 sur 2,0

Un ouvrier en période d'apprentissage répète une certaine opération de façon indépendante jusqu'à ce qu'il la réussisse. On suppose que la probabilité que l'ouvrier réussisse l'opération lors d'une tentative quelconque est égale à  $1/4$ . Étant donné que l'ouvrier a raté ses deux premières tentatives, quelle est la probabilité qu'il ait réussi l'opération au bout d'au plus dix tentatives?

Veuillez choisir une réponse :

- ☐ a. 0,10
- ☐ b. 0,90
- ☐ c. 0,80
- ☐ d. 0,20
- ☒ e. 0,50

La réponse correcte est : 0,90

## Question 6

Terminer

Note de -0,5 sur 2,0

Un ouvrier en période d'apprentissage répète une certaine opération de façon indépendante jusqu'à ce qu'il la réussisse. On suppose que la probabilité que l'ouvrier réussisse l'opération lors d'une tentative quelconque est égale à  $1/4$ .

S'il y a dix ouvriers (indépendants) en apprentissage, quelle est, sous les mêmes hypothèses que ci-dessus, la probabilité qu'au moins trois d'entre eux aient réussi l'opération pour la première fois au bout de plus de huit tentatives?

Veuillez choisir une réponse :

- ☒ a. 0,09
- ☐ b. 0,07
- ☐ c. 0,15
- ☐ d. 0,11
- ☐ e. 0,05

La réponse correcte est : 0,07

## Question 7

Terminer

Note de 2,0 sur 2,0

Un ouvrier en période d'apprentissage répète une certaine opération de façon indépendante jusqu'à ce qu'il la réussisse. On suppose que la probabilité que l'ouvrier réussisse l'opération lors d'une tentative quelconque est égale à  $1/4$ .

Il y a dix ouvriers (indépendants) en période d'apprentissage. Utiliser une approximation de Poisson pour calculer, sous les mêmes hypothèses que ci-dessus, la probabilité qu'au moins trois d'entre eux aient réussi l'opération pour la première fois au bout de plus de huit tentatives.

Veillez choisir une réponse :

- ☐ a. 0,10
- ☐ b. 0,12
- ☒ c. 0,08
- ☐ d. 0,04
- ☐ e. 0,06

La réponse correcte est : 0,08

## Question 8

Terminer

Note de -0,5 sur 2,0

Un ouvrier en période d'apprentissage répète une certaine opération de façon indépendante jusqu'à ce qu'il la réussisse. Soit  $N$  le nombre de tentatives nécessaires pour qu'il réussisse l'opération en question. On suppose que la probabilité que l'ouvrier réussisse l'opération lors d'une tentative quelconque est égale à  $1/4$ . Calculer la fonction de masse de  $M := 2N - 1$  pour  $m = 1, 3, 5, \dots$

Veillez choisir une réponse :

- ☒ a.  $(3/4)^{(m-1)}(1/4)$
- ☐ b.  $(3/4)^{(m-1)/2}(1/4)$
- ☐ c.  $(3/4)^{(m+1)/2}(1/4)$
- ☐ d.  $(1/4)^{(m+1)/2}(3/4)$
- ☐ e.  $(1/4)^{(m-1)/2}(3/4)$

La réponse correcte est :  $(3/4)^{(m-1)/2}(1/4)$


## Question 9

Terminer

Note de 2,0 sur 2,0

Un ouvrier en période d'apprentissage répète une certaine opération de façon indépendante jusqu'à ce qu'il la réussisse. Soit  $N$  le nombre de tentatives nécessaires pour qu'il réussisse l'opération en question. On suppose que la probabilité que l'ouvrier réussisse l'opération lors d'une tentative quelconque est égale à  $1/4$ . Calculer  $\text{STD}[M]$ , où  $M := 2N - 1$ .

Veillez choisir une réponse :

- ☐ a.  $2\sqrt{3}$
- ☐ b.  $8\sqrt{3}$
- ☒ c.  $4\sqrt{3}$
- ☐ d.  $2\sqrt{3} - 1$
- ☐ e.   $4\sqrt{3} - 1$

La réponse correcte est :   $4\sqrt{3}$

## Question 10

Terminer

Note de -0,5 sur 2,0

Un ouvrier en période d'apprentissage répète une certaine opération de façon indépendante jusqu'à ce qu'il la réussisse. Soit  $N$  le nombre de tentatives nécessaires pour qu'il réussisse l'opération en question. On suppose que la probabilité que l'ouvrier réussisse l'opération lors d'une tentative quelconque est égale à  $1/4$ . Quelle est la médiane de  $N$ ?

Veuillez choisir une réponse :

- ☐ a. 1
- ☒ b. 5
- ☐ c. 3
- ☐ d. 7
- ☐ e. 2

La réponse correcte est : 3

## Question 11

Terminer

Note de -0,5 sur 2,0

On dénote par  $T$  le temps d'exécution (en ms) d'un certain programme informatique en langage C. Calculer  $E[\frac{1}{T}]$ , si  $T$  présente une distribution uniforme sur l'intervalle  $[1, 20]$ .

Veuillez choisir une réponse :

- ☐ a. 0,10
- ☐ b.  $\infty$
- ☐ c. 0,1577
- ☐ d. 0,1053
- ☒ e. n'existe pas

La réponse correcte est : 0,1577

## Question 12

Terminer

Note de 2,0 sur 2,0

On dénote par  $T$  le temps d'exécution (en ms) d'un certain programme informatique en langage C. Dans le cas où  $T \sim \text{Exp}(1/10)$ , quelle est la probabilité conditionnelle  $P[5 < T \mid 10 < T < 20]$ ?

Veuillez choisir une réponse :

- ☐ a. 0,2387
- ☐ b. 0,7613
- ☐ c. 0,3050
- ☐ d. 0,6950
- ☒ e. 0,5065

La réponse correcte est : 0,5065

## Question 13

Terminer

Note de 2,0 sur 2,0

On dénote par  $T$  le temps d'exécution (en ms) d'un certain programme informatique en langage C. Supposons que  $T$  présente (approximativement) une distribution  $N(10, 4)$ . Calculer  $E[(T+2)^2]$ .

Veuillez choisir une réponse :

- ☒ a. 148
- ☐ b. 144
- ☐ c. 104
- ☐ d. 124
- ☐ e. 108

La réponse correcte est : 148

## Question 14

Terminer

Note de 2,0 sur 2,0

On dénote par  $T$  le temps d'exécution (en ms) d'un certain programme informatique en langage C. Supposons que  $T$  présente (approximativement) une distribution  $N(10, 4)$ . Calculer la probabilité conditionnelle  $P[T > 8 \mid T < 10]$ .

Veuillez choisir une réponse :

- ☒ a. 0,6826
- ☐ b. 0,8234
- ☐ c. 0,3174
- ☐ d. 0,4888
- ☐ e. 0,5112

La réponse correcte est : 0,6826

## Question 15

Non répondue

Noté sur 2,0

On dénote par  $T$  le temps d'exécution (en ms) d'un certain programme informatique en langage C. Calculer la fonction de densité  $f_S(s)$  de  $S := \ln(T)$ , pour  $s \in \mathbb{R}$ , si  $T$  présente une distribution gamma  $G(2, 2)$ .

Veuillez choisir une réponse :

- ☐ a.  $4 e^{2s} e^{-2e^s}$
- ☐ b.  $2 e^{2s} e^{-e^{2s}}$
- ☐ c.  $e^{-2|s|} e^{-e^s}$
- ☐ d.  $e^s e^{-e^s}$
- ☐ e.  $2 e^s e^{-2e^s}$

La réponse correcte est :  $4 e^{2s} e^{-2e^s}$ 

## Question 16

Terminer

Note de -0,5 sur 2,0

On dénote par  $T$  le temps d'exécution (en ms) d'un certain programme informatique en langage C. Supposons que  $E[T] = 10$  et  $\text{VAR}[T] = 9$ . Quelle est la plus petite valeur que la probabilité  $P[4 \leq T \leq 16]$  peut prendre?

Veuillez choisir une réponse :

- ☐ a. 1/5
- ☒ b. 7/8
- ☐ c. 0
- ☐ d. 1/4
- ☐ e. 3/4

La réponse correcte est : 3/4

## Question 17

Non répondue

Noté sur 2,0

Soit

$$f_X(x; \theta) = \frac{1}{\theta} |x| e^{-x^2/\theta} \quad \text{pour } (x \in \mathbb{R}),$$

où  $\theta > 0$ . On peut montrer que  $E[X]=0$  et  $\text{VAR}[X] = \theta$ . On dispose d'un échantillon aléatoire de taille  $n$  de  $X$ . Calculer l'estimateur à vraisemblance maximale,  $\theta_{VM}$ , de  $\theta$ .

Veuillez choisir une réponse :

- ☐ a.  $\sum_{k=1}^n X_k/n$
- ☐ b.  $\sum_{k=1}^n |X_k|/n$
- ☐ c.  $\sum_{k=1}^n X_k^2/(n-1)$
- ☐ d.  $|\sum_{k=1}^n X_k/n|$
- ☐ e.  $\sum_{k=1}^n X_k^2/n$

La réponse correcte est :  $\sum_{k=1}^n X_k^2/n$ 

## Question 18

Non répondue

Noté sur 2,0

Soit

$$f_X(x; \theta) = \frac{1}{\theta} |x| e^{-x^2/\theta} \quad \text{pour } (x \in \mathbb{R}),$$

où  $\theta > 0$ . On peut montrer que  $E[X]=0$  et  $\text{VAR}[X] = \theta$ . On dispose d'un échantillon aléatoire de taille  $n$  de  $X$ . Calculer l'estimateur  $\theta_M$  de  $\theta$  par la méthode des moments.

Veuillez choisir une réponse :

- ☐ a.  $\sum_{k=1}^n X_k^2/(n-1)$
- ☐ b.  $\sum_{k=1}^n |X_k|/n$
- ☐ c.  $\sum_{k=1}^n X_k^2/n$
- ☐ d.  $|\sum_{k=1}^n X_k/n|$
- ☐ e.  $\sum_{k=1}^n X_k/n$

La réponse correcte est :  $\sum_{k=1}^n X_k^2/n$ 

## Question 19

Non répondue

Noté sur 2,0

Soit

$$f_X(x; \theta) = \frac{1}{\theta} |x| e^{-x^2/\theta} \quad \text{pour } (x \in \mathbb{R}),$$

où  $\theta > 0$ . On peut montrer que  $E[X]=0$  et  $\text{VAR}[X] = \theta$ . On dispose d'un échantillon aléatoire de taille  $n$  de  $X$ . Soit  $\hat{\theta} := \sum_{k=1}^n X_k^2/(n-1)$  un estimateur du paramètre  $\theta$ . Quel est le biais de  $\hat{\theta}$ ?

Veuillez choisir une réponse :

- ☐ a.  $-\theta/n$
- ☐ b. 0
- ☐ c.  $\theta/(n+1)$
- ☐ d.  $-\theta/(n+1)$
- ☐ e.  $\theta/(n-1)$

La réponse correcte est :  $\theta/(n-1)$

Question **20**

Terminer

Note de -0,5 sur  
2,0

Soit  $X_1$  et  $X_2$  deux variables aléatoires  $N(0,1)$  indépendantes. Calculer  $P[X_1^2 + X_2^2 > \ln(2)]$ .

Veuillez choisir une réponse :

- ☐ a. 0,7071
- ☒ b. 0,8232
- ☐ c. 0,3536
- ☐ d. 0,6464
- ☐ e. 0,1768

La réponse correcte est : 0,7071

[◀ Exercices - Chapitre 5](#)[Aller à...](#)[Plan de cours - Été 2020 ▶](#)