



POLYTECHNIQUE  
MONTREAL

## Questionnaire Contrôle périodique 1

**PHS1101**

Sigle du cours

Identification de l'étudiant(e)		
Nom : ESSE	Prénom : DAWUT	
Signature : D.E	Matricule : 1956802	Groupe : 01

Sigle et titre du cours			
PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs			
Responsable	Téléphone	Groupe	Trimestre
Jérémy Villeneuve	4577	01	Automne 2022
Jour	Date	Durée	Heures
Mardi	4 octobre	1 heure 50 minutes	18h30 à 20h20
Documentation		Calculatrice	Outils électroniques
<input checked="" type="checkbox"/> Aucune <input type="checkbox"/> Toute <input type="checkbox"/> Voir directives particulières		<input type="checkbox"/> Aucune <input type="checkbox"/> Toutes <input checked="" type="checkbox"/> Non programmable (AEP)	Les appareils électroniques personnels sont interdits.

Directives particulières	
<ul style="list-style-type: none"><li>Vous vous engagez à faire cet examen individuellement.</li><li>Détaillez les étapes de vos solutions. Une réponse sans justification ne vaut aucun point.</li><li>Toute réponse finale doit être accompagnée des unités appropriées.</li><li>Un aide-mémoire pour les formules vues en cours se trouve à la fin de ce cahier.</li><li>Le professeur ne répondra à aucune question durant cet examen. Si vous pensez qu'il y a une erreur dans le questionnaire, mentionnez-le puis répondez du mieux que vous pouvez.</li></ul>	

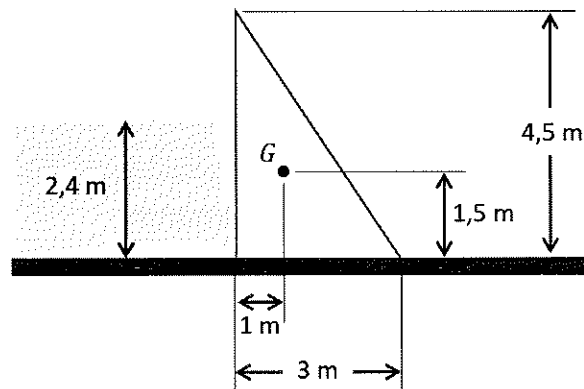
<b>Important</b>	Cet examen contient <b>4</b> questions sur un total de <b>18</b> pages (excluant cette page).
	La pondération de cet examen est de <b>25</b> %
	Vous devez répondre sur : <input checked="" type="checkbox"/> le questionnaire <input type="checkbox"/> le cahier <input type="checkbox"/> les deux
	Vous devez remettre le questionnaire : <input checked="" type="checkbox"/> oui <input type="checkbox"/> non

Réservé
Q1 : 23 /50
Q2 : 30 /50
Q3 : 0 /50
Q4 : 17 /50
TOTAL :
70
200

**Question 1 (50 points) – Questions à court développement**

Répondez aux sous-questions suivantes en expliquant votre raisonnement et en incluant les équations pertinentes. **Une réponse sans justification ne vaut aucun point.** Les sous-questions **A**, **B** et **C** sont indépendantes les unes des autres.

- A.** [10 points] À quelle(s) condition(s) l'équation  $f_s = \mu_s N$  est-elle valide ?
- B.** [15 points] Calculer le module de la force exercée par l'eau sur la butée triangulaire, puis dessiner le vecteur force sur la figure ci-dessous.

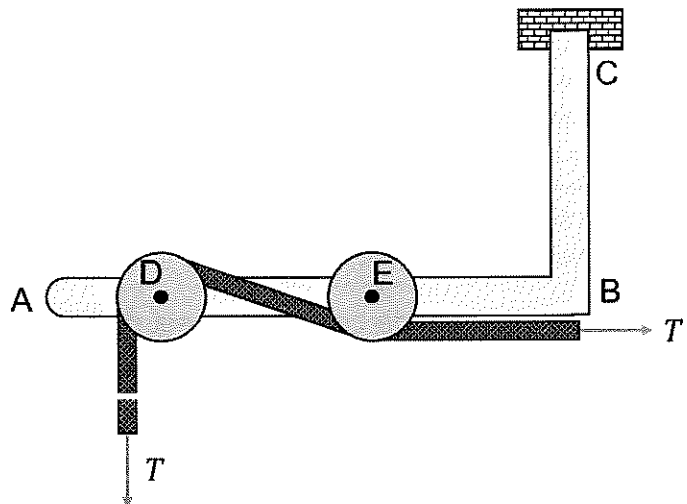


La dimension de la butée perpendiculaire à la page (épaisseur) vaut 2 m. La masse volumique de la butée est de  $2400 \text{ kg/m}^3$  et celle de l'eau vaut  $1000 \text{ kg/m}^3$ . Le centre de masse de la butée est situé en G.

- C.** [25 points] Un ruban magnétique tendu passe par les deux poulies D et E de masses négligeables assemblées sur la membrure ABC.

Faire le DCL :

- Du système entier : membrure ABC, poulies D et E, en incluant le ruban.
- De la membrure ABC seulement.
- De la poulie D seulement.
- De la poulie E seulement.



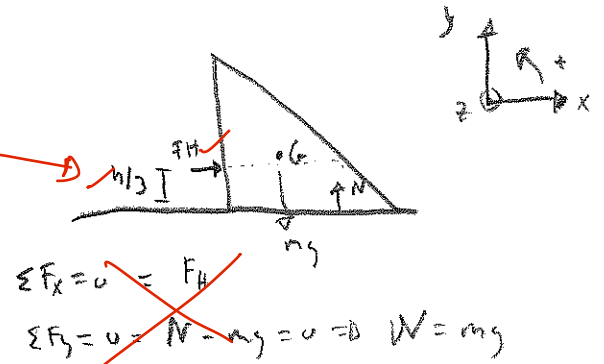
A) l'équation suivante est valide (lorsque  $0 \leq f_s \leq \mu_s N$ ) et que l'objet soit immobile *concrètement ?*  
 (5) *incomplet*

B)

$$F_H = \frac{\rho g h A}{2}$$

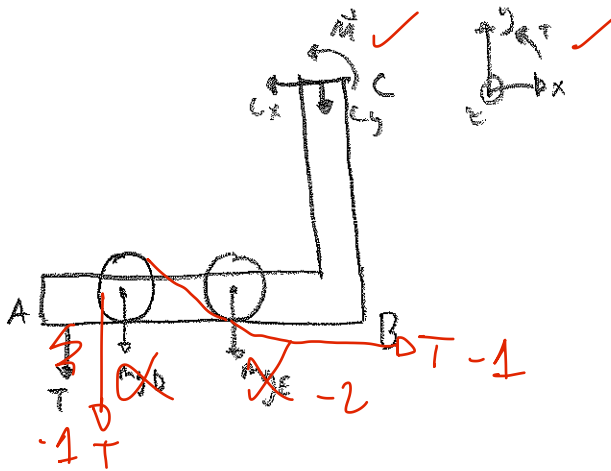
$$= \frac{1000 \times 9,8 \times 4,5}{2} \left( \frac{3 \times 4,5}{2} - 3 \times 1 \right)$$

$$= 82\,687,5 \text{ N}$$

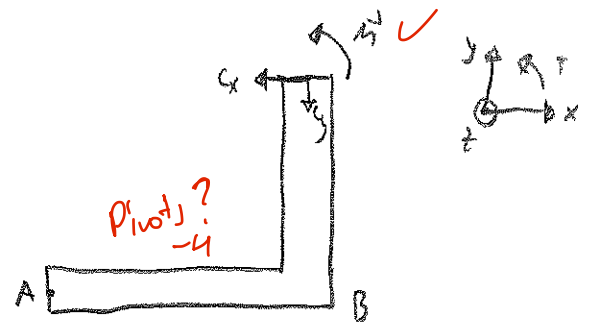


C) i)

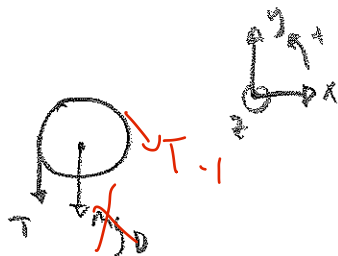
(11)



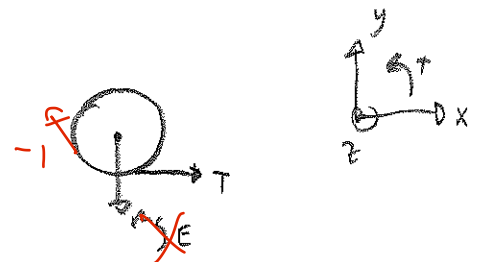
(i)



(ii)



(iv)



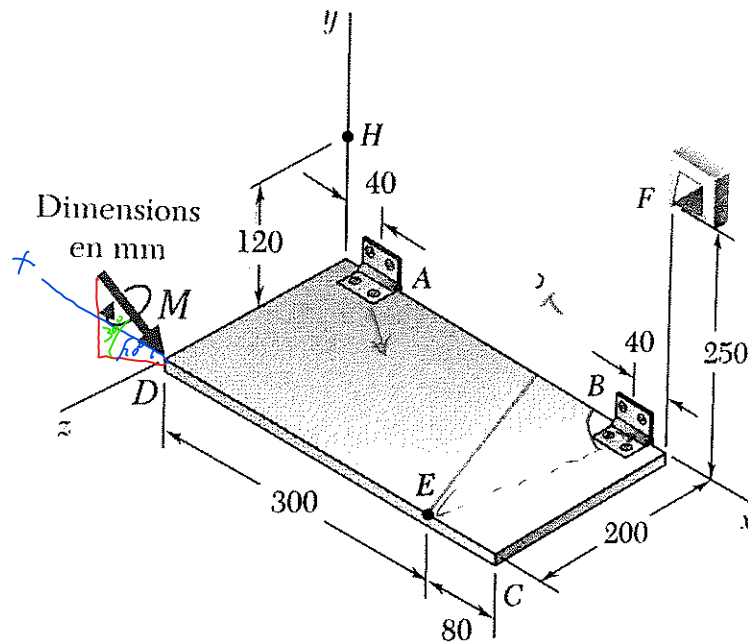




**Question 2 (50 points)**

La tablette illustrée sur la figure est supportée par le câble tendu EF. La tension dans ce câble vaut  $T = 400 \text{ N}$ .

De plus, un couple de module  $M = 150 \text{ N}\cdot\text{m}$  s'applique sur la tablette au point D. L'orientation du vecteur moment  $\vec{M}$  de ce couple est décrite par les angles directeurs  $\theta_x = 20^\circ$  et  $\theta_y = 110^\circ$ .



- A. [10 points] Exprimer le vecteur tension  $\vec{T}$  qui s'applique sur la tablette en coordonnées cartésiennes (utiliser les axes de la figure).
- B. [10 points] Exprimer le vecteur moment du couple  $\vec{M}$  en coordonnées cartésiennes (utiliser les axes de la figure).
- C. [20 points] Calculer le système force-couple équivalent à la tension  $\vec{T}$  et au couple  $\vec{M}$  au point A.
- D. [10 points] Calculer le moment du couple équivalent par rapport à l'axe AB. Dans quel sens la tablette a-t-elle tendance à tourner autour de cet axe ?

5

Q1)

X

0

$$A. \quad T_x = T \cos 110^\circ \sin 20^\circ = -46,79 \text{ N } \vec{i}$$

$$T_y = T \sin 110^\circ = 375,88 \text{ N } \vec{j}$$

$$T_z = T \cos 110^\circ \cos 20^\circ = -128,56 \text{ N } \vec{k}$$

les vecteurs  
sont souvent  
arrondis,  
nous avons choisi  
des 5 chiffres

$$\vec{T} = (-46,79 \vec{i} + 375,88 \vec{j} - 128,56 \vec{k}) \text{ N}$$

$$B. \quad M_x = M \cos 110^\circ \cos 20^\circ = -48,21 \text{ N.m } \vec{i} \quad X$$

$$M_y = -M \sin 110^\circ = -140,95 \text{ N.m } \vec{j} \quad X$$

$$M_z = M \cos 110^\circ \sin 20^\circ = -17,55 \text{ N.m } \vec{k} \quad X$$

$$\vec{M} = (-48,21 \vec{i} - 140,95 \vec{j} - 17,55 \vec{k}) \text{ N.m } X$$

Force équivalente :

$$C. \quad \vec{F} = \sum \vec{F}_i = \vec{T} = (-46,79 \vec{i} + 375,88 \vec{j} - 128,56 \vec{k}) \text{ N}$$

$$\text{Moment équivalent : } \vec{M}_A^F = \sum \vec{M}_i + \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i$$

20

$$= \vec{M} + \vec{r}_{AE} \times T \quad \vec{r}_{AE} = (300 \pm 40) \vec{i} + 200 \vec{k} \text{ mm}$$

$$= 2,6 \vec{i} + 2 \vec{k} \text{ m}$$

$$= \vec{M} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2,6 & 0 & 2 \\ -46,79 & 375,88 & -128,56 \end{vmatrix} = \vec{M} + (751,76 \vec{i} + 240,68 \vec{j} + 977,29 \vec{k}) \text{ N.m}$$

$$= (703,55 \vec{i} + 99,73 \vec{j} + 959,74 \vec{k}) \text{ N.m}$$

$$D) \quad \vec{M}_{00'} = (\vec{M}_{0A} \cdot \vec{e}_{00'}) \vec{e}_{00'} \quad \checkmark \quad \vec{e}_{AB} = (1, 0, 0) \text{ m} \quad \checkmark$$

$$= \left[ (703,55 \vec{e} + 99,73 \vec{j} + 959,74 \vec{k}) \cdot (1,0,0) \right] \cdot (1,0,0)$$

$$= 703,55 \cdot (1,0,0)$$

$$= 703,55 \vec{e} \text{ Nm} \quad \checkmark$$

Elle sera tendue à tourner antihoraire  $\checkmark$   
 car le moment est positif.

(10)





**Question 3 (50 points)**

Un disque mince de rayon  $R = 25$  cm et de poids  $P = 10$  N est supporté par trois câbles indépendants fixés de manière symétrique aux points A, B et C, situés à une distance  $r = 20$  cm du centre O du disque. Les trois câbles sont également attachés au point d'ancrage D situé à une distance  $h = 40$  cm au-dessus de O.

On suppose pour l'instant que le disque est homogène, c'est-à-dire que son centre de masse correspond à son centre géométrique.

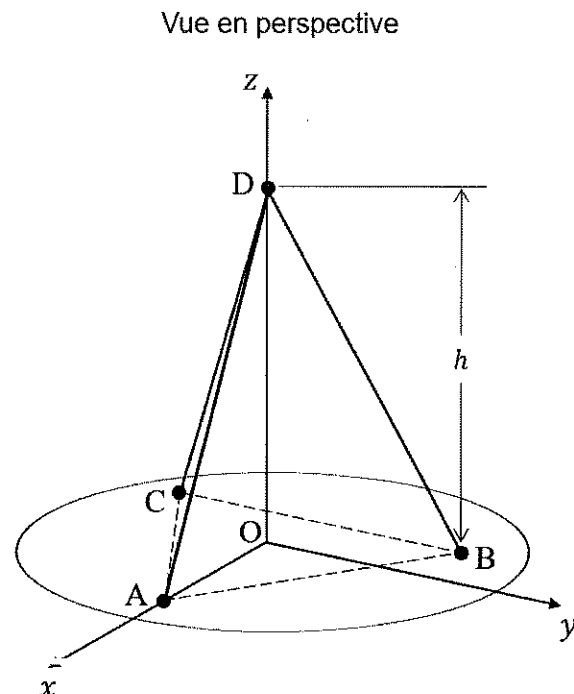
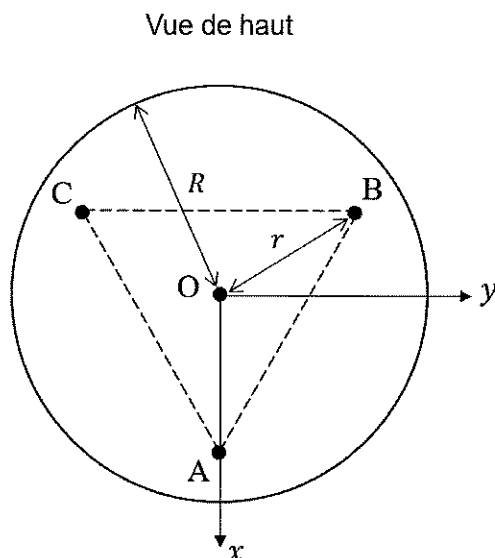
**A.** [30 points] Calculer le module de la tension dans chacun des câbles.

Supposons maintenant que le disque possède un défaut de fabrication, de sorte que son centre de masse est décalé d'une distance  $d = 1$  cm le long de l'axe  $x$ .

**B.** [10 points] Expliquer pourquoi le système ne peut pas être en équilibre statique en position horizontale lorsque le centre de masse du disque est décalé.

**C.** [10 points] On vous donne une petite bille de dimensions négligeables et de poids  $W = 2$  N. Où faut-il placer la bille sur le disque afin que le système soit en équilibre statique ?

**Astuce :** Calculer le système équivalent à  $P$  et à  $W$  par rapport à un point de référence bien choisi.



A)

0 / 50

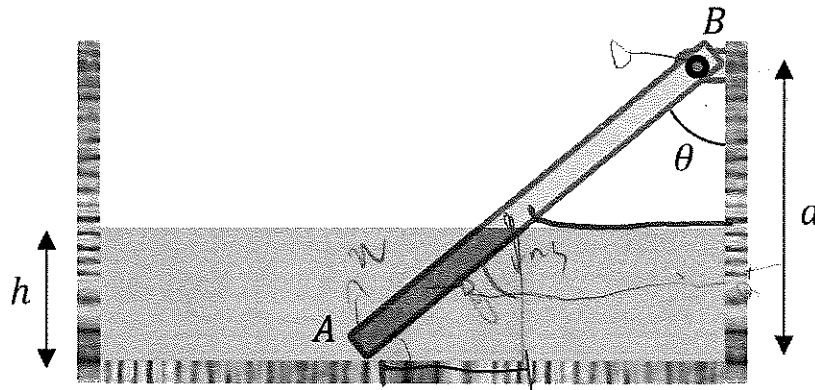




**Question 4 (50 points)**

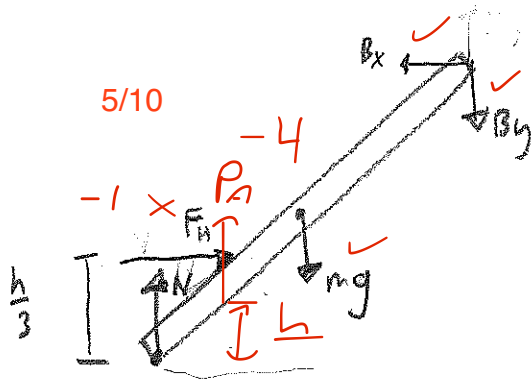
Une tige AB de masse  $m$ , de longueur  $L = 1,5$  m et de section carrée  $S = 4$  cm<sup>2</sup> est disposée immobile dans un réservoir d'eau ( $\rho_e = 1000$  kg/m<sup>3</sup>), tel qu'illustré sur la figure ci-dessous. L'extrémité A repose au fond du réservoir tandis que l'extrémité B est reliée à la paroi latérale du réservoir à l'aide d'un pivot.

On donne  $d = 1$  m. Le frottement peut être négligé dans ce problème.



- A. [10 points] Faire le DCL de la tige dans la position montrée sur la figure.
- B. [20 points] Déterminer la masse  $m$  de la tige sachant que celle-ci cesse d'être en contact avec le fond du réservoir dès que la hauteur de l'eau  $h$  dépasse la valeur  $h_0 = 0,8$  m.
- C. [20 points] Obtenir l'expression de la norme de la réaction en B en fonction de  $h$ , en supposant que  $h \leq h_0$ . Discuter brièvement de l'influence de  $h$  sur la norme de la réaction.

A)



8/20

B)

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

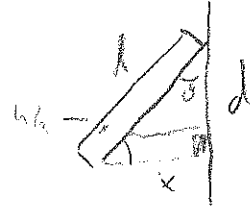
$$\sum M = 0$$

$$\theta = ? \rightarrow -1$$

$$h = ? \rightarrow -1$$

$$A_y = ? \rightarrow -2$$

$$\sin \theta = \frac{x}{h}$$



$$\sum F_x = F_H - B_x = 0$$

$$\sum F_y = N - mg - B_y = 0$$

autour de quel point?  $\rightarrow -2$

$$\sum M_B = mg \frac{L}{2} \sin \theta - F_H \left( d - \frac{h}{3} \right) = 0$$

$$\Rightarrow mg \frac{L}{2} \sin \theta = F_H d - F_H \frac{h}{3}$$

$$P_A = ? \rightarrow -4$$

$$m = \frac{2}{gL \sin \theta} \left( \frac{\rho g h A d}{2} - \frac{\rho g h A h}{6} \right) = \dots$$

c)

4/20

$$\sum F_x = \cancel{F_H} - B_x = 0$$

$$B_x = \cancel{F_H} = 0 \rightarrow -3$$

$$B_x = \frac{\rho \ell g h}{2} A$$

$$\sum F_y = N - m g - B_y = 0$$

$$\Rightarrow B_y = m g - N$$

Il manque beaucoup de choses

$$B = \sqrt{\left(\frac{\rho \ell g h}{2} A\right)^2 + (m g - N)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{\rho^2 g^2 h^2 A^2}{4} + (m g - N)^2} \quad \times -1$$

Pas de conclusion -2





**PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs**  
**Aide-mémoire**

Moment d'une force :	$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$		$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$
Moment d'une force par rapport à un axe :	$\vec{M}_{OO'} = (\vec{M}_O \cdot \hat{u}_{OO'})\hat{u}_{OO'}$	Mouvement uniformément accéléré :	$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$
Moment d'un couple :	$M = Fd$		$v^2 = v_0^2 + 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$
Système force-couple équivalent :	$\vec{R} = \sum \vec{F}_i$	Accélération non uniforme :	$\int_0^t dt = \int_{v_0}^v \frac{dv}{a(v)}$
	$\vec{M}_O^R = \sum \vec{M}_i + \sum \vec{r}_{Oi} \times \vec{F}_i$		$\int_{v_0}^v v dv = \int_{x_0}^x a(x) dx$
Équilibre statique :	$\sum \vec{F} = \vec{0}, \quad \sum \vec{M}_O = \vec{0}$	Coordonnées polaires :	$\vec{r} = r\hat{u}_r$
Loi de Hooke :	$\vec{F} = -k(\vec{L} - \vec{L}_0)$		$\vec{v} = \dot{r}\hat{u}_r + r\dot{\theta}\hat{u}_t$
Frottement sec :	$f_{s,\max} = \mu_s N,$ $f_k = \mu_k N$		$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{u}_t$
Pression :	$p = F_n/A, \quad \vec{p} = p - p_0$	Coordonnées normale et tangentielle :	$\vec{v} = v\hat{u}_t$
Principe de Pascal :	$p_2 = p_1 + \rho gh$		$\vec{a} = (v^2/\rho)\hat{u}_n + (dv/dt)\hat{u}_t$
Poussée d'Archimède :	$P_A = \rho gV$		$\rho(x) = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{ d^2y/dx^2 }$
Force hydrostatique sur une paroi :	$F_H = \frac{\rho ghA}{2}$	Deuxième loi de Newton :	$\sum \vec{F} = m\vec{a}_{CM}$
Variables du mouvement :	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	Mouvement contraint :	$\sum \Delta \ell_i = 0$
	$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v} dt$	Travail d'une force :	$U = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$
	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a} dt$	Énergie cinétique (particule) :	$T = \frac{1}{2}mv^2$
Variables du mouvement (angulaires) :	$\omega = \frac{d\theta}{dt}, \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$	Énergie potentielle :	$V_g = mgh$
	$\theta = \theta_0 + \int_0^t \omega dt$		$V_{res} = \frac{1}{2}k(L - L_0)^2$
	$\omega = \omega_0 + \int_0^t \alpha dt$	Énergie mécanique :	$E = T + V$
Mouvement relatif :	$\vec{r}_{B/A} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$	Principe travail-énergie :	$\sum U = \Delta T, \quad \sum U_{nc} = \Delta E$
	$\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$	Puissance :	$\vec{P} = U/\Delta t, \quad P = dU/dt = \vec{F} \cdot \vec{v}$
	$\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A$	Rendement	$\eta = n_{sortie}/n_{entree}$



**PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs**  
**Aide-mémoire**

Quantité de mouvement (QM) :	$\vec{L} = m\vec{v}$ $\vec{L} = M\vec{v}_{CM}$	Vitesse de rotation :	$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
Principe impulsion-QM :	$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{L}}{dt}$	Décomposition translation-rotation :	$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A}$
	$\Delta\vec{L} = \int \sum \vec{F} dt$	Centre instantané de rotation :	$\omega = \frac{v_A}{r_{A/CIR}} = \frac{v_B}{r_{B/CIR}}$
Force moyenne :	$\vec{F}_{moy}\Delta t = \int \vec{F} dt$	Roulement sans glissement :	$\Delta r = R\Delta\theta$
Centre de masse :	$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$		$v = \omega R$
	$\vec{v}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i}$		$a = \alpha R$
	$\vec{a}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{a}_i}{\sum m_i}$	Deuxième loi de Newton en rotation :	$\sum \vec{M}_O = \vec{r}_{CM/O} \times M\vec{a}_{CM} + \mathbf{I}_{CM}\vec{\alpha}$
Moment d'inertie d'une particule :	$I_O = mR^2$		$\sum \vec{M}_O = \mathbf{I}_O\vec{\alpha}$
Rayon de giration :	$\kappa_O = \sqrt{I_O/m}$	Énergie cinétique d'un corps rigide :	$T = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2$
Théorème des axes parallèles :	$I_{O'} = I_{O,CM} + md_{OO'}^2$		$T = \frac{1}{2}I_O\omega^2$
Moment cinétique :	$\vec{H}_O = \vec{r} \times m\vec{v}$	Travail d'un couple :	$U = \int \vec{M} \cdot d\vec{\theta}$
	$\vec{H}_O = I_O\vec{\omega}$	Ressort de torsion :	$\vec{M}_{res} = -\kappa\Delta\vec{\theta}$
	$\vec{H}_O = \vec{r}_{CM} \times M\vec{v}_{CM} + \mathbf{I}_{CM}\vec{\omega}$		$V_{res} = \frac{1}{2}\kappa(\Delta\theta)^2$
Principe impulsion-MC :	$\sum \vec{M}_O = \frac{d\vec{H}_O}{dt}$	Puissance d'un couple :	$P = \vec{M} \cdot \vec{\omega}$
	$\Delta\vec{H}_O = \int \sum \vec{M}_O dt$		
Système à masse variable :	$\sum \vec{F} + \frac{dm}{dt}(\vec{v}_p - \vec{v}) = m\vec{a}$		
Débit dans une conduite :	$ dV/dt  = Sv,$		
	$ dm/dt  = \rho Sv$		
Masse en fonction du temps :	$m = m_0 + \int_0^t \frac{dm}{dt} dt$		
Force exercée par un courant de particules :	$\vec{F}_e =  dm/dt \vec{v}_e$		
	$\vec{F}_s =  dm/dt \vec{v}_s$		