19 55913

Cahier-réponses

Contrôle périodique 2

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

PHS1101

Sigle du cours

Identification de l'étudiant(e)		
Nom : Podgorica	**Prénom :** Andi	
Signature : AP	**Matricule :** 1955913	**Groupe :** 7

Réservé	
Q1 : 28 /50	
Q2 : 10 /50	
Q3 : 37.5 /50	
Q4 : 23 /50	
Total : 98.5 / 200	

Sigle et titre du cours		*Groupe*	*Trimestre*
PHS1101 Mécanique pour ingénieurs		**Tous**	**Hiver 2023**
Coordonnateur		*Courriel*	
Djamel Seddaoui		**djamel.seddaoui@polymtl.ca**	
Jour	*Date*	*Durée*	*Heures*
Vendredi	**17 mars 2023**	**1 heure 50 minutes**	**18h30 à 20h20**

Directives particulières

- Vous vous engagez à faire cet examen **individuellement.**
- Détaillez les étapes de vos solutions. Une réponse sans justification ne vaut aucun point.
- Toute réponse finale doit être accompagnée des unités appropriées.
- Si vous pensez qu'il y a une erreur dans le questionnaire, répondez du mieux que vous pouvez.

Important

Cet examen contient **4** questions sur un total de **19** pages **(excluant cette page).**

La pondération de cet examen est de **30** %.

Aucune documentation n'est permise.

Un aide-mémoire pour les formules vues en cours se trouve à la fin de ce cahier.

Les calculatrices non programmables sont permises.

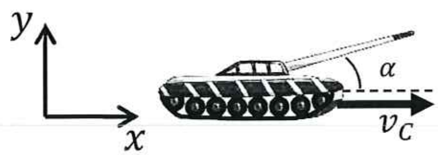
L'étudiant doit honorer l'engagement pris lors de la signature du code de conduite.

Question 1 (50 points) – Questions conceptuelles et à réponses courtes

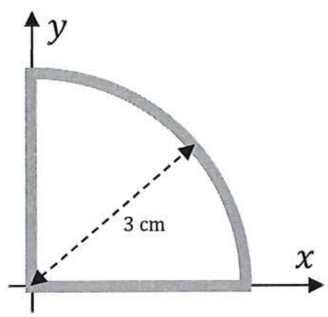
Répondez aux sous-questions suivantes en expliquant votre raisonnement. Les sous-questions A, B et C sont indépendantes les unes des autres.

A. [20 pts] Un char roule sur un sol horizontal avec une vitesse $v_C = 20\text{ m/s}$. Au même moment, il tire un projectile avec une vitesse initiale $v_{P/C} = 300\text{ m}/s$ par rapport à lui-même. L'angle d'inclinaison de son canon par rapport à l'horizontale est $\alpha = 30°$.

Quel est l'angle θ d'inclinaison de la vitesse v_P du projectile juste après le tir, vue par un observateur au sol?



B. [20 pts] Déterminer le centre de masse de la pièce grise représentée sur la figure ci-dessous. Cette pièce a une masse linéique homogène.



C. [10 pts] La grandeur de la force de frottements de l'air $\vec{F}$ subie par une balle se déplaçant à la vitesse v est donnée par :

$$\|\vec{F}\| = bv^2$$

où b est une constante.

Exprimer la puissance P produite par F en fonction de v.

1955913

#1 A. $V_c = 20$ m/s $V_{P/C} = 300$ m/s

Mouvement relatif

$\vec{V}_{P/sol} = ?$

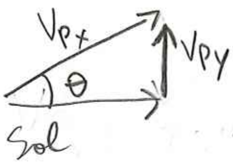
$\vec{V}_{P/C} = (300 \cdot \cos 30° \, \vec{i} + 300 \cdot \sin 30 \, \vec{j})$ m/s

$= (259{,}81 \, \vec{i} + 150 \, \vec{j})$ m/s

$\vec{V}_{P/C} = \vec{V}_P - \vec{V}_C$

en x $\overset{259,81}{V_{P/C_x}} = \overset{?}{V_{P_x}} - \overset{20}{V_{C_x}} = 279{,}81$ m/s $\} V_{Px}$

en y $\overset{150}{V_{P/C_y}} = V_{P_y} - \cancel{\overset{0}{V_{C_y}}} = 150$ m/s $\} V_{Py}$

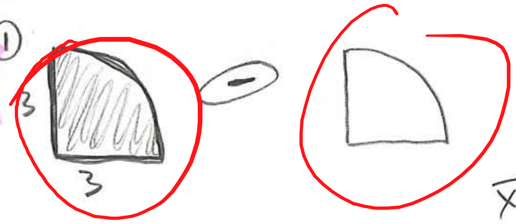


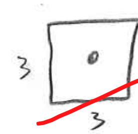
$\theta = \arctan\left(\frac{V_{Py}}{V_{Px}}\right) = \arctan\left(\frac{150}{279{,}81}\right) = 28{,}19°$

$= \frac{2\pi r}{4} = \frac{2\pi \cdot 3}{4} = 4{,}7123$ cm

~~$A = 3 \cdot 3 = 9$ cm² $\bar{X}_i = 1{,}5$ cm $\bar{Y}_i = 1{,}5$ cm~~

B. ①





$\bar{X}_i = \frac{2r}{\pi} = \cancel{\frac{2 \cdot 3}{\pi} = 1{,}909 \text{ cm} \quad \bar{Y}_i = 1{,}909 \text{ cm}}$

$\bar{X}_i = \frac{4r}{3\pi} = \frac{4 \cdot 3}{3\pi} = 1{,}273$ cm

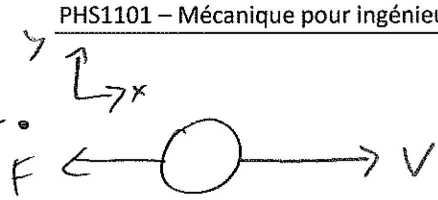
$\bar{Y}_i = \frac{4r}{3\pi} = 1{,}273$ cm

$A = \frac{\pi r^2}{4} = \frac{\pi \cdot 3^2}{4} = 7{,}0686$ cm²

$\frac{\sum A \vec{r}}{\sum A} = \cancel{\frac{7{,}0686(1{,}273\vec{i} + 1{,}273\vec{j}) +}{7{,}0686 +}}$

−18

C.



$V = \frac{dx}{dt}$

$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$

$P = bv^2 \cdot v$

$P = -bv^3$

-4

1955913

Question 2 (50 points)

Soit le système illustré sur la figure ci-dessous. Le manchon A de masse $m_A = 2\ \mathrm{kg}$ est susceptible de glisser sans frottement sur un guide horizontal. Le poids B a une masse $m_B = 3\ \mathrm{kg}$. On néglige les masses des poulies et de la corde.

Le système est maintenu immobile jusqu'à ce qu'une force d'intensité

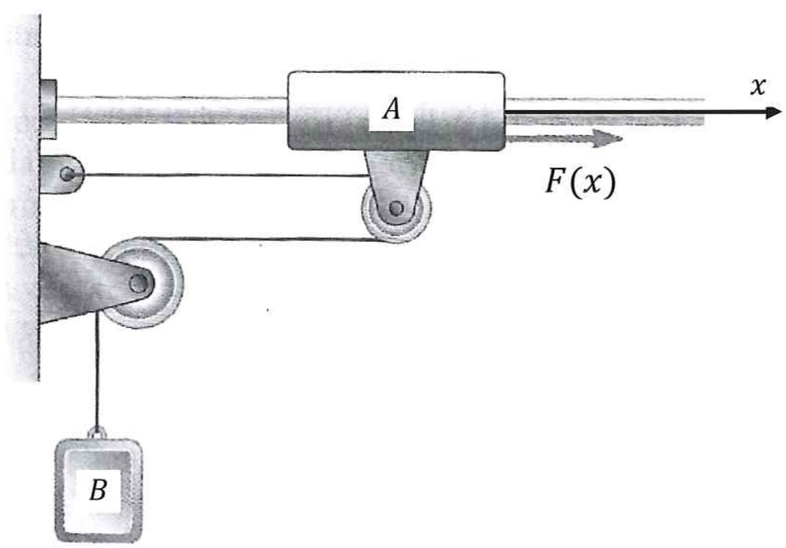
$$F(x) = (\alpha - \beta x^2)$$

Définie positive vers la droite soit appliquée sur le manchon A qui se trouve à cet instant à la position $x = 0$. On donne $\alpha = 65\ \mathrm{N}$ et $\beta = 20\ \mathrm{N/m^2}$.

A. [25 pts] Établir une relation entre la force $F(x)$ et l'accélération a_A du manchon.

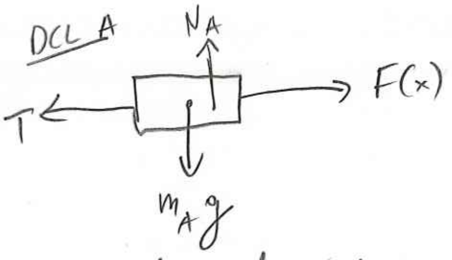
B. [25 pts] Quelle est la position maximale x_{max} atteinte par le manchon?

C. [**Bonus** 10 pts] Quelle est la vitesse maximale v_{max} atteinte par le manchon?



#2 A. $m_A = 2\,kg$ $m_B = 3\,kg$ $F(x) = (\alpha - \beta x^2)$

DCL A



$\equiv$ DCE

$\sum F_x = m_A a_x$

$F(x) - 2T = m_A a_x$ presque

$(\alpha - \beta x^2) - T = m_A a_x$

$\dfrac{(\alpha - \beta x^2) - T}{m_A} = a_x$

Mouvement contraint:

$L = S_A - S_B$

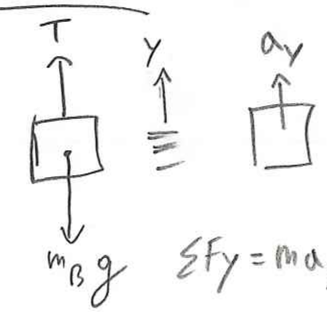
Lorsque la longueur de la corde de A ↑, celle de B diminue

Dériver $0 = V_A - V_B$

Dériver $0 = a_A - a_B$

$a_A = a_B$ non

DCL B   DCE



$\sum F_y = m a_y$

oui $T - m_B g = m_B a_y$

$\dfrac{T - m_B g}{m_B} = a_y$

Départ en équilibre, $a_y = 0$

$T = m_B g$

$T = 29{,}43\,N$

B. $\sum U_{nc} = \Delta E = E_2 - E_1$ car $V_0 = 0\,m/s$ en équilibre   car $x_0 = 0\,m$

$U_F - U_T = \left(\frac{1}{2} m v_2^2 - \cancel{\frac{1}{2} m v_1^2}^{\,0}\right) + \left(\cancel{m g h_2}^{\,0} - \cancel{m g h_1}^{\,0}\right)$

$(\alpha - \beta x^2) - 29{,}43 = \frac{1}{2} m v_2^2$

A revoir

C. Vitesse maximale veut dire que l'accélération est nulle   oui $a_x = 0$

$\sum F_x = 0$ $\vec{L_1} = \vec{L_2}$

$F(x) - T = 0$ $m \vec{v_1} = m \vec{v_2}$

$F(x) = T$

1955913

Question 3 (50 points)

Un skateur de masse $m = 75$ kg (planche à roulette incluse) s'élance d'une position A' qui se trouve en haut d'une rampe ABCD en se laissant entraîner par son propre poids. La rampe est constituée de deux arcs de cercle dont l'un est convexe (AB) et l'autre est concave (BC) de même rayon de courbure $\rho = 20$ m ainsi que d'une portion rectiligne CD horizontale tel que représenté sur la figure ci-dessous. Les frottements entre les pièces de la planche à roulette génèrent une force de frottement d'intensité constante $f_k = 50$ N sur le skateur.

On donne $\theta = \frac{\pi}{4}$ rad et on néglige la taille du skateur comparativement à ρ.

A. [20 pts] Faire le DCL-DCE du skateur lorsque celui-ci se trouve entre :

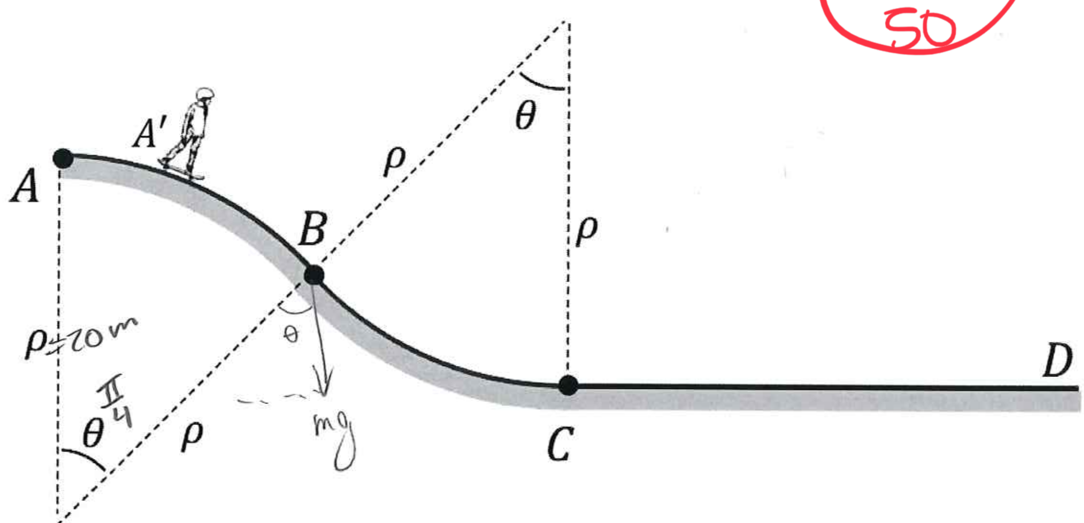
I. Les positions A' et B.

II. Les positions B et C.

B. [15 pts] Déterminer la vitesse v_B du skateur au point B sachant que la normale qu'il subit de la part de la rampe double soudainement de valeur lorsqu'il passe par ce point.

C. [15 pts] Quelle est la distance x parcourue par le skateur sur le segment CD avant de s'immobiliser?

37,5/50



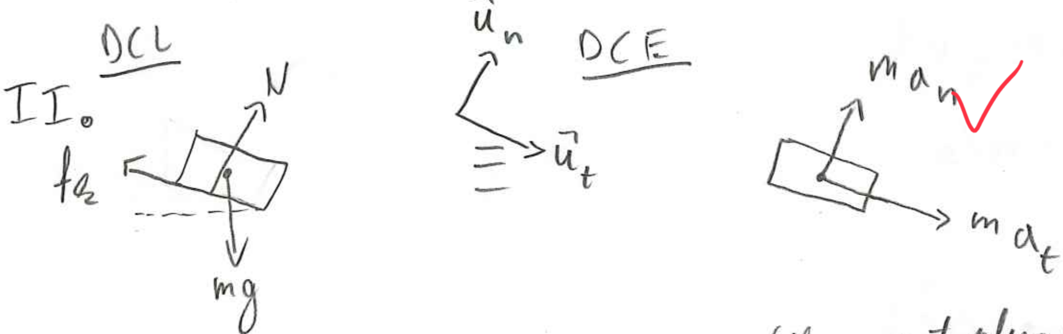
19559,3

#3 A. $m = 75\,kg$ $\rho = 20\,m$ $f_k = 50\,N$

DCL DCE

$\frac{20}{20}$

DCL DCE



B. $V_B = ?$ $N = \text{pesanteur} = 2\,mg$ (il se sent plus écrasé)

$\rho \cdot \frac{\pi}{4} = 20 \cdot \frac{\pi}{4} = 15{,}71$

Au départ

il est au repos

$\Sigma F_n = m a_n$ ($a_n = \frac{v^2}{\rho}$)

$+ mg\, \overset{\cos}{\cancel{\sin}}\theta - N = m \cancel{a_n^{\,0}}$

$-mg \sin\theta = N$

$-75 \cdot 9{,}81 \cdot \sin(\frac{\pi}{4}) = N$

$N = -10{,}09\,N$

$\Sigma F_t = m a_t$

$-f_k \cdot (\rho \cdot \frac{\pi}{4}) + mg \sin\theta = m a_t$

$\frac{9.5}{18}$

Au point B

$\Sigma F_n = m a_n$

$-mg\, \overset{\cos}{\cancel{\sin}}\theta + (2N) = m \frac{V_B^2}{\rho}$

$-75 \cdot 9{,}81 \cdot \sin(\frac{\pi}{4}) - (2 \cdot -10{,}09) = 75 \cdot \frac{V_B^2}{20}$

$V_B = 1{,}64\,m/s$

$\Sigma F_t = m a_t$

$-f_k + mg\, \overset{\sin}{\cancel{\cos}}\theta = m a_t$ ($a_t = \frac{dv}{dt}$)

C. $V_f = 0\,m/s$ 1) Trouver V_0 en C. → Utiliser vitesse au point B comme V_0 et trouver V au point C.

Forces conservatrices : F_g Forces N_C : F_k, N

Travail fait par les forces N_C n'est pas nul, donc pas de conservation énergie mécanique

$\Sigma U_{NC} = \Delta E$

$U_N = 0$ car ⊥ au déplacement

$U_{f_k} = E_2 - E_1$

$-50 \cdot (\rho \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2} m V_C^2 - \frac{1}{2} m V_B^2 + (mgh_2 - mgh_1)$

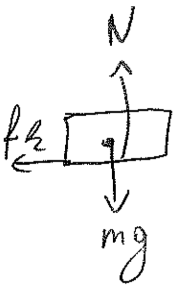
$-785{,}5 = \frac{1}{2} \cdot 75 \cdot V_C^2 - \frac{1}{2} \cdot 75 \cdot 14^2 \Rightarrow V_C = 13{,}23\,m/s$

$\vec{L}_1 = \vec{L}_2$ Conservation quantité de mouvement car aucune force externe.

Pour trouver la distance, sachant que la $V_f = 0$:

$\Rightarrow$ $\sum W_{NC} = \Delta E$ ✓

On sait que $\Delta h = 0$, donc on a juste ΔT



+x

$-50 \cdot \rho \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} \cancel{m v_2^2} - \frac{1}{2} m v_1^2 - mg\rho(1-\cos\theta)$

$-50 \cdot 15{,}71 = -\frac{1}{2} \cdot 75 \cdot v_1^2$

$v_1 = 4{,}58$ m/s

8/15

$v^2 = v_0^2 + 2a(\Delta \vec{r})$

$0 = 4{,}58^2 + 2 \cdot 9{,}81 (\Delta r)$

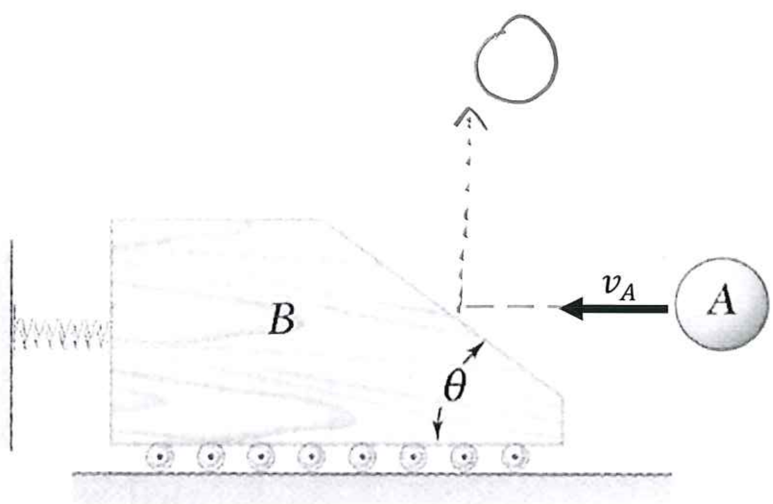
$\Delta r = 102{,}3$ m X

1955913

Question 4 (50 points)

Une boule A de masse $m_A = 1{,}2\ \mathrm{kg}$ se déplace vers la gauche avec une vitesse horizontale $v_A = 20\ \mathrm{m/s}$ lorsqu'elle percute un coin B de masse $m_B = 4\ \mathrm{kg}$. Elle le percute sur sa face inclinée d'un angle $\theta = 60°$ par rapport à l'horizontale. Le coin B est muni de roulettes qui lui permettent de se déplacer sans frottement sur un sol horizontal. Il est aussi relié à un mur par l'intermédiaire d'un ressort de constante $k = 1600\ \mathrm{N/m}$ tel que représenté sur la figure ci-dessous. Avant la collision, le coin était immobile et le ressort était à sa longueur naturelle. Juste après l'impact, qui a duré $\Delta t = 2\ \mathrm{ms}$, le coin recule vers la gauche alors que la boule rebondit verticalement vers le haut. On néglige tout frottement.

A. [10 pts] Déterminer la vitesse v_B du coin juste après l'impact.
B. [15 pts] Déterminer la compression maximale ΔL du ressort.
C. [15 pts] Déterminer la grandeur de la vitesse v'_A de la boule juste après l'impact.
D. [10 pts] Quelle est la grandeur de la force moyenne subie par l'ensemble des roulettes durant l'impact?



1955913

#4

$m_A = 1,2$ kg $\quad V_{A_0} = 20$ m/s $\quad V_{B_0} = 0$ m/s

$m_B = 4$ kg $\quad \theta = 60°$ $\quad k = 1600$ N/m

$\Delta t = 2$ ms

A. Conservation de l'énergie mécanique (collision élastique)

$\sum U_{nc} = 0 = \Delta E \quad \boxed{E_1 = E_2}$

$$\left(\frac{1}{2} m_A V_A^2 + \cancel{mgh_A}\right) + \left(\frac{1}{2}\cancel{m_B V_B^2} + \cancel{mgh_B} + \frac{1}{2}\cancel{k(\Delta L)^2}\right) = \left(\frac{1}{2} m_A V_A^2 + mgh_A\right) + \left(\frac{1}{2} m_B V_B^2 + mgh_B + \frac{1}{2}k(\Delta L)^2\right)$$

Quantité de mvt conservé $\Rightarrow \sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{L_1} = \vec{L_2}$ (aucune force externe lors de la collision)

$$m_A \vec{V}_{A_0} + m_B \vec{V}_{B_0} = m_A \vec{V}_{Af} + m_B \vec{V}_{Bf}$$

en x

$$m_A V_{A_0} + 0 = 0 + m_B V_{Bf} \Rightarrow V_{Bf} = \frac{m_A V_{A_0}}{m_B} = 6 \text{ m/s}$$

10

B. $\Delta L = ?$ Compression max : $V_{B_0} = 6$ m/s, $V_{Bf} = 0$ m/s

$$\frac{1}{2} m \underset{6}{V_1^2} = \frac{1}{2}\cancel{m V_2^2} + \frac{1}{2} k (\Delta L)^2$$

9

D.

$$\vec{L_1} + Imp_{1\to 2} = \vec{L_2}$$

$$m\vec{V_1} + \sum F \Delta t = m\vec{V_2}$$

$$m\vec{V_1} + \sum F (0,002) = m\vec{V_2}$$

4

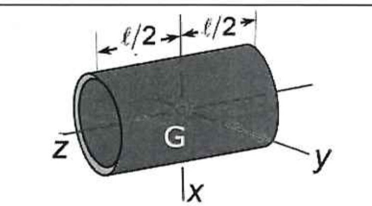
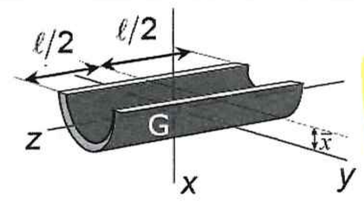
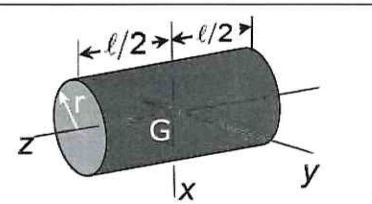
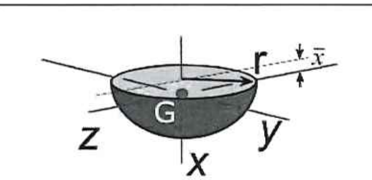
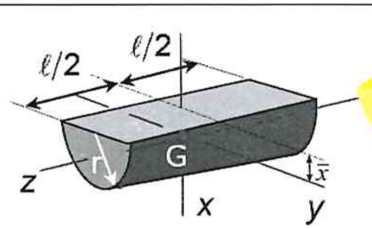
PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs
Aide-mémoire

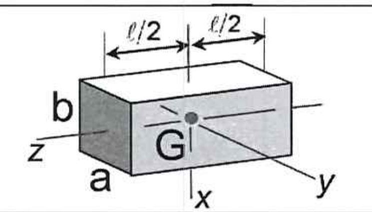
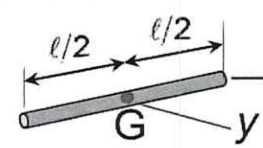
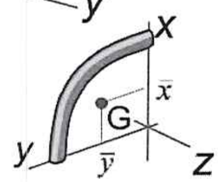
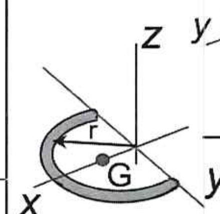
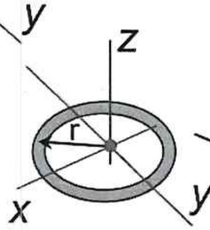
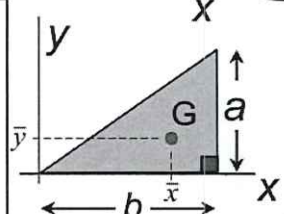
Moment d'une force :	$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$	MUA Mouvement uniformément accéléré :	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$
Moment d'une force par rapport à un axe :	$\vec{M}_{OO'} = (\vec{M}_O \cdot \hat{u}_{OO'})\hat{u}_{OO'}$		$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$
Moment d'un couple :	$M = Fd$		$v^2 = v_0^2 + 2\vec{a}\cdot(\vec{r} - \vec{r}_0)$
Système force-couple équivalent :	$\vec{R} = \sum \vec{F}_i$	Accélération non uniforme :	$\int_0^t dt = \int_{v_0}^{v} \frac{dv}{a(v)}$
	$\vec{M}_O^R = \sum \vec{M}_i + \sum \vec{r}_{Oi} \times \vec{F}_i$		$\int_{v_0}^{v} v dv = \int_{x_0}^{x} a(x)dx$
Équilibre statique :	$\sum \vec{F} = \vec{0}, \quad \sum \vec{M}_O = \vec{0}$	Coordonnées polaires :	$\vec{r} = r\hat{u}_r$
Loi de Hooke :	$\vec{F} = -k(\vec{L} - \vec{L}_0)$		$\vec{v} = \dot{r}\hat{u}_r + r\dot{\theta}\hat{u}_t$
Frottement sec :	$f_{s,\max} = \mu_s N,$ $f_k = \mu_k N$		$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{u}_t$
Pression :	$p = F_n/A, \quad \tilde{p} = p - p_0$	Coordonnées normale et tangentielle :	$\vec{v} = v\hat{u}_t$
Principe de Pascal :	$p_2 = p_1 + \rho g h$		$\vec{a} = (v^2/\rho)\hat{u}_n + (dv/dt)\hat{u}_t$
Poussée d'Archimède :	$P_A = \rho g V$		$\rho(x) = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{\lvert d^2y/dx^2 \rvert}$
Force hydrostatique sur une paroi :	$F_H = \frac{\rho g h A}{2}$	Deuxième loi de Newton :	$\sum \vec{F} = m\vec{a}_{CM}$
Variables du mouvement :	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	Mouvement contraint :	$\sum \Delta\ell_i = 0$
	$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}dt$	Travail d'une force :	$U = \int \vec{F}\cdot d\vec{r}$
	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}dt$	Énergie cinétique (particule) :	$T = \frac{1}{2}mv^2$
Variables du mouvement (angulaires) :	$\omega = \frac{d\theta}{dt}, \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$	Énergie potentielle :	$V_g = mgh$
	$\theta = \theta_0 + \int_0^t \omega dt$		$V_{res} = \frac{1}{2}k(L - L_0)^2$
	$\omega = \omega_0 + \int_0^t \alpha dt$	Énergie mécanique :	$E = T + V$
Mouvement relatif :	$\vec{r}_{B/A} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$	Principe travail-énergie :	$\sum U = \Delta T, \quad \sum U_{nc} = \Delta E$
	$\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$	Puissance : *	$\bar{P} = U/\Delta t, \quad P = dU/dt = \vec{F}\cdot\vec{v}$
	$\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A$	Rendement	$\eta = P_{\text{sortie}}/P_{\text{entrée}}$

PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs
Aide-mémoire

Quantité de mouvement (QM) :	$\vec{L} = m\vec{v}$ $\vec{L} = M\vec{v}_{CM}$
Principe impulsion-QM :	$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
	$\Delta\vec{L} = \int \sum \vec{F}\, dt$
Force moyenne :	$\vec{F}_{\text{moy}}\Delta t = \int \vec{F} dt$
Centre de masse :	$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$
	$\vec{v}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i}$
	$\vec{a}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{a}_i}{\sum m_i}$
Moment d'inertie d'une particule :	$I_O = mR^2$
Rayon de giration :	$\kappa_O = \sqrt{I_O/m}$
Théorème des axes parallèles :	$I_{O'} = I_{O,CM} + md_{OO'}^2$
Moment cinétique :	$\vec{H}_O = \vec{r} \times m\vec{v}$
	$\vec{H}_O = I_O\vec{\omega}$
	$\vec{H}_O = \vec{r}_{CM} \times M\vec{v}_{CM} + \mathbf{I}_{CM}\vec{\omega}$
Principe impulsion-MC :	$\sum \vec{M}_O = \frac{d\vec{H}_O}{dt}$
	$\Delta\vec{H}_O = \int \sum \vec{M}_O\, dt$
Système à masse variable :	$\sum \vec{F} + \frac{dm}{dt}(\vec{v}_p - \vec{v}) = m\vec{a}$
Débit dans une conduite :	$\lvert dV/dt \rvert = Sv,$
	$\lvert dm/dt \rvert = \rho S v$
Masse en fonction du temps :	$m = m_0 + \int_0^t \frac{dm}{dt} dt$
Force exercée par un courant de particules :	$\vec{F}_e = \lvert dm/dt \rvert \vec{v}_e$
	$\vec{F}_s = -\lvert dm/dt \rvert \vec{v}_s$

Vitesse de rotation :	$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
Décomposition translation-rotation :	$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A}$
Centre instantané de rotation :	$\omega = \frac{v_A}{r_{A/CIR}} = \frac{v_B}{r_{B/CIR}}$
Roulement sans glissement :	$\Delta r = R\Delta\theta$
	$v = \omega R$
	$a = \alpha R$
Deuxième loi de Newton en rotation :	$\sum \vec{M}_O = \vec{r}_{CM/O} \times M\vec{a}_{CM} + \mathbf{I}_{CM}\vec{\alpha}$
	$\sum \vec{M}_O = \mathbf{I}_O\vec{\alpha}$
Énergie cinétique d'un corps rigide :	$T = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2$
	$T = \frac{1}{2}I_O\omega^2$
Travail d'un couple :	$U = \int \vec{M} \cdot d\vec{\theta}$
Ressort de torsion :	$\vec{M}_{res} = -\kappa\Delta\vec{\theta}$
	$V_{res} = \frac{1}{2}\kappa(\Delta\theta)^2$
Puissance d'un couple :	$P = \vec{M} \cdot \vec{\omega}$

Corps	Centre de masse	Moments d'inertie
		$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = mr^2$
	$\bar{x} = \frac{2r}{\pi}$	$I_{xx} = \frac{1}{2}mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{yy} = \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2}\right)mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = \left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right)mr^2$
		$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = \frac{1}{2}mr^2$
	$\bar{x} = \frac{3r}{8}$	$I_{xx} = \frac{2}{5}mr^2$ $I_{yy} = I_{zz} = \frac{83}{320}mr^2$
	$\bar{x} = \frac{4r}{3\pi}$	$I_{xx} = \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{yy} = \left(\frac{1}{4} - \frac{16}{9\pi^2}\right)mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = \left(\frac{1}{2} - \frac{16}{9\pi^2}\right)mr^2$

Corps	Centre de masse	Moments d'inertie
		$I_{xx} = \frac{1}{12}m(a^2 + \ell^2)$ $I_{yy} = \frac{1}{12}m(b^2 + \ell^2)$ $I_{zz} = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$
CORPS MINCES		
		$I_{yy} = \frac{1}{12}m\ell^2$
	$\bar{x} = \bar{y}$ $= \frac{2r}{\pi}$	$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}mr^2$ $I_{zz} = mr^2$
	$\bar{x} = \frac{2r}{\pi}$	$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}mr^2$ $I_{zz} = mr^2$ $* \bar{I}_{yy} = \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2}\right)mr^2$ $* \bar{I}_{zz} = \left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right)mr^2$
		$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}mr^2$ $I_{zz} = mr^2$
	$\bar{x} = \frac{2}{3}b$ $\bar{y} = \frac{1}{3}a$	$I_{xx} = \frac{1}{6}ma^2$ $I_{yy} = \frac{1}{2}mb^2$ Triangle rectangle mince

*Demi-cercle : les moments d'inertie avec une barre sont calculés par rapport à un axe qui passe par le centre de masse de l'objet.