POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

Cahier-réponses

Contrôle périodique 2

PHS1101

Sigle du cours

Identification de l'étudiant(e)		
Nom : Bakkouri	**Prénom :** Ismail	
Signature : Ismail	**Matricule :** 1954157	**Groupe :** 02

Réservé
Q1 : 33 /45
Q2 : 35 /50
Q3 : 29 /50
Q4 : 52 /55
Total : 149 / 200

Bien !

Sigle et titre du cours		*Groupe*	*Trimestre*
PHS1101 Mécanique pour ingénieurs		Tous	Hiver 2022
Coordonnateur		*Courriel*	
Djamel Seddaoui		djamel.seddaoui@polymtl.ca	
Jour	*Date*	*Durée*	*Heures*
Lundi	21 mars 2022	1 heure 50 minutes	18h30 à 20h20

Directives particulières

- Vous vous engagez à faire cet examen **individuellement**.
- Détaillez les étapes de vos solutions. Une réponse sans justification ne vaut aucun point.
- Toute réponse finale doit être accompagnée des unités appropriées.
- Si vous pensez qu'il y a une erreur dans le questionnaire, répondez du mieux que vous pouvez.

Important

Cet examen contient **4** questions sur un total de **19** pages **(excluant cette page)**.

La pondération de cet examen est de **30** %.

Aucune documentation n'est permise.

Un aide-mémoire pour les formules vues en cours se trouve à la fin de ce cahier.

Les calculatrices non programmables sont permises.

L'étudiant doit honorer l'engagement pris lors de la signature du code de conduite.

33

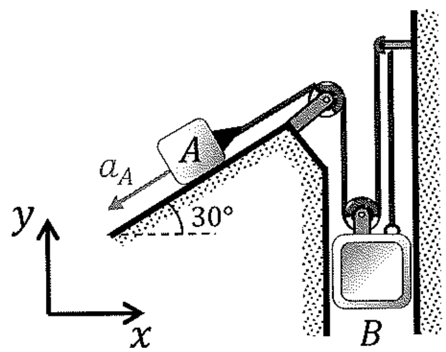
Question 1 (45 points) – Questions conceptuelles et à réponses courtes

Répondez aux sous-questions suivantes en expliquant votre raisonnement. Les sous-questions A et B sont indépendantes les unes des autres.

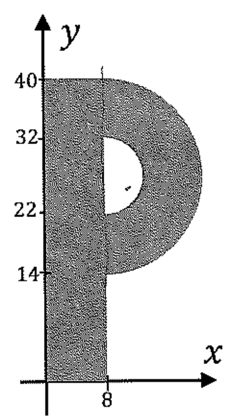
A. Soient deux blocs A et B reliés par une corde tendue et inextensible tel que représenté sur la figure ci-dessous. On tire sur le bloc A vers le bas de la pente avec une accélération $a_A = 6\ \mathrm{m/s^2}$.

I. [10 pts] Déterminer la norme et la direction de l'accélération $\vec{a}_A$ du bloc B.

II. [10 pts] Quel est le vecteur accélération relative $\vec{a}_{A/B}$ de A par rapport à B? Utilisez le système d'axes de la figure.

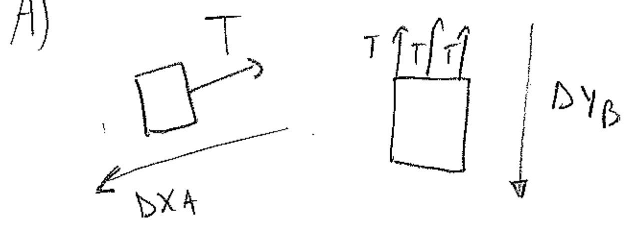


B. [25 pts] Déterminer le centre de masse de cette pièce mince et homogène, représentant la lettre P tel que montré sur la figure ci-dessous. Les dimensions données dans la figure sont en cm. Utilisez le système d'axes de la figure.



18/20

A)



Corde constante :

$\Delta \ell = 0$

$$\boxed{\Delta x_A + 3\Delta y_B = 0}$$

$\rightarrow v_A + 3v_B = 0$

$a_A + 3a_B = 0$ (relation accélérations)

on a $a_A = 6\,m/s \rightarrow$

$6 + 3a_B = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{a}_B = 2\,m/s^2 \text{ vers le haut}}$

II) $\vec{a}_{A/B} = \vec{a}_A - \vec{a}_B$

$\vec{a}_A = (-6\cos 30 ; -6\sin 30)$ $\qquad \vec{a}_B = (0, 2)$

$= (-5{,}19 ; -3)$

$\vec{a}_{A/B} = (-5{,}19, 3) - (0, 2) = (-5{,}19, 1)\,m/s^2$

−2 Inattention

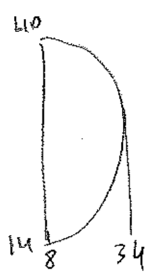
B) partie 1 :

$a = 8 \times 40 = 320\,cm^2$

$\bar{x} = 4 \quad \bar{y} = 20$

(symétrie)

Partie 2 :

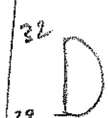


$a = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi(26)^2}{2} = 1061\,cm^2$

$\bar{x} = \frac{4r}{3\pi} + 8 = 13{,}94$

$\bar{y} = \frac{40+14}{2} = 27$

Partie 3 :



$a = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{-\pi(10)^2}{2} = -157{,}07$

$\bar{x} = \frac{4r}{3\pi} + 8 = \frac{4(10)}{3\pi} + 8 = 12{,}24$

$\bar{y} = \frac{22+32}{2} = 38$

15/25

$$CM_x = \frac{\sum M_i x_i}{\sum M_i} = \frac{(320 \cdot 4) + (1061 \cdot 13{,}94) - (157{,}07 \cdot 12{,}24)}{320 + 1061 - 157{,}07}$$

$$= 11{,}55 \text{ cm}$$

$$CM_y = \frac{\sum M_i y_i}{\sum M_i} = \frac{(320 \cdot 20) + (1061 \cdot 27) - (157{,}07 \cdot 38)}{320 + 1061 - 157{,}07}$$

$$= 23{,}75$$

$$\boxed{CM = (11{,}55,\ 23{,}75) \text{ cm}}$$

Question 2 (50 points)

Un bloc A de masse $m_A = 2\,\text{kg}$ est déposé sur un bloc B de masse $m_B = 10\,\text{kg}$ susceptible de se déplacer sans frottement sur un sol horizontal. Les deux blocs sont reliés par une corde tendue et inextensible passant par une poulie fixe de masse négligeable comme le montre la figure ci-dessous. Les coefficients de frottements statique et cinétique entre les deux blocs sont respectivement $\mu_s = 0{,}5$ et $\mu_k = 0{,}2$.

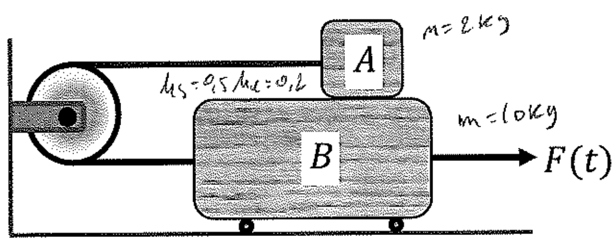
À l'instant $t = 0$, les deux blocs sont immobiles. On tire sur le bloc B avec une force horizontale dirigée vers la droite dont l'intensité varie linéairement avec le temps $(F = \alpha\, t)$ où α est une constante qui vaut $2\,N/s$.

A. [20 pts] Faire le DCL-DCE de chacun des deux blocs (séparément) lorsque ceux-ci se mettent en mouvement.

B. [15 pts] Déterminer l'instant t_0 à partir duquel les deux blocs se mettent en mouvement.

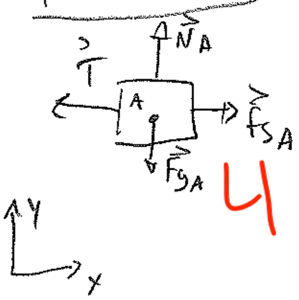
C. [15 pts] Avec quelle accélération initiale le bloc B se met en mouvement?

$\boxed{\vec{F} = 2t}$ N



14/20

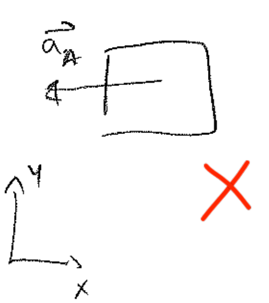
DCL Bloc A



4

=

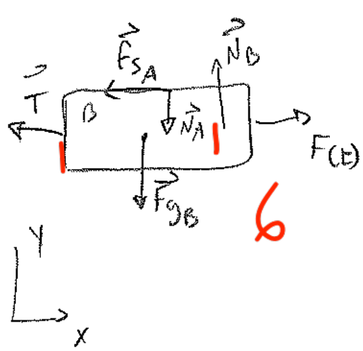
DCE Bloc A



X

2

DCL Bloc B

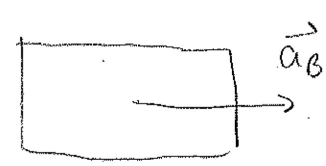


1 1

6

=

DCE Bloc B



X

15/15

B) les bloc se mettent en mouvement lorsque F bat la force de frottement statique ($\mu_s = 0,5$) 2

Bloc B:

$\Sigma F_x = F(t) - \vec{T} - \vec{F}_{sA} = 0$ 1 → instant où ils commencent à bouger lorsque $\Sigma F = 0$

$\Sigma F_y = \vec{N}_B - \vec{F}_{gA} - \vec{N}_A = 0$

Bloc A:

$\Sigma F_x = T - F_{sA} = 0$ 1

$\Sigma F_y = N_A - F_{gA} = 0$ 1 $\Rightarrow N_A = F_{gA} = mg_A \Rightarrow N_A = 19,6N$ 2

$T - F_{sA} = 0 \Rightarrow T - \mu_s N_A = 0 \rightarrow \boxed{T = \mu_s N_A = 9,8\ N}$ 3

on a que $\vec{F}(t) - \vec{T} - \vec{F}_{sA} = 0$

$\Rightarrow 2t - 9,8 - \mu_s N_A = 0$ 3

$\rightarrow 2t - 9,8 - 0,5 \cdot 19,8 = 0 \Rightarrow \boxed{t = 9,85\,s}$ 2

6/15

c) Une fois le frottement statique dépassé, c'est le frottement cinétique qui s'applique.

on a trouvé que,

$F(t) - T - F_{sA} = 0$ 2 et que $T = F_{sA}$ × $\boxed{T = \mu_k (N_A) = 1,96N}$ 2 (cinétique)

Donc,

$2(9,85) - \underset{(T)}{1,96} - \underset{(F_{sA})}{0,2 \cdot 19,6} = m_B a_B \Rightarrow \boxed{a_B = 1,382\ m/s^2}$ ×

2

Question 3 (50 points)

Un avion de masse $m = 3000$ kg fait une demi-boucle verticale de rayon $R = 1200$ m. Il est propulsé par la force $\vec{F}$ produite par son réacteur, orientée parallèlement à sa trajectoire. La portance $\vec{R}$ produite par ses ailes est orientée perpendiculairement à sa trajectoire. Les intensités de ces deux forces ($\vec{F}$ et $\vec{R}$) sont contrôlées par le pilote afin de pouvoir diriger son avion dans le plan vertical. On néglige la force de frottement de l'air.

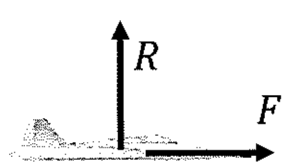
L'avion aborde la demi-boucle avec une vitesse $v_A = 150$ m/s au point A. Le pilote ajuste la force de propulsion $\vec{F}$ de façon à ce que le module de sa vitesse augmente linéairement avec l'angle θ pour atteindre une vitesse $v_C = 2v_A$ au point C (voir la figure ci-dessous).

A. [10 pts] Donner l'expression de la vitesse $v(\theta)$ de l'avion en fonction de θ (en radian) et des paramètres de l'énoncé.

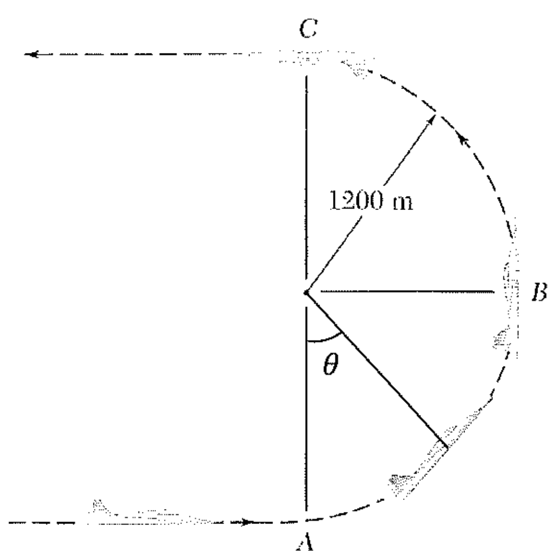
B. [20 pts] Obtenir l'expression de θ(t) en fonction du temps et des paramètres de l'énoncé.

C. [10 pts] Quel est le travail U fait par la force $\vec{F}$ de la position A jusqu'à la position C?

D. [10 pts] Déterminer le module de $\vec{R}$ lorsque l'avion arrive au point B.



Forces subies par l'avion



Trajectoire de l'avion

$m = 3000$ kg $\quad \ell = 1200$ m $\quad$ F et R $\quad V_A = 150$ m/s

$V_C = 2V_A = 300$ m/s

A) déplacement $= \frac{\pi}{2} \cdot R = 1884$ m

accélération constante →

9 pts

$V(\theta) = V_A + 150\left(\theta / \pi/\cancel{2}\right)$

$= V_A + 150\left(\frac{2\theta}{\pi}\right)$ m/s

explications ?

↳ lorsque $\theta = \pi/\cancel{2}$ le terme $150\left(\frac{2\theta}{\pi}\right)$ vaudra 150

→ déduit logiquement, car, l'accélération augmente de façon constante et que quand on est à C, V = 300 m/s

comme il devait être fait!

$$\boxed{V(\theta) = V_A + 150\left(\frac{2\theta}{\pi}\right)}$$

B) θ représente la position, il faut donc intégrer $V(t)$ par rapport au temps.

$V(t) = \frac{d\theta}{dt} \cdot r \rightarrow r\int \frac{d\theta}{V} = \int \cancel{Vt}\, dt$ $\quad$ nous savons $V(\theta)$

3 pts

$V(\theta) = \frac{d\theta}{}$

c) $\cancel{U = \int_0^{\pi/2} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \boxed{F \cdot r \frac{\pi}{2}}}$

Energie au point A $= mg(0) + \frac{1}{2}m(150)^2$

" " " C $= mg(1200) + \frac{1}{2}m(300)^2$

↳ travail de F

$U_{AC} = \Delta E$ → page suivante

(R ne fait pas de travail car ⊥ et $\cos(90) = 0$)

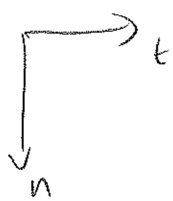
$$U_{nc} = \Delta E = \overbrace{\left(mg(1200) + \frac{1}{2} m \cdot 300^2\right)}^{E_2} - \overbrace{\left(\frac{1}{2} m \cdot 150^2\right)}^{E_1}$$

$$\Delta E = 1,575 \times 10^6$$

9 pts

travail $E = 1,575 \times 10^6$ J

D)



$$\Sigma F_n = R = \frac{m v^2}{R}$$

vb^2

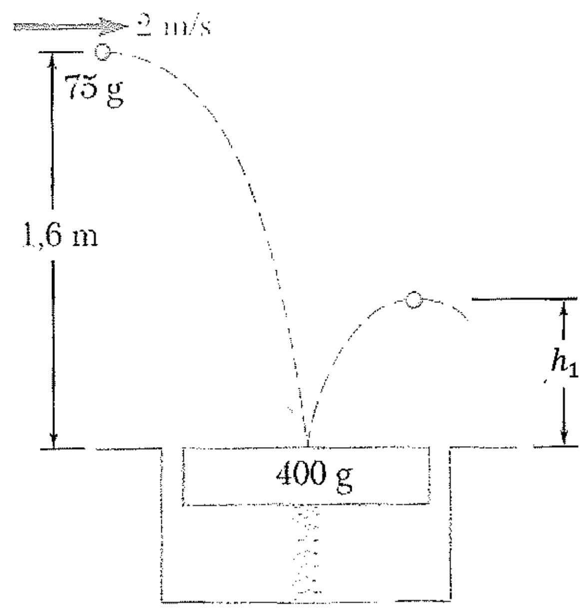
$$\rightarrow R = \frac{3000 \cdot \cancel{300^2}}{1200} = \boxed{225000 \text{ N}}$$

8 pts

Question 4 (55 points)

Une balle de masse $m = 75\,\mathrm{g}$, projetée d'une hauteur $h_0 = 1{,}60\,\mathrm{m}$ avec une vitesse horizontale $v_0 = 2\,\mathrm{m/s}$, rebondit sur une plaque de masse $M = 400\,\mathrm{g}$ supportée par un ressort de constante $k = 196\,\mathrm{N/m}$. Avant l'impact, la plaque était immobile. Après le rebond, la balle remonte jusqu'à une hauteur maximale h_1 alors que la plaque descend verticalement d'une distance maximale $\Delta h_p = 8\,\mathrm{cm}$. On néglige tout frottement.

A. [10 pts] Déterminer le module de la vitesse v_i de la balle juste avant l'impact.
B. [10 pts] Déterminer la compression ΔL_i du ressort avant l'impact.
C. [15 pts] Quelle est la valeur de la vitesse v_p de la plaque juste après l'impact?
D. [20 pts] Déterminer la hauteur h_1 atteinte par la balle après avoir rebondi.
E. **Bonus**[10 pts] L'impact entre la balle et la plaque est-il élastique? Justifiez.



$m = 75g$ $h_0 = 1{,}60m$ $v_0 = 2m/s$ $M = 400g = 0{,}4kg$ $k = 196\ N/m$
$= 0{,}075kg$

$h_1 = ?$
$\Delta h_p = 8cm$

10

A) seulement Gravité s'applique → Force conservatrice
$\boxed{\text{conservation énergie mécanique}}$

$\Delta E = 0 \rightarrow E_1 = E_2$

État initial : $E_1 = V_g + T = mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2$ (bulle en haut)

État final : $E_2 = V_g + T = mg(0) + \frac{1}{2}mv_i^2$ (bulle tout juste avant collision)

$\rightarrow \cancel{m}gh_0 + \frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 = \frac{1}{2}\cancel{m}v_i^2 \rightarrow 9{,}8 \cdot 1{,}6 + \frac{1}{2} \cdot 2^2 = \frac{1}{2}v_i^2$

$\boxed{v_i = 5{,}95m/s}$

B) Force maintenue par le ressort :

10

$\rightarrow mg$ plaque $= M \cdot 9{,}8 = 0{,}4 \cdot 9{,}8 = \boxed{3{,}92\ N}$

Loi de Hooke : $F = -k(L - L_0)$

$3{,}92 = -k(\Delta L_i)$

$3{,}92 = -196(\Delta L_i) \rightarrow \boxed{\Delta L_i = -0{,}02m} \rightarrow$ Compressé de 0,02m

C) conservation de l'energie mécanique → après la collision bulle - plaque, les seules Forces qui s'appliquent sur la plaque sont : ressort et gravité. (Forces conservatrices)

État initial : $E_1 = mg(0) + \frac{1}{2}k(\Delta L_i)^2 + \frac{1}{2}Mv_p^2$ (Juste après collision)

État final : $E_2 = mg(-\Delta h_p) + \frac{1}{2}k(-\Delta h_p)^2 + \frac{1}{2}M(0)^2$ (quand $v_f = 0$)

$E_1 = E_2 \rightarrow$ page suivante

14

$$\cancel{mg(0)} + \frac{1}{2}k(\Delta L_i)^2 + \frac{1}{2}M v_p^2 = mg(-\Delta h_p) + \frac{1}{2}k(-\Delta h_p)^2 + \cancel{\frac{1}{2}M(0)^2}$$

$$\frac{1}{2}196(0{,}02)^2 + \frac{1}{2}0{,}4\cdot v_p^2 = 0{,}4\cdot 9{,}8\cdot(-0{,}08) + \frac{1}{2}(196)(\underline{-0{,}08})^2$$

$\rightarrow 0.08+0.02$

$$0{,}0392 + 0{,}2\, v_p^2 = -0{,}3136 + 0{,}6272$$

$$0{,}2\, v_p^2 = 0{,}2744$$

$$\boxed{v_p = 1{,}17 \text{ m/s}}$$

D) Lors de l'impact, les autres forces sont negligeable comparativement à la Normale de la plaque sur la balle (Force impulsive) De plus, lors de l'impact, si nous considérons le système balle-plaque, les forces s'annulent donc $\Sigma F = 0$

→ conservation de la qtté de mvt.

$L_1x = L_2x$ et $L_1y = L_2y$

$L_1x = m\cdot 2 + M(0)$
$= 2m$

$L_2x = mv_{fx} + M(0)$

$2m = mv_{fx} \rightarrow \boxed{v_{fx} = 2}$

Determiner le module de la vitesse de la balle en y:

$v_i = 5{,}95 = \sqrt{v_{fx}^2 + v_y^2} \rightarrow v_y = \sqrt{5{,}55^2 - v_{fx}^2} = 5{,}60 \text{ m/s}$ ✓

$L_{1y} = L_{2y}$

$5{,}60\,m + 0\,M = V_{fy} \cdot m + 1{,}17\,M$

$-5{,}60 \cdot 0{,}075 = V_{fy} \cdot 0{,}075 - 1{,}17 \cdot 0{,}400$

$\rightarrow V_{fy} = 0{,}64\ m/s$ ✓

18

~~$V_f\ balle = \sqrt{0{,}64^2 + 5{,}60^2} = 5{,}63\ m/s$~~

Conservation de l'énergie car juste la gravité s'applique

$E_1 = E_2$

État 1 : $mg(0) + \frac{1}{2}m(5{,}63)^2$ (Juste après collision)

État 2 : $mg(h_1) + \frac{1}{2}m(0)^2$ (en haut)

$\cancel{m}g(0) + \frac{1}{2}\cancel{m}(5{,}63)^2 = \cancel{m}g(h_1) + \frac{1}{2}\cancel{m}(0)$

$\frac{1}{2}(5{,}63^2) = g h_1$ ✓ $\rightarrow h_1 = 1{,}62\,m$ il y'a une erreur de calcul quelque part, devrait être $< 1.60\,m$.

E) impact Élastique si énergie conservée.

Energie avant impact = Energie cinétique balle : $\frac{1}{2}m(5.95)^2 = 1{,}32\,J$

Energie après : $E_{balle} + E_{plaque}$

$= \frac{1}{2}m(5{,}63)^2 + \frac{1}{2}m(1{,}17)^2$

$\Rightarrow 1{,}18 + 0{,}27 = 1{,}45\,J \rightarrow E_2 \neq E_1$ (inélastique)

X

Selon mes calculs ce n'est plus élastique, mais E_2 ne peut plus être supérieur à E_1 et les valeurs sont assez proches pour que ce soit peut-être élastique

PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs
Aide-mémoire

Moment d'une force :	$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$	Mouvement uniformément accéléré :	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$
Moment d'une force par rapport à un axe :	$\vec{M}_{OO'} = (\vec{M}_O \cdot \hat{u}_{OO'})\hat{u}_{OO'}$		$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$
Moment d'un couple :	$M = Fd$		$v^2 = v_0^2 + 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$
Système force-couple équivalent :	$\vec{R} = \sum \vec{F}_i$	Accélération non uniforme :	$\int_0^t dt = \int_{v_0}^{v} \frac{dv}{a(v)}$
	$\vec{M}_O^R = \sum \vec{M}_i + \sum \vec{r}_{Oi} \times \vec{F}_i$		$\int_{v_0}^{v} v\,dv = \int_{x_0}^{x} a(x)dx$
Équilibre statique :	$\sum \vec{F} = \vec{0}, \quad \sum \vec{M}_O = \vec{0}$	Coordonnées polaires :	$\vec{r} = r\hat{u}_r$
Loi de Hooke :	$\vec{F} = -k(\vec{L} - \vec{L}_0)$		$\vec{v} = \dot{r}\hat{u}_r + r\dot{\theta}\hat{u}_t$
Frottement sec :	$f_{s,\max} = \mu_s N,$ $f_k = \mu_k N$		$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{u}_t$
Pression :	$p = F_n/A, \quad \tilde{p} = p - p_0$	Coordonnées normale et tangentielle :	$\vec{v} = v\hat{u}_t$
Principe de Pascal :	$p_2 = p_1 + \rho gh$		$\vec{a} = (v^2/\rho)\hat{u}_n + (dv/dt)\hat{u}_t$
Poussée d'Archimède :	$P_A = \rho gV$		$\rho(x) = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{\lvert d^2y/dx^2 \rvert}$
Force hydrostatique sur une paroi :	$F_H = \frac{\rho ghA}{2}$	Deuxième loi de Newton :	$\sum \vec{F} = m\vec{a}_{CM}$
Variables du mouvement :	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	Mouvement contraint :	$\sum \Delta\ell_i = 0$
	$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}dt$	Travail d'une force :	$U = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$
	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}dt$	Énergie cinétique (particule) :	$T = \frac{1}{2}mv^2$
Variables du mouvement (angulaires) :	$\omega = \frac{d\theta}{dt}, \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$	Énergie potentielle :	$V_g = mgh$
	$\theta = \theta_0 + \int_0^t \omega dt$		$V_{res} = \frac{1}{2}k(L - L_0)^2$
	$\omega = \omega_0 + \int_0^t \alpha dt$	Énergie mécanique :	$E = T + V$
Mouvement relatif :	$\vec{r}_{B/A} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$	Principe travail-énergie :	$\sum U = \Delta T, \quad \sum U_{nc} = \Delta E$
	$\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$	Puissance :	$\bar{P} = U/\Delta t, \quad P = dU/dt = \vec{F} \cdot \vec{v}$
	$\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A$	Rendement	$\eta = P_{\text{sortie}}/P_{\text{entrée}}$