



POLYTECHNIQUE
MONTRÉAL

Cahier-réponses Contrôle périodique 2

PHS1101

Sigle du cours

Identification de l'étudiant(e)

Nom : <i>Yvon</i>	Prénom : <i>Ming Xiao</i>
Signature : <i>[Signature]</i>	Matricule : <i>1940477</i> Groupe :

Réservé

Q1 : *47* /50

Q2 : *32* /50

Q3 : *26* /50

Q4 : *41* /50

Total :

146
200

Sigle et titre du cours

Groupe

Trimestre

PHS1101
Mécanique pour ingénieurs

Tous

Automne 2021

Coordonnateur

Courriel

Jérémie Villeneuve

jeremie.villeneuve@polymtl.ca

Jour

Date

Durée

Heures

Mardi

9 novembre 2021

1 heure 50 minutes

18h30 à 20h20

Directives particulières

- Vous vous engagez à faire cet examen **individuellement**.
- Détaillez les étapes de vos solutions. Une réponse sans justification ne vaut aucun point.
- Toute réponse finale doit être accompagnée des unités appropriées.
- Si vous pensez qu'il y a une erreur dans le questionnaire, répondez du mieux que vous pouvez.

Important

Cet examen contient **4** questions réparties sur un total de **19** pages imprimées recto verso (**excluant cette page**).

La pondération de cet examen est de **30** %.

Inscrire votre matricule au haut de chacune des pages.

Aucune documentation n'est permise. Des formulaires aide-mémoire sont disponibles à la fin de ce cahier.

Les calculatrices non programmables sont permises.

L'étudiant doit honorer l'engagement pris lors de la signature du code de conduite.

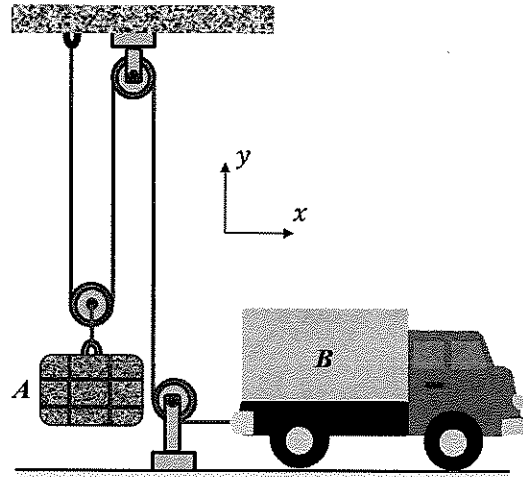
Question 1 (50 points) – Questions conceptuelles et à réponses courtes

Répondez aux questions suivantes en expliquant votre raisonnement.

- A. [10 pts] Vrai ou faux. L'énergie mécanique d'un système n'est jamais conservée si une force non conservative s'applique sur le système.

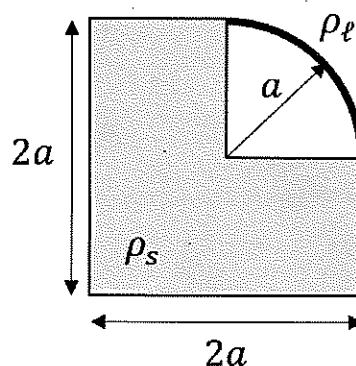
- B. La figure ci-contre illustre un camion B qui soulève une charge A grâce à un câble et un système de poulies.

- i. [10 pts] Déterminer la relation entre la vitesse de la charge A et la vitesse du camion B. Justifier.
- ii. [10 pts] Calculer le vecteur vitesse de la charge, telle que perçue par le conducteur du camion, lorsque le camion se déplace à 1 m/s vers la droite.



- C. [20 pts] Calculer la position du centre de masse de la pièce illustrée sur la figure ci-dessous. La partie pleine possède une densité surfacique $\rho_s = 80 \text{ kg/m}^2$ tandis que la tige courbée a une densité linéique $\rho_\ell = 2,5 \text{ kg/m}$.

On donne $a = 25 \text{ cm}$.



A. Faux, il se peut qu'une force non conservative applique sur un système mais que l'énergie mécanique est conservée si la force ne fait pas de travail sur la trajectoire. Par exemple, si on a un objet allant vers la droite et que une force ^{non conservative} perpendiculaire à elle s'applique sur elle, l'énergie est conservée car si on projette la force sur l'axe de trajectoire, c'est le vecteur nulle.

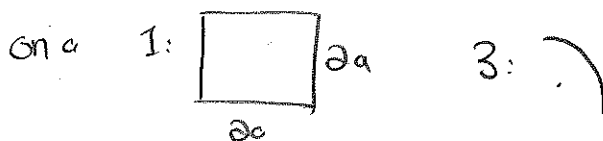
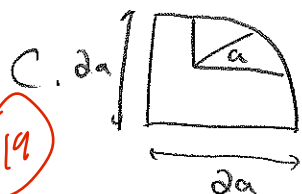
Principe physique! -2

B. i. $2\alpha A + \alpha B = 0$ à cause du mouvement contraint

on a $2V_A + V_B = 0 \Rightarrow V_A = -\frac{V_B}{2}$. $2V_A$ car 2 cordes soulèvent le poids A tandis que $1 \cdot V_B$ car 1 corde est relié au carreau.

ii. Si $V_B = 1 \text{ m/s}$, on a $V_A = -0.5 \text{ m/s}$ vers le haut

$$\vec{V}_{A/B} = \vec{V}_A - \vec{V}_B = 0.5\vec{j} - 1\vec{i} = (-\vec{i} + 0.5\vec{j}) \text{ m/s}$$



$$a = 25 \text{ cm} = 0.25$$

$$A = (\pi \cdot 0.25^2) \cdot 0.25 = 0.157 \text{ m}^2$$

$$\text{masse 1: } \rho A = m = 80 \cdot 0.157 = 15 \text{ kg}$$

$$\bar{x} = 0.25 \text{ m} \\ \bar{y} = 0.25 \text{ m}$$

$$\text{masse 3: longueur} = \frac{2\pi r}{4} = \frac{2\pi \cdot 0.25}{4} = 0.3927 \text{ m}$$

$$m = \rho l = 2.5 \cdot 0.3927 = 0.9817 \text{ kg}$$

$$\text{masse 2: } \frac{\pi r^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0.25^2}{4} = 0.1049 \text{ m}^2$$

$$m = \rho A = 80 \cdot 0.1049 = 3.927 \text{ kg} \\ \bar{x} = \frac{2r}{\pi} = \frac{2 \cdot 0.25}{\pi} = 0.159 + 0.25 = 0.409 \text{ m} \\ \bar{y} = 0.409 \text{ m}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum m_i \bar{x}_i}{\sum m_i} = \frac{2.545}{15.987} = 0.15926 \text{ m}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum m_i \bar{y}_i}{\sum m_i} = \frac{2.545}{15.987} = 0.15926 \text{ m}$$

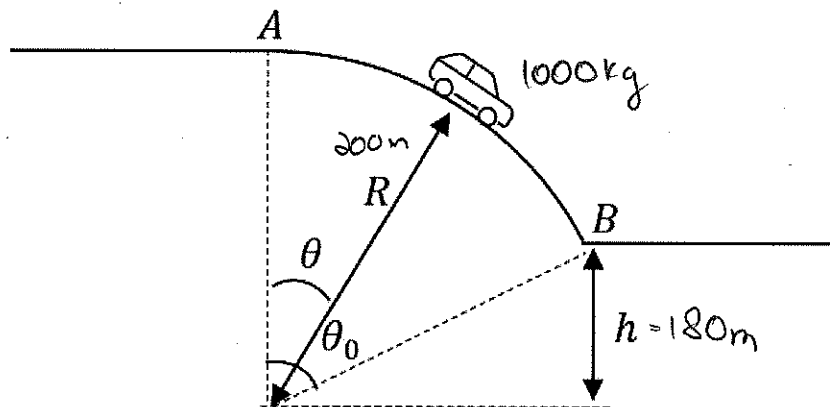
Inscrire votre matricule ici :

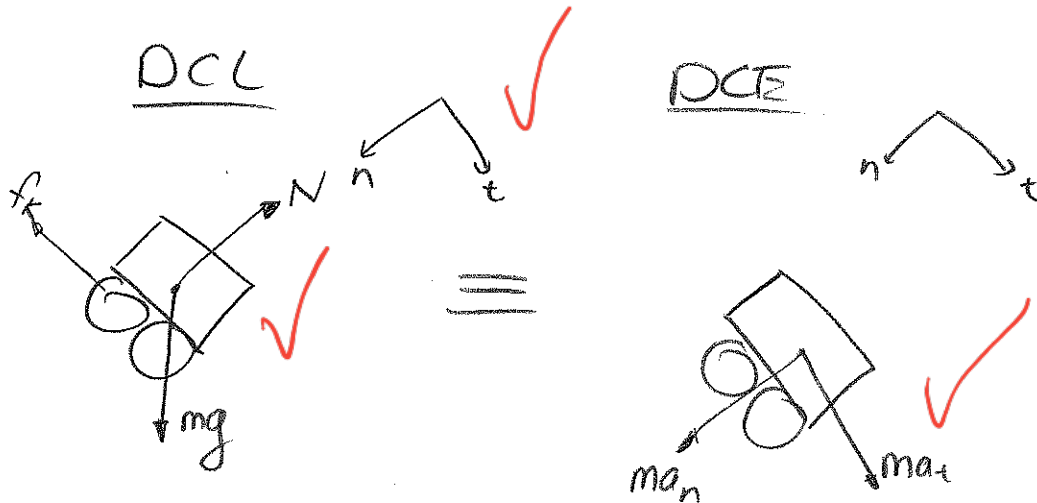
Question 2 (50 points) 32/50

Une voiture de masse $m = 1000 \text{ kg}$ dévale une pente sous forme d'un arc de cercle de rayon $R = 200 \text{ m}$, tel qu'illustré sur le schéma ci-dessous (pas à l'échelle). Lorsque la voiture arrive à la position A, sa vitesse v_A est telle que le poids apparent de ses occupants vaut 80 % de leur poids réel. Entre les points A et B, le conducteur applique les freins et les ajuste en permanence de telle façon que la variation dans le temps du module de la vitesse du véhicule soit constante.

On donne : $h = 180 \text{ m}$.

- A. [15 pts] Faire le DCL-DCE de la voiture dans une position quelconque entre A et B en utilisant un système de coordonnées approprié.
- B. [15 pts] Déterminer la grandeur de la vitesse v_A .
- C. [20 pts] Obtenir l'expression de la force de frottement $f(\theta)$ en fonction de θ (générée par les freins) qui permet au véhicule de s'immobiliser au point B.



A.
15/15

B. ① Poids = $mg = 1000 \cdot 9.81 = 9810 \text{ N}$

15/15 ② Poids apparent = $0.8 \Rightarrow 9810 \text{ N} = 7848 \text{ N}$

au point A juste avant de descendre, on a

$$N - mg = -ma_n$$

$$N - mg = -\frac{mv^2}{R}$$

$$R(N - mg) = -mv^2$$

$$\frac{-R(N - mg)}{m} = v^2$$

$$\frac{-200(9810 - 7848)}{1000} = v^2$$

$$\boxed{19.81 \text{ m/s}} = v$$

Inscrire votre matricule ici : C: on a distance = $R\theta_0$ ✓

on a $f = ma_t$ où $a_t = \frac{dv}{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = v \frac{dv}{ds}$

$$a_t ds = v dv$$

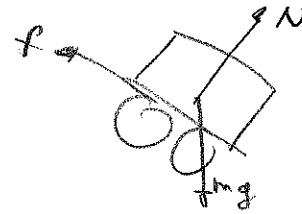
$$\int a_t ds = \int v dv$$


$$a_t \Big|_0^{R\theta_0} = \frac{v_t^2}{2}$$

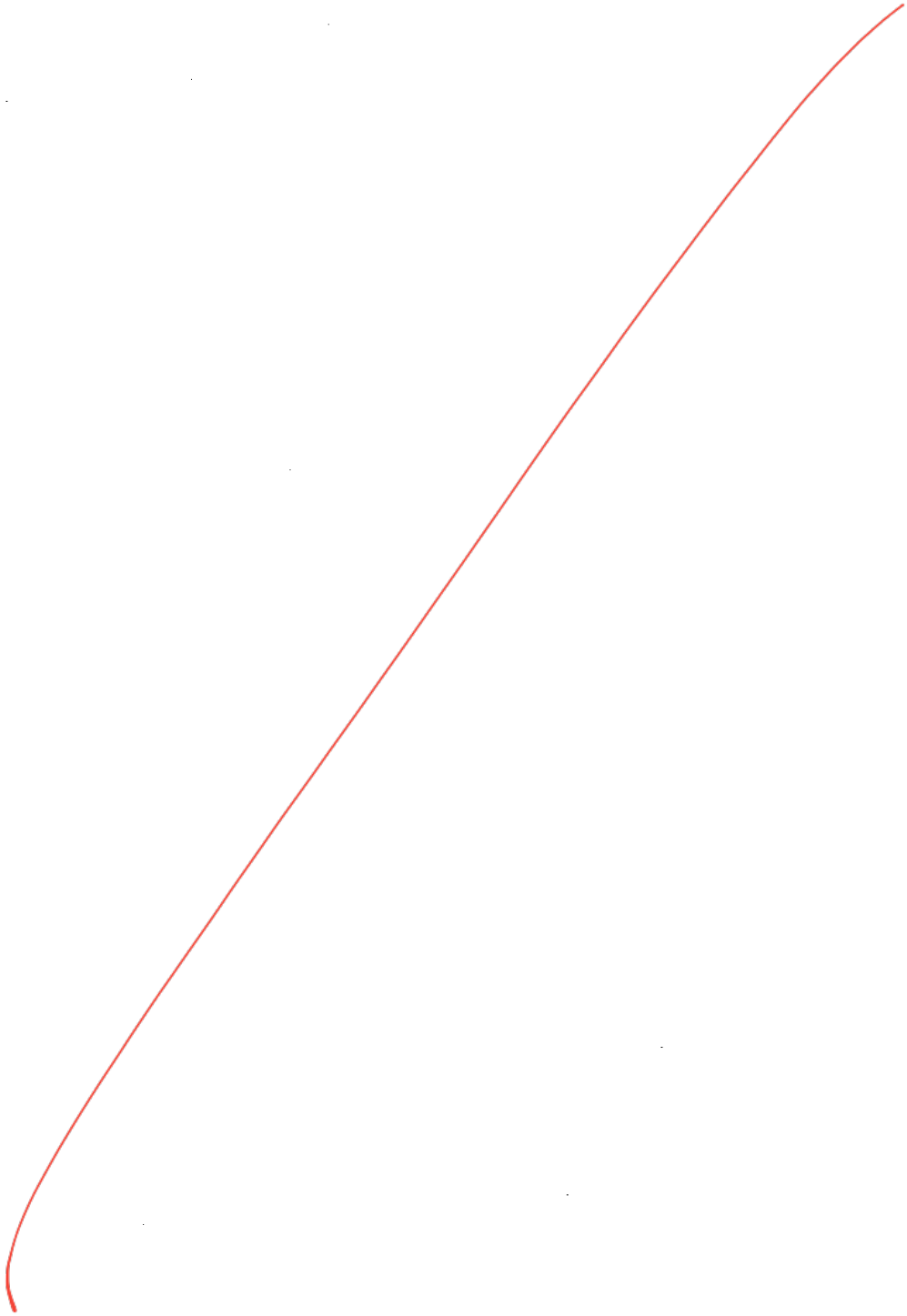
$$a_t \cdot R \cdot \theta_0 = \frac{v_t^2}{2}$$

$$\Rightarrow a_t = \frac{v_t^2}{2R\theta_0}$$

donc $f = \frac{mv^2}{2R\theta_0}$, avec $v_t = w = \frac{d\theta}{dt}$



Inscrire votre matricule ici : 



Question 3 (50 points)

Soit le système représenté sur la figure ci-dessous. Les masses des trois blocs A, B et C sont identiques. Les masses des poulies sont négligeables.

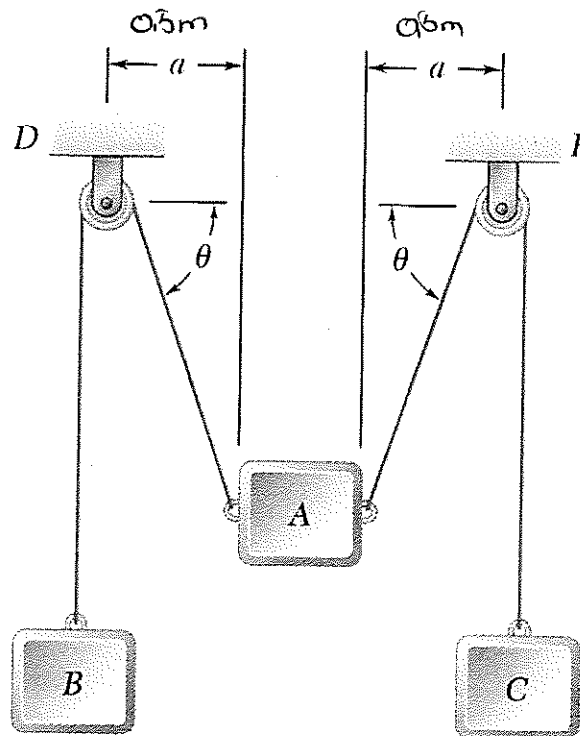
On donne : $a = 50 \text{ cm}$.

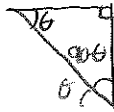
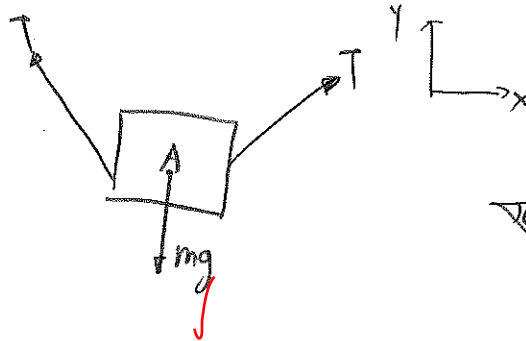
Dans un premier temps, on laisse le système évoluer sans influence extérieure. Les blocs se mettent à bouger, puis s'immobilisent éventuellement en position d'équilibre.

- A. [15 pts] Déterminer la valeur θ_{eq} de l'angle θ lorsque le système est immobile dans sa position d'équilibre.

On déplace ensuite le bloc A vers le haut, jusqu'à ce que $\theta = 0^\circ$, puis on le lâche à partir du repos.

- B. [15 pts] Obtenir la relation entre la vitesse du bloc A et les vitesses des blocs B et C pour une valeur quelconque de θ .
- C. [20 pts] Quelle est la vitesse du bloc A lorsque le système repasse par sa position d'équilibre $\theta = \theta_{eq}$ pour la première fois ?



A. DCL du bloc A

on a donc $T = mg$, donc $\sum F_x = 0$,

$$T \cos(180^\circ - \theta) + T \cos \theta = 0$$

$$mg \cos(180^\circ - \theta) + mg \cos \theta = 0$$

$$\cos(180^\circ - \theta) + \cos \theta = 0$$

on a aussi: $\sum F_y = 0$, $mg \sin(180^\circ - \theta) + mg \sin(\theta) = -mg$ ✓

$$\sin(180^\circ - \theta) + \sin \theta = -1$$

on a $\boxed{\theta = 30^\circ}$

3/5

14/15

B. À cause du mouvement ~~et~~ contraint, on a

$$\Delta y_B + \Delta y_C + 2\Delta y \sin \theta \neq 0$$

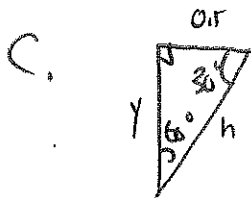
Mauvaise représentation de la longueur de la corde

$$V_B + V_C + 2\sin \theta V_A = 0$$

Erreur de dérivation
Theta dépend aussi du temps

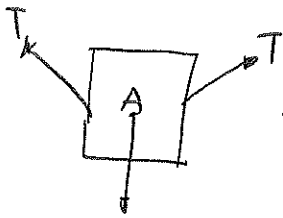
$$\text{on a } V_A = \frac{-V_B - V_C}{2\sin \theta}$$

3/15



$$\frac{\sin 60}{0.5} = \frac{\sin 30}{y} \Rightarrow \text{on a } h = \sqrt{0.3^2 + 0.2886^2} = 0.5773 \text{ m}$$

$y = 0.2886$, on doit donc déplacer de 0.2886 m



, nous n'avons pas de conservation de l'énergie mécanique car T est une force non conservative et fait un travail.

on a donc $\sum U = T_2 - T_1$ ou $T_1 = 0$ parq immobile

① Travail du mg

$$U = mgh = mg \cdot 0.2886 = 2.832 \text{ mJ}$$

③ on a donc

$$2.832 \text{ m} - 2 \times (5.6633 \text{ m}) = \frac{1}{2} m v^2$$

$$2.832 \text{ m} - 11.3266 \text{ m} = 0.5 m v^2$$

$$-8.4946 \text{ m} = 0.5 m v^2$$

$$4.1122 \text{ m/s} = v$$

② Travail de la Tension

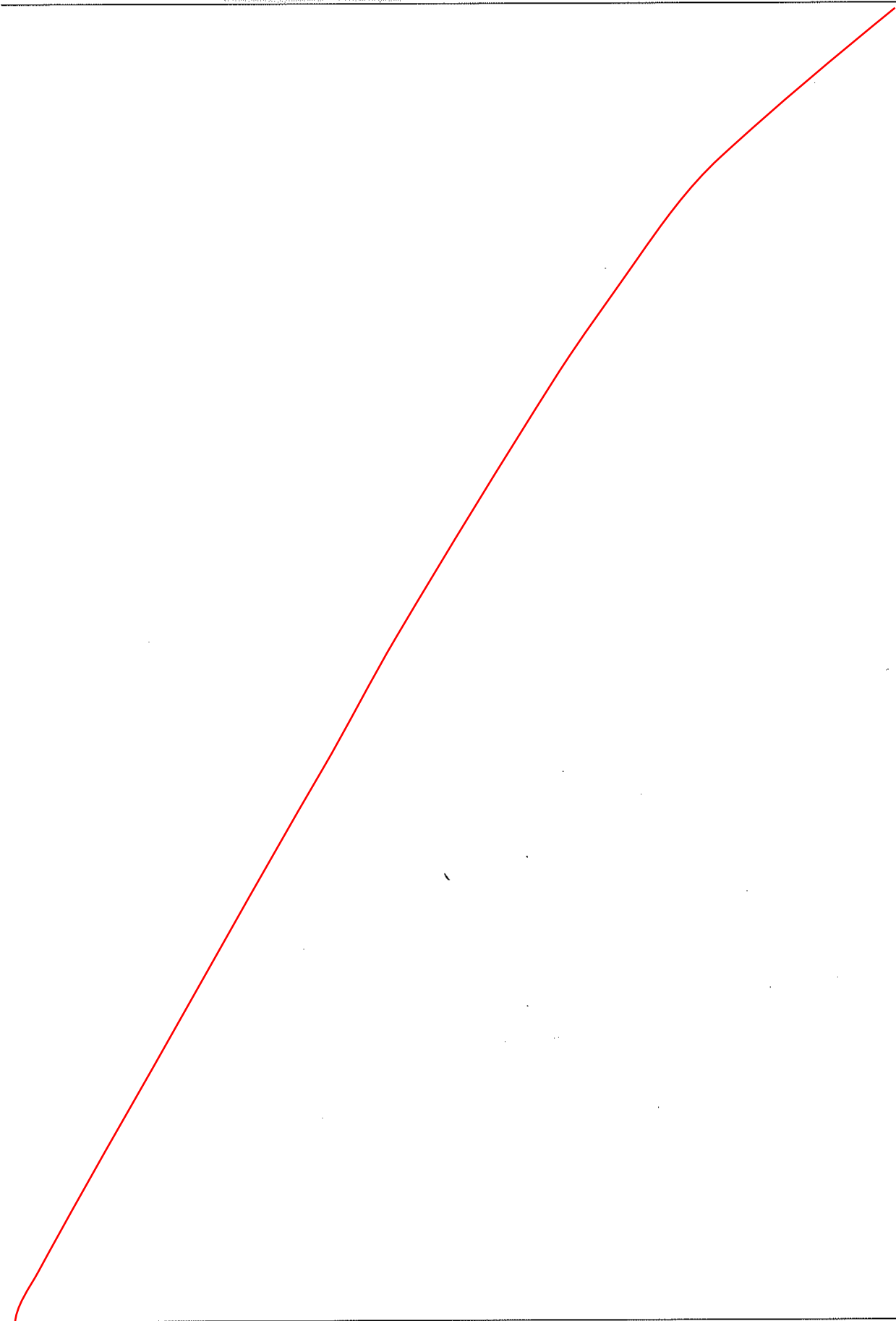
$$U = \int_0^{0.5773} mg dr = mgr \Big|_0^{0.5773} = 5.6633 \text{ mJ}$$

On a trois blocs, donc il doit y avoir trois vitesses et trois hauteurs à considérer

2

9/22

Inscrire votre matricule ici :



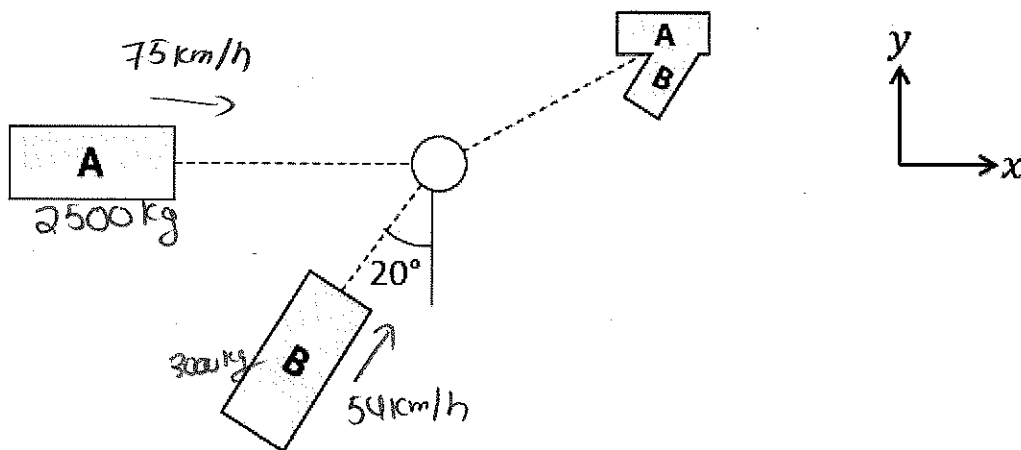
Question 4 (50 points)

Un conducteur (A) roulant à 75 km/h brûle une lumière rouge. Il entre alors en collision avec une deuxième voiture (B) selon le schéma ci-dessous. Les enquêteurs appelés sur place ont déterminé que juste avant l'impact, la voiture B roulait à 54 km/h. En observant les marques de freinage laissées sur la chaussée, ils ont également déduit que les deux voitures sont restées solidaires (collées l'une à l'autre) après la collision.

Les masses des voitures sont : $m_A = 2500$ kg et $m_B = 3000$ kg.

Les coefficients de frottement entre les pneus et la route sont : $\mu_k = 0,5$ et $\mu_s = 0,7$.

- A. [10 pts] En considérant le système formé des deux voitures A et B :
- L'énergie mécanique est-elle conservée entre les instants juste avant et juste après l'impact ? Justifier.
 - La quantité de mouvement est-elle conservée entre les instants juste avant et juste après l'impact ? Justifier.
- B. [30 pts] Sur quelle distance les deux voitures ont-elles glissées ensemble après l'impact ?
- C. [10 pts] En supposant que l'impact entre les deux voitures a duré 200 ms, quelle est la force moyenne (vecteur) subie par la voiture B ?



A.

i. L'énergie mécanique n'est pas conservée car le freinage produit une force de frottement qui va au sens contraire de la trajectoire.
 Vu que la force de frottement n'est pas conservative et il effectue un travail, nous n'avons pas de conservation de l'énergie mécanique.

ii. La quantité de mouvement est conservée car la collision est de source interne et aucune force externe n'est appliquée sur le système des 2 voitures.

B. $\frac{75 \text{ km}}{h} = \frac{75000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 20.83 \text{ m/s}$

$\frac{50 \text{ km}}{h} = \frac{50000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 13.89 \text{ m/s}$

① $f_A = 0.5 \cdot 2500 \cdot 9.81 = 12262.5 \text{ N}$
 $f_B = 0.5 \cdot 3000 \cdot 9.81 = 14715 \text{ N}$

$\sin 70^\circ = \frac{y}{15}$
 $y = 14.095$
 $\cos 70^\circ = \frac{x}{15}$
 $x = 5.13$

Vu que nous avons conservation de Q.M. donc $\vec{L}_1 = \vec{L}_2$ où $\vec{L}_1 = m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B$

on a $\vec{L}_2 = (m_A + m_B) \vec{v}$
 $= (2500 + 3000) \vec{v}$
 $= 5500 \vec{v}$

on a donc $\vec{v} = \frac{67465\vec{i} + 42270\vec{j}}{5500}$
 $= 12.266\vec{i} + 7.685\vec{j}$

$\Rightarrow |\vec{v}| = 15.923 \text{ m/s}$

$= 2500(20.83\vec{i}) +$
 $3000(5.13\vec{i} + 14.09\vec{j})$
 $= 52075\vec{i} + (15390\vec{i} + 42270\vec{j})$
 $= 67465\vec{i} + 42270\vec{j}$

Un que l'énergie mécanique n'est pas conservée,

on a $\Sigma U = T_2 - T_1$, où $T_1 = 0$ pour A et B devient immobile,

et que le seul travail fait durant le glissement après l'impact est le frottement cinétique.

$$\text{on a } T_2 = \frac{1}{2} \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ A+B}}{5500} \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ \text{vitesse après} \\ \text{l'impact}}}{13.923}^2 = 437882.5 \text{ J}$$

on a travail du frottement: $F = \mu_k N = 0.5 \cdot 5500 \cdot 9.81 = 26977.5 \text{ N}$

$$\text{on a donc } U = \int_0^x 26977.5 dx = 26977.5x$$

$$\text{on a donc } 26977.5x = 437882.5$$

$$\boxed{x = 16.2 \text{ m}}$$

C. Par les voitures individuelles, on n'a pas conservation de OM pour A ou B subit une force extérieure.

Donc $\vec{L}_1 + \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = \vec{L}_2$, par la voiture A.

$$\text{on a } \vec{L}_1 = m_A \vec{v}_A = 2500 \cdot 20.83 = (52075 \text{ J}) \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\text{et on a } \vec{L}_2 = (m_A + m_B) \vec{v}_{AB} = 5500 (13.993 \vec{i} + 8.419 \vec{j})$$

$$= 74211.5 \vec{i} + 46497 \vec{j}$$

$$\text{on a donc } \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = \vec{L}_2 - \vec{L}_1 = (22136.5 \vec{i} + 46497 \vec{j})$$

$$\text{on a } F_{\text{moy}} \Delta t = \text{Imp}_{1 \rightarrow 2}$$

$$F_{\text{moy}} = \frac{\text{Imp}_{1 \rightarrow 2}}{0.2 \text{ s}} = (110682.5 \vec{i} + 232485 \vec{j}) \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2$$

$$200 \text{ ms} = 0.2 \text{ s}$$

Inscrire votre matricule ici :

