POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

Questionnaire
Contrôle périodique 2

PHS1101

Sigle du cours

Identification de l'étudiant(e)			
Nom : Charles		**Prénom :** Cassy	
Signature : Cassy Charles		**Matricule :** 1947025	**Groupe :** 03

Réservé	
Q1 : 30	/50
Q2 : 6	/50
Q3 : 10	/50
Q4 : 14	/50
TOTAL : 60	200

Sigle et titre du cours			
PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs			
Responsable	***Téléphone***	***Groupe***	***Trimestre***
Jérémie Villeneuve	**4577**	**Tous**	**Automne 2022**

Jour	***Date***	***Durée***	***Heures***
Lundi	**7 novembre**	**1 heure 50 minutes**	**18h30 à 20h20**

Documentation	***Calculatrice***	***Outils électroniques***
☒ Aucune ☐ Toute ☐ Voir directives particulières	☐ Aucune ☐ Toutes ☒ Non programmable (AEP)	**Les appareils électroniques personnels sont interdits.**

Directives particulières

- **Vous vous engagez à faire cet examen individuellement.**
- Détaillez les étapes de vos solutions. Une réponse sans justification ne vaut aucun point.
- Toute réponse finale doit être accompagnée des unités appropriées.
- Un aide-mémoire pour les formules vues en cours se trouve à la fin de ce cahier.
- **Le professeur ne répondra à aucune question durant cet examen.** Si vous pensez qu'il y a une erreur dans le questionnaire, mentionnez-le puis répondez du mieux que vous pouvez.

Important

Cet examen contient 4 questions sur un total de 19 pages **(excluant cette page).**

La pondération de cet examen est de 30 %

Vous devez répondre sur : ☒ le questionnaire ☐ le cahier ☐ les deux

Vous devez remettre le questionnaire : ☒ oui ☐ non

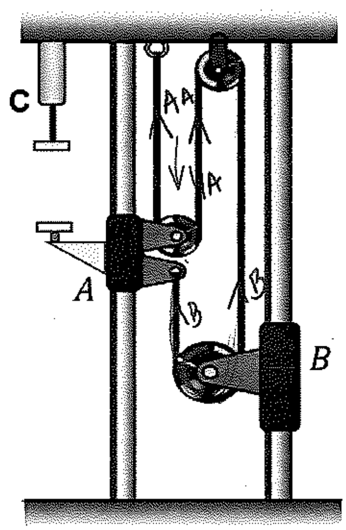
Question 1 (50 points) – Questions à court développement

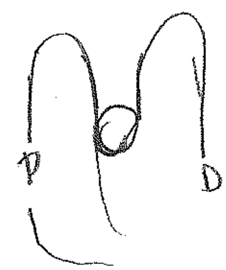
Répondez aux sous-questions suivantes en expliquant votre raisonnement et en incluant les équations pertinentes. **Une réponse sans justification ne vaut aucun point.** Les sous-questions **A**, **B** et **C** sont indépendantes les unes des autres.

A. [10 points] Une voiture miniature roule sur une piste et parcourt une boucle verticale de 15 m de rayon. On suppose que la vitesse de la voiture au début de la boucle est tout juste suffisante pour parcourir la boucle sans tomber.

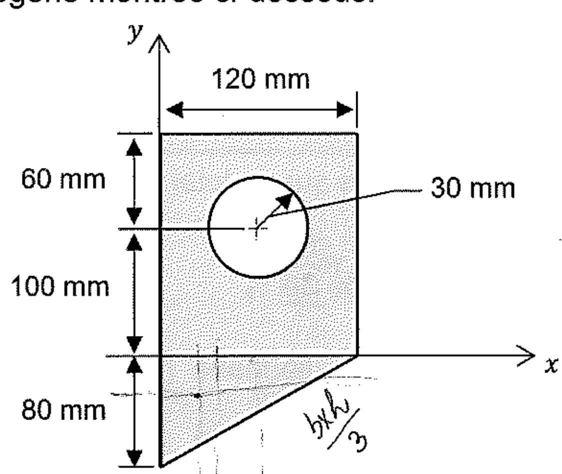
Quel est le poids apparent de la voiture au sommet de la boucle ?

B. [15 points] Les manchons A et B du système suivant sont reliés par un câble. À l'instant représenté, A monte à une vitesse de 0,1 m/s. Quelle est la vitesse de B (module et sens) à cet instant ?





C. [25 points] Calculer la position du centre de masse de la pièce mince et homogène montrée ci-dessous.



πr^2

A. r = 15 m

−10

B.
v = 0,1 m/s

mouvement contraint $\Delta l = cte$

2 $\Delta y_A + 2\Delta y_B = cte$

−3

2 $V_A + 2V_B = 0$

$V_a = -V_B$

$V_B = \cancel{-V_A}$

$\boxed{V_B = -0,1 \text{ m/s}}$

Puis que le module a un signe négatif, il se dirige vers le bas dans le sens contraire de A.

C. Calcul du centre de masse

Par ~~symétrie~~ : ~~$\bar{x} = \bar{y}$~~

$A_1 = 160 \text{ mm} \times 120 \text{ mm} = 19\,200 \text{ mm}^2$

$\bar{x} = 120/2 = 60 \text{ mm}$

$\bar{y} = 160/2 = 80 \text{ mm}$

$A_2 = 3,14 \times 30^2$

$A_2 = 2826 \text{ mm}^2$

$\bar{x} = \frac{2R}{\pi} = \frac{2 \times 30}{\pi} = 19,10 = \bar{y}$

$A_3 = \frac{120 \times 80}{3} = 3200 \text{ mm}^2$

$\bar{x} = 120 \div 3 = 40$

$\bar{y} = 100 + 60 + 80/3 = 186$

	A (mm²)	$\bar{x}$ mm	$\bar{y}$ (mm)	$\bar{x}(S)$	$\bar{y}S$
1	19 200	60	80	11 520 000	1 536 000
2	−2826	19,10	19,10	−53 976,6	−53 976,6
3	3200	40	186	128 000	595 200
Total	19574			1 226 023,4	2 077 223,4

−6

$\bar{X}_{CM} = \frac{1\,226\,023,4}{19\,574}$

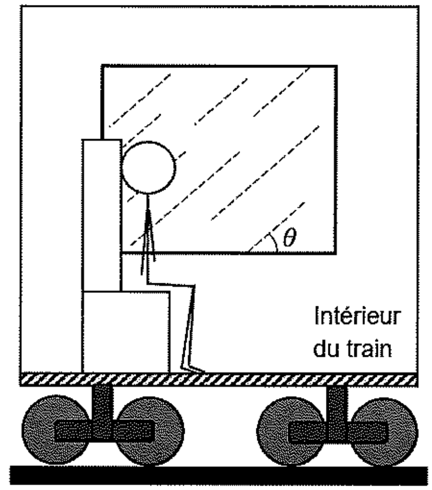
$\bar{x}_{cm} = \cancel{62,63} \text{ mm}$

$\bar{Y}_{CM} = \frac{2\,077\,223,4}{19\,574} = \cancel{106,12} \text{ mm}$

−1

Question 2 (50 points)

8/50



Vous vous déplacez de Montréal à Québec en prenant le train. Le temps est pluvieux, mais il n'y a pas de vent. En regardant par la fenêtre, vous remarquez que les gouttes de pluie tombent avec un angle oblique θ (voir figure). Vous vous demandez alors s'il serait possible de déterminer la vitesse du train v_T en mesurant l'angle θ !

Vous commencez donc à étudier le mouvement d'une goutte d'eau en chute libre verticale à partir du repos. Une recherche sur votre téléphone vous permet de trouver les informations suivantes :

- Les petites gouttes sont presque sphériques. Vous étudiez donc une goutte d'eau sphérique de diamètre $D = 2$ mm et de masse volumique $\rho_e = 1000$ kg/m³.
- Une telle goutte en chute libre subit une force de traînée de la forme :
$$F_D = \frac{1}{2}\rho_a S C_D v^2,$$
où $\rho_a = 1{,}2$ kg/m³ est la masse volumique de l'air, S est la section de la goutte perpendiculaire à sa vitesse, $C_D \approx 0{,}5$ est le coefficient de traînée et v est la vitesse de la goutte.
- La goutte atteint sa vitesse terminale (maximale) bien avant de toucher le sol.

A. [20 points] Faire le DCL-DCE de la goutte en chute libre dans le référentiel du sol, puis déterminer l'expression de son accélération en fonction de sa vitesse.

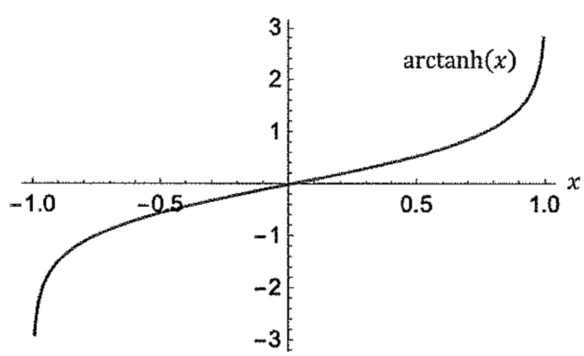
B. [15 points] Déterminer l'expression de la vitesse de la goutte en fonction du temps.

C. [15 points] Quelle est la vitesse du train v_T (en km/h) si vous mesurez un angle $\theta = 10°$?

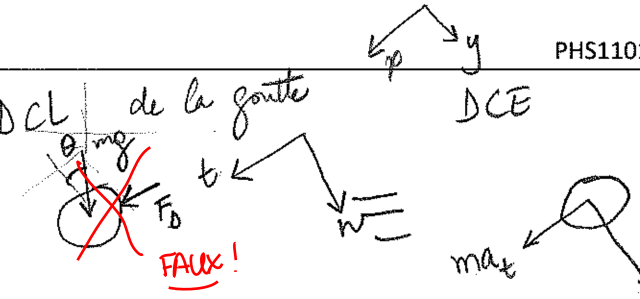
N.B. L'intégrale suivante pourrait vous être utile :

$$\int \frac{1}{a^2 - b^2x^2}dx = \frac{1}{ab}\operatorname{arctanh}\left(\frac{b}{a}x\right) + \text{Cste},$$

avec a et b des paramètres constants. La fonction $\operatorname{arctanh}(x)$ est la fonction arc tangente hyperbolique. Elle représentée sur la figure ci-contre.

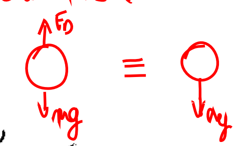


DCL de la goutte DCE



FAUX !

MAUVAISE COMPRÉHENSION DE LA PHYSIQUE :



Connu

$D_S = 0{,}002\,m$

$\rho_e = 1000\,kg/m^3$

$F_D = \frac{1}{2}\rho_a S C_D v^2$

$\rho_a = 1{,}2\,kg/m^3$

$C_D \simeq 0{,}5$

On cherche

expression de l'accélération en fonction de la vitesse

expression de la vitesse en fonction du temps

vitesse du train si $\theta = 10°$

A) 3/15

L'expression de l'accélération en fonction de la vitesse

$$\Sigma F_t = ma_t \;?!$$

$$-F_D - mg\sin\theta = ma_t$$

$$a_t = -\frac{F_D - mg\sin\theta}{m}$$

$m = \rho_e V$; $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

$m = \frac{1000 \times 4 \times 3{,}14 \times 0{,}0002}{3}$

$m = 25{,}12\,kg$

$$a_t = \frac{\frac{1}{2} \times 1{,}2 \times S \times 0{,}5\, v^2 - 25{,}12 \times 9{,}81\sin\theta}{25{,}12}$$

$$\boxed{a_t = \frac{0{,}3S v^2 - 246{,}42\sin\theta}{25{,}12}}$$

IL Y A UN DÉBUT D'IDÉE MAIS MAUVAISE COMPRÉHENSION

B) 5/15

L'expression de la vitesse de la goutte en fonction du temps :

$$\int_0^t dt = \int_0^V \frac{dV}{a(V)}$$

$\frac{1}{x^2} = \frac{x^{-2+1}}{-2+1} = -x^{-1}$

$$\int_0^t dt = \int_0^V \frac{25{,}12}{0{,}3S v^2 \cdot 246{,}42\sin\theta}\, dV \Rightarrow t = 25{,}12 \times \frac{1}{\sqrt{0{,}3S \times 246{,}42\sin\theta}} \operatorname{arctanh}\left(\frac{\sqrt{0{,}3S}}{\sqrt{246{,}42\sin\theta}}\, v\right)$$

alors on tire la vitesse $\Rightarrow \frac{\sqrt{0{,}3S \times 246{,}42\sin\theta}}{25{,}12}\, t = \operatorname{arctanh}\left(\frac{\sqrt{0{,}3S}}{\sqrt{246{,}42\sin\theta}}\, v\right)$

$$\frac{\sqrt{0{,}3S}}{\sqrt{246{,}42\sin\theta}}\, v = \tan\left(\frac{\sqrt{0{,}3S \times 246{,}42\sin\theta}}{25{,}12}\, t\right)$$

FAUX ! MAIS IL Y A DE LA COHÉRENCE DANS LA DÉMARCHE

$$\boxed{v = \tan\left(\frac{\sqrt{0{,}3S \times 246{,}42\sin\theta}}{25{,}12}\, t\right) \times \frac{\sqrt{246{,}42\sin\theta}}{\sqrt{0{,}3S}}}$$

c) La vitesse du train si $\theta = 10°$

0/15

Expression en fonction de la vitesse

$$\sum F_n = m\vec{a}_n$$

$$-mg\cos\theta = m a_n$$

$$-\cancel{m}g\cos\theta = \frac{\cancel{m}v^2}{\rho}$$

$$-g\cos\theta = \frac{v^2}{\rho} \Rightarrow v^2 = -\frac{g\cos\theta}{\rho}$$

$$v = \sqrt{\frac{-g\cos\theta}{\rho}}$$

en dérivant :

$$\vec{a}_n = \frac{dv}{dt}$$

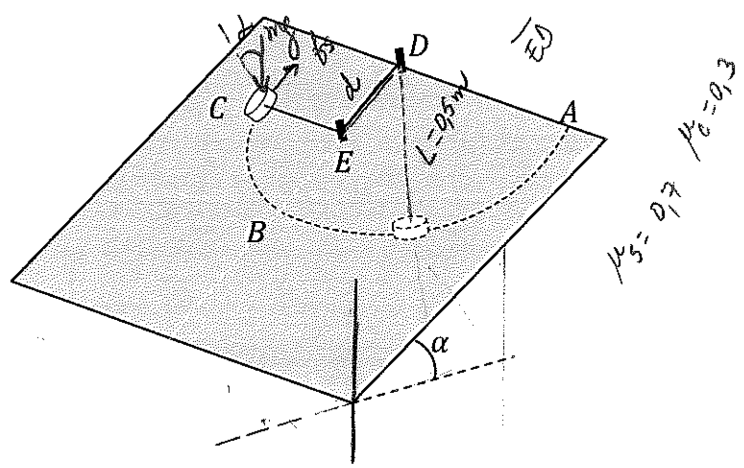
$$\vec{a}_n = \frac{dv}{dt}\left(\sqrt{\frac{-g\cos\theta}{\rho}}\right)$$

X NON!

Pas le temps de finir

Question 3 (50 points)

Sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale, on fait glisser un disque de masse $m = 1\ \mathrm{kg}$ et de dimensions négligeables. Le disque est attaché par une corde inextensible de longueur $L = 0{,}5\ \mathrm{m}$ à un clou D fixe.



Le disque est initialement posé immobile au point A de sorte que la corde soit horizontale et droite. À cette position, la tension de la corde est nulle.

Après lui avoir donné une toute petite poussée (négligeable), le disque se met à glisser sur le plan incliné décrivant un quart de cercle autour de D. Arrivé en B, la corde commence à s'enrouler sur un deuxième clou E situé à une distance $\overline{ED} = d$ du clou D. Le disque décrit alors un mouvement circulaire autour de E.

Les coefficients de frottements statique et cinétique entre le disque et le plan incliné sont $\mu_s = 0{,}7$ et $\mu_c = 0{,}3$.

- **A.** [10 points] Déterminer la valeur de l'angle α.
- **B.** [15 points] Déterminer la distance d sachant que le disque s'immobilise au point C après avoir décrit un quart de cercle autour de E.
- **C.** [25 points] Quelle est la variation du module de la tension de la corde entre les instants juste avant et juste après que celle-ci touche le clou E ?

Connu
$m = 1kg$
$L = 0,5 m$
$\mu_s = 0,7$
$\mu_c = 0,3$

On cherche
La valeur de α
La distance d qud le disque s'immobilise
variation du module de la tension de la corde

A. La valeur de l'angle α

A) 4

On étudie le cas statique.

$\Sigma F_p = ma_p$ 4

$mg \sin\alpha - fs = ma_p \rightarrow 0$ $fs = mg\cos\alpha$

$mg \sin\alpha = fs \rightarrow$

$\cancel{mg} \sin\alpha = \cancel{mg} \cos\alpha$

$\sin\alpha = \cos\alpha$

$\boxed{\alpha = 45^{o}}$

B. La distance d sachant que le disque s'immobilise au pt C après avoir décrit le quart de cercle autour de c

$\overline{DA} = 0,5 m$

$\overline{ED} = \overline{DA} - \overline{EC}$

On utilise le principe travail énergie : La tension a un travail nul car perpendiculaire à la trajectoire

L'énergie mécanique est conservée ?

2

fs devient cinétique =

$fk = 0,3 \times 1 \times 9,81 \times \cos 45° = 2,08$

3 $\Delta T + \Delta V = 0$

B) 6

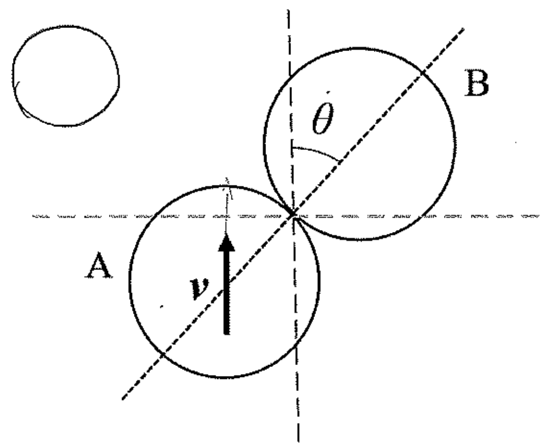
$\frac{1}{2}mv^2 + mg\Delta L = 0$ 1

$\frac{1}{2}mv^2 + mg(\overline{DE} - \overline{DA}) = 0$

Question 4 (50 points)

Une boule de billard A de masse m se déplace sur une table avec une vitesse initiale v orientée vers le haut (voir figure ci-dessous). Elle frappe une seconde boule B (de même masse et au repos) avec un angle de contact θ. La figure illustre la configuration juste avant l'impact.

Lors de la collision, la boule A exerce une impulsion δ sur la boule B. On suppose que la collision est élastique et l'on néglige tout frottement.



A. [15 points] Quelle(s) quantité(s) physique(s) pertinente(s) sont conservées pendant la collision ? Justifier votre réponse.

B. [25 points] Obtenir les expressions du vecteur vitesse de A et du vecteur vitesse de B immédiatement après la collision.

C. [10 points] Pour quelle(s) valeur(s) de l'angle de contact les boules ont-elles la même énergie cinétique immédiatement après la collision ?

10

A. Si la collision est élastique, alors l'énergie mécanique est conservée car il n'y a pas de perte d'énergie et aucune force externe intervient
La quantité de mouvement est aussi conservée car aucune force externe n'intervient non plus

B. Les expressions du vecteur vitesse A et du vecteur vitesse B après la collision

2

État 1 : vitesse des boules avant la collision
État 2 : vitesse après la collision

NON

$L_{0x} = L_{1x}$

et vu que la collision est élastique, les deux boules sont collées après la collision et ont la m̂ vitesse, car la qté de mouvement est conservée

$m_A v_A + m_B \vec{v}_B^{\,0 \text{ (au repos)}} = (m_A + m_B) v_f$

NON $v_A \neq v_B$ après

en x :

$-m_A v_A \sin\theta = (m_A + m_B) v_{fx}$

$v_{fx} = -\dfrac{m_A v_A \sin\theta}{m_A + m_B}$

en y :

$m_A v_A \cos\theta = (m_A + m_B) v_{fy}$

$v_{fy} = \dfrac{m_A v_A \cos\theta}{m_A + m_B}$

vu que $v_f = v_A = v_B = \left(-\dfrac{m_A v_A \sin\theta}{m_A + m_B}\vec{i} + \dfrac{m_A v_A \cos\theta}{m_A + m_B}\vec{j}\right)$

C. Les valeurs de l'angle de contact des boules qui ont la même énergie cinétique, il faut comparer les vitesses et tirer θ

0

Vu que la collision est élastique, $E_1 = E_2$

$\Delta T + \Delta V^{\,0} = 0$

PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs
Aide-mémoire

Moment d'une force :	$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$
Moment d'une force par rapport à un axe :	$\vec{M}_{OO'} = (\vec{M}_O \cdot \hat{u}_{OO'})\hat{u}_{OO'}$
Moment d'un couple :	$M = Fd$
Système force-couple équivalent :	$\vec{R} = \sum \vec{F}_i$
	$\vec{M}_O^R = \sum \vec{M}_i + \sum \vec{r}_{Oi} \times \vec{F}_i$
Équilibre statique :	$\sum \vec{F} = \vec{0}, \qquad \sum \vec{M}_O = \vec{0}$
Loi de Hooke :	$\vec{F} = -k(\vec{L} - \vec{L}_0)$
Frottement sec :	$f_{s,\max} = \mu_s N,$ $f_k = \mu_k N$
Pression :	$p = F_n/A, \qquad \tilde{p} = p - p_0$
Principe de Pascal :	$p_2 = p_1 + \rho g h$
Poussée d'Archimède :	$P_A = \rho g V$
Force hydrostatique sur une paroi :	$F_H = \dfrac{\rho g h A}{2}$
Variables du mouvement :	$\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}, \qquad \vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$
	$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v}dt$
	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a}dt$
Variables du mouvement (angulaires) :	$\omega = \dfrac{d\theta}{dt}, \qquad \alpha = \dfrac{d\omega}{dt}$
	$\theta = \theta_0 + \int_0^t \omega dt$
	$\omega = \omega_0 + \int_0^t \alpha dt$
Mouvement relatif :	$\vec{r}_{B/A} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$
	$\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$
	$\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A$

Mouvement uniformément accéléré :	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$
	$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \dfrac{1}{2}\vec{a}t^2$
	$v^2 = v_0^2 + 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$
Accélération non uniforme :	$\int_0^t dt = \int_{v_0}^{v} \dfrac{dv}{a(v)}$
	$\int_{v_0}^{v} v dv = \int_{x_0}^{x} a(x)dx$
Coordonnées polaires :	$\vec{r} = r\hat{u}_r$
	$\vec{v} = \dot{r}\hat{u}_r + r\dot{\theta}\hat{u}_t$
	$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{u}_t$
Coordonnées normale et tangentielle :	$\vec{v} = v\hat{u}_t$
	$\vec{a} = (v^2/\rho)\hat{u}_n + (dv/dt)\hat{u}_t$
	$\rho(x) = \dfrac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{\lvert d^2y/dx^2 \rvert}$
Deuxième loi de Newton :	$\sum \vec{F} = m\vec{a}_{CM}$
Mouvement contraint :	$\sum \Delta\ell_i = 0$
Travail d'une force :	$U = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$
Énergie cinétique (particule) :	$T = \dfrac{1}{2}mv^2$
Énergie potentielle :	$V_g = mgh$
	$V_{res} = \dfrac{1}{2}k(L - L_0)^2$
Énergie mécanique :	$E = T + V$
Principe travail-énergie :	$\sum U = \Delta T, \qquad \sum U_{nc} = \Delta E$
Puissance :	$\bar{P} = U/\Delta t, \qquad P = dU/dt = \vec{F} \cdot \vec{v}$
Rendement	$\eta = P_{\text{sortie}}/P_{\text{entrée}}$

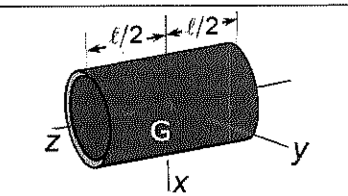
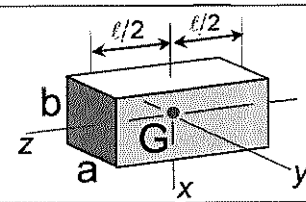
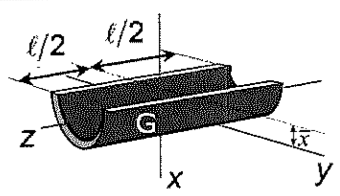
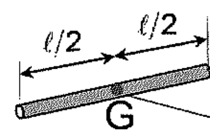
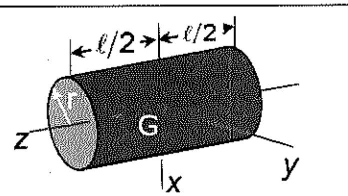
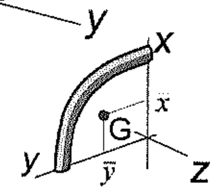
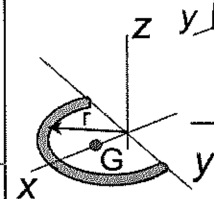
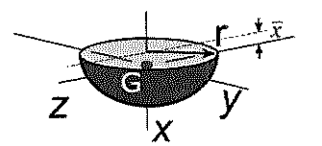
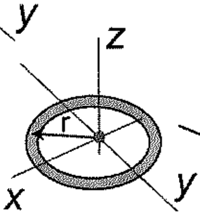
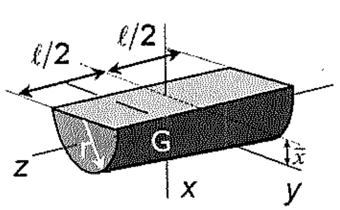
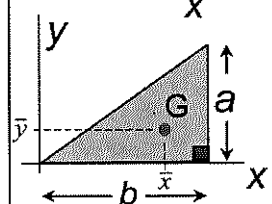
PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs
Aide-mémoire

Quantité de mouvement (QM) :	$\vec{L} = m\vec{v}$ $\vec{L} = M\vec{v}_{CM}$
Principe impulsion-QM :	$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
	$\Delta\vec{L} = \int \sum \vec{F}\, dt$
Force moyenne :	$\vec{F}_{\text{moy}}\Delta t = \int \vec{F} dt$
Centre de masse :	$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i\vec{r}_i}{\sum m_i}$
	$\vec{v}_{CM} = \frac{\sum m_i\vec{v}_i}{\sum m_i}$
	$\vec{a}_{CM} = \frac{\sum m_i\vec{a}_i}{\sum m_i}$
Moment d'inertie d'une particule :	$I_O = mR^2$
Rayon de giration :	$\kappa_O = \sqrt{I_O/m}$
Théorème des axes parallèles :	$I_{O'} = I_{O,CM} + md_{OO'}^2$
Moment cinétique :	$\vec{H}_O = \vec{r} \times m\vec{v}$
	$\vec{H}_O = I_O\vec{\omega}$
	$\vec{H}_O = \vec{r}_{CM} \times M\vec{v}_{CM} + \mathbf{I}_{CM}\vec{\omega}$
Principe impulsion-MC :	$\sum \vec{M}_O = \frac{d\vec{H}_O}{dt}$
	$\Delta\vec{H}_O = \int \sum \vec{M}_O\, dt$
Système à masse variable :	$\sum \vec{F} + \frac{dm}{dt}(\vec{v}_p - \vec{v}) = m\vec{a}$
Débit dans une conduite :	$\lvert dV/dt\rvert = Sv,$
	$\lvert dm/dt\rvert = \rho Sv$
Masse en fonction du temps :	$m = m_0 + \int_0^t \frac{dm}{dt} dt$
Force exercée par un courant de particules :	$\vec{F}_e = \lvert dm/dt\rvert\vec{v}_e$
	$\vec{F}_s = -\lvert dm/dt\rvert\vec{v}_s$

Vitesse de rotation :	$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
Décomposition translation-rotation :	$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A}$
Centre instantané de rotation :	$\omega = \frac{v_A}{r_{A/CIR}} = \frac{v_B}{r_{B/CIR}}$
Roulement sans glissement :	$\Delta r = R\Delta\theta$
	$v = \omega R$
	$a = \alpha R$
Deuxième loi de Newton en rotation :	$\sum \vec{M}_O = \vec{r}_{CM/O} \times M\vec{a}_{CM} + \mathbf{I}_{CM}\vec{\alpha}$
	$\sum \vec{M}_O = \mathbf{I}_O\vec{\alpha}$
Énergie cinétique d'un corps rigide :	$T = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2$
	$T = \frac{1}{2}I_O\omega^2$
Travail d'un couple :	$U = \int \vec{M} \cdot d\vec{\theta}$
Ressort de torsion :	$\vec{M}_{res} = -\kappa\Delta\vec{\theta}$
	$V_{res} = \frac{1}{2}\kappa(\Delta\theta)^2$
Puissance d'un couple :	$P = \vec{M} \cdot \vec{\omega}$

PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs

Formulaire de centre de masse et de moment d'inertie

Corps	Centre de masse	Moments d'inertie	Corps	Centre de masse	Moments d'inertie
		$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = mr^2$			$I_{xx} = \frac{1}{12}m(a^2 + \ell^2)$ $I_{yy} = \frac{1}{12}m(b^2 + \ell^2)$ $I_{zz} = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$
	$\bar{x} = \frac{2r}{\pi}$	$I_{xx} = \frac{1}{2}mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{yy} = \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2}\right)mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = \left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right)mr^2$	**CORPS MINCES** 		$I_{yy} = \frac{1}{12}m\ell^2$
		$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = \frac{1}{2}mr^2$		$\bar{x} = \bar{y} = \frac{2r}{\pi}$	$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}mr^2$ $I_{zz} = mr^2$
				$\bar{x} = \frac{2r}{\pi}$	$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}mr^2$ $I_{zz} = mr^2$ $*\bar{I}_{yy} = \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2}\right)mr^2$ $*\bar{I}_{zz} = \left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right)mr^2$
	$\bar{x} = \frac{3r}{8}$	$I_{xx} = \frac{2}{5}mr^2$ $I_{yy} = I_{zz} = \frac{83}{320}mr^2$			$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}mr^2$ $I_{zz} = mr^2$
	$\bar{x} = \frac{4r}{3\pi}$	$I_{xx} = \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{yy} = \left(\frac{1}{4} - \frac{16}{9\pi^2}\right)mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = \left(\frac{1}{2} - \frac{16}{9\pi^2}\right)mr^2$		$\bar{x} = \frac{2}{3}b$ $\bar{y} = \frac{1}{3}a$	$I_{xx} = \frac{1}{6}ma^2$ $I_{yy} = \frac{1}{2}mb^2$ Triangle rectangle mince

*Demi-cercle : les moments d'inertie avec une barre sont calculés par rapport à un axe qui passe par le centre de masse de l'objet.