POLYTECHNIQUE
MONTRÉAL

Cahier-réponses

Contrôle périodique 1

PHS1101

Sigle du cours

Identification de l'étudiant(e)		
Nom :	**Prénom :**	
Signature :	**Matricule :**	**Groupe :**

Réservé
Q1 : 15 **/50**
Q2 : 26 **/50**
Q3 : 27 **/50**
Q4 : 10 **/50**
Total : 78 / **200**

Sigle et titre du cours	***Groupe***	***Trimestre***
PHS1101 Mécanique pour ingénieurs	**Tous**	**Automne 2021**

Coordonnateur	***Courriel***
Jérémie Villeneuve	**Jeremie.villeneuve@polymtl.ca**

Jour	***Date***	***Durée***	***Heures***
Mardi	**5 octobre 2021**	**1 heure 50 minutes**	**18h30 à 20h20**

Directives particulières

- Vous vous engagez à faire cet examen **individuellement**.
- Détaillez les étapes de vos solutions. Une réponse sans justification ne vaut aucun point.
- Toute réponse finale doit être accompagnée des unités appropriées.
- Si vous pensez qu'il y a une erreur dans le questionnaire, répondez du mieux que vous pouvez.

Important

Cet examen contient 4 questions sur un total de 18 pages **(Excluant cette page)**.

La pondération de cet examen est de 25 %

Aucune documentation n'est permise.

Inscrire votre matricule sur toutes les pages numérotées.

Un aide-mémoire pour les formules vues en cours se trouve à la fin de ce cahier.

Les calculatrices non programmables sont permises.

L'étudiant doit honorer l'engagement pris lors de la signature du code de conduite.

No matricule :

Question 1 (50 points) – Questions conceptuelles et à réponses courtes

Répondez aux sous-questions suivantes en expliquant votre raisonnement. Les sous-questions A à D sont indépendantes les unes des autres.

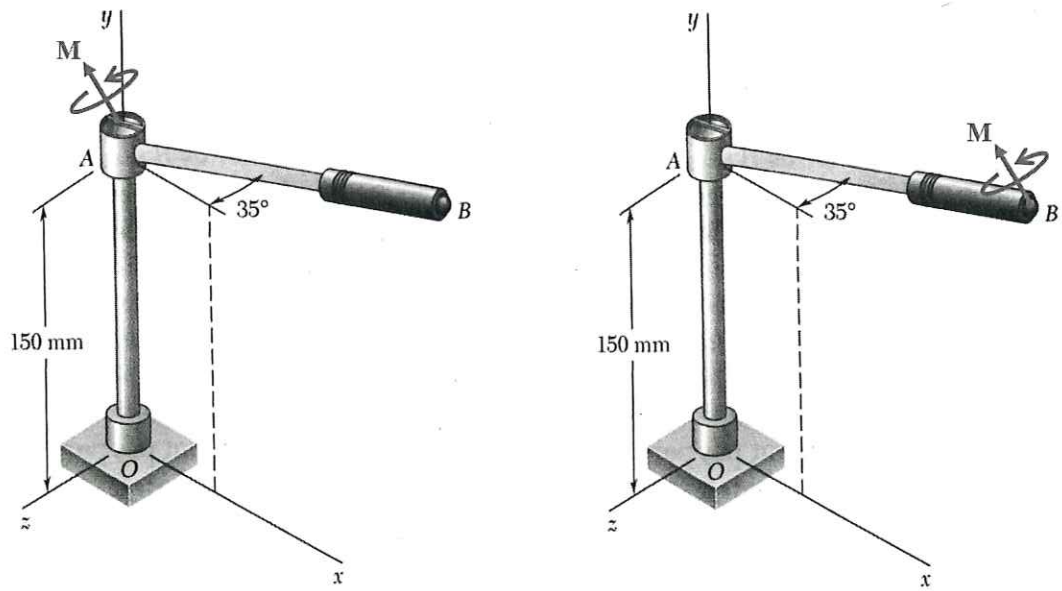
A. [10 pts] Vrai ou faux. Dans un fluide statique qui est soumis à la gravité, la pression augmente avec la profondeur : par conséquent, on ne peut pas affirmer que la pression dans ce fluide est isotrope. Justifiez.

//

B. [10 pts] Un bloc glisse sur une surface rugueuse horizontale. Pour chacune des forces ci-dessous, nommez la force qui complète la paire action-réaction :

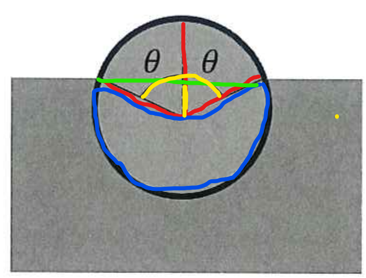
i. Le poids du bloc ;
ii. La force de frottement qui agit sur le bloc.

C. [10 pts] Considérez les deux situations ci-dessous, où un même couple M de module 20 N·m est appliqué à la pièce OAB que l'on suppose parfaitement rigide.



Vrai ou faux. Le couple produit les mêmes effets externes de translation et de rotation sur la pièce dans les deux situations. Justifiez.

D. [20 pts] Un billot de bois (masse volumique ρ_b) de forme cylindrique (rayon R et longueur L) flotte à la surface de l'eau (masse volumique ρ_e), tel qu'illustré sur la figure ci-contre. À partir de principes de la mécanique, obtenez l'équation qui permet de calculer l'angle θ. Présentez l'équation sous une forme simplifiée, mais ne tentez pas de la résoudre.



No matricule :

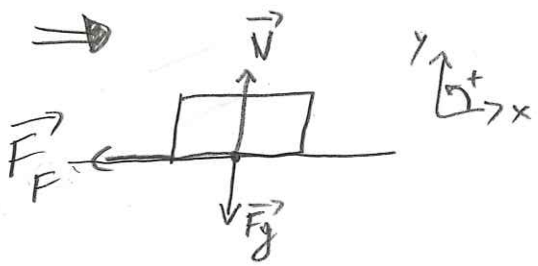
#1

A Il est vrai que la pression augmente avec la profondeur selon le principe de Pascal. Selon le principe de Pascal, la pression est la même à un endroit. Isotrope signifique qu'elle est parallèle?! On peut affirmer qu'elle est isotrope (Fausse). ↳ C'est un scalaire!

3

B ⇒

i)



Les forces sont la force gravitationnelle et la force ~~normale~~ qui complètent l'action-réaction. −5

0

ii) Pour qu'un bloc glisse sur une surface rugueuse, il faut qu'il ait une certaine force qui la pousse dans le sens ~~opposé~~ à la force de frottement et avec une ~~certaine~~ vitesse. −5

C $M = 20\ N \cdot m$

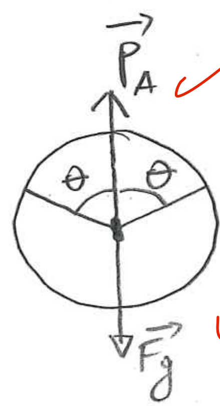
0

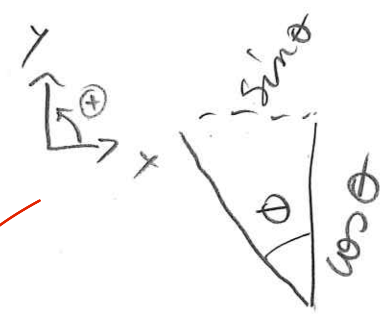
No matricule :

D Billot bois Eau

ρ_b ρ_e

12 $\pi R^2 h \Rightarrow$ Cylindre





$$\sum \vec{F_y} = \vec{0} = \vec{P_A} + \vec{F_g}$$

$$\vec{P_A} = -\vec{F_g}$$

Vecteurs -1

$$m = \rho_b \cdot V_b \text{ — } \pi R^2 \cdot h$$

$$h = \cancel{\cos}\theta \cdot 2$$

$$\rho_e \cdot g \cdot V_{submergé} = m\, g$$

L -1

$$\rho_e \cdot g \cdot V_{submergé} = m \cdot \pi \cdot R^2 \cdot 2\cancel{\cos}\theta \cdot g$$

= ? -6

No matricule :

No matricule :

Question 2 (50 points)

On applique une force $F = 200$ N sur l'extrémité du manche d'une valve afin de la fermer.

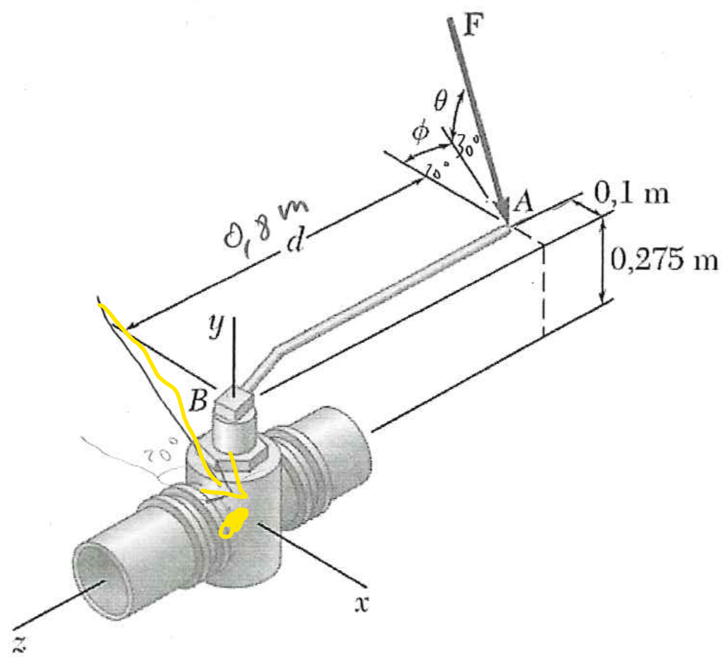
La forme et les dimensions de la valve sont indiquées sur la figure ci-dessous. L'orientation de la force F est donnée par $\theta = 30°$ et $\phi = 20°$. On donne $d = 0{,}8$ m.

Déterminer, en utilisant le système d'axes de la figure :

A. [15 pts] L'expression de la force $\vec{F}$. — $\hat{u}_{FB}$?

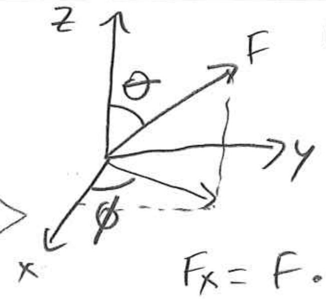
B. [20 pts] Le système force-couple équivalent de $\vec{F}$ au point B.

C. [15 pts] Le moment de $\vec{F}$ par rapport à l'axe z.



No matricule :

Notes de cours



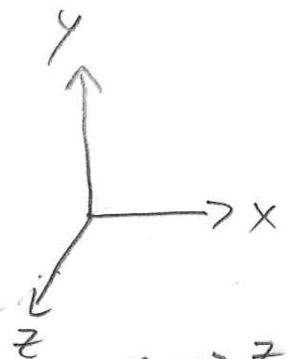
$F_x = F \cdot \sin\theta \cos\theta$
$F_y = F \cdot \sin\theta \sin\theta$
$F_z = F \cdot \cos\theta$

θ = angle sens horaire avec axe z
ϕ = angle sens antihoraire axe x

#2

A Coordonnées de F

$F = 200\ N$



θ = angle sens horaire axe y
ϕ = angle sens antihoraire axe z

$x \to z$
$y \to x$
$z \to y$

$\theta = 90 - 30 = \boxed{60^\circ}$
$\phi = 90 + (90 - 20)$
$= 160^\circ$

$F_z = 200 \cdot \sin 60 \cancel{\cos 160} = -162{,}76\ N$ −3
$F_x = 200 \cdot \sin 60 \cancel{\sin 160} = 59{,}24\ N$ −3
$F_y = -200 \cdot \cos 60 = -100\ N$

$\vec{F} = (59{,}24\ \vec{i} \cancel{+} 100\ \vec{j} - 162{,}76\ \vec{k})\ N$
−2

B $\vec{F_R} = \vec{F} = (59{,}24\ \vec{i} + 100\ \vec{j} - 162{,}76\ \vec{k})\ N$

$\vec{M}_{F/B} = \vec{r}_{BF} \times \vec{F}$
−4
$(-0{,}1\ \vec{i} + 0{,}275\ \vec{j} - 0{,}8\ \vec{k})$

$$\begin{vmatrix} -0{,}1 & 0{,}275 & -0{,}8 \\ 59{,}24 & 100 & -162{,}76 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 0{,}275 & -0{,}8 \\ 100 & -162{,}76 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -0{,}1 & -0{,}8 \\ 59{,}24 & -162{,}76 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -0{,}1 & 0{,}275 \\ 59{,}24 & 100 \end{vmatrix}$$

No matricule :

$$\vec{M}_{F/B} = (35,241\,\vec{i} - 63,668\,\vec{j} - 26,291\,\vec{k})\ \text{N}\cdot\text{m}$$

−1

C $\vec{M}_{F/z} \Rightarrow \vec{M}_{Fz} = (\vec{M}_F \cdot \hat{u}_{Fz}) \cdot \hat{u}_{Fz}$

o Trouver $\hat{u}_{Fz} \Rightarrow (0,0,1)$ car vecteur unitaire gisant s/m en z.

$$\vec{M}_{Fz} = [(35,241 - 63,668 - 26,291)\cdot(0+0+1)]\cdot(0+0+1)$$

−10 $= (0\,\vec{i} + 0\,\vec{j} - 26,291\,\vec{k})\cdot(0+0+1)$

$= 0\,\vec{i} + 0\,\vec{j} - 26,291\,\vec{k}$ N.m

−1

No matricule :

No matricule :

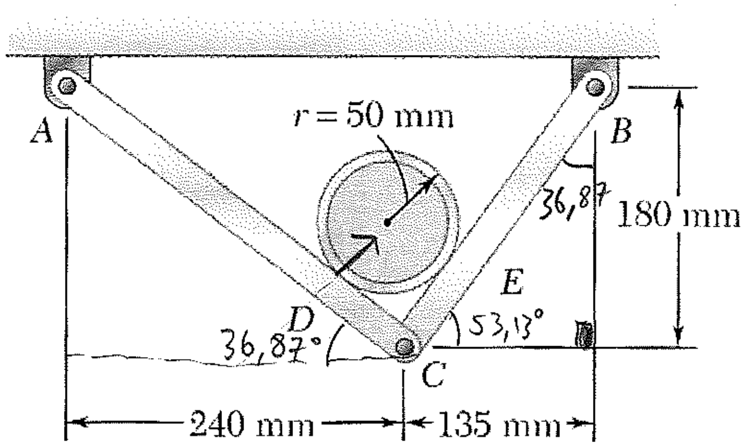
Question 3 (50 points)

Un cylindre de masse $m = 30$ kg repose sur une structure composée de deux membrures accrochées au plafond tel que représenté sur la figure ci-dessous. Les dimensions des membrures et du disque sont représentées sur la figure.

A. [20 pts] Faire le DCL :
   i. Des deux membrures avec le disque ;
   ii. Du disque ;
   iii. De la membrure AC ;
   iv. De la membrure BC.

B. [15 pts] Déterminer les modules des réactions de la structure sur le disque en D et en E.

C. [15 pts] Déterminer le module de la réaction du pivot C.

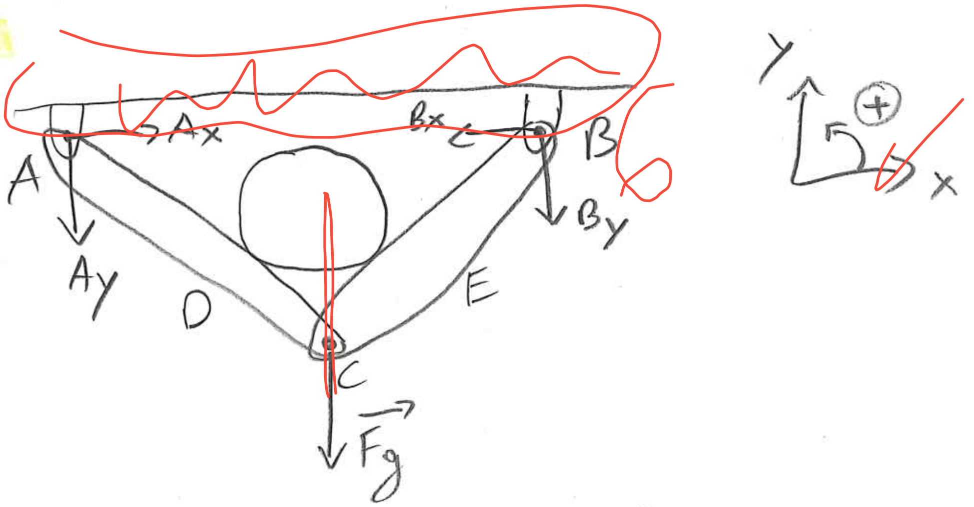


No matricule :

#3

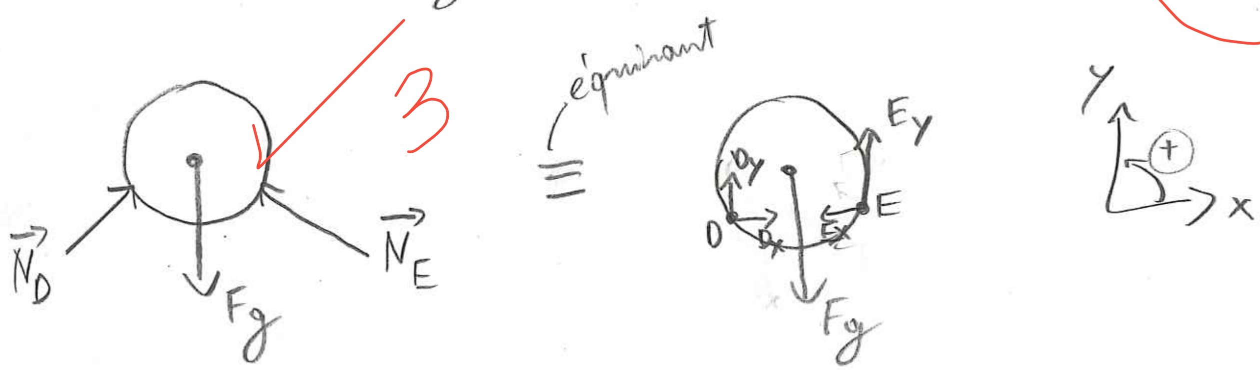
A

i)

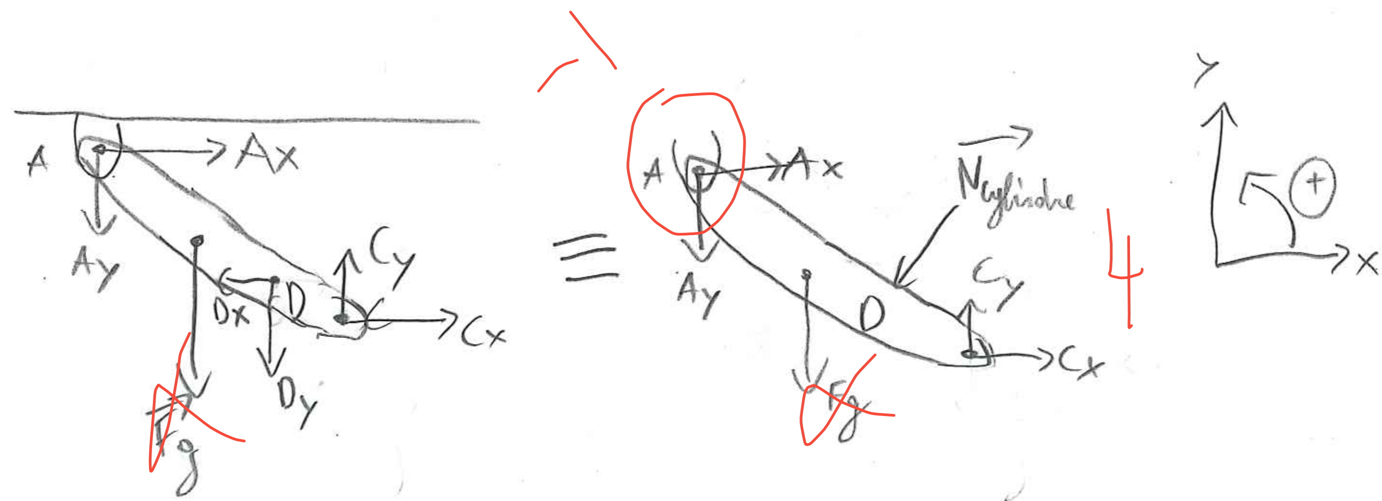


16

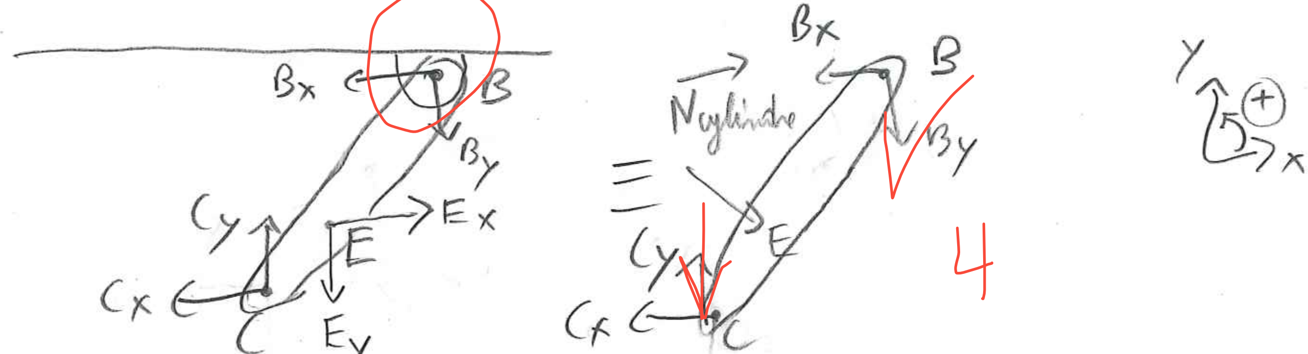
ii)



iii)



iv)

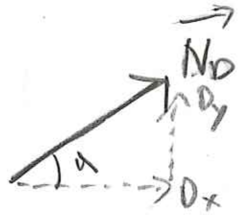


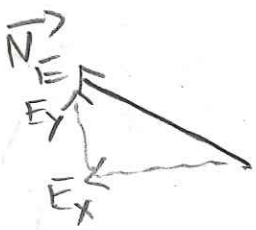
No matricule :

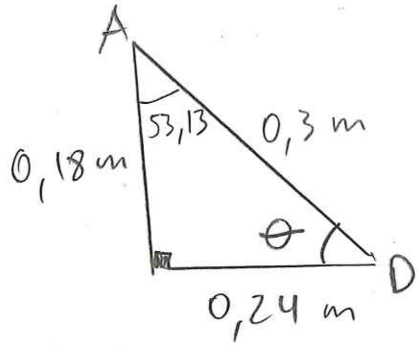
B D_x et D_y = ? E_x et E_y = ?

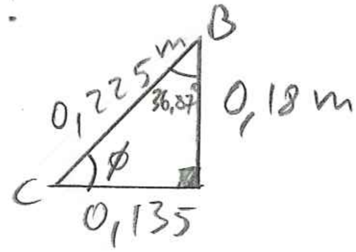
$m = 30$ kg

Selon (i)









$$\frac{0,225}{\sin 90} = \frac{0,18}{\sin \phi}$$

$\phi = 53,13°$

$$\frac{0,3}{\sin 90} = \frac{0,18}{\sin \theta}$$

$\theta = 36,87°$

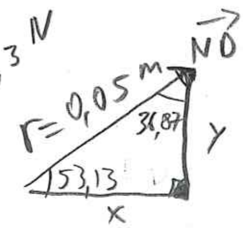
2

$$\sum \vec{M_E} = \vec{0} = \vec{M_D} + \vec{M_{F_g}}$$

$m \cdot g = 294,3$ N

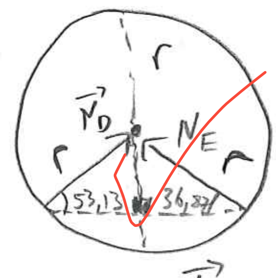
$$\vec{r_{ED}} \times \vec{N_D} \qquad \vec{r_{EF_g}} \times \vec{F_g}$$

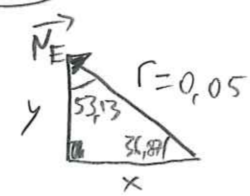
$$-(2,29 + 1,72)\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k} \qquad (-2,29\vec{i} + 0,05\vec{j} + 0\vec{k})$$



$$\frac{x}{\sin 36,87} = \frac{0,05}{\sin 90}$$

$x = 1,72$ m





$$\frac{x}{\sin 53,13} = \frac{0,05}{\sin 90}$$

$x = 2,29$ m

1

$$\begin{vmatrix} -4,01 & 0 & 0 \\ N_{Dx} & N_{Dy} & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -2,29 & 0,05 & 0 \\ 0 & -294,3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\vec{M_D} = (0\vec{i} + 0\vec{j} - 4,01\, N_{Dy}\vec{k})\, \text{N·m} + \vec{M_{F_g}} = (0\vec{i} + 0\vec{j} + 673,947\vec{k})\, \text{N·m}$$

$$0 = -4,01\, N_{Dy} + 673,947$$

$$N_{Dy} = 168,07 \text{ N}$$

9

No matricule :

$$\sum \vec{F_y} = \vec{0} = \vec{N_{D_y}} - \vec{F_g} + \vec{N_{E_y}}$$

$$0 = 168{,}07 - 294{,}3 + N_{E_y}$$

$$N_{E_y} = 126{,}23\ N$$

Pour trouver N_{Dx} et N_{Ex} → On fait la

$$\sum \vec{M_D} = \vec{0} = \vec{M_{F_g}} + \vec{M_E}$$

$$\vec{r_{DF_g}} \times \vec{F_g} \qquad \vec{r_{DE}} \times \vec{N_E}$$

$$(1{,}72\vec{i} + 0{,}05\vec{j} + 0\vec{k}) \qquad (1{,}72 + 2{,}29)\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$$

$$\begin{vmatrix} 1{,}72 & 0{,}05 & 0 \\ 0 & -294{,}3 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 4{,}01 & 0 & 0 \\ N_{Ex} & N_{E_y} & 0 \end{vmatrix}$$

⇒ On isole N_{Ex} (Pas le temps pour continuer, je décris ce qu'il faut faire)

$$\Rightarrow \sum \vec{F_x} = \vec{0} = N_{Dx} - N_{Ex}$$

$$N_{Dx} = N_{Ex}$$

⇒ On trouve N_{Dx} →

Page manquante ajoutée

c) On utilise iii)

Fictif : $D_x = -100\,N$

$D_y = 200\,N$

$$\sum \vec{M_A} = \cancel{\vec{M}_{Fg}} + \vec{M_D} + \vec{M_C}$$ ✓ 2

$$\vec{r}_{AFg} \times \vec{F_g} + \vec{r}_{AD} \times \vec{N_D} + \vec{r}_{AC} \times \vec{C}$$

⇒ Isoler la composante de C_y

$$\Rightarrow \sum \vec{F_y} = 0 = -\vec{F_g} + C_y - N_{Dy}$$

$$C_y = F_g + N_{Dy}$$ ✗

$$\Rightarrow \sum \vec{F_x} = \vec{0} = D_x - C_x$$

$$C_x = D_x$$

10/50

No matricule :

Question 4 (50 points)

Un bloc homogène en béton (ρ_b = 1,44 g/cm³) ayant la forme d'un prisme triangulaire, tel qu'illustré dans le schéma ci-dessous, permet de retenir un certain volume d'eau (ρ_e = 1 g/cm³) le long de sa profondeur.

Le bloc a une hauteur de 9 m, une base de 3 m et une profondeur de 15 m. La distance entre le centre de masse G du bloc et chacun de ses côtés horizontal et vertical est égale au tiers de la longueur de ces mêmes côtés. Le bloc repose sur le sol horizontal sans y être fixé. Les coefficients de frottement entre le sol et le bloc sont $\mu_s = 0{,}9$ et $\mu_k = 0{,}5$.

On s'intéresse ici au mouvement du bloc lorsqu'on augmente progressivement le niveau d'eau. On souhaite déterminer ce qui survient en premier :

- Le bloc bascule autour du point A ;

OU

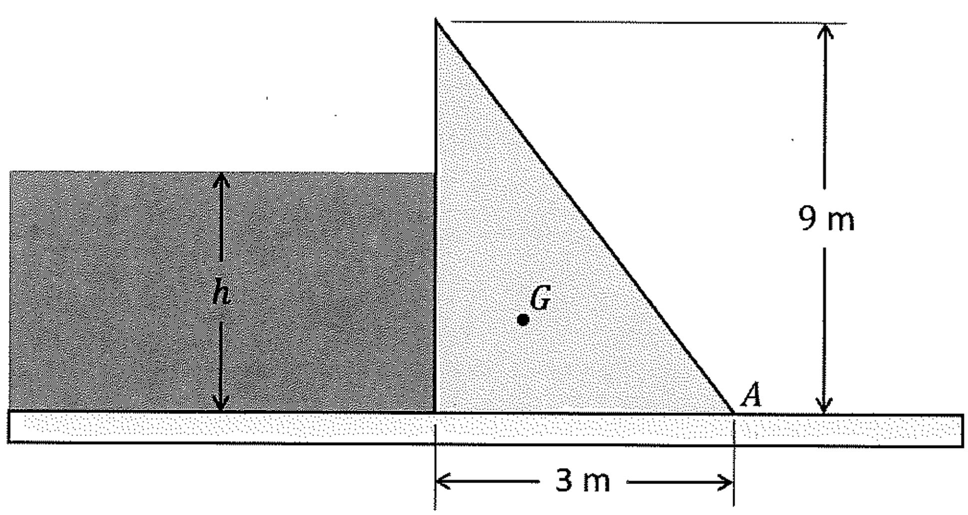
- Le bloc se met à glisser sur le sol.

A. [10 pts] Faites le DCL du bloc de béton en supposant qu'il est sur le point de basculer autour de A.

B. [20 pts] Quelle est la hauteur maximale d'eau que le bloc peut supporter sans basculer autour de A ?

C. [15 pts] Quelle est la hauteur maximale d'eau que le bloc peut supporter sans glisser sur le sol ?

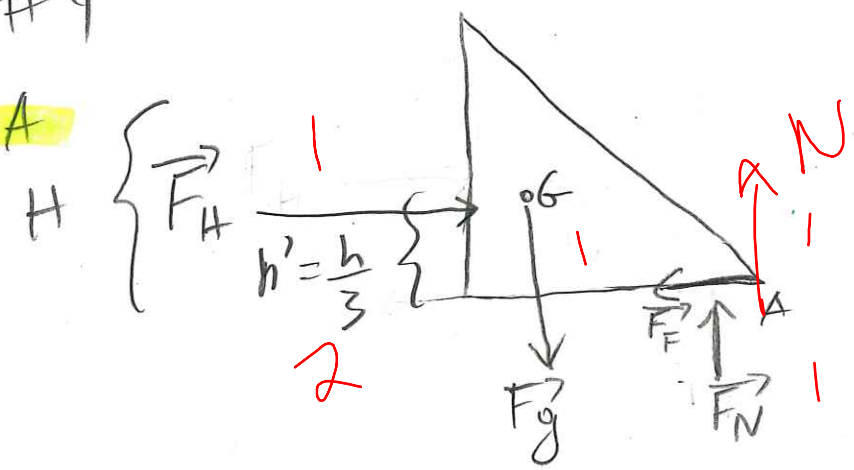
D. [5 pts] Est-ce que le bloc bascule ou glisse en premier ?



No matricule :

4

A



2

8/10

$F_g = mg$
$= \rho V g$

B

$$F_H = \frac{\rho_e \cdot g \cdot h \cdot A}{2}$$

$$= \frac{1 \cdot 9{,}81 \cdot h \cdot (\cancel{A})}{2} \quad \cancel{=200\,(fdtf)}$$

$$\sum \vec{F_x} = \vec{0} = \vec{F_H} - \vec{F_F}$$

$$\vec{F_H} = \vec{F_F}$$
$$= \mu_s \cdot N \quad N = mg$$
$$= 0{,}9 \cdot mg$$
$$= 0{,}9 \cdot \rho_b \cdot V \cdot g$$
$$= 0{,}9 \cdot 1{,}44 \cdot (9 \cdot 3 \cdot 15) \cdot 9{,}81$$
$$\vec{F_H} = 5149{,}07\ N$$

2

isoler h

2/20

No matricule :

No matricule :

PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs
Aide-mémoire

Moment d'une force :	$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$	Mouvement uniformément accéléré :	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$
Moment d'une force par rapport à un axe :	$\vec{M}_{OO'} = (\vec{M}_O \cdot \hat{u}_{OO'})\hat{u}_{OO'}$		$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$
Moment d'un couple :	$M = Fd$		$v^2 = v_0^2 + 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$
Système force-couple équivalent :	$\vec{R} = \sum \vec{F}_i$	Accélération non uniforme :	$\int_0^t dt = \int_{v_0}^{v} \frac{dv}{a(v)}$
	$\vec{M}_O^R = \sum \vec{M}_i + \sum \vec{r}_{Oi} \times \vec{F}_i$		$\int_{v_0}^{v} v dv = \int_{x_0}^{x} a(x) dx$
Équilibre statique :	$\sum \vec{F} = \vec{0}, \qquad \sum \vec{M}_O = \vec{0}$	Coordonnées polaires :	$\vec{r} = r\hat{u}_r$
Loi de Hooke :	$\vec{F} = -k(\vec{L} - \vec{L}_0)$		$\vec{v} = \dot{r}\hat{u}_r + r\dot{\theta}\hat{u}_t$
Frottement sec :	$f_{s,\max} = \mu_s N,$ $f_k = \mu_k N$		$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{u}_t$
Pression :	$p = F_n/A, \qquad \tilde{p} = p - p_0$	Coordonnées normale et tangentielle :	$\vec{v} = v\hat{u}_t$
Principe de Pascal :	$p_2 = p_1 + \rho g h$		$\vec{a} = (v^2/\rho)\hat{u}_n + (dv/dt)\hat{u}_t$
Poussée d'Archimède :	$P_A = \rho g V$		$\rho(x) = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{\lvert d^2y/dx^2 \rvert}$
Force hydrostatique sur une paroi :	$F_H = \frac{\rho g h A}{2}$	Deuxième loi de Newton :	$\sum \vec{F} = m\vec{a}_{CM}$
Variables du mouvement :	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	Mouvement contraint :	$\sum \Delta\ell_i = 0$
	$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v} dt$	Travail d'une force :	$U = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$
	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a} dt$	Énergie cinétique (particule) :	$T = \frac{1}{2}mv^2$
Variables du mouvement (angulaires) :	$\omega = \frac{d\theta}{dt}, \qquad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$	Énergie potentielle :	$V_g = mgh$
	$\theta = \theta_0 + \int_0^t \omega dt$		$V_{res} = \frac{1}{2}k(L - L_0)^2$
	$\omega = \omega_0 + \int_0^t \alpha dt$	Énergie mécanique :	$E = T + V$
Mouvement relatif :	$\vec{r}_{B/A} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$	Principe travail-énergie :	$\sum U = \Delta T, \qquad \sum U_{nc} = \Delta E$
	$\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$	Puissance :	$\bar{P} = U/\Delta t, \qquad P = dU/dt = \vec{F} \cdot \vec{v}$
	$\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A$	Rendement	$\eta = P_{\text{sortie}}/P_{\text{entrée}}$

PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs
Aide-mémoire

Quantité de mouvement (QM) :	$\vec{L}=m\vec{v}$ $\vec{L}=M\vec{v}_{CM}$
Principe impulsion-QM :	$\sum \vec{F}=\dfrac{d\vec{L}}{dt}$
	$\Delta\vec{L}=\int \sum \vec{F}\,dt$
Force moyenne :	$\vec{F}_{\text{moy}}\Delta t=\int \vec{F}\,dt$
Centre de masse :	$\vec{r}_{CM}=\dfrac{\sum m_i\vec{r}_i}{\sum m_i}$
	$\vec{v}_{CM}=\dfrac{\sum m_i\vec{v}_i}{\sum m_i}$
	$\vec{a}_{CM}=\dfrac{\sum m_i\vec{a}_i}{\sum m_i}$
Moment d'inertie d'une particule :	$I_O=mR^2$
Rayon de giration :	$\kappa_O=\sqrt{I_O/m}$
Théorème des axes parallèles :	$I_{O'}=I_{O,CM}+md_{OO'}^2$
Moment cinétique :	$\vec{H}_O=\vec{r}\times m\vec{v}$
	$\vec{H}_O=I_O\vec{\omega}$
	$\vec{H}_O=\vec{r}_{CM}\times M\vec{v}_{CM}+\mathbf{I}_{CM}\vec{\omega}$
Principe impulsion-MC :	$\sum \vec{M}_O=\dfrac{d\vec{H}_O}{dt}$
	$\Delta\vec{H}_O=\int \sum \vec{M}_O\,dt$
Système à masse variable :	$\sum \vec{F}+\dfrac{dm}{dt}(\vec{v}_p-\vec{v})=m\vec{a}$
Débit dans une conduite :	$\lvert dV/dt\rvert=Sv,$
	$\lvert dm/dt\rvert=\rho Sv$
Masse en fonction du temps :	$m=m_0+\int_0^t \dfrac{dm}{dt}dt$
Force exercée par un courant de particules :	$\vec{F}_e=\lvert dm/dt\rvert\vec{v}_e$
	$\vec{F}_s=-\lvert dm/dt\rvert\vec{v}_s$

Vitesse de rotation :	$\vec{v}=\vec{\omega}\times\vec{r}$
Décomposition translation-rotation :	$\vec{v}_B=\vec{v}_A+\vec{\omega}\times\vec{r}_{B/A}$
Centre instantané de rotation :	$\omega=\dfrac{v_A}{r_{A/CIR}}=\dfrac{v_B}{r_{B/CIR}}$
Roulement sans glissement :	$\Delta r=R\Delta\theta$
	$v=\omega R$
	$a=\alpha R$
Deuxième loi de Newton en rotation :	$\sum \vec{M}_O=\vec{r}_{CM/O}\times M\vec{a}_{CM}+\mathbf{I}_{CM}\vec{\alpha}$
	$\sum \vec{M}_O=\mathbf{I}_O\vec{\alpha}$
Énergie cinétique d'un corps rigide :	$T=\dfrac{1}{2}Mv_{CM}^2+\dfrac{1}{2}I_{CM}\omega^2$
	$T=\dfrac{1}{2}I_O\omega^2$
Travail d'un couple :	$U=\int \vec{M}\cdot d\vec{\theta}$
Ressort de torsion :	$\vec{M}_{res}=-\kappa\Delta\vec{\theta}$
	$V_{res}=\dfrac{1}{2}\kappa(\Delta\theta)^2$
Puissance d'un couple :	$P=\vec{M}\cdot\vec{\omega}$

Géométrie

$$\frac{\sin\alpha}{a}=\frac{\sin\beta}{b}=\frac{\sin\gamma}{c}$$
$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos\gamma$$

	Aire	Volume
Cylindre (rayon r, longueur L)	$2\pi rL$ (sans la base)	πr^2L
Sphère (rayon r)	$4\pi r^2$	$\dfrac{4\pi r^3}{3}$
Cône circulaire (rayon r, hauteur h)	$\pi r\sqrt{r^2+h^2}$ (sans la base)	$\dfrac{\pi r^2h}{3}$