



POLYTECHNIQUE  
MONTRÉAL

## Cahier-réponses Contrôle périodique 1

**PHS1101**

Sigle du cours

Identification de l'étudiant(e)		
Nom : <i>Podgou'a</i>	Prénom : <i>Andi</i>	
Signature : <i>Andi Podgou'a</i>	Matricule : <i>1955913</i>	Groupe :

Sigle et titre du cours		Groupe	Trimestre
PHS1101 Mécanique pour ingénieurs		Tous	Hiver 2023
Coordonnateur		Courriel	
Djamel Seddaoui		djamel.seddaoui@polymtl.ca	
Jour	Date	Durée	Heures
Vendredi	10 février 2023	1 heure 50 minutes	18h30 à 20h20

Directives particulières
<ul style="list-style-type: none"><li>Vous vous engagez à faire cet examen <b>individuellement</b>.</li><li>Détaillez les étapes de vos solutions. Une réponse sans justification ne vaut aucun point.</li><li>Toute réponse finale doit être accompagnée des unités appropriées.</li><li>Si vous pensez qu'il y a une erreur dans le questionnaire, répondez du mieux que vous pouvez.</li></ul>

Important
Cet examen contient <b>4</b> questions sur un total de <b>17</b> pages (excluant cette page).
La pondération de cet examen est de <b>25</b> %.
Aucune documentation n'est permise.
Un aide-mémoire pour les formules vues en cours se trouve à la fin de ce cahier.
Les calculatrices non programmables sont permises.

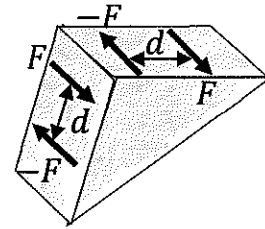
Réservé
Q1 : <i>19</i> /50
Q2 : <i>47</i> /50
Q3 : <i>30</i> /50
Q4 : <i>31</i> /50
Total :  <i>127</i> <hr/> <b>200</b>

L'étudiant doit honorer l'engagement pris lors de la signature du code de conduite.

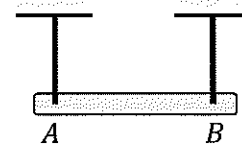
**Question 1 (50 points) – Questions conceptuelles et à réponses courtes**

Répondez aux sous-questions suivantes en expliquant votre raisonnement. Les sous-questions A à D sont indépendantes les unes des autres.

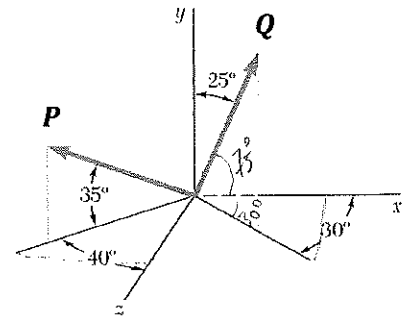
- A. [10 pts] Vrai ou faux : Les deux couples formés des mêmes forces de la figure 3D ci-contre sont équivalents. Justifiez votre réponse.



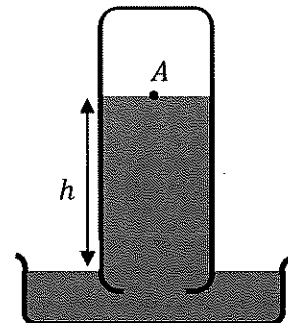
- B. [10 pts] Vrai ou faux : La pièce rigide AB suspendue au plafond à l'aide de deux cordes telle que représentée sur la figure ci-contre peut être considérée comme une membrure à deux forces. Justifiez votre réponse.



- C. [20 pts] Déterminer les composantes des forces  $P = 100 \text{ N}$  et  $Q = 100 \text{ N}$  représentées sur la figure ci-contre.



- D. [10 pts] Quelle est la pression manométrique  $\tilde{P}_A$  de l'air contenu à l'intérieur de l'abreuvoir à oiseau (point A) tel que schématisé sur la figure ci-contre si  $h = 10 \text{ cm}$ ? La masse volumique de l'eau vaut  $1000 \text{ kg/m}^3$ .



Force  
La résultante des forces et l'addition des moments de forces nous donnent un système de force couple équivalent

$$\vec{R} = \sum \vec{F}_i \quad M_O^R = \sum \vec{M}_i + \sum \vec{r}_{Oi} \times \vec{F}_i$$

B) Une membrane à deux forces et une membrane dont 2 forces agissent en 1 point ex:

Pas forcément.



C)  $P = 100 \text{ N}$      $Q = 100 \text{ N}$

$$\vec{P} = \begin{cases} P_x = -100 \cdot \cos 35 \cdot \sin 40 = -52,65 \text{ N} \\ P_y = 100 \cdot \sin 35 = 57,36 \text{ N} \\ P_z = 100 \cdot \cos 35 \cdot \cos 40 = 62,75 \text{ N} \end{cases} \quad \vec{Q} = \begin{cases} Q_x = 100 \cdot \cos 75 \cdot \cos 30 = 22,41 \text{ N} \\ Q_y = 100 \cdot \sin 75 = 96,59 \text{ N} \\ Q_z = -100 \cdot \sin 30 = -50 \text{ N} \end{cases}$$

D)  $h = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$

$\rho_e = 1000 \text{ kg/m}^3$

$$\rho_a \cdot \frac{\pi d^2}{4}$$

$P_z = P_1 + \rho g h$

$P_z = 0 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,1$

$= -981 \text{ N}$

Matricule : \_\_\_\_\_

PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs

Contrôle périodique 1 – Hiver 2023

---

Matricule : 1955913

PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs

Contrôle périodique 1 – Hiver 2023

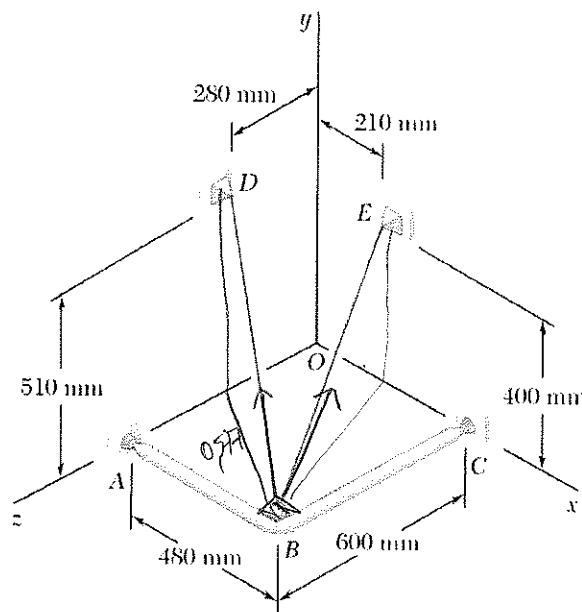
**Question 2 (50 points)**

Une armature horizontale ABC, pliée en B à angle droit, est supportée par une corde élastique DBE, comme illustré sur la figure ci-dessous.

La corde DBE passe dans l'anneau en B dans lequel elle ne subit aucun frottement. Sa longueur totale naturelle est  $L_0 = 1$  m et sa constante d'élasticité est  $k = 177$  N/m.

Déterminer :

- A. [20 pts] La tension  $T$  dans la corde.
- B. [20 pts] Le système force-couple équivalent au point A des forces qu'exerce la corde sur l'armature ABC.
- C. [10 pts] Le moment de force qu'exerce la corde par rapport à l'axe AC.

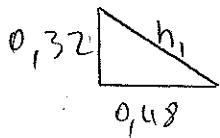


$$L_0 \text{ corde} = 1 \text{ m} \quad k = 177 \text{ N/m}$$

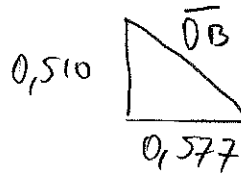
A)  $T = ?$  Par la loi de Hooke :  $\vec{F} = \vec{T} = -k (\vec{L} - \vec{L}_0)$

Trouver  $\vec{L}$  par la géométrie

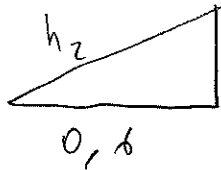
1) Trouver  $\overline{DB}$



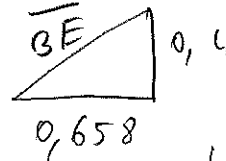
$$h_1 = \sqrt{0,32^2 + 0,48^2} = 0,577 \text{ m}$$



$$\overline{DB} = \sqrt{0,510^2 + 0,577^2} = 0,77 \text{ m}$$



$$h_2 = 0,658 \text{ m}$$



$$\overline{BE} = 0,77 \text{ m}$$

$$L = \overline{DB} + \overline{BE} = 1,54 \text{ m}$$

A) 20

$$T = -177 (1,54 - 1) = -95,58 \text{ N} \Rightarrow 95,58 \text{ N}$$

B)  $\sum \vec{M}_A^R = (\vec{r}_{AB} \times \vec{T}_{BD}) + (\vec{r}_{AB} \times \vec{T}_{BE})$

$$\vec{T}_{BD} = T \cdot \hat{u}_{BD} = 95,58 \cdot \begin{bmatrix} -0,623 \\ 0,662 \\ -0,416 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -59,5 \\ 63,27 \\ -39,76 \end{bmatrix} \text{ N}$$

$$\vec{T}_{BE} = T \cdot \hat{u}_{BE} = 95,58 \cdot \begin{bmatrix} -0,351 \\ 0,519 \\ -0,779 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -33,55 \\ 49,6 \\ -74,46 \end{bmatrix} \text{ N}$$

$$\begin{aligned} \sum \vec{M}_A^R &= \begin{bmatrix} 0,48 & 0 & 0 \\ -59,5 & 63,27 & -39,76 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,48 & 0 & 0 \\ -33,55 & 49,6 & -74,46 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ -19,02 \\ 30,37 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -35,74 \\ 23,81 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -54,82 \\ 54,18 \end{bmatrix} \text{ N.m} \end{aligned}$$

B) 18

$$\begin{aligned} \text{Point B} &= \begin{bmatrix} 0,48 \\ 0,6 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \text{Point D} &= \begin{bmatrix} 0,51 \\ 0,28 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \text{Point E} &= \begin{bmatrix} 0,21 \\ 0,4 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \hat{u}_{BD} &= \frac{-0,48\vec{i} + 0,51\vec{j} - 0,32\vec{k}}{\sqrt{0,48^2 + 0,51^2 + 0,32^2}} = \begin{bmatrix} -0,623 \\ 0,662 \\ -0,416 \end{bmatrix} \rightarrow 0,77 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{u}_{BE} &= \frac{-0,27\vec{i} + 0,4\vec{j} - 0,6\vec{k}}{\sqrt{0,27^2 + 0,4^2 + 0,6^2}} = \begin{bmatrix} -0,351 \\ 0,519 \\ -0,779 \end{bmatrix} \rightarrow 0,77 \end{aligned}$$

$$\text{Point A} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,6 \end{bmatrix}$$

$$\text{Point C} = \begin{bmatrix} 0,48 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{u}_{AC} = \frac{0,48\vec{i} + 0\vec{j} - 0,6\vec{k}}{\sqrt{0,48^2 + 0,6^2}} = \begin{bmatrix} 0,625 \\ 0 \\ -0,781 \end{bmatrix}$$

$\rightarrow 0,768$

$$\vec{M}_A \cdot \vec{AC} = (\vec{M}_A \cdot \vec{u}_{AC}) \cdot \vec{u}_{AC}$$

c) 9

$$= \left( \begin{bmatrix} -0,351 \\ 0,519 \\ -0,779 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,625 \\ 0 \\ -0,781 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} 0,625 \\ 0 \\ -0,781 \end{bmatrix}$$

$$= 0,389 \begin{bmatrix} 0,625 \\ 0 \\ -0,781 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,243 \\ 0 \\ -0,304 \end{bmatrix} \text{ N.m}$$



Matricule : 1955913

**Question 3 (50 points) 30/50**

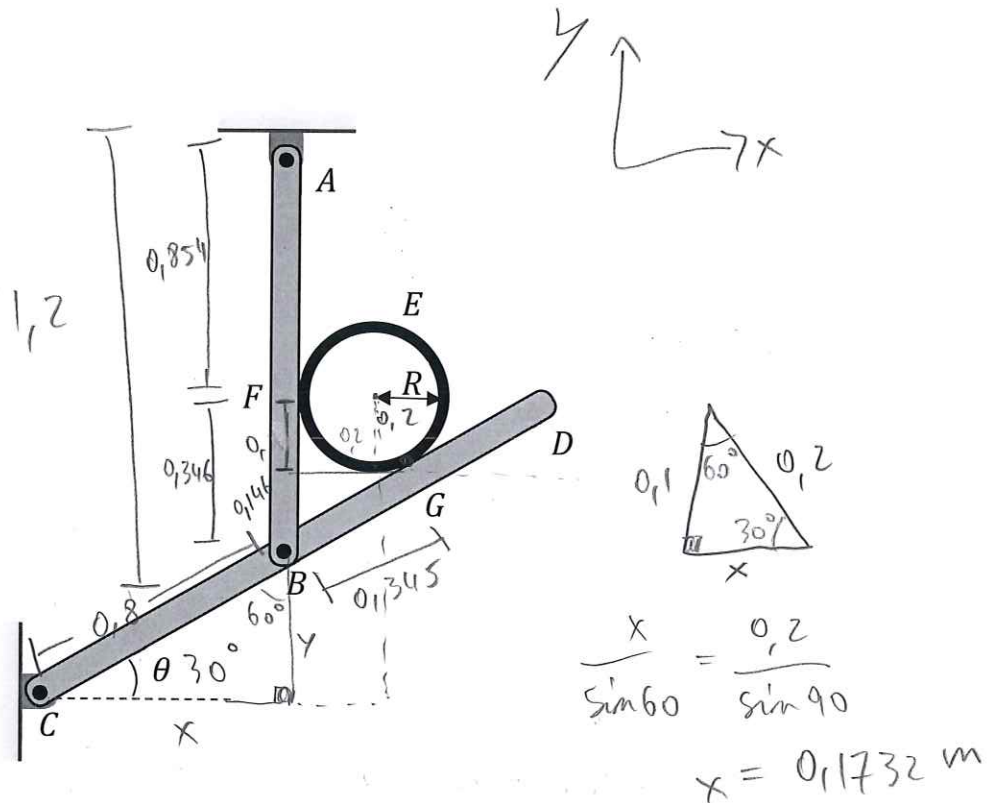
Un cylindre E de masse  $m = 5 \text{ kg}$  et de rayon  $R = 0,2 \text{ m}$  repose immobile sur une structure composée de deux membrures AB et CBD tel que représenté sur la figure ci-dessous. La membrure AB est verticale et la membrure CBD est inclinée d'un angle  $\theta = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale. On néglige tout frottement.

On donne :  $\overline{AB} = 1,2 \text{ m}$ ,  $\overline{BC} = 0,8 \text{ m}$  et  $\overline{BF} = \overline{BG} = 0,346 \text{ m}$ .

A. [20 pts] Faire le DCL :


- i. De la structure entière avec le cylindre;
- ii. Du cylindre seul;
- iii. De la membrure AB;
- iv. De la membrure CBD.

B. [30 pts] Déterminer la grandeur de la réaction au pivot B.

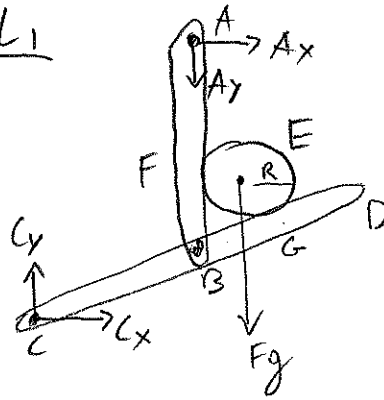
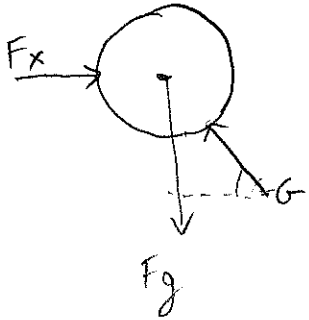
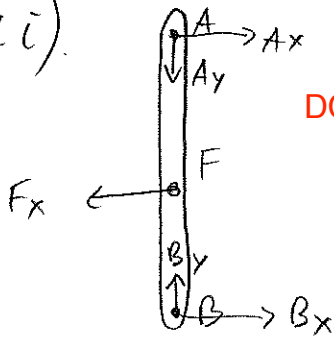


$$\frac{x}{\sin 60} = \frac{0.2}{\sin 90} \Rightarrow x = 0.1732 \text{ m}$$

$$\frac{y}{\sin 30} = \frac{0.2}{\sin 90} \Rightarrow y = 0.4 \text{ m}$$

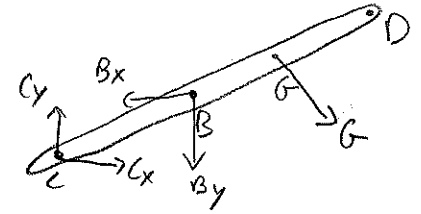
A)  (pour les 4) i) DCL

ii) DCL 2


$$(iii) \frac{O(13)}{1}$$


DCL ok

iv) DCL<sub>4</sub>



B) Selam DCL 2

$$\sum \vec{M}_F = \vec{0} = (\vec{r}_{FF_g} \times \vec{F}_g) + (\vec{r}_{FG} \times \vec{G})$$

$$\vec{0} = \begin{bmatrix} 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & -49,05 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,3126 & -0,2 & 0 \\ -G_x & G_y & 0 \end{bmatrix}$$


$$\vec{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -9,81 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,31266y - 0,26x \end{bmatrix}$$

$$0 = -9,81 + 0,3126 G_y - 0,2 G_x$$

$$- \frac{(9,81 + 0,3126 \text{ Gy})}{0,2} = G_x$$

$$\frac{-9,81 - 0,3126 G_y}{0,2} = G_x$$

## A revoir

Selon DCL 2   $x = 0,3126 \text{ m}$

$$\sum \vec{M}_G = \vec{0} = (\vec{r}_{GF_g} \times \vec{F}_g) + (\vec{r}_{GF} \times \vec{F})$$

$$\vec{0} = \begin{bmatrix} -0,1732 & 0,1 & 0 \\ 0 & -49,05 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,3126 & 0,2 & 0 \\ F_x & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 8,495 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,2 F_x \end{bmatrix}$$

$$0 = 8,495 - 0,2 F_x$$

$$F_x = 42, 47 \text{ N}$$

Selon DCL 3

$$\sum \vec{M}_A = \vec{0} = (\vec{r}_{AF} \times \vec{F}) + (\vec{r}_{AB} \times \vec{B})$$

$$\vec{0} = \begin{bmatrix} 0 & -0,854 & 0 \\ -42,47 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1,2 & 0 \\ B_x & B_y & 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -36,27 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1,2 B_x \end{bmatrix}$$

Selon DCL 4  $B_x = 36,27 \text{ N} \rightarrow$

$$\sum \vec{F}_C = \vec{0} = (\vec{r}_{CA} \times \vec{A}) + (\vec{r}_{CB} \times \vec{B})$$

$$\vec{0} = \begin{bmatrix} 0,693 & 1,6 & 0 \\ A_x & -A_y & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,893 & 0,746 & 0 \\ 0 & -49,05 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,693 A_y - 1,6 A_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -43,80 \end{bmatrix}$$

$$\sum F_y = 0 = B_y - A_y$$

$$B_y = A_y$$

$$0 = -0,693 A_y - 1,6 A_x - 43,80$$

$$\frac{-0,693 A_y - 43,80}{1,6} = A_x$$

$$A_y = \frac{-1,6 A_x - 43,80}{0,693}$$

$$= 20,54 \text{ N}$$

$$\sum F_x = 0 = A_x + B_x$$

$$B_y = 20,54 \text{ N} \uparrow$$

$$A_x = -B_x$$

$$= -36,27 \text{ N} \leftarrow$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}$$
$$= \sqrt{36,27^2 + 20,54^2} = 41,68 \text{ N}$$

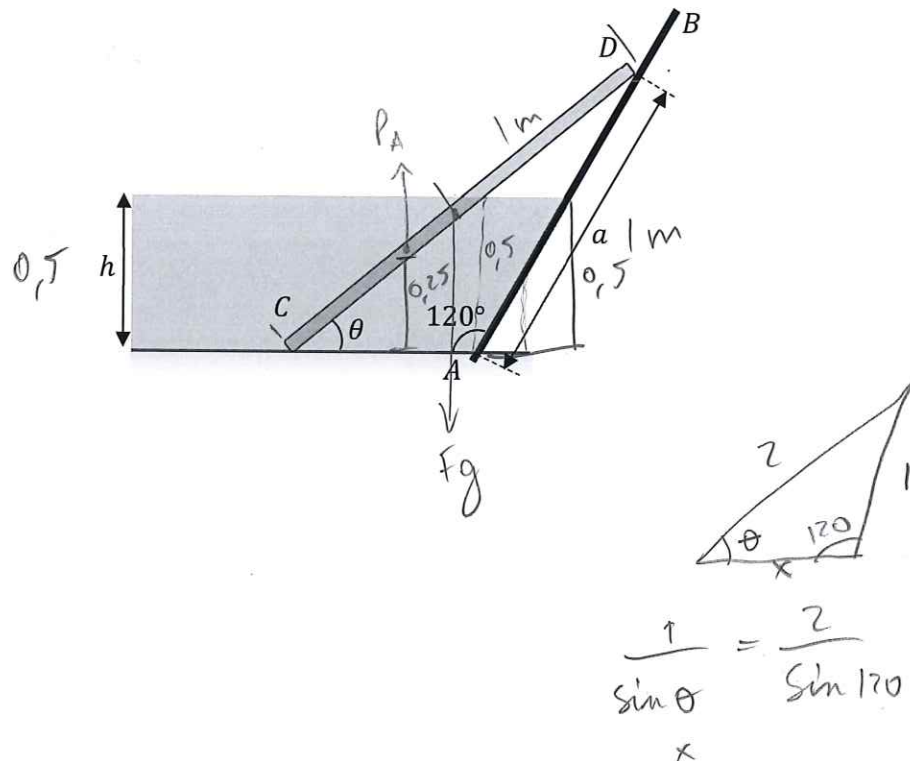
**Question 4 (50 points)**

Une plaque métallique AB de masse négligeable et de largeur (perpendiculaire à la page)  $l = 0,2 \text{ m}$  est encastrée dans le sol afin de servir de paroi de réservoir qui retient de l'eau ( $\rho_e = 1000 \text{ kg/m}^3$ ).

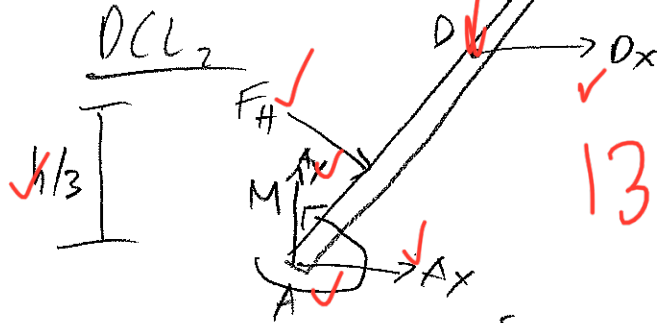
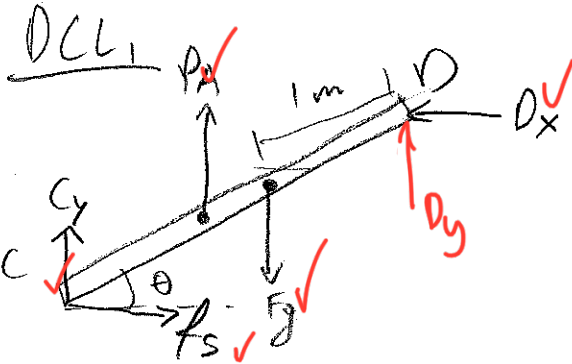
Une tige CD de masse  $m = 4 \text{ kg}$ , de longueur  $L = 2 \text{ m}$  et de masse volumique ( $\rho_t = 1200 \text{ kg/m}^3$ ) repose immobile dans le réservoir tel que montré sur la figure ci-dessous. Le coefficient de frottement statique entre la tige et le fond du réservoir est  $\mu_s = 1,5$ . On néglige les frottements entre la tige et la plaque métallique AB.

On donne :  $a = 1 \text{ m}$  et  $h = 0,5 \text{ m}$ . La largeur de la tige CD est négligeable par rapport à sa longueur.

- [15 pts] Faire le DCL de la tige CD et le DCL de la plaque AB.
- [20 pts] Déterminer la force de frottement statique  $f_s$  qu'exerce le fond du réservoir sur la tige.
- [15 pts] Quelle est le couple exercé par l'encastrement A?



A)  $\begin{matrix} \uparrow y \\ \rightarrow x \end{matrix}$  Pour les deux



13/15

$$B) \sum \vec{M}_C = 0 = (\vec{r}_{CP_A} \times \vec{P}_A) + (\vec{r}_{CF_g} \times \vec{F}_g) + (\vec{r}_{CD} \times \vec{D})$$

$$\vec{F}_g = 0\vec{i} - 39,24\vec{j} + 0\vec{k}$$

$$P_A = \rho_e \cdot g \cdot V_{\text{fluide déplacé}} = 1,155 \cdot 0,2 = 0,2309 \text{ m}^3$$

$$\vec{0} = \begin{bmatrix} 0,520 & 0,25 & 0 \\ 0 & P_A & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,9 & 0,433 & 0 \\ 0 & -39,24 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,2 & 0,8 & 0 \\ -0,8 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

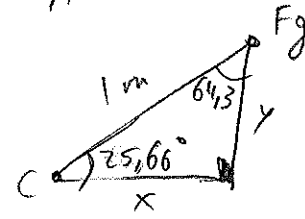
$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,520 P_A \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -35,316 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,8 D_x \end{bmatrix}$$

$$0 = 0,520 P_A - 35,316 + 0,8 D_x$$

$$D_x = 0,520 P_A - 35,316$$

$$= 0,520 \cdot 2265,13 - 35,316$$

$$= 1142,55 \text{ N}$$

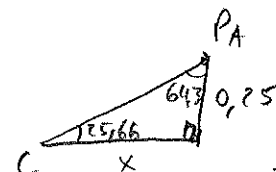


$$\frac{x}{\sin 64,3} = \frac{1}{\sin 90}$$

$$x = 0,9 \text{ m}$$

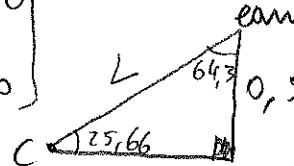
$$\frac{y}{\sin 25,66} = \frac{1}{\sin 90}$$

$$y = 0,433 \text{ m}$$



$$\frac{x}{\sin 64,3} = \frac{0,25}{\sin 25,66}$$

$$x = 0,520 \text{ m}$$



$$\frac{L}{\sin 90} = \frac{0,5}{\sin 25,66}$$

$$L = 1,155 \text{ m}$$

$$\sum F_x = f_s - D_x$$

$$f_s = D_x$$

$$f_s = 1142,55 \text{ N}$$

approche intéressante

c)  $F_H = \rho_e \cdot g \cdot \frac{0,5}{2} \cdot A = 0,0667$   $F_{Hx} = F_H \sin 30 = 81,75 \text{ N}$   
 $F_{Hy} = F_H \cos 30 = -142 \text{ N}$

$\sum \vec{M}_A = (\vec{r}_{AF_H} \times \vec{F}_H) + (\vec{r}_{AD} \times \vec{D}) + \vec{M}_A$

$$\vec{0} = \begin{bmatrix} 0,2 & 0,3 & 0 \\ 81,75 & -142 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,1 & 0,2 & 0 \\ -1143 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M \end{bmatrix}$$

$$\vec{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -52,93 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 228,6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M \end{bmatrix}$$

$$0 = -52,93 + 228,6 + M$$

$$M = -175,67 \text{ N.m}$$



Matricule : \_\_\_\_\_

*Handwritten text, possibly a signature or name.*

**PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs**  
**Aide-mémoire**

Moment d'une force :	$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$		$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$
Moment d'une force par rapport à un axe :	$\vec{M}_{OO'} = (\vec{M}_O \cdot \hat{u}_{OO'})\hat{u}_{OO'}$	Mouvement uniformément accéléré :	$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$
Moment d'un couple :	$M = Fd$		$v^2 = v_0^2 + 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$
Système force-couple équivalent :	$\vec{R} = \sum \vec{F}_i$	Accélération non uniforme :	$\int_0^t dt = \int_{v_0}^v \frac{dv}{a(v)}$
	$\vec{M}_O^R = \sum \vec{M}_i + \sum \vec{r}_{Oi} \times \vec{F}_i$		$\int_{v_0}^v v dv = \int_{x_0}^x a(x) dx$
Équilibre statique :	$\sum \vec{F} = \vec{0}, \quad \sum \vec{M}_O = \vec{0}$	Coordonnées polaires :	$\vec{r} = r\hat{u}_r$
Loi de Hooke :	$\vec{F} = -k(\vec{L} - \vec{L}_0)$		$\vec{v} = \dot{r}\hat{u}_r + r\dot{\theta}\hat{u}_\theta$
Frottement sec :	$f_{s,\max} = \mu_s N,$ $f_k = \mu_k N$		$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{u}_\theta$
Pression :	$p = F_n/A, \quad \bar{p} = p - p_0$	Coordonnées normale et tangentielle :	$\vec{v} = v\hat{u}_t$
Principe de Pascal :	$p_2 = p_1 + \rho gh$		$\vec{a} = (v^2/\rho)\hat{u}_n + (dv/dt)\hat{u}_t$
Poussée d'Archimède :	$P_A = \rho gV$		$\rho(x) = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{ d^2y/dx^2 }$
Force hydrostatique sur une paroi :	$F_H = \frac{\rho ghA}{2}$	Deuxième loi de Newton :	$\sum \vec{F} = m\vec{a}_{CM}$
Variables du mouvement :	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	Mouvement contraint :	$\sum \Delta \ell_i = 0$
	$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v} dt$	Travail d'une force :	$U = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$
	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a} dt$	Énergie cinétique (particule) :	$T = \frac{1}{2}mv^2$
Variables du mouvement (angulaires) :	$\omega = \frac{d\theta}{dt}, \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$	Énergie potentielle :	$V_g = mgh$
	$\theta = \theta_0 + \int_0^t \omega dt$		$V_{res} = \frac{1}{2}k(L - L_0)^2$
	$\omega = \omega_0 + \int_0^t \alpha dt$	Énergie mécanique :	$E = T + V$
Mouvement relatif :	$\vec{r}_{B/A} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$	Principe travail-énergie :	$\sum U = \Delta T, \quad \sum U_{nc} = \Delta E$
	$\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$	Puissance :	$\bar{P} = U/\Delta t, \quad P = dU/dt = \vec{F} \cdot \vec{v}$
	$\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A$	Rendement	$\eta = P_{\text{sortie}}/P_{\text{entrée}}$