Cahier-réponses

Contrôle périodique 1

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

PHS1101

Sigle du cours

Identification de l'étudiant(e)		
Nom : Boucher-Charest	**Prénom :** Benjamin	
Signature : Benjamin BC	**Matricule :** 1950849	**Groupe :**

Réservé
Q1 : 22 /50
Q2 : 30 /50
Q3 : 31 /50
Q4 : 40 /50
Total : 123 / **200**

Sigle et titre du cours	*Groupe*	*Trimestre*
PHS1101 Mécanique pour ingénieurs	**Tous**	**Automne 2021**

Coordonnateur	*Courriel*
Jérémie Villeneuve	**Jeremie.villeneuve@polymtl.ca**

Jour	*Date*	*Durée*	*Heures*
Mardi	**5 octobre 2021**	**1 heure 50 minutes**	**18h30 à 20h20**

Directives particulières

- Vous vous engagez à faire cet examen **individuellement**.
- Détaillez les étapes de vos solutions. Une réponse sans justification ne vaut aucun point.
- Toute réponse finale doit être accompagnée des unités appropriées.
- Si vous pensez qu'il y a une erreur dans le questionnaire, répondez du mieux que vous pouvez.

Important

Cet examen contient 4 questions sur un total de 18 pages **(Excluant cette page)**.

La pondération de cet examen est de 25 %

Aucune documentation n'est permise.

Inscrire votre matricule sur toutes les pages numérotées.

Un aide-mémoire pour les formules vues en cours se trouve à la fin de ce cahier.

Les calculatrices non programmables sont permises.

L'étudiant doit honorer l'engagement pris lors de la signature du code de conduite.

No matricule : 1950849

Question 1 (50 points) – Questions conceptuelles et à réponses courtes

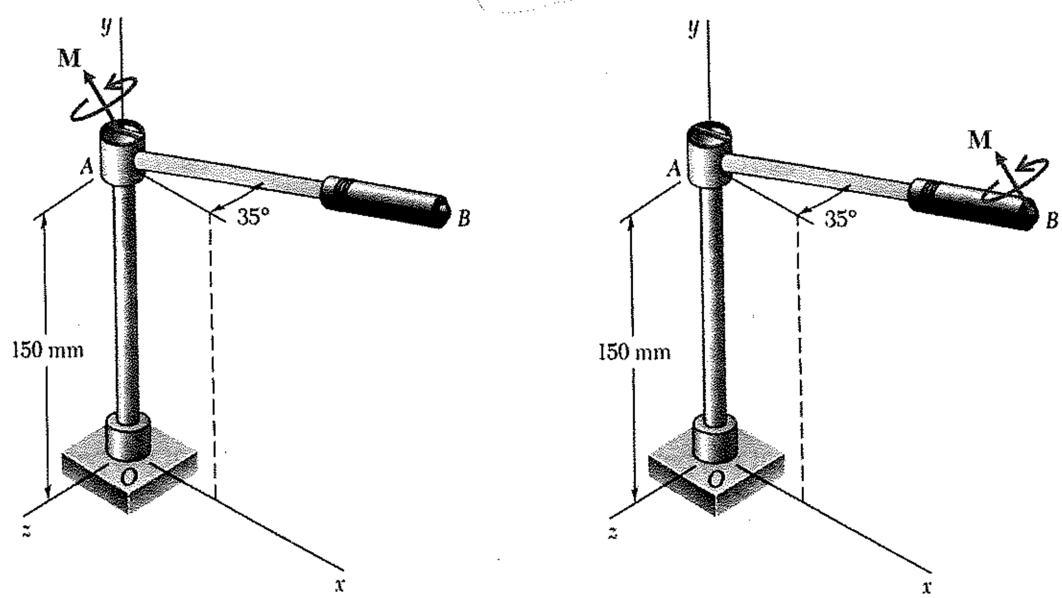
Répondez aux sous-questions suivantes en expliquant votre raisonnement. Les sous-questions A à D sont indépendantes les unes des autres.

A. [10 pts] Vrai ou faux. Dans un fluide statique qui est soumis à la gravité, la pression augmente avec la profondeur : par conséquent, on ne peut pas affirmer que la pression dans ce fluide est isotrope. Justifiez.

B. [10 pts] Un bloc glisse sur une surface rugueuse horizontale. Pour chacune des forces ci-dessous, nommez la force qui complète la paire action-réaction :

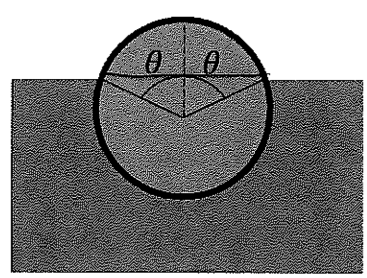
i. Le poids du bloc ;
ii. La force de frottement qui agit sur le bloc.

C. [10 pts] Considérez les deux situations ci-dessous, où un même couple M de module 20 N·m est appliqué à la pièce OAB que l'on suppose parfaitement rigide.



Vrai ou faux. Le couple produit les mêmes effets externes de translation et de rotation sur la pièce dans les deux situations. Justifiez.

D. [20 pts] Un billot de bois (masse volumique ρ_b) de forme cylindrique (rayon R et longueur L) flotte à la surface de l'eau (masse volumique ρ_e), tel qu'illustré sur la figure ci-contre. À partir de principes de la mécanique, obtenez l'équation qui permet de calculer l'angle θ. Présentez l'équation sous une forme simplifiée, mais ne tentez pas de la résoudre.



No matricule : 1950849

Q1 a) ~~Vrai~~. La pression du fluide va seulement changer si on se déplace en hauteur (profondeur) dans le fluide.

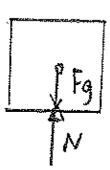
3

$P_2 = P_1 + \rho g h$ ok, mais ne répond pas!

puisque la gravité est non nulle on doit nécessairement prendre en considération la valeur "$\rho g h$". Les valeurs de ρ & g ne devrait pas changer, ainsi la seule chose qui causera un changement de pression sera un changement de hauteur dans le sens de la gravité (+) ou contre sens (−) de gravité.

Q1 b)

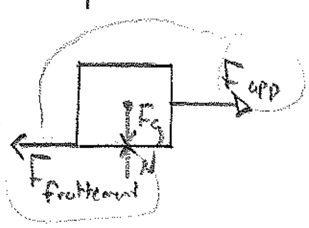
i)



La ~~normale~~ est une réaction au poid (masse·g) de l'objet à la surface. −5

0

ii)



Le frottement est une reaction à une force applique ~~sur~~ le bloque avec un poids sur la surface rugueuse. −5

No matricule : 1950849

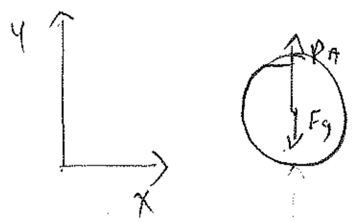
Q1 c) Le moment est un vecteur libre, cependant la [force résultante elle ne l'est pas] Selon l'emplacement / position du moment sur la structure elle aura des effets externe différents. Ainsi, il serait ~~faux~~ de dire que les effets externes seraient les mêmes selon la position.

3

Laquelle ? $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ pour un couple !

16

Q1 d) Le billot de bois flotte avec la poussé d'archimède :



$F_g = mg \Rightarrow m = \rho_b V$

$F_g = \rho_e V_{sub} g$ $V_{cylindre} = \pi r^2 L$

$F_g = \rho_b \pi R^2 L g$

$P_A = \rho_{eau} g V \Rightarrow \rho_{eau} g \, \cancel{\pi R^2 L \sin\theta}$

Non -4

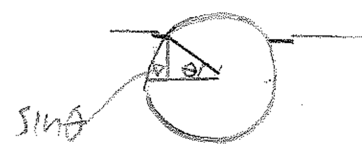
V_{eau} déplacé $= \pi R^2 L \cdot \sin\theta$

$\Sigma F_y = -F_g + P_A = 0$

$\Rightarrow -\rho_b \pi R^2 L \cancel{g} + \rho_{eau} \cancel{g} V = 0$

$\Rightarrow -\rho_b \pi R^2 L + \rho_{eau} V = 0$

$\Rightarrow -\rho_b \cancel{\pi R^2 L} + \rho_{eau} \cancel{\pi R^2 L} \cdot \sin\theta = 0$



$\Rightarrow \rho_{eau} \sin\theta = \rho_b$

$\Rightarrow \boxed{\theta = \sin^{-1}\left(\frac{\rho_b}{\rho_{eau}}\right)}$

No matricule :

No matricule : 1950849

Question 2 (50 points)

On applique une force $F = 200\ \text{N}$ sur l'extrémité du manche d'une valve afin de la fermer.

La forme et les dimensions de la valve sont indiquées sur la figure ci-dessous. L'orientation de la force F est donnée par $\theta = 30°$ et $\phi = 20°$. On donne $d = 0{,}8\ \text{m}$.

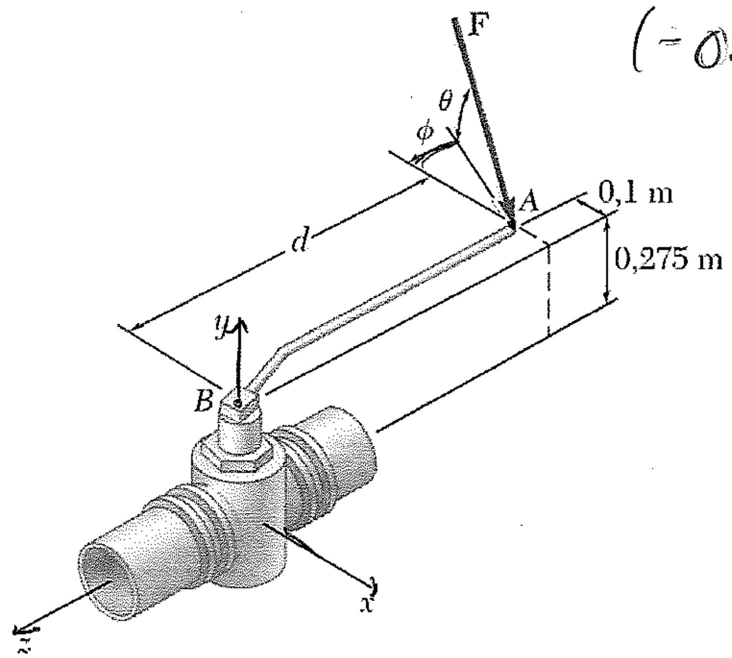
Déterminer, en utilisant le système d'axes de la figure :

A. [15 pts] L'expression de la force $\vec{F}$.

B. [20 pts] Le système force-couple équivalent de $\vec{F}$ au point B.

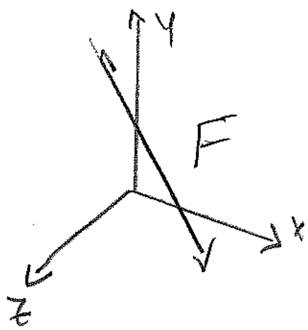
C. [15 pts] Le moment de $\vec{F}$ par rapport à l'axe z.

(−0.1m, 0.275, −0.8)



No matricule : 1950849

Q2 a)



$\theta = 30°$ $\quad \underline{\varnothing = 20°}$ $\quad F = 200N$

$F_x = F\cos\varnothing\cos\theta = 200\cos(30°)\cos(20°)$

$F_y = F\sin\varnothing = 200\sin(30°)$

$F_z = F\cos\varnothing\sin\theta = 200\cos(30°)\sin(20°)$

$\vec{F} = (+162.76\hat{i}, -100\hat{j}, +59.24\hat{k})N$

Q2 b)

$A: (-0.1m; 0.275m; -0.8m) \Rightarrow r = (-0.1, 0, -0.8)$

$B: (0.0m, 0.275m, 0m)$

$$M_B = r \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -0.1 & 0 & -0.8 \\ 162.76 & -100 & 59.24 \end{vmatrix}$$

$\Rightarrow \vec{i}: 0 \cdot 59.24 - (-0.8 \cdot -100) = -80\vec{i}\, N\cdot m$

$\vec{j}: -(-0.1 \cdot 59.24 - (-0.8 \cdot 162.76)) = -(-5.924 + 130.208)$

$= -124.284\vec{j}\, N\cdot m$

$\vec{k}: -0.1 \cdot -100 - (0 \cdot 162.76) = 10\vec{k}\, N\cdot m$

$$\boxed{M_B = (-80\vec{i} - 124.284\vec{j} + 10\vec{k})\, N\cdot m}$$

$\vec{F_B} = ?$

No matricule : 1950849

Q2 c) $\vec{u} = (0, 0, 1)$

$\Rightarrow \vec{F} \cdot \vec{u} = (162.76, -100, 59.24) \cdot (0, 0, 1)$

$= (0, 0, 59.24\vec{k})\ N$

$$\boxed{\Sigma M_z = 59.24 \cdot 0.1 = 5.924\vec{k}}$$

-1.5

No matricule :

No matricule : 1950849

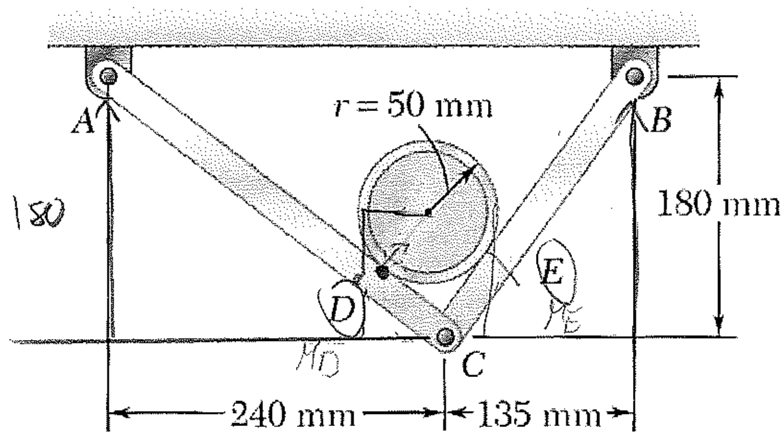
Question 3 (50 points)

Un cylindre de masse $m = 30$ kg repose sur une structure composée de deux membrures accrochées au plafond tel que représenté sur la figure ci-dessous. Les dimensions des membrures et du disque sont représentées sur la figure.

A. [20 pts] Faire le DCL :
  i. Des deux membrures avec le disque ;
  ii. Du disque ;
  iii. De la membrure AC ;
  iv. De la membrure BC.

B. [15 pts] Déterminer les modules des réactions de la structure sur le disque en D et en E.

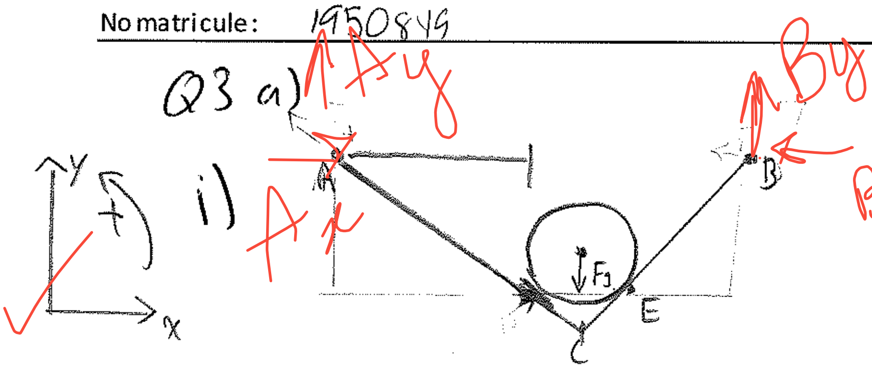
C. [15 pts] Déterminer le module de la réaction du pivot C.



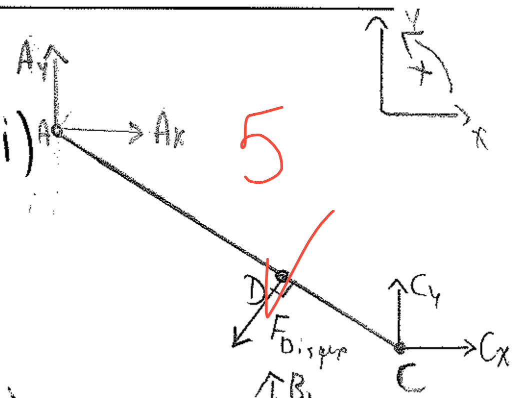
No matricule : 1950849

Q3 a)

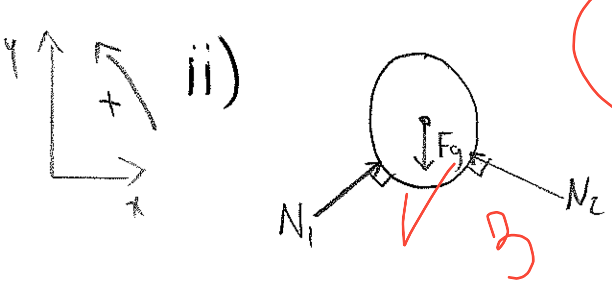
i)



iii)

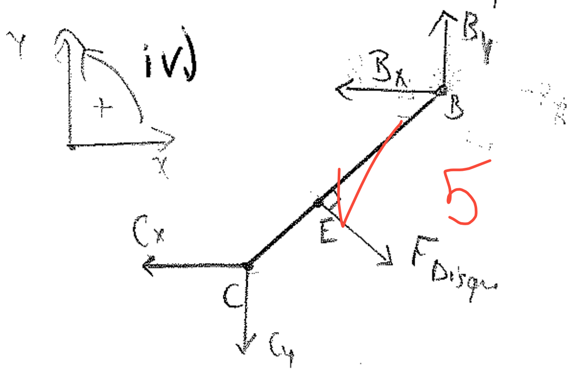


ii)



16

iv)



Q3 b)

15

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{0.180}{0.240}\right) = 36.87°$

$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{0.180}{0.135}\right) = 53.1°$

$\Sigma F_x = N_1 \sin 36.87 - N_2 \sin 53.1 = 0$

$\Rightarrow \boxed{N_1 = 1.33 N_2}$

$\Sigma F_y = -F_g + N_1 \cos 36.87 + N_2 \cos(53.1) = 0$

$30 \cdot 9.81 = 1.06 N_2 + 0.6 N_2$

$\frac{294.3}{1.66} = 1.66 N_2 \Rightarrow \boxed{N_2 = 177.29 N}$

$\boxed{N_1 = 1.33(177.29) = 235.8 N}$

$\Sigma M_D = N_1 \sin(36.87) \cdot 0.05 + N_1 \cos(36.87) \cdot 0.05 + N_2 \cos(53.1) \cdot 0.05 - N_2 \sin(53.1) \cdot 0.05 - F_g \cdot 0.05$

$\Rightarrow 141.5 + 188.64 + 106.45 - 141.78 - 294.3$

$\Rightarrow 0\vec{i} + 107.24\vec{j} \Rightarrow |M_D| = 107.24 N \cdot m$

ΣM_E : sera la même chose par symétrie, alors le moment sera 107.24 N·m

No matricule :

Q3 d)

$\sum M$ sera non nulle puisque le cercle n'est pas ~~centre~~

No matricule :

No matricule : 1950849

Question 4 (50 points)

Un bloc homogène en béton (ρ_b = 1,44 g/cm³) ayant la forme d'un prisme triangulaire, tel qu'illustré dans le schéma ci-dessous, permet de retenir un certain volume d'eau (ρ_e = 1 g/cm³) le long de sa profondeur.

Le bloc a une hauteur de 9 m, une base de 3 m et une profondeur de 15 m. La distance entre le centre de masse G du bloc et chacun de ses côtés horizontal et vertical est égale au tiers de la longueur de ces mêmes côtés. Le bloc repose sur le sol horizontal sans y être fixé. Les coefficients de frottement entre le sol et le bloc sont $\mu_s = 0{,}9$ et $\mu_k = 0{,}5$.

On s'intéresse ici au mouvement du bloc lorsqu'on augmente progressivement le niveau d'eau. On souhaite déterminer ce qui survient en premier :

- Le bloc bascule autour du point A ;

OU

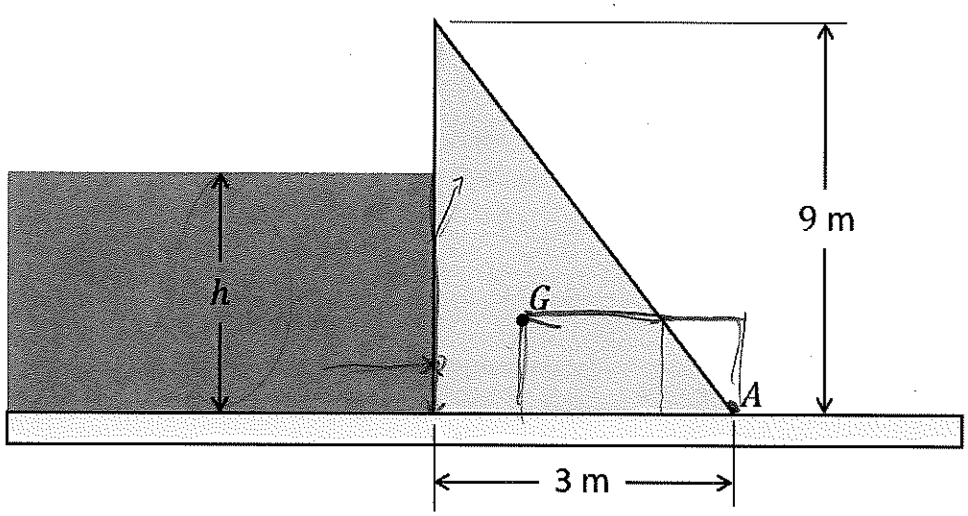
- Le bloc se met à glisser sur le sol.

A. ✓ [10 pts] Faites le DCL du bloc de béton en supposant qu'il est sur le point de basculer autour de A.

B. ✓ [20 pts] Quelle est la hauteur maximale d'eau que le bloc peut supporter sans basculer autour de A ?

C. [15 pts] Quelle est la hauteur maximale d'eau que le bloc peut supporter sans glisser sur le sol ?

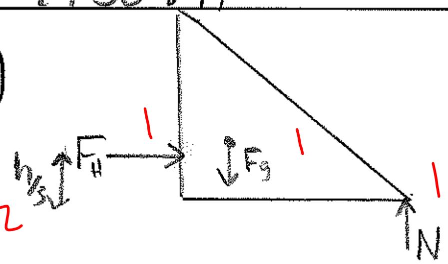
D. [5 pts] Est-ce que le bloc bascule ou glisse en premier ?



No matricule : 1950849

Q4 a)

Axeo ???



For ce de frot te me nt? ??

Quand la normale n'est plus en dessous de l'objet, celui-ci va basculer. Alors, le moment avant, nous sommes à l'extrémité du bloc 2

7/10

Q4b)

Pour basculer autour de A, il faut trouver le moment en A: 3

3 3

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow -F_g 2 + F_H \cdot \frac{h}{3} = 0$$

$= F_H$?

$$\Rightarrow \frac{h}{3} F_H = 2mg \Rightarrow \frac{h}{3} \rho g V = 2mg \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2m = \frac{h}{3}\rho \frac{hA}{2} \Rightarrow \frac{m\, 12}{\rho\, 15} = h^3$$

$A = h \cdot 15$

Volume du bloc :

$$\frac{900 \cdot 300}{2} \cdot 1500 = 2.025 \times 10^8 \, cm^3$$

2

masse du bloc : $\rho_b V = 1.44 \cdot 2.025 \times 10^8$

$m \Rightarrow 2.916 \times 10^8 g \Rightarrow 2.916 \times 10^5 kg$

2

$$\Rightarrow \sqrt[3]{\frac{m\, 12}{\rho\, 15}} = h_{max_{bascule}} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{2.916 \times 10^5 \cdot 12}{1000 kg/m^3 \cdot 15}} = \boxed{\cancel{2.857} m}$$

2

15/20

Q 4c)

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow -F_{Frott} + F_H = 0$$

$N = F_g$

$$\Rightarrow F_H = \mu_s \cdot N$$

$$\rho V g = \mu_s m g$$

$$\rho V = \mu_s m$$

$$V = \frac{\mu_s m}{\rho} \Rightarrow h^2 = \frac{2 \mu_s m}{\rho \cdot 15} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{2 \mu_s m}{\rho\, 15}}$$

No matricule : R50849

$$h_{max_{frott}} = \sqrt{\frac{2.916\times10^5 kg \cdot 2 \cdot 0.9}{1000 \cdot 15}} = 5.95m$$

15/15

Q4d) La hauteur maximale pour que le bloc bascule est inférieur à celle de frottement ($h_{max_{bascule}} < h_{max_{frott}}$) ainsi, elle va basculer en premier.

Erreur de B

3/5

No matricule :

PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs
Aide-mémoire

Moment d'une force :	$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$	Mouvement uniformément accéléré :	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$
Moment d'une force par rapport à un axe :	$\vec{M}_{OO'} = (\vec{M}_O \cdot \hat{u}_{OO'})\hat{u}_{OO'}$		$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$
Moment d'un couple :	$M = Fd$		$v^2 = v_0^2 + 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$
Système force-couple équivalent :	$\vec{R} = \sum \vec{F}_i$	Accélération non uniforme :	$\int_0^t dt = \int_{v_0}^{v} \frac{dv}{a(v)}$
	$\vec{M}_O^R = \sum \vec{M}_i + \sum \vec{r}_{Oi} \times \vec{F}_i$		$\int_{v_0}^{v} v dv = \int_{x_0}^{x} a(x) dx$
Équilibre statique :	$\sum \vec{F} = \vec{0}, \quad \sum \vec{M}_O = \vec{0}$	Coordonnées polaires :	$\vec{r} = r\hat{u}_r$
Loi de Hooke :	$\vec{F} = -k(\vec{L} - \vec{L}_0)$		$\vec{v} = \dot{r}\hat{u}_r + r\dot{\theta}\hat{u}_t$
Frottement sec :	$f_{s,\max} = \mu_s N,$ $f_k = \mu_k N$		$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{u}_t$
Pression :	$p = F_n/A, \quad \tilde{p} = p - p_0$	Coordonnées normale et tangentielle :	$\vec{v} = v\hat{u}_t$
Principe de Pascal :	$p_2 = p_1 + \rho g h$		$\vec{a} = (v^2/\rho)\hat{u}_n + (dv/dt)\hat{u}_t$
Poussée d'Archimède :	$P_A = \rho g V$		$\rho(x) = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{\lvert d^2y/dx^2 \rvert}$
Force hydrostatique sur une paroi :	$F_H = \frac{\rho g h A}{2}$	Deuxième loi de Newton :	$\sum \vec{F} = m\vec{a}_{CM}$
Variables du mouvement :	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	Mouvement contraint :	$\sum \Delta \ell_i = 0$
	$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v} dt$	Travail d'une force :	$U = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$
	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a} dt$	Énergie cinétique (particule) :	$T = \frac{1}{2}mv^2$
Variables du mouvement (angulaires) :	$\omega = \frac{d\theta}{dt}, \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$	Énergie potentielle :	$V_g = mgh$
	$\theta = \theta_0 + \int_0^t \omega dt$		$V_{res} = \frac{1}{2}k(L - L_0)^2$
	$\omega = \omega_0 + \int_0^t \alpha dt$	Énergie mécanique :	$E = T + V$
Mouvement relatif :	$\vec{r}_{B/A} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$	Principe travail-énergie :	$\sum U = \Delta T, \quad \sum U_{nc} = \Delta E$
	$\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$	Puissance :	$\bar{P} = U/\Delta t, \quad P = dU/dt = \vec{F} \cdot \vec{v}$
	$\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A$	Rendement	$\eta = P_{\text{sortie}}/P_{\text{entrée}}$

PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs
Aide-mémoire

Quantité de mouvement (QM) :	$\vec{L} = m\vec{v}$ $\vec{L} = M\vec{v}_{CM}$	Vitesse de rotation :	$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
Principe impulsion-QM :	$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{L}}{dt}$	Décomposition translation-rotation :	$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A}$
	$\Delta\vec{L} = \int \sum \vec{F}\, dt$	Centre instantané de rotation :	$\omega = \frac{v_A}{r_{A/CIR}} = \frac{v_B}{r_{B/CIR}}$
Force moyenne :	$\vec{F}_{\text{moy}}\Delta t = \int \vec{F}\, dt$	Roulement sans glissement :	$\Delta r = R\Delta\theta$
Centre de masse :	$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$		$v = \omega R$
	$\vec{v}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i}$		$a = \alpha R$
	$\vec{a}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{a}_i}{\sum m_i}$	Deuxième loi de Newton en rotation :	$\sum \vec{M}_O = \vec{r}_{CM/O} \times M\vec{a}_{CM} + \mathbf{I}_{CM}\vec{\alpha}$
Moment d'inertie d'une particule :	$I_O = mR^2$		$\sum \vec{M}_O = \mathbf{I}_O\vec{\alpha}$
Rayon de giration :	$\kappa_O = \sqrt{I_O/m}$	Énergie cinétique d'un corps rigide :	$T = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2$
Théorème des axes parallèles :	$I_{O'} = I_{O,CM} + md_{OO'}^2$		$T = \frac{1}{2}I_O\omega^2$
Moment cinétique :	$\vec{H}_O = \vec{r} \times m\vec{v}$	Travail d'un couple :	$U = \int \vec{M} \cdot d\vec{\theta}$
	$\vec{H}_O = I_O\vec{\omega}$	Ressort de torsion :	$\vec{M}_{res} = -\kappa\Delta\vec{\theta}$
	$\vec{H}_O = \vec{r}_{CM} \times M\vec{v}_{CM} + \mathbf{I}_{CM}\vec{\omega}$		$V_{res} = \frac{1}{2}\kappa(\Delta\theta)^2$
Principe impulsion-MC :	$\sum \vec{M}_O = \frac{d\vec{H}_O}{dt}$	Puissance d'un couple :	$P = \vec{M} \cdot \vec{\omega}$
	$\Delta\vec{H}_O = \int \sum \vec{M}_O\, dt$		
Système à masse variable :	$\sum \vec{F} + \frac{dm}{dt}(\vec{v}_p - \vec{v}) = m\vec{a}$		
Débit dans une conduite :	$\|dV/dt\| = Sv,$		
	$\|dm/dt\| = \rho Sv$		
Masse en fonction du temps :	$m = m_0 + \int_0^t \frac{dm}{dt} dt$		
Force exercée par un courant de particules :	$\vec{F}_e = \|dm/dt\|\vec{v}_e$		
	$\vec{F}_s = -\|dm/dt\|\vec{v}_s$		

Géométrie

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

	Aire	Volume
Cylindre (rayon r, longueur L)	$2\pi rL$ (sans la base)	$\pi r^2 L$
Sphère (rayon r)	$4\pi r^2$	$\frac{4\pi r^3}{3}$
Cône circulaire (rayon r, hauteur h)	$\pi r\sqrt{r^2 + h^2}$ (sans la base)	$\frac{\pi r^2 h}{3}$