POLYTECHNIQUE
MONTRÉAL

Questionnaire
Examen final

PHS1101

Sigle du cours

Identification de l'étudiant(e)			
Nom : Charles		**Prénom :** Cassy	
Signature :		**Matricule :** 1947075	**Groupe :** 03

Réservé
Q1 : 27 **/50**
Q2 : 23 **/50**
Q3 : 18 **/50**
Q4 : 32 **/50**
TOTAL : 100 / **200**

Sigle et titre du cours			
PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs			
Responsable	***Téléphone***	***Groupe***	***Trimestre***
Jérémie Villeneuve	**4577**	**Tous**	**Automne 2022**
Jour	***Date***	***Durée***	***Heures***
Lundi	**19 décembre**	**2 heures 30 minutes**	**13h30 à 16h00**

Documentation	***Calculatrice***	***Outils électroniques***
☒ Aucune ☐ Toute ☐ Voir directives particulières	☐ Aucune ☐ Toutes ☒ Non programmable (AEP)	**Les appareils électroniques personnels sont interdits.**

Directives particulières

- **Vous vous engagez à faire cet examen individuellement.**
- Détaillez les étapes de vos solutions. Une réponse sans justification ne vaut aucun point.
- Toute réponse finale doit être accompagnée des unités appropriées.
- Un aide-mémoire pour les formules vues en cours se trouve à la fin de ce cahier.
- **Le professeur ne répondra à aucune question durant cet examen.** Si vous pensez qu'il y a une erreur dans le questionnaire, mentionnez-le puis répondez du mieux que vous pouvez.

Important

Cet examen contient **4** questions sur un total de **19** pages **(excluant cette page).**

La pondération de cet examen est de **40** %

Vous devez répondre sur : ☒ le questionnaire ☐ le cahier ☐ les deux

Vous devez remettre le questionnaire : ☒ oui ☐ non

Question 1 (50 points) – Questions conceptuelles et à court développement

Répondez aux sous-questions suivantes en expliquant votre raisonnement et en incluant les équations pertinentes. **Une réponse sans justification ne vaut aucun point.** Les sous-questions **A** et **B** sont indépendantes les unes des autres.

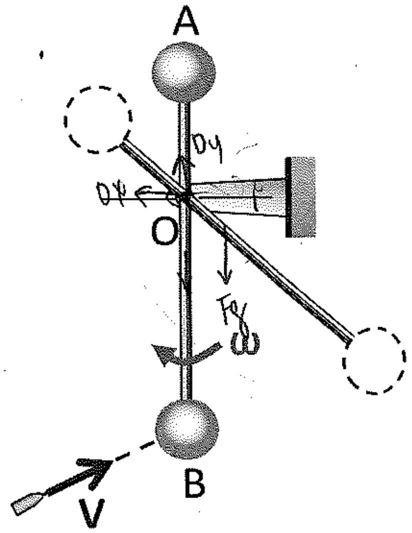
A. [20 points] Le pendule de la figure est formé de deux masses A et B identiques, reliées par une barre rigide de masse non négligeable. Le pendule tourne initialement en sens horaire.

Un projectile en mouvement frappe alors l'extrémité inférieure B du pendule à l'instant où le pendule est vertical. Le projectile reste incrusté dans la masse B après la collision.

Quelles quantités physiques décrivant le mouvement sont conservées :

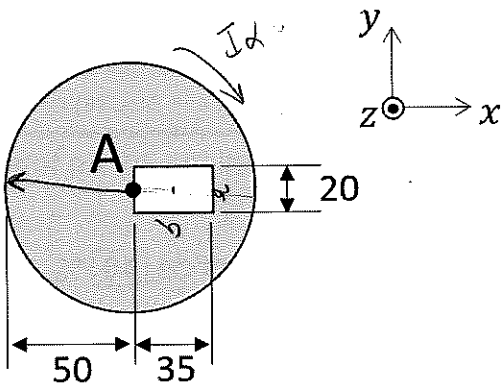
i. Pendant la collision ?
ii. Après la collision ?

On vous suggère d'utiliser un ou des DCL pour appuyer vos explications.



B. [30 points] La pièce suivante, faite d'un morceau d'aluminium (2200 kg/m³) dans lequel on a creusé une cavité (en blanc sur la figure), tourne à 3000 tours par minute autour du pivot central A, en sens horaire. La pièce possède une épaisseur uniforme de 20 mm dans la direction perpendiculaire à la page. Les dimensions sur la figure sont données en mm.

Calculer le vecteur moment cinétique de la pièce par rapport à A.



0

A. i. Au moment de la collision, aucune quantité physique n'est conservée sauf la force gravitationnelle si on neglige la masse du projectile. Sinon quand le projectile frappe le pendule, la vitesse du projectile sera transmis au pendule qui lui va tourner en rotation autour de O. −10

ii. Après la collision, La quantité de mouvement est conservée non ainsi que le moment cinétique non. Car le projectile introduit un moment pendant la collision et une vitesse qui ne varient pas vu qu'il reste incrusté dans le pendule. −10

27

B. $\mu = 2200\ kg/m^3$

$\frac{3000\ tr}{min} \times \frac{1 min}{60 sc}$

$e = 0{,}020 m$

Le vecteur moment cinétique par rapport à A est :

$\vec{H}_0 = \vec{r}_{CM} \times \vec{V}_{CM} + I_{CM}\vec{\omega}$

mais vu que la pièce tourne autour d'un point fixe, on peut utiliser $\vec{H}_A = I_A \vec{\omega}$ ✓

Calcul de I_A ;

$I_A = \overset{\to \text{rectangle}}{I_1} + \overset{\to \text{cercle}}{I_2}$

3 C.S. −1

→ rectangle

$I_1 = I_{cm} + mr^2$

$I_1 = \frac{1}{12}\underset{\searrow \rho a \times b \times e}{m}(a^2+b^2) + m\left(\frac{b}{2}\right)^2$ ✓

$I_2 = I_{cm}$

$= \frac{1}{2}\underset{\searrow \rho \pi r^2 e}{m} r^2 =$ ✓

$m_{rectangle} = 2260 \times 0{,}02 \times 0{,}035 \times 0{,}02 = 0{,}031\ kg$ ✓

$m_{cercle} = 2260 \times 3{,}14 \times 0{,}05^2 \times 0{,}02 = 0{,}34\ kg$ ✓

$I_1 = \frac{1}{12} \times 0{,}031 \left(\underbrace{0{,}02^2 + 0{,}035^2}\right) + 0{,}031 \times \left(\frac{0{,}035}{2}\right)^2$ ✓

$I_1 = 41{,}97 \times 10^{-7} + 94{,}93 \times 10^{-7} = 136{,}9 \times 10^{-7}\ kg.m^2$ ✓

$I_2 = \frac{1}{2} \times 0{,}34 \times (0{,}05)^2 = 4250 \times 10^{-7}\ kg.m^2$

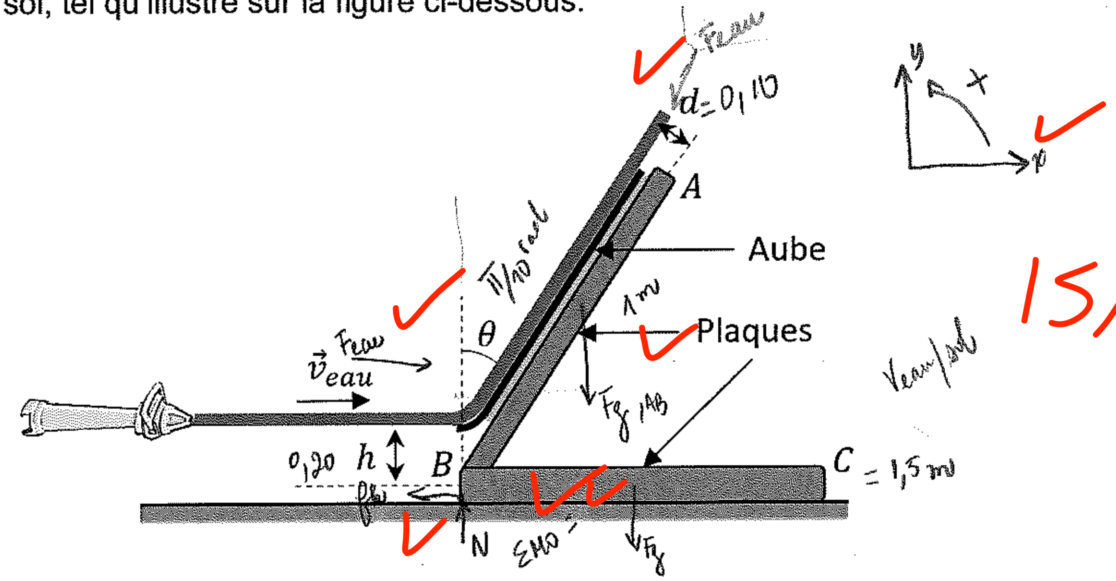
$I_A = 4250 \times 10^{-7} - 136{,}9 \times 10^{-7} = 4113{,}1 \times 10^{-7} = 4{,}11 \times 10^{-4}\ kg\,m^2$

alors $\vec{H}_A = 4{,}11 \times 10^{-4} \times \underbrace{\frac{3000 tr}{min} \times \frac{1 min}{60 sec} \times 2\pi} = 0{,}13\ kg \cdot m^2/s$ ✓

Vecteur et signe −2

Question 2 (50 points)

Un jet d'eau (1000 kg/m³) horizontal sort d'une lance à incendie à travers une ouverture de section 3 mm². La lance est maintenue immobile en tout temps. Le jet s'écoule à une vitesse v_{eau} par rapport au sol, puis est dévié par l'aube soudée à la plaque AB. La plaque AB (de masse 5 kg) est elle-même soudée en B à la plaque BC (de masse 20 kg) qui est posée sur le sol, tel qu'illustré sur la figure ci-dessous.



15/

On suppose que le module de la vitesse de l'eau par rapport à l'aube reste le même avant et après avoir été déviée par l'aube. Aussi, l'interface entre la plaque BC et le sol est caractérisée par les coefficients de frottement $\mu_s = 0{,}6$ et $\mu_k = 0{,}3$.

On donne : $h = 20$ cm, $d = 10$ cm, $\overline{AB} = 1$ m, $\overline{BC} = 1{,}5$ m et $\theta = \pi/10$ rad.

A. [15 points] Faire le DCL du système [aube + plaque AB + plaque BC].

B. [25 points] Quel est le débit massique maximal du jet d'eau qui fait en sorte que le système ne glisse pas ?

C. [10 points] Si le débit massique du jet est constant, mais supérieur à la valeur calculée en B, est-ce que l'aube accélèrera indéfiniment ou est-ce qu'elle atteindra une vitesse maximale constante ? Expliquer brièvement votre choix.

B. Le débit massique maximal du jet d'eau qui empêche le glissement du système : Système : aube + plaque AB + plaque BC

$\Sigma \vec{F} + \vec{F_p} = ma = 0 \rightarrow$ si aucun glissement

En y, on a ;

$$-F_{g,AB} - F_{g,BC} - F_{eau} \cos\theta \; ✓ \; + \vec{W} = 0$$

$\cos\theta = 0,95$

$\sin\theta = 0,31$

$$F_{eau,y} \cos\theta = -F_{g,AB} - F_{g}BC$$
$$= -mg_{AB} - mgBC$$
$$= -(5) \times 9,81 - 20 \times 9,81$$
$$= -49,05 - 196,2$$
$$F_{eau,y} = \frac{-245,25}{\cos\theta}$$
$$F_{eau,y} = -257,87$$

en x, on a

$$F_{eau} \sin\theta - f_s + F_{eau} = ma$$

Pour calculer le débit massique après avoir trouvé Feau on a :

✓ $F_{eau} = \frac{dm}{dt} \vec{v}_{eau}$

✓ $\frac{dm}{dt} = \rho S \vec{V}_{\text{vitesse eau/sol}}$ $S \rightarrow$ section, 3 mm²

on va trouver Veau à partir du SCL et on remplace pour trouver dm/dt.

8/

Avec Feau, je vais trouver Veau puis remplacer dans la formule $\frac{dm}{dt} = \rho S V$

C. Si le débit massique du jet est constant, l'aube atteindra une vitesse maximale constante car d'après la formule, $\frac{dV}{dt} = S v_{max}$ et si $\frac{dV}{dt}$ est constant, ça veut dire que la vitesse est aussi constante et il n'y aura pas d'accélération

$\frac{dV}{dt} \downarrow$ cte

✗ 0/

Question 3 (50 points)

Le mécanisme illustré ci-dessous est formé des membrures AC, BD et CDE. Les trois figures ci-dessous illustrent la configuration du mécanisme à trois instants successifs (#1, #2 et #3) alors que la membrure AC tourne avec une vitesse angulaire $\omega = 0{,}3$ rad/s constante, en sens antihoraire.

Figure 1 – Instant #1

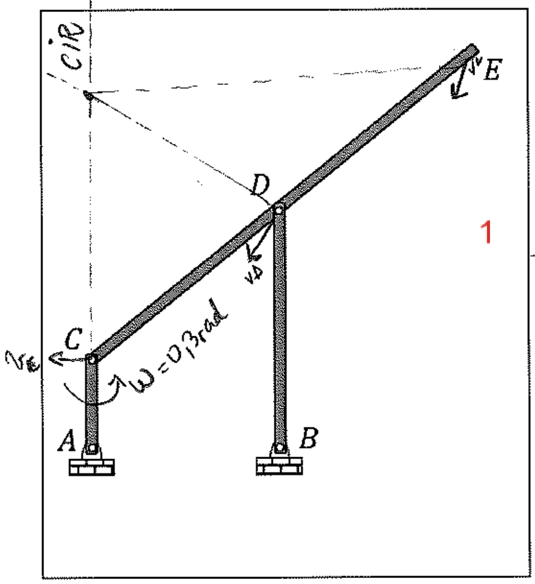


Figure 2 – Instant #2

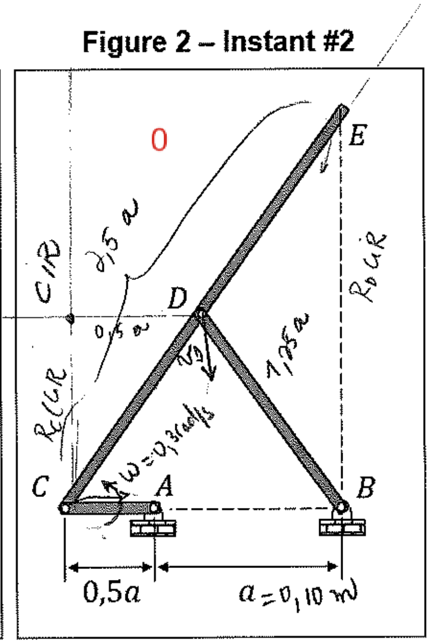
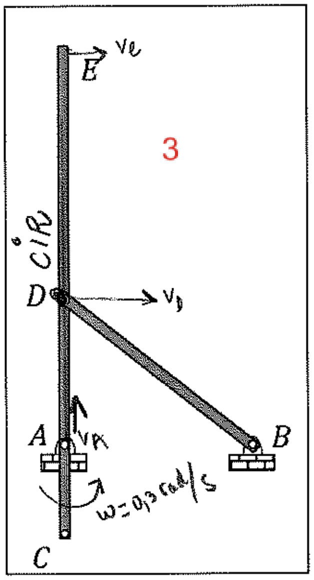


Figure 3 – Instant #3



On donne : $\overline{AC} = 0{,}5a$, $\overline{BD} = 1{,}25a$ et $\overline{CE} = 2{,}5a$, avec $a = 10$ cm.

CD =

A. [20 points] Sur chacune des trois figures, tracer :

  i. Le CIR de la membrure CDE ;

  ii. Les vecteurs vitesses des points C, D et E. Que remarquez-vous au sujet du mouvement du point E ?

On étudie seulement l'instant #2 pour les prochaines sous-questions.

B. [20 points] Déterminer la vitesse angulaire et le sens de rotation de la membrure CDE à l'instant #2.

C. [10 points] Déterminer le module de la vitesse du point E à l'instant #2.

A ii. Le point E suit le mouvement de la tige CDE et sa vitesse n'influence pas le CIR.

A) 4

B. La vitesse angulaire de la membrure CDE à l'instant # 2

$\overline{CD} = \sqrt{AC^2 + CCIR^2}$

$CD^2 = AC^2 + CCIR^2$

$CCIR^2 = CD^2 - AC^2$

$=$

Du pt de vue de D

$V_C = w_C \, R_{C/CIR}$ alors

$\vec{V}_D = \vec{V}_C + \vec{w}_{CD} \times \vec{r}_{D/C} \Rightarrow$

Pour le calcul de la membrure, il faut calculer la vitesse de C à partir du CIR, vu que mon CIR est pas sûr, il faut ensuite, calculer la vitesse de D avec la vitesse de C la vitesse angulaire de la membrure est donnée à partir de :

B) 11

$V_C = w_C \times$

$\vec{V}_D = \vec{V}_C + \vec{w}_{CD} \times \vec{r}_{DC}$

$V_D = V_C + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & w_{CD} \\ 0{,}5a & R_{CCIR} & 0 \end{vmatrix}$

$\vec{V}_D = \vec{V}_C + (-R_{CCIR} \times w_{CD})\vec{i} - 0{,}5a \, w_{CD}\vec{j}$

module du vecteur D trouvé

$w_{CDE} = \frac{V_D}{CE}$

Le sens est anti-horaire $(-i \cdot -j) = \vec{k}$

C. Du pt de vue de D on peut calculer la vitesse de E avec la formule

C) 3

$\vec{V}_E = \vec{V}_D + \vec{w}_D \times \vec{r}_{E/D}$

$\vec{V}_E = \vec{V}_D + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & w_D \\ a & R_{DCIR} & 0 \end{vmatrix}$

$\vec{V}_E =$

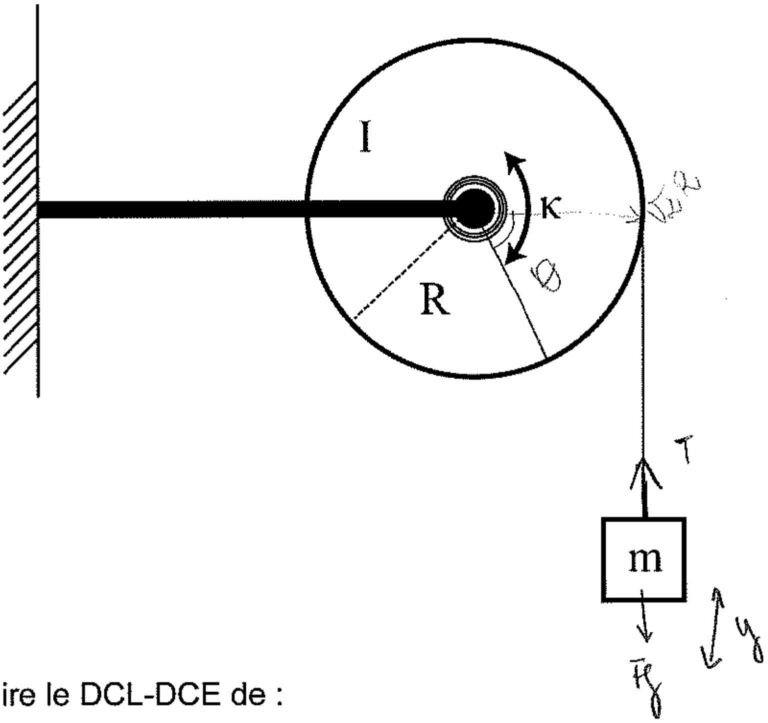
après avoir trouvé le vecteur on fait le module avec $V_E = \sqrt{V_{E_i}^2 + V_{E_j}^2}$

32/50

Question 4 (50 points)

Une roue à ressort de torsion (de rayon R, de masse M, de moment d'inertie I par rapport à son centre et de constante de ressort κ) est reliée à un bloc de masse m par une corde inélastique qui s'enroule sans glisser autour de la roue.

Le bloc est maintenu immobile dans une position où aucune énergie n'est emmagasinée dans le ressort, puis est relâché.



A. [15 points] Faire le DCL-DCE de :

i. La roue ;

ii. Du bloc.

B. [15 points] Obtenir l'expression de l'accélération angulaire de la roue en fonction de son déplacement angulaire θ et des paramètres donnés.

C. [20 points] Déterminer l'expression de la vitesse angulaire maximale et du déplacement angulaire maximal de la roue en fonction des paramètres donnés. θ_{max}

BONUS. [15 points] Obtenir l'expression du déplacement angulaire $\theta(t)$ en fonction du temps t écoulé depuis que le système a été lâché.

Indication pour le bonus : la solution à l'équation différentielle :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\beta^2\theta,$$

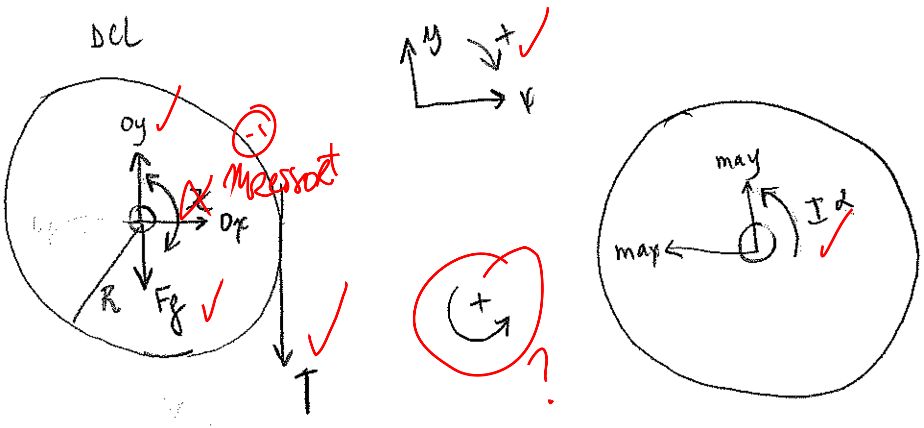
où β est un paramètre constant, est donnée par :

$$\theta(t) = c_1\cos(\beta t) + c_2\sin(\beta t),$$

où c_1 et c_2 sont des paramètres qui dépendent des propriétés du système à $t = 0$.

A. DCL ≡ DCE de la roue

14/15



DCL ≡ DCE du bloc

B. L'expression de l'accélération angulaire de la roue en fonction de son déplacement angulaire et des paramètres donnés est; R, M, I, m, K, θ

Système : roue
en O, Op et Oy s'annulent ainsi que la force gravitationnelle, ainsi que le ressort. Seule la tension sera considérée

Système : roue

$\Sigma M_O = I\alpha$ ✓

$-\frac{T\sqrt{2}R}{\theta} = I\alpha$

9/15

MANQUÉ RESSORT + POURQUOI √2 ?

-5

$\alpha = -\frac{T\sqrt{2}R}{I\theta}$

$$\boxed{\alpha = -\frac{m_{bloc}(a_y - g)\sqrt{2}R}{I\theta}}$$

Calcul de T selon le DCL du bloc

$T - F_g = ma_y$

$T = ma_y - mg$

$T = m_{bloc}(a_y - g)$

⚠ SIGNES -1

C. L'expression de la vitesse angulaire maximale et du déplacement maximal de la roue

$\omega_{max} = \omega_0 + \int_0^t \alpha\, dt \Rightarrow \omega_{max} = \omega_0 + \int_0^t -\frac{m_{bloc}(a_y - g)\sqrt{2}R}{I\theta}\, dt$

$\omega_{max} = \omega_0 - \frac{m_{bloc}(a_y - g)\sqrt{2}R}{I\theta}(t)$

$$\theta_{max} = \theta_0 + \int_0^t \omega \, dt$$

C. Principe travail énergie ? Système : Roue + bloc

$\sum U_{nc} = \Delta E$ ✓

État 1 : bloc est immobile avec aucune énergie de le ressort et la roue ne tourne pas

9/20

$\sum U_{nc} = E_2 - E_1$

État 2 : bloc est relaché et la roue se déplace à une ω_{max}

La seule force non conservative est la tension

$E = \Delta T + \Delta V_{gb} + \Delta V_{res} + \Delta V_{gr}$

masse roue, masse bloc

$$E_2 = \frac{1}{2} I \omega_{max}^2 + m_r g R + \frac{1}{2} k_{res} (\Delta\theta)^e + m_b g \Delta y$$

✓ (-1) ✓ ✓

$$E_1 = \frac{1}{2} I \omega_0^2 + m_r g R + m_b g y$$

alors on a ;

$$-\frac{T\sqrt{2}R}{\theta} = \frac{1}{2} I \omega_{max}^2 + m_r g R + \frac{1}{2} K (\Delta\theta)^2 + m_b g \Delta y - \left(\frac{1}{2} I \omega_0^2 + m_r g R + m_b g y\right)$$

$$\frac{1}{2} I \omega^2{}_{max} = \frac{T\sqrt{2}R}{\theta} + m_r g R - \frac{1}{2} K (\Delta\theta)^2 + m_b g \Delta y + \frac{1}{2} I \omega_0^2 + m_r g R + m_b g y$$

$$= \frac{T\sqrt{2}R}{\theta} + 2 m_r g R - \frac{1}{2} K (\Delta\theta)^2 + m_b g \Delta y + m_b g y$$

MANQUE DES HYPOTHÈSES POUR RÉSOUDRE

(-6)

$$\omega_{max} = \sqrt{\frac{2}{I}\left(\frac{T\sqrt{2}R}{\theta} + 2 m_r g R - \frac{1}{2} K (\Delta\theta)^2 + m_b g \Delta y + m_b g y\right.}$$

Pour theta max (déplacement angulaire max) on prend État 1 ; Roue était à un angle θ et bloc non immobile

État 2 ; Roue est à θmax

$\sum U_{nc} = \Delta E$

utiliser le principe travail énergie encore pour trouver θmax

Pas le temps

(-4)

Pour la question bonus on peut appliquer la formule

$\theta(t) = \theta_0 + \int_0^t \omega \, dt$ à partir des formules trouvés en haut et on

0/5

trouve une réponse en fonction du temps

→ C'EST L'ÉNONCÉ

PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs
Aide-mémoire

Moment d'une force :	$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$	Mouvement uniformément accéléré :	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$
Moment d'une force par rapport à un axe :	$\vec{M}_{OO'} = \left(\vec{M}_O \cdot \hat{u}_{OO'}\right)\hat{u}_{OO'}$		$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$
Moment d'un couple :	$M = Fd$		$v^2 = v_0^2 + 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$
Système force-couple équivalent :	$\vec{R} = \sum \vec{F}_i$	Accélération non uniforme :	$\int_0^t dt = \int_{v_0}^{v} \frac{dv}{a(v)}$
	$\vec{M}_O^R = \sum \vec{M}_i + \sum \vec{r}_{Oi} \times \vec{F}_i$		$\int_{v_0}^{v} v dv = \int_{x_0}^{x} a(x) dx$
Équilibre statique :	$\sum \vec{F} = \vec{0}, \qquad \sum \vec{M}_O = \vec{0}$	Coordonnées polaires :	$\vec{r} = r\hat{u}_r$
Loi de Hooke :	$\vec{F} = -k\left(\vec{L} - \vec{L}_0\right)$		$\vec{v} = \dot{r}\hat{u}_r + r\dot{\theta}\hat{u}_t$
Frottement sec :	$f_{s,\max} = \mu_s N,$ $f_k = \mu_k N$		$\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\hat{u}_r + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\hat{u}_t$
Pression :	$p = F_n/A\,, \qquad \tilde{p} = p - p_0$	Coordonnées normale et tangentielle :	$\vec{v} = v\hat{u}_t$
Principe de Pascal :	$p_2 = p_1 + \rho g h$		$\vec{a} = (v^2/\rho)\hat{u}_n + (dv/dt)\hat{u}_t$
Poussée d'Archimède :	$P_A = \rho g V$		$\rho(x) = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{\lvert d^2y/dx^2 \rvert}$
Force hydrostatique sur une paroi :	$F_H = \frac{\rho g h A}{2}$	Deuxième loi de Newton :	$\sum \vec{F} = m\vec{a}_{CM}$
Variables du mouvement :	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	Mouvement contraint :	$\sum \Delta\ell_i = 0$
	$\vec{r} = \vec{r}_0 + \int_0^t \vec{v} dt$	Travail d'une force :	$U = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$
	$\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a} dt$	Énergie cinétique (particule) :	$T = \frac{1}{2} m v^2$
Variables du mouvement (angulaires) :	$\omega = \frac{d\theta}{dt}, \qquad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$	Énergie potentielle :	$V_g = mgh$
	$\theta = \theta_0 + \int_0^t \omega dt$		$V_{res} = \frac{1}{2} k (L - L_0)^2$
	$\omega = \omega_0 + \int_0^t \alpha dt$	Énergie mécanique :	$E = T + V$
Mouvement relatif :	$\vec{r}_{B/A} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$	Principe travail-énergie :	$\sum U = \Delta T, \qquad \sum U_{nc} = \Delta E$
	$\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$	Puissance :	$\bar{P} = U/\Delta t\,, \qquad P = dU/dt = \vec{F} \cdot \vec{v}$
	$\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A$	Rendement	$\eta = P_{\text{sortie}}/P_{\text{entrée}}$

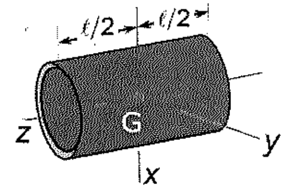
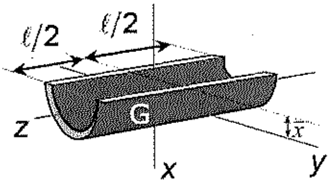
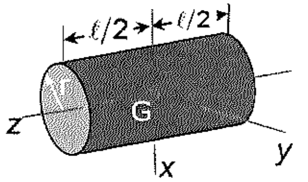
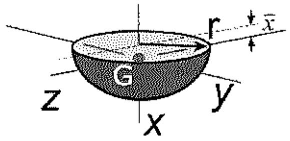
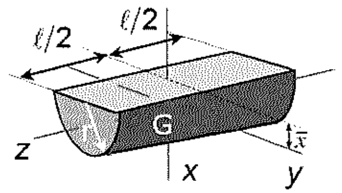
PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs
Aide-mémoire

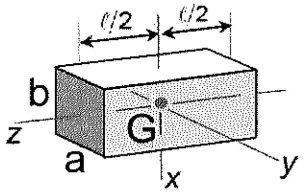
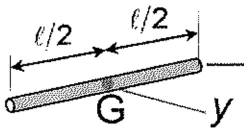
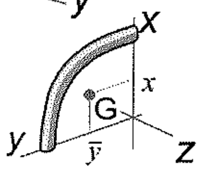
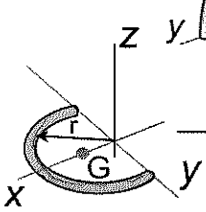
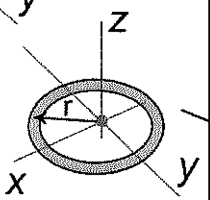
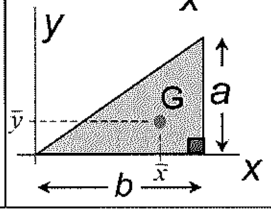
Quantité de mouvement (QM) :	$\vec{L} = m\vec{v}$ $\vec{L} = M\vec{v}_{CM}$
Principe impulsion-QM :	$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
	$\Delta\vec{L} = \int \sum \vec{F}\, dt$
Force moyenne :	$\vec{F}_{\text{moy}}\Delta t = \int \vec{F} dt$
Centre de masse :	$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$
	$\vec{v}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i}$
	$\vec{a}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{a}_i}{\sum m_i}$
Moment d'inertie d'une particule :	$I_O = mR^2$
Rayon de giration :	$\kappa_O = \sqrt{I_O/m}$
Théorème des axes parallèles :	$I_{O'} = I_{O,CM} + md_{OO'}^2$
Moment cinétique :	$\vec{H}_O = \vec{r} \times m\vec{v}$
	$\vec{H}_O = I_O\vec{\omega}$
	$\vec{H}_O = \vec{r}_{CM} \times M\vec{v}_{CM} + \mathbf{I}_{CM}\vec{\omega}$
Principe impulsion-MC :	$\sum \vec{M}_O = \frac{d\vec{H}_O}{dt}$
	$\Delta\vec{H}_O = \int \sum \vec{M}_O\, dt$
Système à masse variable :	$\sum \vec{F} + \frac{dm}{dt}(\vec{v}_p - \vec{v}) = m\vec{a}$
Débit dans une conduite :	$\lvert dV/dt \rvert = Sv,$
	$\lvert dm/dt \rvert = \rho Sv$
Masse en fonction du temps :	$m = m_0 + \int_0^t \frac{dm}{dt} dt$
Force exercée par un courant de particules :	$\vec{F}_e = \lvert dm/dt \rvert \vec{v}_e$
	$\vec{F}_s = -\lvert dm/dt \rvert \vec{v}_s$

Vitesse de rotation :	$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
Décomposition translation-rotation :	$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times \vec{r}_{B/A}$
Centre instantané de rotation :	$\omega = \frac{v_A}{r_{A/CIR}} = \frac{v_B}{r_{B/CIR}}$
Roulement sans glissement :	$\Delta r = R\Delta\theta$
	$v = \omega R$
	$a = \alpha R$
Deuxième loi de Newton en rotation :	$\sum \vec{M}_O = \vec{r}_{CM/O} \times M\vec{a}_{CM} + \mathbf{I}_{CM}\vec{\alpha}$
	$\sum \vec{M}_O = \mathbf{I}_O\vec{\alpha}$
Énergie cinétique d'un corps rigide :	$T = \frac{1}{2}Mv_{CM}^2 + \frac{1}{2}I_{CM}\omega^2$
	$T = \frac{1}{2}I_O\omega^2$
Travail d'un couple :	$U = \int \vec{M} \cdot d\vec{\theta}$
Ressort de torsion :	$\vec{M}_{res} = -\kappa\Delta\vec{\theta}$
	$V_{res} = \frac{1}{2}\kappa(\Delta\theta)^2$
Puissance d'un couple :	$P = \vec{M} \cdot \vec{\omega}$

PHS1101 – Mécanique pour ingénieurs

Formulaire de centre de masse et de moment d'inertie

Corps	Centre de masse	Moments d'inertie
		$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = mr^2$
	$\bar{x} = \frac{2r}{\pi}$	$I_{xx} = \frac{1}{2}mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{yy} = \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2}\right)mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = \left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right)mr^2$
		$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = \frac{1}{2}mr^2$
	$\bar{x} = \frac{3r}{8}$	$I_{xx} = \frac{2}{5}mr^2$ $I_{yy} = I_{zz} = \frac{83}{320}mr^2$
	$\bar{x} = \frac{4r}{3\pi}$	$I_{xx} = \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{yy} = \left(\frac{1}{4} - \frac{16}{9\pi^2}\right)mr^2 + \frac{1}{12}m\ell^2$ $I_{zz} = \left(\frac{1}{2} - \frac{16}{9\pi^2}\right)mr^2$

Corps	Centre de masse	Moments d'inertie
		$I_{xx} = \frac{1}{12}m(a^2 + \ell^2)$ $I_{yy} = \frac{1}{12}m(b^2 + \ell^2)$ $I_{zz} = \frac{1}{12}m(a^2 + b^2)$
CORPS MINCES		
		$I_{yy} = \frac{1}{12}m\ell^2$
	$\bar{x} = \bar{y}$ $= \frac{2r}{\pi}$	$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}mr^2$ $I_{zz} = mr^2$
	$\bar{x} = \frac{2r}{\pi}$	$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}mr^2$ $I_{zz} = mr^2$ $* \bar{I}_{yy} = \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2}\right)mr^2$ $* \bar{I}_{zz} = \left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right)mr^2$
		$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{2}mr^2$ $I_{zz} = mr^2$
	$\bar{x} = \frac{2}{3}b$ $\bar{y} = \frac{1}{3}a$	$I_{xx} = \frac{1}{6}ma^2$ $I_{yy} = \frac{1}{2}mb^2$ Triangle rectangle mince

*Demi-cercle : les moments d'inertie avec une barre sont calculés par rapport à un axe qui passe par le centre de masse de l'objet.