

Collision d'une boule roulant sur une surface avec un mur

Une boule de masse $m = 20$ g et de diamètre $d = 20$ cm est située initialement au point $(x(0), y(0), z(0)) = (0, 0, 1.1)$ m (position du centre de masse). Elle roule sur une surface plane avec une vitesse angulaire constante $\vec{\omega} = (1, 1, 0)$ rad/s. Après un certain temps, elle entre en collision avec un mur qui est perpendiculaire à l'axe des x et localisé au point $x_m = 1$ m.

- (a) Déterminer à quel temps t_c la boule entre en collision avec le mur ainsi que la position de la boule lorsque la collision se produit.
- (b) En supposant que le coefficient de restitution du mur est $\epsilon = 1$, et que la collision est sans frottement, déterminer la vitesse linéaire du centre de masse de la boule après la collision.
- (c) La boule roule-t-elle ou glisse-t-elle après la collision (justifier votre réponse)?

Solution :

- (a) Déterminer à quel temps t_c la boule entre en collision avec le mur ainsi que la position de la boule lorsque la collision se produit.

Pour une boule qui roule, la vitesse effective du centre de masse est

$$\vec{v}_b = -\vec{\omega} \times \vec{r}_{c,b}$$

où $\vec{r}_{c,b} = (0, 0, -d/2)$ m est la position du point de contact entre la boule et la surface par rapport au centre de masse. Donc

$$\vec{v}_b = (d/2, -d/2, 0) = (0.1, -0.1, 0) \text{ m/s}$$

La boule entrera en contact avec le mur lorsque sa position en x sera $x(t) = x_m - d/2$.

$$t_c = \frac{x_m - d/2}{d/2} = \frac{1 - 0.1}{0.1} = 9 \text{ secondes.}$$

et la position du centre de masse de la boule au moment de la collision est $\vec{r}_b(t_c) = (0.9, 0.9, 1.1)$ m.

- (b) En supposant que le coefficient de restitution du mur est $\epsilon = 1$, et que la collision est sans frottement, déterminer la vitesse linéaire du centre de masse de la boule après la collision.

Comme le plan est perpendiculaire à l'axe des x , la normale sortante au point de collision est $\hat{n} = (-1, 0, 0)$. Cette direction correspond aussi à la normale entrante dans la boule au point de collision. On peut donc calculer la composante dans la direction \hat{n} de la vitesse relative entre la boule et le mur avant la collision en utilisant

$$v_{r,-} = \hat{n} \cdot \vec{v}_b(t_c) = (-1, 0, 0) \cdot \left(\frac{d}{2}, -\frac{d}{2}, 0\right) = -\frac{d}{2} = -0.1 \text{ m/s}$$

La vitesse de la boule après la collision est alors donnée par

$$\vec{v}_{b,c}(t_c) = \vec{v}_b(t_c) + \frac{j}{m_b} \hat{n}$$

Avec

$$\frac{j}{m_b} = (1 + \epsilon)v_{r,-} = 2v_{r,-}$$

On obtient alors

$$\vec{v}_{b,c}(t_c) = (-0.1, -0.1, 0)$$

(c) La boule roule-t-elle ou glisse-t-elle après la collision (justifier votre réponse)?

Comme on suppose qu'il n'y a pas de frottement entre le mur et la boule, la vitesse angulaire de la boule sera la même avant et après la collision. Si la boule ne faisait que rouler, sa vitesse après la collision serait identique à sa vitesse linéaire due au roulement qui est toujours $(0.1, -0.1, 0)$ m/s. Comme ce n'est pas le cas, la boule glissera après la collision.