Devoir 3

Date de distribution : 31 octobre 2022

Date de remise : 21 novembre 2022

Lancement de dé

Un grand nombre de jeux de société utilisent des dés afin de générer un nombre aléatoire compris entre 1 et 6. On désire simuler le lancement d'un dé sur le sol à partir d'une certaine hauteur. Ce dé est un cube plein et homogène de masse $m = 20$ g et de côté $l = 4$ cm.

Le référentiel lié au dé est choisi de façon à ce que le centre de masse du dé se situe à son origine et que les faces numérotées de 1 à 6 du dé appartiennent aux plans suivants :

Face 1 dans le plan d'équation : $z = -l/2$

Face 2 dans le plan d'équation : $y = -l/2$

Face 3 dans le plan d'équation : $x = -l/2$

Face 4 dans le plan d'équation : $x = l/2$

Face 5 dans le plan d'équation : $y = l/2$

Face 6 dans le plan d'équation : $z = l/2$

Les sommets sont aussi numérotés tel que représentés sur la figure 1.

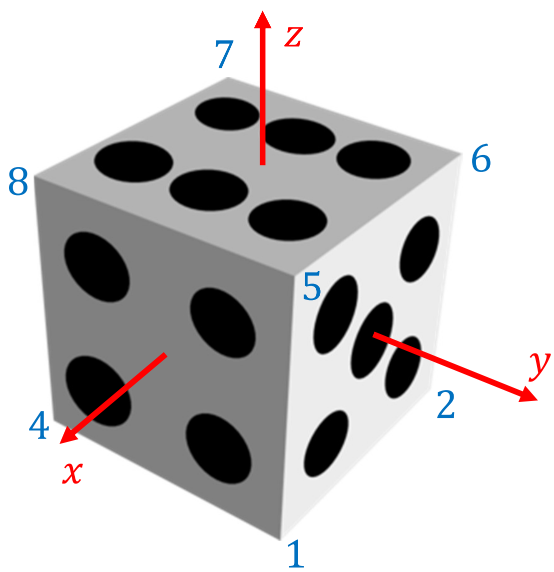

Figure 1: Dé dans son propre référentiel.

Il s'agit dans ce devoir, de tracer la trajectoire du centre de masse du dé lorsqu'il est lancé ainsi que son orientation finale. On prendra comme origine du temps l'instant où le dé est lancé d'une position $\vec{r}_0$ avec des vitesses linéaire $\vec{v}_0$ et angulaire $\vec{\omega}_0$.

Dans le référentiel global, le sol considéré infini sur lequel rebondit le dé est le plan XY et l'axe Z est orienté vers le haut.

Durant son mouvement, les seules forces subies par le dé qu'on considérera sont :

- La force de gravité.
- La normale du sol si celui-ci est en contact avec le dé.
- La force de frottements cinétiques de coefficient $\mu_c = 0.3$ si le dé glisse sur le sol.
- La force de frottement statique si le dé est en contact avec le sol sans glisser. Le coefficient de frottements statiques est $\mu_s = 0.5$.

Le coefficient de restitution de la collision entre le dé et le sol est $\epsilon = 0.5$.

La simulation doit s'arrêter lorsque le dé n'a pas assez d'énergie pour changer le résultat du lancer soit :

$$\frac{1}{2}m\vec{v}^2 + \frac{1}{2}I\vec{\omega}^2 + mgz < \sqrt{2}\,mgl$$

où $I = \frac{ml^2}{6}$ est le moment d'inertie du dé et $g = 9.81\ \text{m/s}^2$.

But du devoir

Le but de ce devoir est de programmer une fonction Matlab ou Octave qui permet de tracer la trajectoire du dé. La fonction demandée doit pouvoir être appelée comme suit :

```
[face t x y z sommets]=Devoir3(Pos0, MatR0, V0, W0)
```

Les données d'entrée pour cette fonction sont :

- `Pos0` est un vecteur position du centre de masse du dé à l'instant initial.
- `MatR0` est la matrice de rotation (indiquant l'orientation) du dé à l'instant initial.
- `V0` est le vecteur vitesse linéaire du centre de masse du dé à l'instant initial.
- `W0` est le vecteur vitesse angulaire du dé à l'instant initial.

Les résultats produits par cette fonction Matlab (ou Octave) sont :

- `face` donne le numéro de la face supérieur du dé dans sa position finale.
- `t` vecteur contenant le temps correspondant à chacune des positions enregistrées pour le tracé

la trajectoire du dé. La dernière valeur doit être l'instant d'arrêt de la simulation. Le nombre d'instants utilisés pour tracer la trajectoire doit être compris entre 100 et 1000.

- `x,y et z` sont des vecteurs contenant les positions en *x,* en *y* et en *z* du centre de masse du dé enregistrées pour le tracé de sa trajectoire (les valeurs correspondent aux instants du vecteur `t`).
- `sommets` est une matrice (tableau) de 3 lignes et 8 colonnes indiquant les positions des 8 sommets à l'instant final (dans le référentiel global). Les 3 valeurs de la nième colonne correspondent aux 3 composantes du vecteur position du nième sommet.

Toutes des données doivent être exprimées dans le référentiel global et leurs valeurs dans le système d'unités international (SI).

Simulations requises

Les conditions initiales des lancers à simuler sont données dans le tableau 1. La précision requise pour les simulations correspond à des erreurs maximales sur les positions du dé en *x*, *y* et *z* de ± 1 mm. Des graphiques (3D) illustrant les trajectoires du dé sont requis. Un fichier nommé ''RouleDevoir3.m'' sera disponible sous peu pour vous permettre de tracer des trajectoires. En attendant, vous pouvez vous créer votre propre fichier pour faire rouler votre programme.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Tableau 1 : conditions initiales des simulations de lancer de dé.

Tirs	`Pos0` (m)	`MatR0`	`V0` (m/s)	`W0` (rad/s)
1	[0 ; 0 ; 1]	$\mathbb{I}$	[0.5 ; 0 ; 0.5]	[0.1 ; 0.1 ; 0]
1	[0 ; 0 ; 1]	$\mathbb{I}$	[0.6 ; 0 ; 0.5]	[0.1 ; 0.1 ; 0]
1	[0 ; 0 ; 1]	$\mathbb{I}$	[0.5 ; 0 ; 0.5]	[0.2 ; 0.1 ; 0]
1	[0 ; 0 ; 1]	$\begin{pmatrix} 0.5 & 0.83205029 & 0.2401922 \\ 0.75 & -0.5547002 & 0.3602883 \\ 0.4330127 & 0 & -0.9013878 \end{pmatrix}$	[0.5 ; 0 ; 0.5]	[0.1 ; 0.1 ; 0]

Où $\mathbb{I}$ est la matrice unitaire.