Devoir 1

Date de distribution : 14 septembre 2020

Date de remise : 5 octobre 2020 (à 17h)

Moment d'inertie et accélération angulaire

Le problème consiste à simuler le comportement d'un patineur qui est représenté par des cylindres et une sphère comme illustré à la figure 1.

Le système d'axes lié au patineur (*oxyz*) a comme origine le point d'intersection de l'axe du tronc et le sol lorsque le patineur est vertical. Les orientations des axes *ox*, *oy* et *oz* sont indiquées sur la figure 1. À l'instant initial, le patineur est vertical tel que représenté sur la figure 1 (a) (vue de face). À cette position, le système d'axes du laboratoire (*OXYZ*) est confondu avec le système d'axes lié au patineur (*oxyz*).

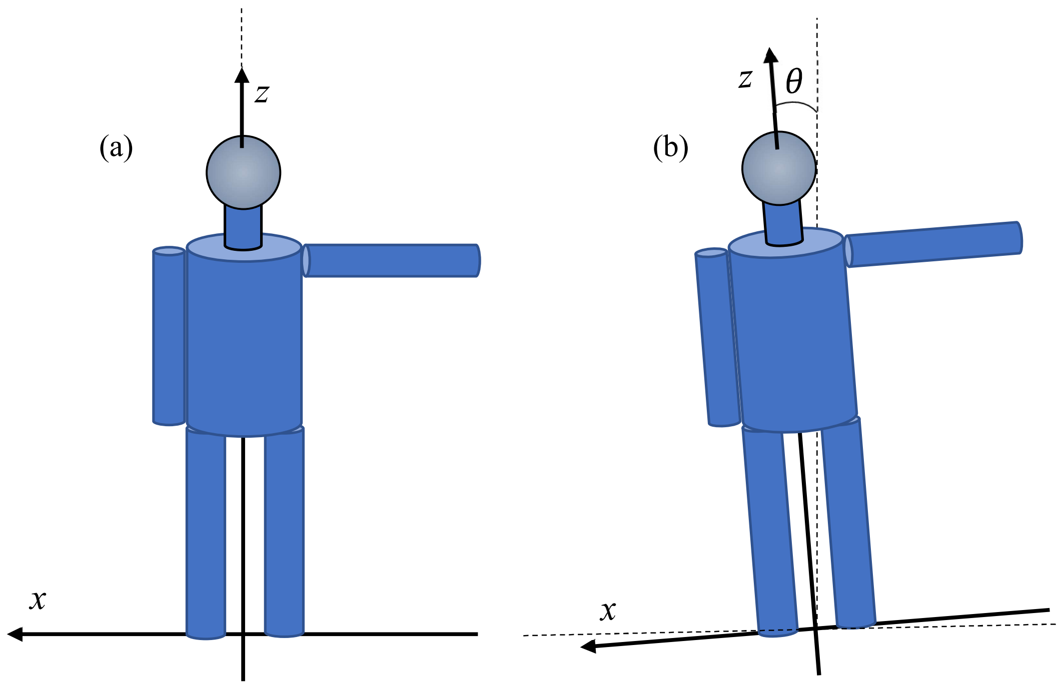

Figure 1: Modèle du patineur vus de face. (a) dans la position verticale et (b) après rotation d'un angle θ autour de l'axe *oy*. L'axe *oy* est sortant de la page.

Les dimensions, masses volumiques et la position des centres de masse des différentes composantes du corps dans son propre référentiel sont les suivantes :

- Les jambes sont des cylindres pleins et uniformes de rayon $r_j = 6$ cm et d'une longueur $L_j = 75$ cm. Elles ont une masse volumique de $\rho_j = 1052\ \mathrm{kg}/m^3$. Leur centre de masse est localisé à $(\pm 10\mathrm{cm}, 0, L_j/2)^T$. On suppose donc qu'elles reposent sur le sol sur lequel elles sont libres de glisser sans frottement.
- Le tronc est un cylindre plein et uniforme de rayon $r_t = 15$ cm et d'une longueur $L_t = 70$ cm. Sa masse volumique est de $\rho_t = 953\ \mathrm{kg}/m^3$. Son centre de masse est localisé à $(0,0, L_j + L_t/2)^T$.
- Le cou est un cylindre plein et uniforme de rayon $r_c = 4$ cm et d'une longueur $L_c = 10$ cm. Sa masse volumique est identique à celle du tronc. Son centre de masse est localisé à $(0,0, L_j + L_t + L_c/2)^T$.
- La tête est une sphère pleine et uniforme de rayon $r_h = 10$ cm. Sa masse volumique est de $\rho_h = 1056\ \mathrm{kg}/m^3$. Son centre de masse est localisé à $(0,0, L_j + L_t + L_c + r_h)^T$.
- Les bras sont des cylindres pleins et uniformes de rayon $r_b = 3$ cm et d'une longueur $L_b = 75$ cm. Ils ont une masse volumique de $\rho_b = 1052\ \mathrm{kg}/m^3$. Leur centre de masse est localisé à $(\pm(r_t + r_b), 0, L_j + L_t - L_b/2)^T$ s'ils sont alignés avec le corps et $(\pm(r_t + L_b/2), 0, L_j + L_t - r_b)^T$ s'ils sont perpendiculaire au tronc.

Le patineur peut être vertical comme représenté sur la figure 1 ou incliné d'un angle θ par rapport à l'axe oz. Dans cette dernière posture, on néglige la déformation de la partie des jambes au contact avec le sol et on considère que l'origine du repère lié au patineur est toujours au niveau du sol.
Le patineur est aussi susceptible de tourner à vitesse angulaire ω_z autour de l'axe parallèle à l'axe oz du repère local et passant par son centre de masse.

Le bras droit du patineur est étiré le long de son corps (parallèles aux jambes et au tronc) et son bras gauche est étiré et constamment perpendiculaire aux jambes et au tronc.

On applique une force $\vec{F} = (F_x, F_y, F_z)^T$ sur la tête du patineur au point $\vec{r}_F = (0, r_h, z_F)^T$ avec $z_F = L_j + L_t + L_c + r_h$. Ici, $\vec{F}$ et $\vec{r}_F$ sont données dans le référentiel lié au patineur.

But du devoir

Le but de ce devoir est de programmer une fonction Matlab ou Octave qui permet de calculer la position du centre de masse, le moment d'inertie et l'accélération angulaire du patineur pour différentes conditions initiales. La fonction demandée doit pouvoir être appelée comme suit :

```
[pcm MI aa]=Devoir1(pos,theta,wz,Force)
```

Les données d'entrée pour cette fonction sont :

- `pos=[pos_x;pos_y;pos_z]` est le vecteur $\vec{r}_o$ indiquant, dans le référentiel du laboratoire, la position de l'origine du référentiel lié au patineur (en mètre).
- `theta` représente l'angle de rotation (en rad) du patineur autour de l'axe OY (on se limitera à ce seul axe de rotation).
- `wz` est la vitesse angulaire (en rad/s) du patineur autour de l'axe passant par son centre de masse et parallèle à l'axe *oz*.
- `Force=[F_x;F_y;F_z]` est le vecteur de la force $\vec{F}$ (en N) écrit dans le référentiel lié au patineur.

Les résultats produits par cette fonction Matlab (ou Octave) sont :

- `pcm=[pcm_x;pcm_y;pcm_z]`, le vecteur $\vec{r}_{CM}$ indiquant la position dans le référentiel du laboratoire du centre de masse du patineur en m ;
- `MI`, la matrice de moment d'inertie $\boldsymbol{I}$ du patineur par rapport à son centre de masse dans le référentiel du laboratoire (kg×m^2) ;
- `aa=[aa_x;aa_y;aa_z]`, le vecteur $\vec{\alpha}$ indiquant l'accélération angulaire du patineur autour de son centre de masse (en rad/s^2) dans le référentiel du laboratoire.

Simulations requises

Vous devez utiliser cette fonction pour analyser deux différentes situations résumées dans le tableau suivant :

Situation	$\vec{r}_0$ (m)	θ (rad)	ω_z (rad/s)	$\vec{F}$ (N)
1	$(0.0, 0.0, 0.0)$	0.0	0.0	$(0, -200, 0)$
2	$(2.5, 3.0, 0.0)$	$-\pi/15$	10.0	$(0, -200, 0)$

Dans toutes les situations, on choisira l'instant où *oy* est dans la même direction et même sens que *OY* (le patineur est de face).

Instructions pour le devoir :

Le devoir sera noté sur 25 points. Cette note sera divisée en deux parties : 20 points seront alloués au rapport et 5 points à la fonction Devoir1.m que vous devez soumettre avec le rapport.

- Évaluation du rapport (20 points)

  1. Mise en page (1 point) : Ce point est accordé pour la qualité globale du rapport.
  2. Orthographe et syntaxe (1 point) : Le rapport devrait, si possible, être exempt d'erreurs de syntaxe.
  3. Introduction (1 point) : Le rapport doit inclure une brève description du devoir.
  4. Théorie et équation (6 points) : vous devez fournir les équations utilisées pour le logiciel.
  5. Présentation et analyse des résultats (10 points) : Vous devez présenter et discuter les résultats obtenus pour les deux simulations requises.
  6. Conclusion (1 point) : vous devez inclure une discussion des problèmes rencontrés lors de la programmation et la simulation.

- Évaluation de la fonction requise pour les simulations (5 points) : Celle-ci peut être validée en utilisant la fonction RouleDevoir1.m fournie sur Moodle.

  1. L'interface utilisateur est conforme aux instructions du devoir (1.5 point)
  2. Le logiciel peut être exécuté (2 points)
  3. Le logiciel possède toutes les fonctions demandées (1.5).

Modalités de remise des devoirs : Voir le plan de cours.