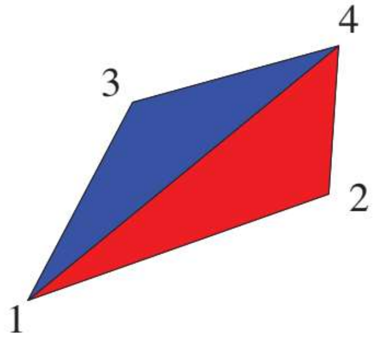
Volume et centre de masse

Déterminer le volume et la position du centre de masse du bloc triangulaire de la figure 1 en supposant que sa masse volumique est uniforme. La position de chacun des quatre sommets de ce bloc est aussi indiquée dans cette figure.



Coin	position
1	$(-4, 0, 0)^T$ m
2	$(0, 0, 0)^T$ m
3	$(0, 3, 0)^T$ m
4	$(1, 1, 1)^T$ m

Solution

Ici, comme on a un bloc composé seulement de surface triangulaire, on peut utiliser la méthode de Euler. On a $n_c = 4$ *coins,* $n_s = 4$ *faces et* $n_a = 6$ *arêtes donc le critère de Euler*

$$n_c + n_s - n_a = 2$$

est satisfait. On doit alors classer les vecteurs $\vec{a}_i$, $\vec{b}_i$ *et* $\vec{c}_i$ *associés à chacune des faces du bloc dans un ordre antihoraire lorsque l'on regarde le solide de l'extérieur. Le résultat est donné au tableau 1.*

Tableau 1: Ordre des coins pour les surfaces du bloc triangulaire

Surface i	$\vec{a}_i$	$\vec{b}_i$	$\vec{c}_i$
1	1=(-4, 0, 0)^T m	2=(0,0,0)^T m	4=(1,1,1)^T m
2	2=(0,0,0)^T m	3=(0,3,0)^T m	4=(1,1,1)^T m
3	3=(0,3,0)^T m	1=(-4, 0, 0)^T m	4=(1,1,1)^T m
4	3=(0,3,0)^T m	2= (0,0,0)^T m	1=(-4, 0, 0)^T m

Le volume et la position du centre de masse du bloc sont donnés par

$$V = \sum_{i=1}^{4} dV_i$$

$$\vec{r}_c = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{4} dV_i \frac{\vec{a}_i + \vec{b}_i + \vec{c}_i}{4}$$

où les éléments de volume dV_i *associés à chaque surface sont*

$$dV_i = \frac{1}{6}\vec{a}_i \cdot \left(\vec{b}_i \times \vec{c}_i\right)$$

Pour les faces 1, 2 et 4, le vecteur $(0,0,0)^T$ *est toujours utilisé, on aura* $dV_i = 0$*. Il reste à calculer* $dV_3 = 2\ m^3$*. Le volume total est donc* $V = 2\ m^3$ *et la position du centre de masse est*

$$\vec{r}_c = \frac{1}{4}\left(-3\ m, 4\ m, 1\ m\right)^T$$