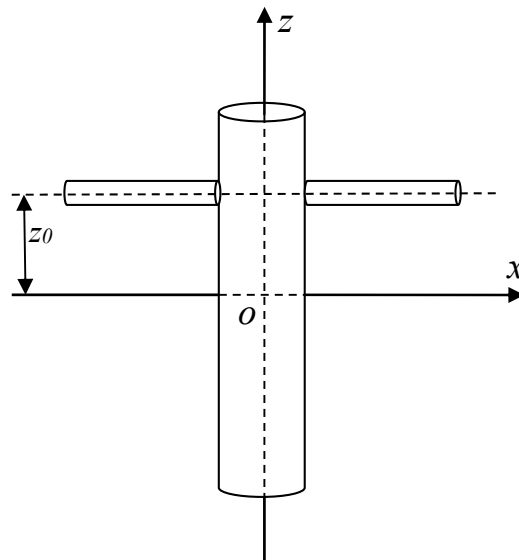


Question 1. Patineuse artistique (20 points)

Une patineuse artistique fait des pirouettes sur la glace en tournant sur elle-même avec une vitesse angulaire $\vec{\omega} = (0, 0, 5)$ rad/s. Lorsque la patineuse écarte les bras, son corps peut être assimilé à un assemblage de trois cylindres pleins comme illustré sur la figure ci-dessous: un cylindre principal vertical C_p représentant à la fois les jambes, le torse et la tête et deux autres petits cylindres horizontaux C_g et C_d représentant les bras gauche et droit. Le cylindre principal a une masse $M = 50$ kg, une hauteur $H = 1.8$ m et un rayon $R = 0.2$ m. Les deux cylindres représentant les bras sont identiques et chacun d'eux a une masse $m = 5$ kg, une longueur $h = 0.6$ m et un rayon $r = 0.06$ m. On choisit le centre de masse du cylindre principal comme origine des axes et le plan contenant les centres de masse des trois cylindres comme plan xz . La position verticale des deux bras est $z_0 = 0.6$ m.

- (3 points)** Déterminer la position \vec{r}_c du centre de masse de la patineuse (système formé par les 3 cylindres).
- (10 points)** Déterminer le moment d'inertie de la patineuse par rapport à son centre de masse.
- (2 points)** Déterminer le moment cinétique \vec{L} de la patineuse.
- (5 points)** À un instant t_0 , la patineuse décide de toucher la glace avec la pointe d'un de ses patins afin d'arrêter de tourner sur elle-même. Ceci produit un moment de force constant $\vec{\tau} = (0, 0, -0.75)$ Nm qui ralentit son mouvement de rotation jusqu'à l'arrêt complet à l'instant t_1 . Quel est le temps nécessaire $\Delta t = t_1 - t_0$ à la patineuse pour s'arrêter de tourner.



Réponses :

$$\text{a) } I = \begin{pmatrix} 17.018 & 0 & 0 \\ 0 & 19.809 & 0 \\ 0 & 0 & 3.809 \end{pmatrix} \text{ Kg.m}^2 \quad \text{b) } \vec{L} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 19.045 \end{pmatrix} \text{ Kg.m}^2/\text{s} \quad \text{c) } \Delta t \approx 25.4 \text{ s}$$