1. Semester - Software Engineering

Andreas Roither

bla, Hagenberg

Inhaltsverzeichnis

1 LGI Übung

1.1 Übung 1

LGI1/MAG1 Übung 1

Auszuarbeiten bis 11./13. 10. 2016

1. Stellen Sie fest, aus welchen Teilaussagen die folgenden zusammengesetzten Aussagen bestehen (am besten durch Klammern der Teilaussagen, wie in Beispiel 2.2 im Skriptum).
   (a) $((A \vee (B \wedge C)) \wedge (\neg(A \Rightarrow B)))$
   (b) $((A \wedge B) \Rightarrow (A \vee (\neg B)))$
   (c) $(((A \Rightarrow B) \wedge C) \vee ((\neg A) \wedge (\neg C)))$
2. Argumentieren Sie, warum die folgenden Zeichenketten *keine* wohlgeformten Aussagen sind:
   (a) $(A \Rightarrow \wedge B)$
   (b) $((A \wedge B))$
   (c) $(\neg A \neg B)$
3. Geben Sie die Wertetabelle für folgende Aussagen an:
   (a) $(A \vee (B \wedge C))$
   (b) $((A \wedge B) \Rightarrow (A \vee B))$
   (c) $(((A \Rightarrow B) \wedge C) \vee (\neg A))$
4. Rechnen Sie nach, dass folgende Aussagen gleichwertig sind, also die gleichen Spalten einer Wahrheitstabelle ergeben. Ab hier werden zur einfacheren Lesbarkeit alle Klammern weggelassen, die nicht notwendig sind.
   (a) $(A \vee (\neg B \wedge A)) \wedge (C \vee (B \vee A))$ und A
   (b) $\neg(x \wedge \neg y) \vee (y \wedge (x \vee z))$ und $\neg x \vee y$ und $x \Rightarrow y$
5. Seien das *exklusive Oder* $\otimes$ und die *Äquivalenz* $\Leftrightarrow$ zwei neue Junktoren mit den unten angegebenen Wertetabellen. Verifizieren Sie durch Vergleich der Wertetabellen, dass sich diese Junktoren durch die bereits bekannten Junktoren wie unten gezeigt darstellen lassen.

A	B	$(A \otimes B)$
w	w	f
w	f	w
f	w	w
f	f	f

A	B	$(A \Leftrightarrow B)$
w	w	w
w	f	f
f	w	f
f	f	w

$(A \otimes B)$ ist gleichwertig mit $((A \wedge (\neg B)) \vee (B \wedge (\neg A)))$

$(A \Leftrightarrow B)$ ist gleichwertig mit $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A))$

6. Wieviele Zeilen hat die Wahrheitstabelle einer Aussage, die aus n unterschiedlichen atomaren Aussagen zusammengesetzt ist? Wieviele unterschiedliche Junktoren kann es theoretisch geben (definiert als jeweils eine Spalte in einer Wahrheitstabelle mit zwei atomaren Aussagen – es geht nicht darum, wieviele von diesen bekannt, sinnvoll oder sonst besonders erwähnenswert wären)?

1. (a) $\underbrace{\underbrace{((A \vee \underbrace{(B \wedge C)}_{Konjunktion}}_{Disjunktion} \wedge \underbrace{(\neg \underbrace{(A \Rightarrow B)}_{Implikation}))}_{Negation})}_{Konjunktion}$

   (b) $\underbrace{(\underbrace{(A \wedge B)}_{Konjunktion} \Rightarrow \underbrace{(A \vee \underbrace{(\neg B)}_{Negation}}_{Disjunktion}))}_{Implikation}$

   (c) $\underbrace{\underbrace{(\underbrace{(A \Rightarrow B)}_{Implikation} \wedge C)}_{Konjunktion} \underbrace{\underbrace{(\neg A)}_{Negation} \wedge \underbrace{(\neg C)}_{Negation}}_{Konjunktion}}_{Disjunktion}$

2. (a) Aussage A endet mit Implikation (Junktor) -¿ nicht wohlgeformt
   (b) eine Klammer zu viel
   (c) es fehlen umhüllende Klammern

3. (a) Wahrheitstabelle

A	B	C	$B \wedge C$	$(A \vee (B \wedge C)))$
f	f	f	f	f
f	f	w	f	f
f	w	f	f	f
f	w	w	w	w
w	f	f	f	w
w	f	w	f	w
w	w	f	f	w
w	w	w	w	w

   (b) Wahrheitstabelle

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$((A \wedge B) \Rightarrow (A \vee B))$
f	f	f	f	w
f	f	f	w	w
w	w	f	w	w
w	w	w	w	w

   Tautologie.. Wenn alle in einer Spalte Richtig sind
   Widerspruch.. Wenn alle in einer Spalte Falsch sind

   (c) Wahrheitstabelle

A	B	C	$(A \Rightarrow B)$	$((A \Rightarrow B) \wedge C)$	$((A \Rightarrow B) \wedge C) \vee (\neg A))$
f	f	f	w	f	w
f	f	w	w	w	w
f	w	f	w	f	w
f	w	w	w	w	w
w	f	f	f	f	f
w	f	w	f	f	f
w	w	f	w	f	f
w	w	w	w	w	w

4. (a) Wahrheitstabelle

A	B	C	$(A \vee (\neg B \wedge A))$	$(C \vee (B \vee A))$	$(1 \wedge 2)$	A
f	f	f	f	f	f	f
f	f	w	f	w	f	f
f	w	f	f	w	f	f
f	w	w	f	w	f	f
w	f	f	w	w	w	w
w	f	w	w	w	w	w
w	w	f	w	w	w	w
w	w	w	w	w	w	w

Wenn zwei Spalten die selben Werte haben(wahr,falsch) dann sind diese Ident $\equiv$

(b) Wahrheitstabelle

x	y	z	$\neg(x \wedge \neg y)$	$(y \wedge (x \vee z))$	$(1 \vee 2)$	$\neg x \vee y$	$x \Rightarrow y$
f	f	f	w	f	w	w	w
f	f	w	w	f	w	w	w
f	w	f	w	f	w	w	w
f	w	w	w	w	w	w	w
w	f	f	f	f	f	f	f
w	f	w	f	f	f	f	f
w	w	f	w	w	w	w	w
w	w	w	w	w	w	w	w

5. (a) Wahrheitstabelle

A	B	$(A \wedge (\neg B))$	$(B \wedge (\neg A))$	$(1 \vee 2)$	$A \otimes B$
f	f	f	f	f	f
f	w	f	w	w	w
w	f	w	f	w	w
w	w	f	f	f	f

Wenn zwei Spalten die selben Werte haben(wahr,falsch) dann sind diese Ident $\equiv$

(b) Wahrheitstabelle

A	B	$(A \Rightarrow B))$	$(B \Rightarrow A))$	$(1 \wedge 2)$	$A \iff B$
f	f	w	w	w	w
f	w	w	f	f	f
w	f	f	w	f	f
w	w	w	w	w	w

6. 2^n bei zweistelligen Junktoren 2^4

1.2 Übung 2

LGI1/MAG1 Übung 2

Auszuarbeiten bis 18./20. 10. 2016

1. Rechnen Sie mit den Transformationsregeln aus Satz 2.2 im Skriptum die Gleichwertigkeit der folgenden Aussagen vom letzten Übungszettel nach (formen Sie also die linke in die rechte Seite um):

   (a) $\neg(x \wedge \neg y) \vee (y \wedge (x \vee z)) \equiv \neg x \vee y$

   (b) $(A \vee (\neg B \wedge A)) \wedge (C \vee (B \vee A)) \equiv A$

2. Vereinfachen Sie so weit wie möglich, wiederum unter Verwendung der Transformationsregeln aus Satz 2.2 im Skriptum.

   (a) $\neg(x \vee y) \vee \big((x \wedge y) \vee x\big)$

   (b) $\big((\neg x \wedge y) \vee x\big) \wedge \big((x \wedge y) \vee x\big)$

3. Versuchen Sie, die über die folgenden Wahrheitstabellen definierten Funktionen der atomaren Aussagen A, B und C durch die Junktoren $\neg$, $\wedge$ und $\vee$ auszudrücken:

A	B	$f_1(A,B)$
f	f	f
f	w	w
w	f	f
w	w	f

A	B	C	$f_2(A,B,C)$
f	f	f	f
f	f	w	w
f	w	f	f
f	w	w	w
w	f	f	f
w	f	w	f
w	w	f	w
w	w	w	f

Für die letzten beiden Aufgaben auf diesem Übungszettel seien:

$+, \quad, *, /$	zweistellige Funktionskonstanten,
f	eine dreistellige Funktionskonstante,
$P, Q, \leq$	zweistellige Prädikatenkonstanten,
x, y, z	Variablen
$1, 2, 3, \ldots$	Objektkonstanten

---

4. Welche der folgenden Zeichenketten sind *Terme* (laut Definition 2.8), welche *atomare Aussagen* (laut Definition 2.9), und welche keines von beiden?

   (a) $f(\quad(+(*(x,2),y),2), +(2,x), \leq(4,3))$

   (b) $P(+(2,3), f(1,2,x))$

(c) $/(f(2,3,4),\quad (x,y))$

(d) $\leq (Q(*(2,4), P(13,x)), f(x,2,3))$

(e) $+(2, *(3,x),\quad (3,9))$

(f) $+(P(3,x),\quad (2,y))$

5. Führen Sie eine vollständige Syntaxanalyse der folgenden Aussage bzw. des folgenden Terms durch, wie am Ende der letzten Vorlesung gezeigt (und im Skriptum als Beispiel 2.14 behandelt). Beachten Sie, dass die Junktoren *nicht* vor den Argumenten geschrieben werden:

   (a) $\leq (\quad (f(x, *(x,2), 2), +(2,x)), /(4,x)) \Rightarrow (< (\quad (4,x), +(5,x)) \wedge P(3, /(x,y)))$

   (b) $/(\quad (f(z, +(x,2),\quad (y,2)), /(3,z)),\quad (*(3, *(x,y)), *(4,z)))$

   Die hier verwendete Notation mit den Funktions- und Prädikatenkonstanten *vor* den Argumenten wird *Präfix-Notation* genannt. Bringen Sie auch beide Ausdrücke in die vertrautere *Infix-Notation*, wo die Funktions- und Prädikatenkonstanten – wenn möglich – *zwischen* die Argumente geschrieben werden. Die Konstanten f, P und Q bleiben aber in Präfix-Notation.

test

1.3 Übung 3

LGI1/MAG1 Übung 3

Auszuarbeiten bis 25./27. 10. 2016

1. Drücken Sie die folgenden Quantoraussagen über dem Universum der ganzen Zahlen sprachlich aus und argumentieren Sie, welche von ihnen wahr sind.
   (a) $\exists x\ \exists y\ \ x+y=0$
   (b) $\forall x\ \exists y\ \ x+y=0$
   (c) $\exists x\ \forall y\ \ x+y=0$
   (d) $\forall x\ \forall y\ \ x+y=0$

2. Drücken Sie die folgenden deutschen Sätze in Prädikatenlogik aus. Sie können dazu alle benötigten Funktions- und Prädikatenkonstanten (wie etwa "VaterVon(x, y)" und "sindBrüder(x, y)") als gegeben voraussetzen. Das Universum seien (sehr schwammig ausgedrückt) "alle Dinge". Das hat keine konkreten Auswirkungen, außer dass Sie in den meisten dieser Aufgaben das Prädikat "istMensch(x)" benötigen.

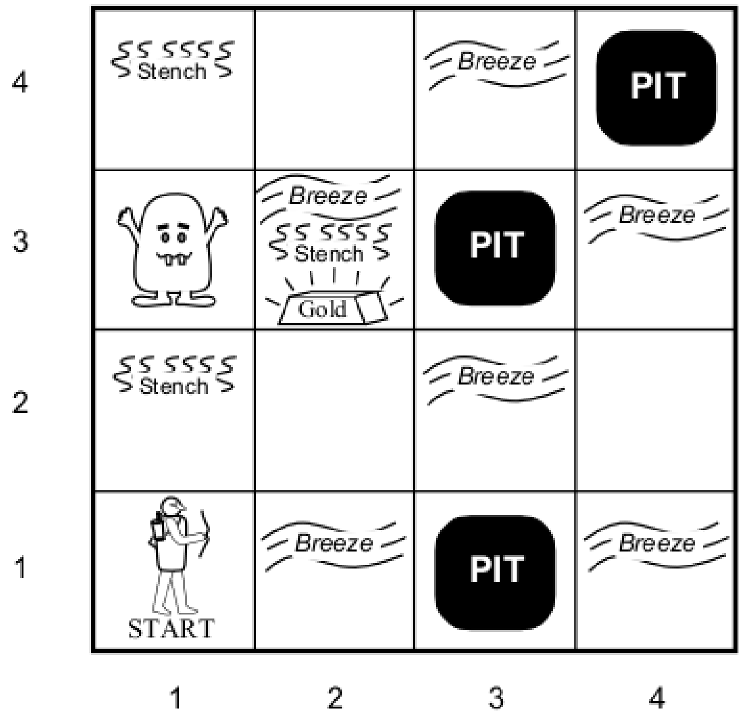
   Hinweis: Bei vielen diese Aussagen gibt es mehrere Möglichkeiten, sie formal auszudrücken. Es gibt also oft nicht nur eine richtige Lösung.
   (a) "Es gibt zwei Menschen, die Brüder sind."
   (b) "Jede Studentin in Hagenberg interessiert sich für Informatik."
   (c) "Jeder Mensch hat einen Vater."
   (d) "Jeder Mensch hat genau einen Vater."

3. Wie letzte Aufgabe, für die Sätze
   (a) "Es gibt mindestens zwei Menschen, die MBI studieren, und die an Mathematik interessiert sind."
   (b) "Es gibt keine größte natürliche Zahl."
   (c) "Klaus geht nur ins Kino, wenn ihm der Film gefällt."

   Hinweis: Ein Objekt ist am größten/höchsten usw., wenn es keine größeren/höheren Objekte gibt.

4. Finden Sie den bzw. die Fehler in folgender Formalisierung des deutschen Satzes "es gibt eine graue Katze":
   (a) Katze = grau
   (b) $\exists x$ istKatze(x) = grau
   (c) $\exists x$ istKatze(x) = istGrau(x)
   (d) $\exists x$ istKatze(istGrau(x))
   (e) $\exists x$ istKatze(x = grau)
   (f) $\exists x$ istKatze(x) $\Rightarrow$ istGrau(x)

5. Wir betrachten das Wumpus-Spiel, das in der Vorlesung kurz angesprochen wurde:



Drücken Sie folgende mathematische Aussagen auf Deutsch aus, wobei die Prädikatenkonstanten die Bedeutung haben sollen, die aus ihrem Namen ersichtlich sind. Das Universum seien alle Felder am Spielfeld.

- $\forall p\ \text{hatLoch}(p) \Rightarrow \left(\forall q\ \text{sindNachbarn}(p, q) \Rightarrow \text{hatLuftZug}(q)\right)$
- $\exists p\ \text{hatGold}(p) \wedge \exists q \exists r\ \text{sindNachbarn}(p, q) \wedge \text{sindNachbarn}(p, r) \wedge q \neq r \wedge \text{hatLoch}(q) \wedge \text{hatWumpus}(r)$
- $\forall p\ \left(\text{hatSpieler}(p) \wedge \text{hatWumpus}(p)\right) \Rightarrow \text{istGrabFürSpieler}(p)$

6. Wir bleiben weiter beim Wumpus-Spiel. Drücken Sie folgende deutsche Sätze mit Hilfe von Prädikaten aus, wie sie in der letzten Aufgabe verwendet wurden.

- "Für jedes Feld mit Luftzug gilt, dass es mindestens ein benachbartes Feld gibt, auf dem ein Loch ist".
- "Auf dem Feld mit dem Gold gibt es einen Luftzug und Gestank".
- "Es gibt ein Feld mit Luftzug, das neben zwei Feldern mit Löchern ist."

test

1.4 Übung 4

LGI1/MAG1 Übung 4

Auszuarbeiten bis 8./10. 11. 2016

1. Drücken Sie die folgenden Quantoraussagen sprachlich aus und argumentieren Sie, welche von ihnen wahr sind. Verwenden Sie einmal das Universum der natürlichen Zahlen, und einmal das Universum der ganzen Zahlen.

   (a) $\exists x \, \forall y \;\; x \mid y$

   (b) $\forall x \, \exists y \;\; x \mid y$

   (c) $\exists x \, \forall y \;\; y \mid x$

   (d) $\forall x \, \exists y \;\; y \mid x$

2. Definieren Sie die folgenden Prädikate für natürliche Zahlen (Sie dürfen also annehmen, dass das Universum die natürlichen Zahlen sind):

   (a) $P(x, y)$ ist genau dann wahr, wenn die Summe der Quadrate von x und y größer als 10 ist.

   (b) $Q(x)$ ist genau dann wahr, wenn x die Summe der Quadrate zweier unterschiedlicher Primzahlen ist.

3. Schreiben Sie folgende Quantoraussagen, die in der abkürzenden Schreibweise aus Definition 2.13 im Skriptum gegeben sind, in der ursprünglichen (langen) Form, also mit Implikationen und Konjunktionen.

   (a) $\underset{1 \leq x < 40}{\forall} \mathrm{prim}(x^2 + x + 41)$

   (b) $\underset{p \geq 2}{\forall} \; \underset{n \geq 2}{\exists} \; \mathrm{prim}(p) \, \wedge \, p \leq n$

4. Finden Sie den bzw. die Fehler in folgender Formalisierung des deutschen Satzes “es gibt zwei Primzahlen, deren Differenz 2 ist”:

   (a) $\exists x \, \exists y \; \mathrm{prim}(x) - \mathrm{prim}(y) = 2$

   (b) $\exists x \, \exists y \; \mathrm{prim}(x - y = 2)$

   (c) $\exists x \, \exists y \; \mathrm{prim}(x - y) = 2$

   (d) $\exists x \, \exists y \; \mathrm{prim}(x) \, \wedge \, \mathrm{prim}(y) \, \wedge \, x - y = 2$

5. Negieren Sie das Ergebnis von Aufgabe 3b, und ziehen Sie dabei unter Verwendung von Satz 2.4 im Skriptum die Negation so weit wie möglich nach innen (also über alle Quantoren hinweg). Beachten Sie, dass Sie eine Negation auch in eine Implikation hineinziehen können, wenn Sie die Implikation zuerst in eine Disjunktion verwandeln (siehe Satz 2.1 im Skriptum).

6. Gehen Sie den Widerspruchsbeweis in Beispiel 2.27 im Skriptum so genau durch, dass Sie ihn (mit Unterlagen) präsentieren und erklären können.

test

2 EIR Übung

2.1 Übung 1

LGI1/MAG1 Übung 1

Auszuarbeiten bis 11./13. 10. 2016

1. Stellen Sie fest, aus welchen Teilaussagen die folgenden zusammengesetzten Aussagen bestehen (am besten durch Klammern der Teilaussagen, wie in Beispiel 2.2 im Skriptum).

   (a) $((A \vee (B \wedge C)) \wedge (\neg(A \Rightarrow B)))$

   (b) $((A \wedge B) \Rightarrow (A \vee (\neg B)))$

   (c) $(((A \Rightarrow B) \wedge C) \vee ((\neg A) \wedge (\neg C)))$

2. Argumentieren Sie, warum die folgenden Zeichenketten *keine* wohlgeformten Aussagen sind:

   (a) $(A \Rightarrow \wedge B)$

   (b) $((A \wedge B))$

   (c) $(\neg A \neg B)$

3. Geben Sie die Wertetabelle für folgende Aussagen an:

   (a) $(A \vee (B \wedge C))$

   (b) $((A \wedge B) \Rightarrow (A \vee B))$

   (c) $(((A \Rightarrow B) \wedge C) \vee (\neg A))$

4. Rechnen Sie nach, dass folgende Aussagen gleichwertig sind, also die gleichen Spalten einer Wahrheitstabelle ergeben. Ab hier werden zur einfacheren Lesbarkeit alle Klammern weggelassen, die nicht notwendig sind.

   (a) $(A \vee (\neg B \wedge A)) \wedge (C \vee (B \vee A))$ und A

   (b) $\neg(x \wedge \neg y) \vee (y \wedge (x \vee z))$ und $\neg x \vee y$ und $x \Rightarrow y$

5. Seien das *exklusive Oder* $\otimes$ und die *Äquivalenz* $\Leftrightarrow$ zwei neue Junktoren mit den unten angegebenen Wertetabellen. Verifizieren Sie durch Vergleich der Wertetabellen, dass sich diese Junktoren durch die bereits bekannten Junktoren wie unten gezeigt darstellen lassen.

A	B	$(A \otimes B)$
w	w	f
w	f	w
f	w	w
f	f	f

A	B	$(A \Leftrightarrow B)$
w	w	w
w	f	f
f	w	f
f	f	w

$(A \otimes B)$ ist gleichwertig mit
$((A \wedge (\neg B)) \vee (B \wedge (\neg A)))$

$(A \Leftrightarrow B)$ ist gleichwertig mit
$((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A))$

6. Wieviele Zeilen hat die Wahrheitstabelle einer Aussage, die aus n unterschiedlichen atomaren Aussagen zusammengesetzt ist? Wieviele unterschiedliche Junktoren kann es theoretisch geben (definiert als jeweils eine Spalte in einer Wahrheitstabelle mit zwei atomaren Aussagen – es geht nicht darum, wieviele von diesen bekannt, sinnvoll oder sonst besonders erwähnenswert wären)?

1. (a) $\underbrace{\underbrace{((A \vee \underbrace{(B \wedge C)}_{\mathit{Konjunktion}}}_{\mathit{Disjunktion}} \wedge \underbrace{(\neg \underbrace{(A \Rightarrow B)}_{\mathit{Implikation}}))}_{\mathit{Negation}})}_{\mathit{Konjunktion}}$

   (b) $\underbrace{(\underbrace{(A \wedge B)}_{\mathit{Konjunktion}} \Rightarrow \underbrace{(A \vee \underbrace{(\neg B)}_{\mathit{Negation}})}_{\mathit{Disjunktion}})}_{\mathit{Implikation}}$

   (c) $\underbrace{\underbrace{(\underbrace{(A \Rightarrow B)}_{\mathit{Implikation}} \wedge C)}_{\mathit{Konjunktion}} \underbrace{\underbrace{(\neg A)}_{\mathit{Negation}} \wedge \underbrace{(\neg C)}_{\mathit{Negation}}}_{\mathit{Konjunktion}}}_{\mathit{Disjunktion}}$

2. (a) Aussage A endet mit Implikation (Junktor) -¿ nicht wohlgeformt
   (b) eine Klammer zu viel
   (c) es fehlen umhüllende Klammern

3. (a) Wahrheitstabelle

A	B	C	$B \wedge C$	$(A \vee (B \wedge C)))$
f	f	f	f	f
f	f	w	f	f
f	w	f	f	f
f	w	w	w	w
w	f	f	f	w
w	f	w	f	w
w	w	f	f	w
w	w	w	w	w

   (b) Wahrheitstabelle

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$((A \wedge B) \Rightarrow (A \vee B))$
f	f	f	f	w
f	f	f	w	w
w	w	f	w	w
w	w	w	w	w

   Tautologie.. Wenn alle in einer Spalte Richtig sind
   Widerspruch.. Wenn alle in einer Spalte Falsch sind

   (c) Wahrheitstabelle

A	B	C	$(A \Rightarrow B)$	$((A \Rightarrow B) \wedge C)$	$((A \Rightarrow B) \wedge C) \vee (\neg A))$
f	f	f	w	f	w
f	f	w	w	w	w
f	w	f	w	f	w
f	w	w	w	w	w
w	f	f	f	f	f
w	f	w	f	f	f
w	w	f	w	f	f
w	w	w	w	w	w

4. (a) Wahrheitstabelle

A	B	C	$(A \vee (\neg B \wedge A))$	$(C \vee (B \vee A))$	$(1 \wedge 2)$	A
f	f	f	f	f	f	f
f	f	w	f	w	f	f
f	w	f	f	w	f	f
f	w	w	f	w	f	f
w	f	f	w	w	w	w
w	f	w	w	w	w	w
w	w	f	w	w	w	w
w	w	w	w	w	w	w

Wenn zwei Spalten die selben Werte haben(wahr,falsch) dann sind diese Ident $\equiv$

(b) Wahrheitstabelle

x	y	z	$\neg(x \wedge \neg y)$	$(y \wedge (x \vee z))$	$(1 \vee 2)$	$\neg x \vee y$	$x \Rightarrow y$
f	f	f	w	f	w	w	w
f	f	w	w	f	w	w	w
f	w	f	w	f	w	w	w
f	w	w	w	w	w	w	w
w	f	f	f	f	f	f	f
w	f	w	f	f	f	f	f
w	w	f	w	w	w	w	w
w	w	w	w	w	w	w	w

5. (a) Wahrheitstabelle

A	B	$(A \wedge (\neg B))$	$(B \wedge (\neg A))$	$(1 \vee 2)$	$A \otimes B$
f	f	f	f	f	f
f	w	f	w	w	w
w	f	w	f	w	w
w	w	f	f	f	f

Wenn zwei Spalten die selben Werte haben(wahr,falsch) dann sind diese Ident $\equiv$

(b) Wahrheitstabelle

A	B	$(A \Rightarrow B))$	$(B \Rightarrow A))$	$(1 \wedge 2)$	$A \iff B$
f	f	w	w	w	w
f	w	w	f	f	f
w	f	f	w	f	f
w	w	w	w	w	w

6. 2^n bei zweistelligen Junktoren 2^4

2.2 Übung 2

LGI1/MAG1 Übung 2

Auszuarbeiten bis 18./20. 10. 2016

1. Rechnen Sie mit den Transformationsregeln aus Satz 2.2 im Skriptum die Gleichwertigkeit der folgenden Aussagen vom letzten Übungszettel nach (formen Sie also die linke in die rechte Seite um):

   (a) $\neg(x \wedge \neg y) \vee (y \wedge (x \vee z)) \equiv \neg x \vee y$

   (b) $(A \vee (\neg B \wedge A)) \wedge (C \vee (B \vee A)) \equiv A$

2. Vereinfachen Sie so weit wie möglich, wiederum unter Verwendung der Transformationsregeln aus Satz 2.2 im Skriptum.

   (a) $\neg(x \vee y) \vee \big((x \wedge y) \vee x\big)$

   (b) $\big((\neg x \wedge y) \vee x\big) \wedge \big((x \wedge y) \vee x\big)$

3. Versuchen Sie, die über die folgenden Wahrheitstabellen definierten Funktionen der atomaren Aussagen A, B und C durch die Junktoren $\neg$, $\wedge$ und $\vee$ auszudrücken:

A	B	$f_1(A,B)$
f	f	f
f	w	w
w	f	f
w	w	f

A	B	C	$f_2(A,B,C)$
f	f	f	f
f	f	w	w
f	w	f	f
f	w	w	w
w	f	f	f
w	f	w	f
w	w	f	w
w	w	w	f

Für die letzten beiden Aufgaben auf diesem Übungszettel seien:

$+, \quad , *, /$	zweistellige Funktionskonstanten,
f	eine dreistellige Funktionskonstante,
$P, Q, \leq$	zweistellige Prädikatenkonstanten,
x, y, z	Variablen
$1, 2, 3, \ldots$	Objektkonstanten

---

4. Welche der folgenden Zeichenketten sind *Terme* (laut Definition 2.8), welche *atomare Aussagen* (laut Definition 2.9), und welche keines von beiden?

   (a) $f(\quad (+(*(x,2),y),2), +(2,x), \leq (4,3))$

   (b) $P(+(2,3), f(1,2,x))$

(c) $/(f(2,3,4), \quad (x,y))$

(d) $\leq (Q(*(2,4), P(13,x)), f(x,2,3))$

(e) $+(2, *(3,x), \quad (3,9))$

(f) $+(P(3,x), \quad (2,y))$

5. Führen Sie eine vollständige Syntaxanalyse der folgenden Aussage bzw. des folgenden Terms durch, wie am Ende der letzten Vorlesung gezeigt (und im Skriptum als Beispiel 2.14 behandelt). Beachten Sie, dass die Junktoren *nicht* vor den Argumenten geschrieben werden:

   (a) $\leq (\quad (f(x, *(x,2), 2), +(2,x)), /(4,x)) \Rightarrow (< (\quad (4,x), +(5,x)) \wedge P(3, /(x,y)))$

   (b) $/(\quad (f(z, +(x,2), \quad (y,2)), /(3,z)), \quad (*(3, *(x,y)), *(4,z)))$

   Die hier verwendete Notation mit den Funktions- und Prädikatenkonstanten *vor* den Argumenten wird *Präfix-Notation* genannt. Bringen Sie auch beide Ausdrücke in die vertrautere *Infix-Notation*, wo die Funktions- und Prädikatenkonstanten – wenn möglich – *zwischen* die Argumente geschrieben werden. Die Konstanten f, P und Q bleiben aber in Präfix-Notation.

test

2.3 Übung 3

LGI1/MAG1 Übung 3

Auszuarbeiten bis 25./27. 10. 2016

1. Drücken Sie die folgenden Quantoraussagen über dem Universum der ganzen Zahlen sprachlich aus und argumentieren Sie, welche von ihnen wahr sind.

   (a) $\exists x \; \exists y \;\; x + y = 0$

   (b) $\forall x \; \exists y \;\; x + y = 0$

   (c) $\exists x \; \forall y \;\; x + y = 0$

   (d) $\forall x \; \forall y \;\; x + y = 0$

2. Drücken Sie die folgenden deutschen Sätze in Prädikatenlogik aus. Sie können dazu alle benötigten Funktions- und Prädikatenkonstanten (wie etwa "VaterVon(x, y)" und "sindBrüder(x, y)") als gegeben voraussetzen. Das Universum seien (sehr schwammig ausgedrückt) "alle Dinge". Das hat keine konkreten Auswirkungen, außer dass Sie in den meisten dieser Aufgaben das Prädikat "istMensch(x)" benötigen.

   Hinweis: Bei vielen diese Aussagen gibt es mehrere Möglichkeiten, sie formal auszudrücken. Es gibt also oft nicht nur eine richtige Lösung.

   (a) "Es gibt zwei Menschen, die Brüder sind."

   (b) "Jede Studentin in Hagenberg interessiert sich für Informatik."

   (c) "Jeder Mensch hat einen Vater."

   (d) "Jeder Mensch hat genau einen Vater."

3. Wie letzte Aufgabe, für die Sätze

   (a) "Es gibt mindestens zwei Menschen, die MBI studieren, und die an Mathematik interessiert sind."

   (b) "Es gibt keine größte natürliche Zahl."

   (c) "Klaus geht nur ins Kino, wenn ihm der Film gefällt."

   Hinweis: Ein Objekt ist am größten/höchsten usw., wenn es keine größeren/höheren Objekte gibt.

4. Finden Sie den bzw. die Fehler in folgender Formalisierung des deutschen Satzes "es gibt eine graue Katze":

   (a) Katze = grau

   (b) $\exists x \;$ istKatze(x) = grau

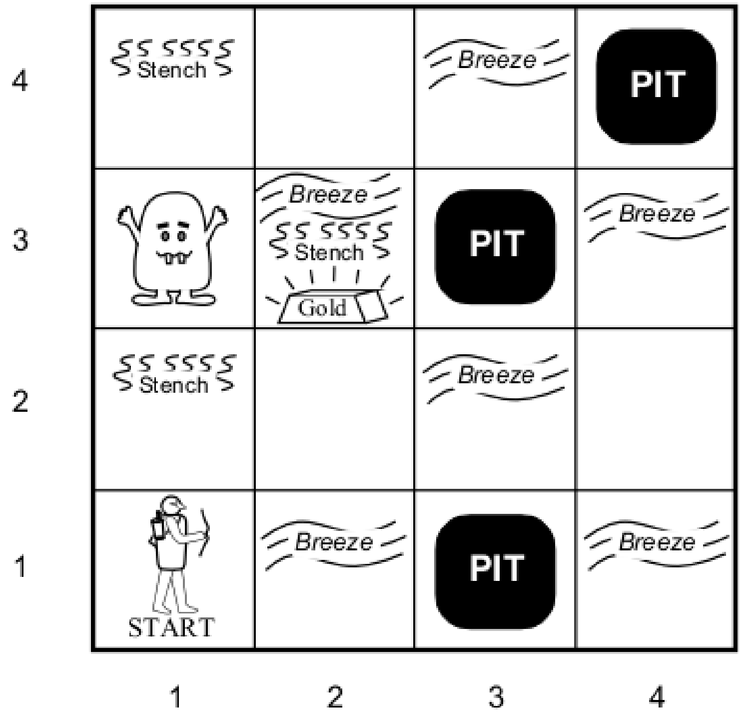
   (c) $\exists x \;$ istKatze(x) = istGrau(x)

   (d) $\exists x \;$ istKatze(istGrau(x))

   (e) $\exists x \;$ istKatze(x = grau)

   (f) $\exists x \;$ istKatze(x) $\Rightarrow$ istGrau(x)

5. Wir betrachten das Wumpus-Spiel, das in der Vorlesung kurz angesprochen wurde:



Drücken Sie folgende mathematische Aussagen auf Deutsch aus, wobei die Prädikatenkonstanten die Bedeutung haben sollen, die aus ihrem Namen ersichtlich sind. Das Universum seien alle Felder am Spielfeld.

- $\forall p\ \text{hatLoch}(p) \Rightarrow \Big(\forall q\ \text{sindNachbarn}(p,q) \Rightarrow \text{hatLuftZug}(q)\Big)$
- $\exists p\ \text{hatGold}(p)\ \wedge\ \exists\, q\, \exists\, r\ \text{sindNachbarn}(p,q)\ \wedge\ \text{sindNachbarn}(p,r)\ \wedge\ q \neq r\ \wedge$ $\text{hatLoch}(q)\ \wedge\ \text{hatWumpus}(r)$
- $\forall p\ \Big(\text{hatSpieler}(p)\ \wedge\ \text{hatWumpus}(p)\Big) \Rightarrow \text{istGrabFürSpieler}(p)$

6. Wir bleiben weiter beim Wumpus-Spiel. Drücken Sie folgende deutsche Sätze mit Hilfe von Prädikaten aus, wie sie in der letzten Aufgabe verwendet wurden.

- "Für jedes Feld mit Luftzug gilt, dass es mindestens ein benachbartes Feld gibt, auf dem ein Loch ist".
- "Auf dem Feld mit dem Gold gibt es einen Luftzug und Gestank".
- "Es gibt ein Feld mit Luftzug, das neben zwei Feldern mit Löchern ist."

test