

# LGI1/MAG1 Übung 4

Auszuarbeiten bis 8./10. 11. 2016

1. Drücken Sie die folgenden Quantoraussagen sprachlich aus und argumentieren Sie, welche von ihnen wahr sind. Verwenden Sie einmal das Universum der natürlichen Zahlen, und einmal das Universum der ganzen Zahlen.

(a)  $\exists x \forall y \ x \mid y$

(c)  $\exists x \forall y \ y \mid x$

(b)  $\forall x \exists y \ x \mid y$

(d)  $\forall x \exists y \ y \mid x$

2. Definieren Sie die folgenden Prädikate für natürliche Zahlen (Sie dürfen also annehmen, dass das Universum die natürlichen Zahlen sind):

(a)  $P(x, y)$  ist genau dann wahr, wenn die Summe der Quadrate von  $x$  und  $y$  größer als 10 ist.

(b)  $Q(x)$  ist genau dann wahr, wenn  $x$  die Summe der Quadrate zweier unterschiedlicher Primzahlen ist.

3. Schreiben Sie folgende Quantoraussagen, die in der abkürzenden Schreibweise aus Definition 2.13 im Skriptum gegeben sind, in der ursprünglichen (langen) Form, also mit Implikationen und Konjunktionen.

(a)  $\forall_{1 \leq x < 40} \text{prim}(x^2 + x + 41)$

(b)  $\forall_{p \geq 2} \exists_{n \geq 2} \text{prim}(p) \wedge p \leq n$

4. Finden Sie den bzw. die Fehler in folgender Formalisierung des deutschen Satzes “es gibt zwei Primzahlen, deren Differenz 2 ist”:

(a)  $\exists x \exists y \text{prim}(x) - \text{prim}(y) = 2$

(c)  $\exists x \exists y \text{prim}(x - y) = 2$

(b)  $\exists x \exists y \text{prim}(x - y = 2)$

(d)  $\exists x \exists y \text{prim}(x) \wedge \text{prim}(y) \wedge x - y = 2$

5. Negieren Sie das Ergebnis von Aufgabe 3b, und ziehen Sie dabei unter Verwendung von Satz 2.4 im Skriptum die Negation so weit wie möglich nach innen (also über alle Quantoren hinweg). Beachten Sie, dass Sie eine Negation auch in eine Implikation hineinziehen können, wenn Sie die Implikation zuerst in eine Disjunktion verwandeln (siehe Satz 2.1 im Skriptum).

6. Gehen Sie den Widerspruchsbeweis in Beispiel 2.27 im Skriptum so genau durch, dass Sie ihn (mit Unterlagen) präsentieren und erklären können.