Modul 12: Model Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) Musiman

Tujuan Pembelajaran

Setelah mempelajari modul ini, mahasiswa diharapkan:

1. Mampu memahami dan menjelaskan konsep dasar model ARIMA Musiman
2. Mampu memodelkan data deret waktu dengan menggunakan metode ARIMA Box-Jenkins musiman menggunakan software R.
3. Mampu melakukan peramalan (forecasting) untuk beberapa tahap ke depan dengan menggunakan software R.
4. Mampu menginterpretasikan hasil pengolahan data yang diperoleh.

A. Pendahuluan

Data time series musiman banyak dijumpai dalam kehidupan sehari hari. Pada modul ini akan diperkenalkan teori dan aplikasi model ARIMA musiman baik yang stasioner maupun yang tidak stasioner. Tahap tahap menganalisis data deret waktu musiman dan peramalan (*forecasting*) dengan menggunakan software R juga diperkenalkan.

B. Materi dan Prosedur

1. Model ARIMA Musiman non multiplikatif

Secara umum, model ARIMA Box-Jenkins musiman ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)^S adalah:

$$\emptyset_p(B)\Phi_p(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D Z_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)a_t$$

dimana

p,d,q = orde AR, *differencing*, dan MA non-musiman,

P,D,Q = orde AR, *differencing*, dan MA musiman,

$\phi_p(B)$ = $1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \ldots - \phi_p B^p$

$\Phi_P(B^S)$ = $1 - \Phi_1 B^S - \Phi_2 B^{2S} - \ldots - \Phi_P B^{PS}$

$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \cdots - \theta_q B^q$

$\Theta_Q(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2.s} - \cdots - \Theta_Q B^{Q.s}$

$(1 - B)^d$ = orde *differencing* non-musiman

$(1 - B^S)^D$ = orde *differencing* musiman

Z_t adalah besarnya pengamatan (kejadian) pada waktu ke-t

a_t adalah suatu proses *white noise* atau galat pada waktu ke-t yang diasumsikan mempunyai rata-rata 0 dan variansi konstan σ_a^2.

1.1. Model ARIMA (1,0,0)^{12}

Bentuk umum suatu proses *autoregressive* orde P musiman 12 adalah:

$$\Phi_p(B^s)Z_t = a_t$$

dimana $\Phi_P(B^S) = 1 - \Phi_1 B^S - \Phi_2 B^{2S} - \ldots - \Phi_P B^{PS}$

Sehingga model *autoregressive* orde 1 musiman 12, dapat ditulis:

$$(1 - \Phi_1 B^{12})Z_t = a_t$$

Model AR(1) musiman 12 menandakan bahwa orde dari P = 1, D= 0, Q = 0, dan S = 12

Secara umum rumus ACF untuk AR(1) musiman 12 adalah:

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & ; k = 0 \\ \Phi_1^{k/12} & ; k = 12,\ 24,\ 36, \ldots \\ 0 & ; \text{untuk } k \text{ lainnya.} \end{cases}$$

Dari rumus umum ACF untuk model AR(1) musiman terlihat bahwa nilai autokorelasi (ACF) semakin kecil atau mendekati nol seiring bertambahnya *lag* (k) pada *lag* kelipatan musiman 12. Dapat dikatakan bahwa bentuk ACF dari model AR(1) musiman turun secara eksponensial.

Selanjutnya, secara umum, model AR(1) musiman 12 memiliki bentuk fungsi autokorelasi parsial (PACF) sebagai berikut:

$$\phi_{kk} = \begin{cases} \Phi & \text{untuk } k = 12 \\ 0 & \text{untuk nilai } k \text{ yang lainnya} \end{cases}$$

Dari rumus umum PACF untuk model AR(1) musiman 12 di atas terlihat bahwa nilai parsial autokorelasi yang signifikan berbeda dari nol hanya pada *lag 12* saja.

Berdasarkan analisis ACF dan PACF, dapat diperoleh karakteristik dari model AR(1) musiman 12 sebagai berikut.

1. Nilai autokorelasi turun secara eksponensial pada *lag* kelipatan musiman 12
2. Autokorelasi parsial signifikan berbeda dengan nol hanya pada *lag* 12.

1.2. ARIMA (2,0,0) musiman 12 atau ARIMA $(2,0,0)^{12}$

Model *autoregressive* orde 2 musiman 12, dapat ditulis:

$$(1 - \Phi_1 B^{12} - \Phi_2 B^{2.12}) Z_t = a_t$$

Model AR(2) musiman 12 menandakan bahwa orde dari *P* = 2, D= 0, Q = 0, dan S = 12.

Karakteristik dari model AR(2) sebagai berikut.

1. Nilai autokorelasi turun secara eksponensial pada *lag* kelipatan musiman 12
2. Autokorelasi parsial signifikan berbeda dengan nol hanya pada *lag* 12 dan *lag* 24 (cut off after *lag* 2 musiman 12).

1.3. *Moving average* orde 1 musiman 12 atau ARIMA $(0,0,1)^{12}$

Bentuk umum suatu proses *moving average* orde Q musiman 12 adalah:

$$Z_t = \Theta_Q(B^s) a_t$$

$$\Theta_Q(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2.s} - \cdots - \Theta_Q B^{Q.s}$$

Sehingga model *Moving Average* orde 1 musiman 12, dapat ditulis:

$$Z_t = (1 - \Theta_1 B^{12})\, a_t$$

Model MA(1) musiman 12 menandakan bahwa orde dari P= 0, D = 0, Q = 1, dan S = 12.

Secara umum rumus ACF untuk MA(1) musiman 12 adalah:

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & ; k = 0 \\ \dfrac{-\Theta_1}{1+\Theta_1^2} & ; k = 12 \\ 0 & ; \text{untuk } k \text{ yang lain.} \end{cases}$$

Dari rumus umum ACF untuk model MA(1) musiman 12 di atas terlihat bahwa nilai autokorelasi yang signifikan berbeda dari nol hanya pada *lag* 12 saja, atau dapat dikatakan bahwa nilai autokorelasi terpotong sesudah *lag* 1 musiman 12 (*cut off after lag 12*).

Selanjutnya, secara umum, model MA(1) musiman memiliki bentuk fungsi autokorelasi parsial (PACF) sebagai berikut:

$$\emptyset_{kk} \begin{cases} \neq 0 & \text{untuk } k = 12, 24, 36, 48, \ldots \\ = 0 & \text{untuk nilai } k \text{ lainnya} \end{cases}$$

Dari rumus umum PACF untuk model MA(1) musiman 12 di atas terlihat bahwa nilai parsial autokorelasi turun secara eksponensial mendekati nol pada *lag* -*lag* kelipatan musiman 12.

Berdasarkan analisis ACF dan PACF dapat diperoleh karakteristik dari model MA (1) musiman 12 sebagai berikut.

1. Nilai autokorelasi pada *lag* 12 signifikan berbeda dengan nol.
2. Autokorelasi parsial turun secara eksponensial pada *lag* musiman kelipatan 12.

1.4. *Moving average* orde 2 musiman 12 atau ARIMA $(0,0,2)^{12}$

Secara umum model *Moving Average* orde 2 musiman 12 dapat ditulis:

$$Z_t = (1 - \Theta_1 B^{12} - \Theta_1 B^{2.12})\, a_t$$

Model MA(2) musiman 12 menandakan bahwa orde dari P= 0, D = 0, Q = 2, dan S = 12.

Berdasarkan analisis ACF dan PACF dapat diperoleh karakteristik dari model MA (2) musiman 12 sebagai berikut.

a. Nilai autokorelasi pada *lag* 12 dan *lag* 24 signifikan berbeda dengan nol.
b. Autokorelasi parsial turun secara eksponensial pada *lag* musiman kelipatan 12.

2. Model ARIMA(p,d,q) $(P,D,Q)^{12}$ musiman multiplikatif stasioner

Beberapa model ARIMA musiman multiplikatif stasioner akan dibahas pada bagian ini.

2.1. Model ARIMA(0, 0, 1)$(0, 0, 1)^{12}$

Secara umum, model ARIMA Box-Jenkins musiman ARIMA(0,0,1)$(0,0,1)^{12}$ adalah:

$$Z_t = (1 - \theta_1 B)(1 - \Theta_1 B^{12})a_t$$

Model ARIMA(0,0,1)$(0,0,1)^{12}$ menandakan bahwa orde dari p=0, d=0, q=1, P= 0, D = 0, Q = 1, dan S = 12.

Secara umum rumus ACF untuk ARIMA(0,0,1)$(0,0,1)^{12}$ adalah:

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & ; k = 0 \\ \dfrac{-\theta_1}{1+\theta_1^2} & ; k = 1 \\ \dfrac{\theta_1\Theta_1}{(1+\Theta_1^2)(1+\theta_1^2)} & ; k = 11, 13 \text{ (order S-1, S+1)} \\ \dfrac{-\Theta_1}{1+\Theta_1^2} & ; k = 12 \quad \text{(order S)} \\ 0 & ; k \text{ yang lain} \end{cases}$$

Nilai ACF model ARIMA(0,0,1)$(0,0,1)^{12}$ bernilai tidak sama dengan nol hanya pada *lag* 1, 11, 12 dan 13. Dengan kata lain nilai ACF pada *lag* 1 non musiman signifikan berbeda dengan nol (cut off after *lag* 1), dan nilai ACF pada *lag* 12 (*lag* musiman) signifikan berbeda dengan nol (cut off after *lag* 12). *Lag* 11 dan *lag* 13 juga signifikan berbeda dengan nol sebagai efek multiplikatif.

Selanjutnya, secara umum, ARIMA(0,0,1)$(0,0,1)^{12}$ musiman multiplikatif memiliki bentuk fungsi autokorelasi parsial (PACF) sebagai berikut:

$$\phi_{kk} = \frac{\rho_k - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j}\rho_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j}\rho_j}.$$

Nilai PACF model ARIMA(0,0,1)(0,0,1)^{12} turun secara eksponensial pada *lag* non musiman (*lag* 1, *lag* 2, *lag* 3,…) dan nilia PACF nya juga turun secara eksponensial (*dies down*) pada *lag* musiman kelipatan 12 (*lag* 12, *lag* 24, *lag* 36, …)

Berdasarkan analisis ACF dan PACF dapat diperoleh karakteristik dari model ARIMA(0,0,1)(0,0,1)^{12}) musiman multiplikatif sebagai berikut:

1. Nilai ACF pada *lag* 1 non musiman dan *lag* 12 (musiman), *lag* 11 dan 13 (efek multiplikatif) signifikan berbeda dengan nol
2. Nilai PACF turun secara eksponensial pada *lag* non musiman (*lag* 1, *lag* 2, *lag* 3,…) dan *lag* musiman kelipatan 12 (*lag* 12, *lag* 24, *lag* 36, …).

2.2. Model ARIMA(1, 0, 0)(1, 0, 0)^{12}

Secara umum, model ARIMA Box-Jenkins musiman ARIMA(1,0,0)(1,0,0)^{12} adalah:

$$(1-\emptyset_1 B)(1-\Phi_1(B^{1.12})Z_t = a_t$$

Model ARIMA(1,0,0)(1,0,0)^{12} menandakan bahwa orde dari p=1, d=0, q=0, P= 1, D = 0, Q = 0, dan S = 12.

Secara umum rumus ACF untuk ARIMA(1,0,0)(1,0,)^{12} adalah:

Secara teoretis fungsi autokorelasi dari model multiplikatif ini adalah sebagai berikut:

$$\rho_k = \phi_1\rho_{k-1} + \Phi_1\rho_{12-k} - \phi_1\Phi_1\rho_{13-k}\text{; untuk } k = 1, 2, \ldots$$

Nilai FAKP dari model multiplikatif AR ini akan bernilai tidak sama dengan nol hanya pada *lag* 1, 11, 12 dan 13

Berdasarkan analisis ACF dan PACF dapat diperoleh karakteristik dari model ARIMA(1,0,0)(1,0,0)^{12}) musiman multiplikatif sebagai berikut:

1. Nilai ACF model ARIMA(1,0,0)(1,0,0)^{12} turun secara eksponensial pada *lag* non musiman (*lag* 1, *lag* 2, *lag* 3,…) dan nilia ACF nya juga turun secara eksponensial (*dies down*) pada *lag* musiman kelipatan 12 (*lag* 12, *lag* 24, *lag* 36, …)
2. Nilai PACF model ARIMA(1,0,0)(1,0,0)^{12} bernilai tidak sama dengan nol hanya pada *lag* 1, 11, 12 dan 13. Dengan kata lain nilai PACF pada *lag* 1 non musiman signifikan berbeda dengan nol (cut off after *lag* 1), dan nilai PACF pada *lag* 12 (*lag* musiman) signifikan berbeda dengan nol (cut off after *lag* 12). *Lag* 11 dan *lag* 13 juga signifikan berbeda dengan nol sebagai efek multiplikatif.

C. Studi Kasus

Studi Kasus 1. Berikut ini adalah contoh studi kasus untuk data musiman multiplikatif.

Data mengenai penjualan industri bulanan dalam ribuan *franch* untuk kertas cetak dan kertas tulis antara tahun 1963 sampai 1972 (Makridakis 1999) dapat dilihat pada Tabel 1.

Seorang analis tertarik untuk memodelkan dan melakukan peramalan besarnya penjualan di masa yang akan datang dengan menggunakan pendekatan ARIMA Box-Jenkins.

Tabel 1. Data penjualan industry untuk kertas cetak dan kertas tulis (data dibaca dari kiri ke kanan)

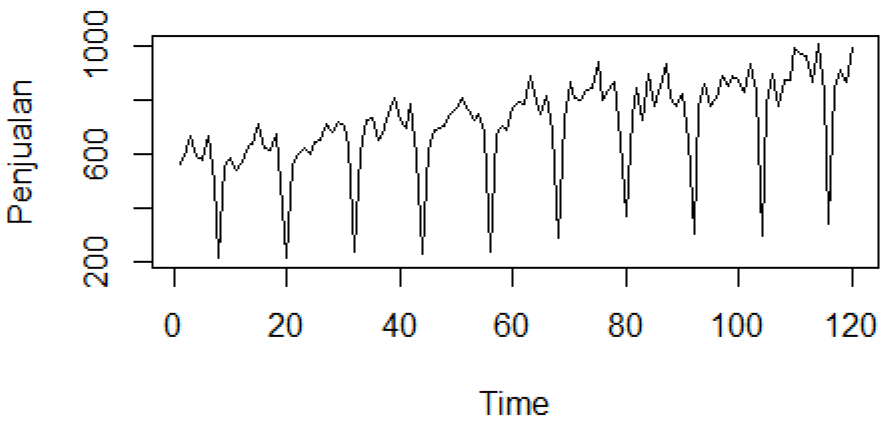
562,674	599,000	668,516	597,798	579,889	668,233	499,232	215,187	555,813
586,935	546,136	571,111	634,712	639,283	712,182	621,557	621,000	675,989
501,322	220,286	560,727	602,530	626,379	605,508	646,783	658,442	712,906
687,714	723,916	707,183	629,000	237,530	613,296	730,444	734,925	651,812
676,155	748,183	810,681	729,363	701,108	790,079	594,621	230,716	617,189
691,389	701,067	705,777	747,636	773,392	813,788	766,713	728,875	749,197
680,954	241,424	680,234	708,326	694,238	772,071	795,337	788,421	889,968
797,393	751,000	821,255	691,605	290,655	727,147	868,355	812,390	799,556

843,038	847,000	941,952	804,309	840,307	871,528	656,330	370,508	742,000
847,152	731,675	898,527	778,139	856,075	938,833	813,023	783,417	828,110
657,311	310,032	780,000	860,000	780,000	807,993	895,217	856,075	893,268
875,000	835,088	934,595	832,500	300,000	791,443	900,000	781,729	880,000
875,024	992,968	976,804	968,697	871,675	1006,852	832,037	345,587	849,528
913,871	868,746	993,733						

Penyelesaian:

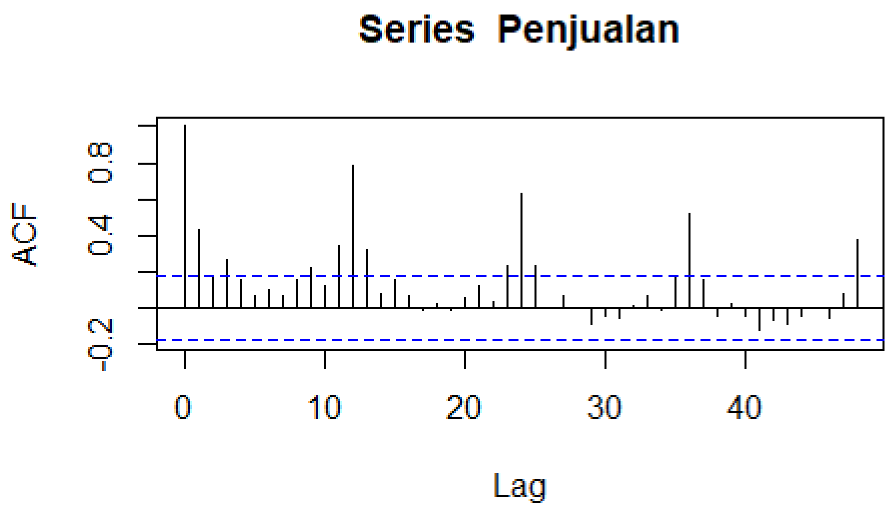
Tahap Identifikasi

1. Plot time series



Berdasrkan plot time series, terlihat bahwa data mengandung pola musiman dan trend naik.

2. Plot ACF



Berdasarkan plot ACF terlihat bahwa pola data turun secara lambat baik pada pada *lag-lag* non musiman maupun pada *lag* musiman kelipatan 12.

Berdasarkan plot time series dan plot ACF dapat disimpulkan bahwa data belum stasioner dalam rata-rata non musiman dan dalam rata-rata musiman 12.

3. Uji kestasioneran menggunakan uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF)

Pengujian kestasioneran data melalui uji ADF dapat dilakukan dengan perintah:

```
> adf.test(Penjualan)

        Augmented Dickey-Fuller Test

data:  Penjualan
Dickey-Fuller = -6.6803, Lag order = 4, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary
```

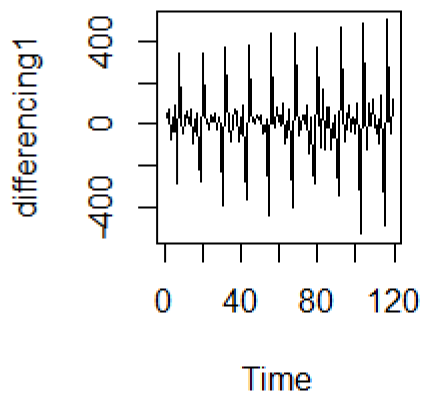
Dari hasil pengujian uji ADF diperoleh nilai p-value = 0,01 yang berari bahwa hipotesis H0 ditolak, alternative hypothesis: stasionary diterima. Ini berarti bahwa data tersebut sudah stasioner dalam rata-rata.

Ada perbedaan kesimpulan yang dihasilkan mengenai kestasioneran data dengan berdasarkan plot time series dan plot ACF dan dengan berdasarkan ADF test.

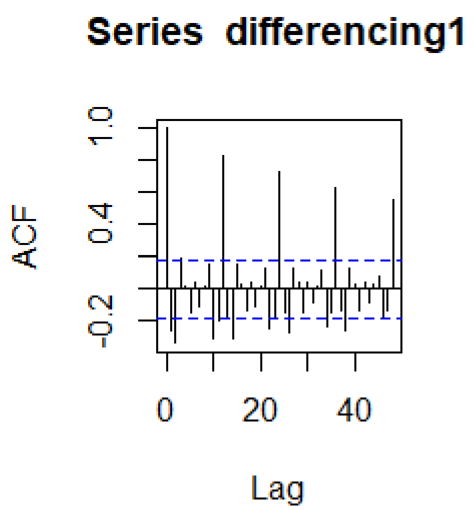
Tetapi jelas terlihat dari plot time series dan plot ACF bahwa data belum stasioner baik dalam rata-rata non musiman maupun dalam rata-rata musiman.

Oleh karena itu, langkah selanjutnya adalah melakukan differencing 1 non musiman terlebih dahulu, lalu melihat kembali plot time series maupun plot ACF hasil differencing nya.

4. Time series plot dari hasil differencing 1 non musiman

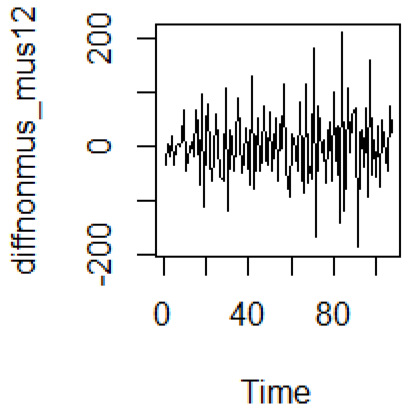


5. Plot ACF hasil differencing 1 non musiman



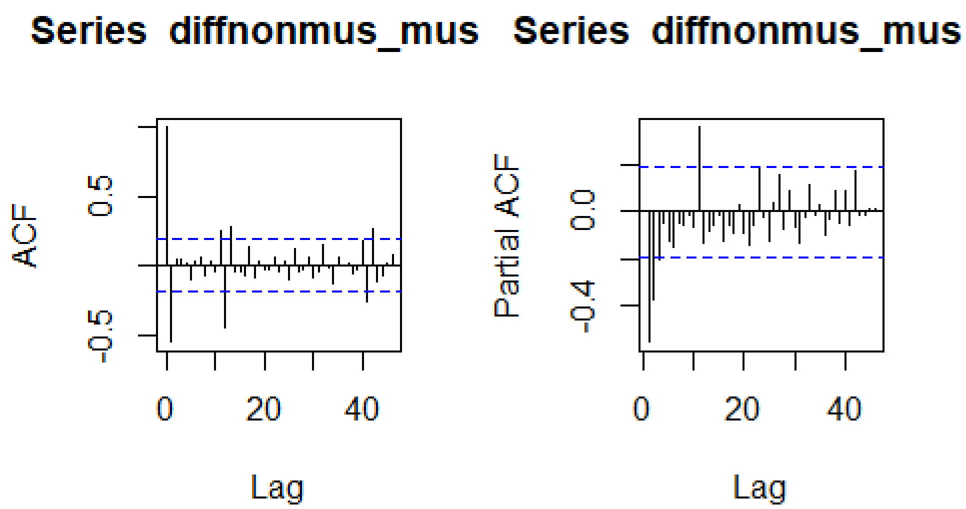
Berdasarkan plot time series dan plot ACF dari data hasil diffrencing 1 non musiman, dapat disimpulkan bahwa data belum stasioner dalam rata-rata musiman. Nilai ACF paga *lag* musiman kelipatan 12 cenderung turun lambat. Oleh karena itu diperlukan proses differencing 1 musiman 12 dari data hasil differencing satu non musiman.

6. Plot time series hasil differencing 1 non musiman dan differencing 1 musiman 12.



Berdadarkan Plot time series dari data yang sudah didifferencing 1 non musiman dan differencing 1 musiman 12 terlihat bahwa data sudah stasioner.

7. Plot ACF dan PACF hasil differencing 1 non musiman dan differencing 1 musiman 12.



Berdasarkan plot ACF dan plot PACF dari data hasil differencing 1 non musiman dan differencing 1 musiman 12, dapat dilihat bahwa plot ACF terpotong setelah *lag* 1 (*cut off after lag 1*) pada *lag* non-musiman, dan terpotong setelah *lag* musiman 12 sedangkan plot PACF pada *lag* non musiman turun secara eksponensial (*dies down*), dan plot PACF nya terpotong setelah *lag* 1 (*cut off after lag 1*) pada *lag* musiman 12. Berdasarkan teori yang telah dibahas, beberapa model dugaan sementara untuk data tersebut adalah ARIMA (0,1,1) $(0,1,1)^{12}$ atau ARIMA (0,1,1) $(1,1,0)^{12}$

8. Memodelkan data dengan menggunakan ARIMA (0,1,1) $(0,1,1)^{12}$

```
>fit3<-arima(Penjualan, order=c(0,1,1),
seasonal=list(order=c(0,1,1),period=12),method="ML")
> fit3

Call:
arima(x = Penjualan, order = c(0, 1, 1), seasonal = list(order = c(0, 1, 1),
    period = 12), method = "ML")

Coefficients:
         ma1     sma1
      -0.8402  -0.6360
s.e.   0.0611   0.0929

sigma^2 estimated as 1809:  log likelihood = -556.91,  aic = 1119.83
```

Diperoleh nilai estimasi parameter MA1=-0,8402 dan estimasi parameter SMA1=-0,6360 dengan nilai AIC=1119,83.

9. Melakukan diagnostic checking yaitu uji kesignifikanan parameter sebagai berikut:

```
> #Diagnostic Checking
> #1. Uji kesignifikanan parameter: Uji t
```

```
> coeftest(fit3)

z test of coefficients:

      Estimate Std. Error  z value  Pr(>|z|)
ma1  -0.840201   0.061079 -13.7559 < 2.2e-16 ***
sma1 -0.635957   0.092913  -6.8447 7.665e-12 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

Berdasarkan hasil R, taksiran parameter model MA(1) adalah signifikan berbeda dari nol. Hal ini dapat dilihat pada nilai Pr (>|z|) < 2,2e-16 < α = 0,01. Taksiran parameter model SMA(1) adalah signifikan berbeda dari nol. Hal ini dapat dilihat pada nilai Pr (>|z|) < 7,665e-12 < α = 0,01.

Pengujian signifikan jika Pr (>|z|) < α dan pengujian tidak signifikan jika Pr (>|z|) $\geq \alpha$.

10. Pengujian residual White noise melalui *L-Jung Box test*

```
> #2. pengujian residual apakah white noise
> Box.test(fit3$residuals, type="Ljung")

	Box-Ljung test

data:  fit3$residuals
X-squared = 0.74471, df = 1, p-value = 0.3882
```

Dengan melihat nilai p-value, kriteria kesimpulannya adalah menolak H0 yang menyatakan residual white noise, jika p-value < α dan menerima H0 jika p-value $\geq \alpha$. Berdasarkan hasil output pengujian residual Ljung Box diperoleh p-value = 0,3882 > α = 0,01 yang berarti bahwa gagal tolak H0. Jadi dapat disimpulkan bahwa residual white noise.

11. Pengujian residual berdistribusi normal

```
> #3. Pengujian residual apakah berdistribusi normal
> shapiro.test(fit3$residuals)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  fit3$residuals
W = 0.97521, p-value = 0.0257

> #Shapiro-Francia normality test
> sf.test(fit3$residuals)

        Shapiro-Francia normality test

data:  fit3$residuals
W = 0.97581, p-value = 0.03005
```

Berdasarkan hasil output pengujian normalitas diperoleh nilai p-value > $\alpha = 0{,}01$ yang berarti bahwa gagal tolak H0. Jadi dapat disimpulkan bahwa residual memenuhi asumsi distribusi normal.

12. Alternative model lainnya adalah ARIMA (0,1,1) (1,1,0)[12]

```
>fit4<-arima(Penjualan, order=c(0,1,1),
seasonal=list(order=c(1,1,0),period=12),method="ML")
> fit4


Call:
arima(x = Penjualan, order = c(0, 1, 1), seasonal = list(order = c(1, 1, 0),
    period = 12), method = "ML")


Coefficients:
          ma1     sar1
      -0.8122  -0.4298
s.e.   0.0587   0.0859


sigma^2 estimated as 2064:  log likelihood = -561.97,  aic = 1129.94
> #Diagnostic Checking
> #1. Uji kesignifikanan parameter: Uji t
> coeftest(fit4)
```

```
z test of coefficients:

      Estimate Std. Error  z value  Pr(>|z|)
ma1  -0.812205   0.058673 -13.8430 < 2.2e-16 ***
sar1 -0.429785   0.085925  -5.0018 5.679e-07 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

> #2. pengujian residual apakah white noise
> Box.test(fit4$residuals, type="Ljung")

        Box-Ljung test
data:  fit4$residuals
X-squared = 0.75788, df = 1, p-value = 0.384
```

13. Untuk menentukan model terbaik, dipilih model dengan nilai AIC terkecil. Nilai AIC untuk model ARIMA (0,1,1) $(1,1,0)^{12}$ adalah 1129,94 sedangkan nilai AIC untuk model ARIMA (0,1,1) $(0,1,1)^{12}$ adalah 1119,83. Jadi model yang terbaik adalah ARIMA (0,1,1) $(0,1,1)^{12}$

14. Tahap peramalan dilakukan dengan menggunakan model terbaik yaitu model ARIMA (0,1,1) $(0,1,1)^{12}$

```
> #Forecasting untuk 12 tahap ke depan berdasarkan model
terbaik
> forecasting <-forecast(Penjualan, model=fit3, h=12)
> forecasting
    Point Forecast     Lo 80     Hi 80    Lo 95     Hi 95
121       944.2212  889.7073  998.7350 860.8495 1027.5928
122       992.9713  937.7659 1048.1768 908.5419 1077.4007
123      1028.5496  972.6612 1084.4381 943.0756 1114.0237
124       978.2355  921.6722 1034.7988 891.7294 1064.7416
125       928.1504  870.9203  985.3805 840.6245 1015.6763
126      1018.4610  960.5718 1076.3503 929.9270 1106.9951
```

```
127        865.2814 806.7404  923.8224 775.7506  954.8122
128        423.7037 364.5181  482.8893 333.1872  514.2203
129        891.9768 832.1535  951.8000 800.4851  983.4685
130        976.4427 915.9886 1036.8968 883.9861 1068.8992
131        906.2744 845.1959  967.3528 812.8629  999.6858
132        995.2867 933.5902 1056.9833 900.9300 1089.6435
```

Hasil ramalan penjualan untuk hari ke 121 sampai hari ke 132 diberikan. Jadi hasil ramalan penjualan hari ke 121 adalah 944 dan ramalan penjualan hari ke 132 adalah 995.

Program R untuk pemodelan Studi Kasus 1 diberikan sebagai berikut:

```
library(tseries)
library (forecast)
library (lmtest)  # untuk coeftest
library(normtest) #untuk normality test
library(nortest)
#set working directory
setwd("C:\\Users\\Aswi\\Documents\\KMMI")
data <-read.csv("DATA3.csv", sep=";")
data
head(data)
tail(data)

#plot time series
#melabel data Zt dengan "Penjualan"
Penjualan <- data$Zt
Bulan <-data$t
ts.plot(Penjualan)

#cek kestasioneran data
adf.test(Penjualan)

#plot Autocorrelation Function (ACF) dan partial (PACF)
```

```
acf(Penjualan,lag.max=48)

par(mfrow=c(1,2))
acf(Penjualan,lag.max=48)
pacf(Penjualan,lag.max=48)

#differencing 1 non musiman dengan beberapa cara
differencing1 <- diff(Penjualan, differences = 1)
differencing1

differencing2 <- diff(Penjualan)
differencing2

differencing3 <- diff(Penjualan, lag=1)
differencing3
#plot time series dan plot Autocorrelation Function (ACF) data hasil differencing
ts.plot(differencing1)
acf(differencing1,lag.max=48)

#cek kestasioneran data
adf.test(differencing1)

#differencing 1  musiman 12 dari data yang sudah didifferencing 1 non musiman
#catatan diff(differencing1, differencing = 12), hasilnya berbeda diff(differencing1, lag = 12)
diffnonmus_mus12 <- diff(differencing1, lag = 12)
diffnonmus_mus12

#plot time series, plot ACF data hasil differencing non musiman dan musiman 12
ts.plot(diffnonmus_mus12)
```

```
par(mfrow=c(1,2))
acf(diffnonmus_mus12,lag.max=46)
pacf(diffnonmus_mus12,lag.max=46)

#tidak direkomendasikan mengggunakan auto.arima (Penjualan)
#cek kestasioneran data
adf.test(diffnonmus_mus12)

#terdapat beberapa dugaan model ARIMA sementara yaitu ARIMA(0,1,1)(0,1,1), period=12
fit3 <-arima(Penjualan, order=c(0,1,1), seasonal=list(order=c(0,1,1),period=12),method="ML")
fit3

#Diagnostic Checking
#1. Uji kesignifikanan parameter: Uji t
coeftest(fit3)

#2. pengujian residual apakah white noise
Box.test(fit3$residuals, type="Ljung")

#3. Pengujian residual apakah berdistribusi normal
shapiro.test(fit3$residuals)

#Shapiro-Francia normality test
sf.test(fit3$residuals)

#Alternative model ARIMA(0,1,1)(1,1,0), period=12
```

```
fit4<-arima(Penjualan, order=c(0,1,1),
seasonal=list(order=c(1,1,0),period=12),method="ML")
fit4

#Diagnostic Checking
#1. Uji kesignifikanan parameter: Uji t
coeftest(fit4)

#2. pengujian residual apakah white noise
Box.test(fit4$residuals, type="Ljung")

#3. Pengujian residual apakah berdistribusi normal
shapiro.test(fit4$residuals)

#Shapiro-Francia normality test
sf.test(fit4$residuals)

#Forecasting untuk 12 tahap ke depan berdasarkan model terbaik
forecasting <-forecast(Penjualan, model=fit3, h=12)
forecasting

plot(forecasting, main="Plot Hasil Peramalan")
```

D. Latihan Mandiri

1. Berikut ini adalah data deret waktu tentang **penjualan flexi untuk area service Makassar** yang dicatat tiap pekan mulai 3 Juli 2004 sampai 16 Desember 2005 (Data dibaca dari kiri ke kanan)

211	1167	731	1658	482	2429
1726	2881	1648	1364	348	439
369	160	127	3395	150	3981
3162	5	595	340	164	628
2088	2201	762	270	133	2154
1793	178	323	398	4985	915
417	265	2342	2353	5305	4905

6089	11971	3206	1282	791	5131
1195	10656	7738	1616	428	1110
1293	902	961	4906	1902	1359
2477	4431	5913	3590	8222	276
528	688	462	187	258	199
163	188	142	176		

Sumber: Flexi Center Kandatel Makassar (Mahmuddin, 2006)

a. Tentukan model ARIMA terbaik yang sesuai untuk data tersebut dengan menggunakan software R!

b. Lakukan peramalan untuk menentukan nilai-nilai 12 tahap ke depan!

2. Berikut ini adalah data mengenai banyaknya penumpang pada perusahaan penerbangan international (*international airline passengers*) (Box & Jenkins, 1994: series G).

112	118	132	129	121	135	148	148	136	119
104	118	115	126	141	135	125	149	170	170
158	133	114	140	145	150	178	163	172	178
199	199	184	162	146	166	171	180	193	181
183	218	230	242	209	191	172	194	196	196
236	235	229	243	264	272	237	211	180	201
204	188	235	227	234	264	302	293	259	229
203	229	242	233	267	269	270	315	364	347
312	274	237	278	284	277	317	313	318	374
413	405	355	306	271	306	315	301	356	348
355	422	465	467	404	347	305	336	340	318
362	348	363	435	491	505	404	359	310	337
360	342	406	396	420	472	548	559	463	407
362	405	417	391	419	461	472	535	622	606
508	461	390	432						

(Data dibaca dari kiri ke kanan)

a. Tentukan model ARIMA terbaik yang sesuai untuk data tersebut dengan menggunakan software R (gunakan tahapan pendekatan Box-Jenkins)!

b. Lakukan peramalan untuk menentukan nilai-nilai 12 tahap ke depan!

E. Rangkuman

Modul ini telah memperkenalkan analisis deret waktu untuk data musiman yang dapat digunakan untuk meramalkan data beberapa tahap ke depan. Tahapan metodologi Box-Jenkins juga sudah diperkenalkan. Modul ini juga telah dilengkapi dengan contoh studi kasus beserta tahapan pengolahan datanya dengan menggunakan software R.

F. Daftar Pustaka

1. Aswi dan Sukarna. 2017. Cetakan Kedua. *Analisis Deret Waktu*. Andira Publisher: Makassar.
2. Bowerman, B.L. & O'Connell, R.T., 1993. *Forecasting and Time Series: An Applied Approach*, 3rd Edition, Miami University, Ohio : Duxbury Press.
3. Box, G.E.P & Cox, D.R., 1964. An Analysis of Transformations. *Journal Royal Stat. Soc.*, *ser. B.*, 26, *hal.* 211 – 252.
4. Box, G.E.P & Jenkins, G.M., 1976. *Time Series Analysis Forecasting and Control*, 2nd Edition, San Francisco: Holden-Day.
5. Cryer, J.D., 1986. *Time Series Analysis*, Massachusetts : PWS Publishers.
6. Hamilton, J.D., 1994. *Time Series Analysis*, New Jersey : Princeton University Press.
7. Hanke, J.E., Reitsch, A.G., & Wichern, D.W., 2001. *Business Forecasting,* 7th Edition, Singapore: Prentice-Hall.
8. Makridakis, S., Wheelwright, S.C., & McGee, V.E., 1998. *Forecasting: Methods and Applications*, 2nd Edition, John Wiley & Sons, Inc. (alih bahasa: Hari Sumintro, 1999, *Metode dan Aplikasi Peramalan*, Edisi ke-2, Jakarta: Binarupa Aksara.)
9. Wei, W.W.S., 1994. *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*, California: Addison-Wesley Publishing Company.