

Nama : Andi Illa Erviani Nensi
Nim : 200102502002
Kelas : DS02

Latihan Mandiri

Berikut ini adalah data deret waktu tentang besarnya “penjualan dari suatu produk tertentu” yang diamati setiap minggu selama 90 minggu pengamatan (data dibaca dari kiri ke kanan)

235,000	239,000	244,090	252,731	264,377	277,934
286,687	295,629	310,444	325,112	336,291	344,459
355,399	367,691	384,003	398,042	412,969	422,901
434,960	445,853	455,929	465,584	477,894	491,408
507,712	517,237	524,349	532,104	538,097	544,948
551,925	557,929	564,285	572,164	582,926	595,295
607,028	617,541	622,941	633,436	647,371	658,230
670,777	685,457	690,992	693,557	700,675	712,710
726,513	736,429	743,203	751,227	764,265	777,852
791,070	805,844	815,122	822,905	830,663	839,600
846,962	853,830	860,840	871,075	877,792	881,143
884,226	890,208	894,966	901,288	913,138	922,511
930,786	941,306	950,305	952,373	960,042	968,100
972,477	977,408	977,602	979,505	982,934	985,833
991,350	996,291	1003,100	1010,320	1018,420	1029,480

- a. Dengan menggunakan program R tentukan model ARIMA terbaik untuk data tersebut! Lampirkan hasil komputer yang diperoleh untuk kesesuaian modelnya!

Jawaban:

Langkah-langkah untuk menganalisis deret waktu di R studio:

Install packages berikut:

```
2 install.packages('tidyverse')
3 install.packages('tseries')
4 install.packages('lmtest')
5 install.packages('normtest')
6 install.packages('nortest')
```

Selanjutnya, panggil packages berikut dengan syntax:

```
13 library(tidyverse)
14 library(tseries)
15 library(lmtest)
16 library(normtest)
17 library(nortest)
```

Setelah memanggil packages, kita memanggil data dari excel dengan menggunakan syntax *setwd* atau data di input ke R dan data terurut kebawah sesuai dengan waktu(minggu) dan memanjang ke bawah.

```
#input data
Zt = c(235.000, 239.000, 244.090, 252.731, 264.377, 277.934,
      286.687, 295.629, 310.444, 325.112, 336.291, 344.459,
      355.399, 367.691, 384.003, 398.042, 412.969, 422.901,
      434.960, 445.853, 455.929, 465.584, 477.894, 491.408,
      507.712, 517.237, 524.349, 532.104, 538.097, 544.948,
      551.925, 557.929, 564.285, 572.164, 582.926, 595.295,
      607.028, 617.541, 622.941, 633.436, 647.371, 658.230,
      670.777, 685.457, 690.992, 693.557, 700.675, 712.710,
      726.513, 736.429, 743.203, 751.227, 764.265, 777.852,
      791.070, 805.844, 815.122, 822.905, 830.663, 839.600,
      846.962, 853.830, 860.840, 871.075, 877.792, 881.143,
      884.226, 890.208, 894.966, 901.288, 913.138, 922.511,
      930.786, 941.306, 950.305, 952.373, 960.042, 968.100,
      972.477, 977.408, 977.602, 979.505, 982.934, 985.833,
      991.350, 996.291, 1003.100, 1010.320, 1018.420, 1029.480)
t = c(1:90)
```

Selanjutnya memeriksa apakah data sudah terbaca dengan benar di R dengan menuliskan script 'data', atau 'data=frame(t,Zt)' kemudian di run. Dengan melihat sebagian data awal digunakan perintah 'head(data)' atau melihat data terbawah dengan perintah 'tail(data)' sebagai berikut:

```
> head(data)
```

	t	Zt
1	1	235,000
2	2	239,000
3	3	244,090
4	4	252,731
5	5	264,377
6	6	277,934

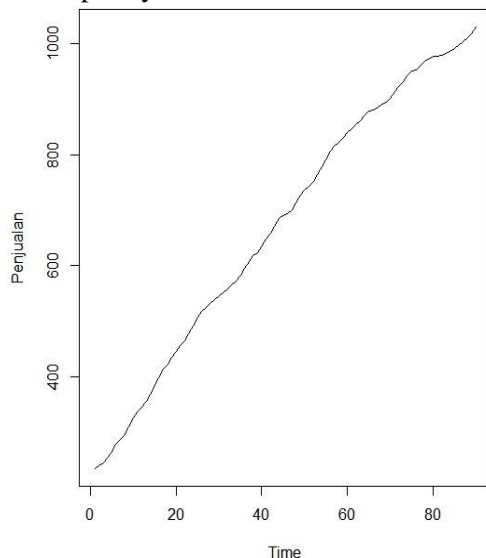
```
> tail(data)
```

	t	Zt
85	85	991,350
86	86	996,291
87	87	1003,100
88	88	1010,320
89	89	1018,420
90	90	1029,480

Langkah berikutnya adalah tahap identifikasi dengan dilakukannya pemodelan deret waktu yaitu tahap identifikasi. Dalam tahap identifikasi dilakukan pemeriksaan kestasioneran data baik dalam mean maupun dalam variansi. Kestasioneran data dalam rata-rata dapat diperiksa melalui plot time series secara visual atau melalui uji Augmented Dickey-Fuller. Data tersebut terdiri dari dua variabel yaitu t sebagai variabel waktu dan Zt sebagai data deret waktu penjualan. Dan berikut juga terdapat perintah untuk menampilkan plot time series yaitu 'ts.plot(Penjualan)'

```
52 Penjualan<- data$Zt  
53 Minggu <- data$t  
54 ts.plot(Penjualan)
```

Maka plotnya adalah



Selanjutnya dilakukan pengujian kestasioneran data melalui “Augmented Dickey-Fuller Test” dengan perintah:

```
> adf.test(Penjualan)
```

```
> adf.test(Penjualan)
```

Augmented Dickey-Fuller Test

```
data:  Penjualan
Dickey-Fuller = -0.74961, Lag order = 4, p-value = 0.9627
alternative hypothesis: stationary
```

Dari hasil pengujian “Augmented Dickey-Fuller Test” dapat diperoleh bahwa p-value = 0,9627 maka hipotesis H0 diterima atau gagal di tolak berarti H1 di tolak sehingga dilakukan alternatif hypothesis yaitu stationary ditolak. Maka data tersebut belum stasioner dalam rata-rata.

Selanjutnya dilakukan Differencing

Differencing yang dilakukan adalah differencing 1 dengan perintah sebagai berikut:

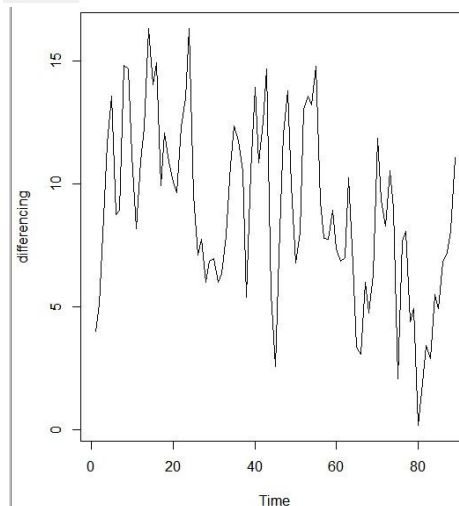
```
60 differencing <- diff(Penjualan, differences = 1) differencing |
```

Maka:

```
> differencing <- diff(Penjualan, differences = 1)
> differencing
 [1]  4.000  5.090  8.641 11.646 13.557  8.753  8.942 14.815 14.668 11.179  8.168
[12] 10.940 12.292 16.312 14.039 14.927  9.932 12.059 10.893 10.076  9.655 12.310
[23] 13.514 16.304  9.525  7.112  7.755  5.993  6.851  6.977  6.004  6.356  7.879
[34] 10.762 12.369 11.733 10.513  5.400 10.495 13.935 10.859 12.547 14.680  5.535
[45]  2.565  7.118 12.035 13.803  9.916  6.774  8.024 13.038 13.587 13.218 14.774
[56]  9.278  7.783  7.758  8.937  7.362  6.868  7.010 10.235  6.717  3.351  3.083
[67]  5.982  4.758  6.322 11.850  9.373  8.275 10.520  8.999  2.068  7.669  8.058
[78]  4.377  4.931  0.194  1.903  3.429  2.899  5.517  4.941  6.809  7.220  8.100
[89] 11.060
```

Langkah berikutnya dilakukan plot time series hasil differencing, maka:

```
62 ts.plot(differencing) |
```



Berdasarkan plot timeseries hasil differencing sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa data masih

belum stasioner dalam rata-rata, sehingga masih perlu dilakukan proses differencing berikutnya atau differencing ke-2. Untuk lebih meyakinkan maka dilakukan pengujian kestasioneran sebagai berikut:

```
> adf.test(differencing)
```

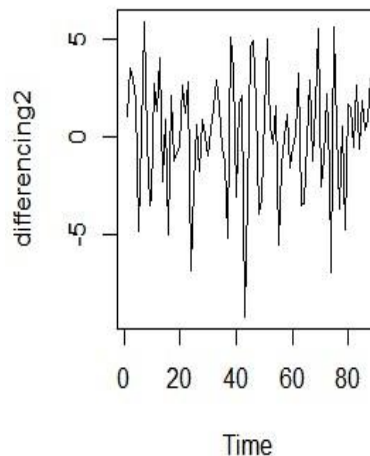
Augmented Dickey-Fuller Test

```
data: differencing
Dickey-Fuller = -3.3837, Lag order = 4, p-value = 0.06285
alternative hypothesis: stationary
```

Berdasarkan hasil pengujian “Augmented Dickey-Fuller Test” diperoleh bahwa nilai p-value = 0,06285 yang berarti bahwa hipotesis H_0 gagal ditolak. Hal ini berarti bahwa data tersebut masih belum stasioner dalam rata-rata. Maka, dapat dilakukan differencing lagi dengan melakukan differencing 1 dari hasil differencing sebagai berikut:

```
> #differencing 2 non musiman
> differencing2 <- diff(differencing, differences = 1)
> differencing2
[1] 1.090 3.551 3.005 1.911 -4.804 0.189 5.873 -0.147 -3.489 -3.011 2.772
[12] 1.352 4.020 -2.273 0.888 -4.995 2.127 -1.166 -0.817 -0.421 2.655 1.204
[23] 2.790 -6.779 -2.413 0.643 -1.762 0.858 0.126 -0.973 0.352 1.523 2.883
[34] 1.607 -0.636 -1.220 -5.113 5.095 3.440 -3.076 1.688 2.133 -9.145 -2.970
[45] 4.553 4.917 1.768 -3.887 -3.142 1.250 5.014 0.549 -0.369 1.556 -5.496
[56] -1.495 -0.025 1.179 -1.575 -0.494 0.142 3.225 -3.518 -3.366 -0.268 2.899
[67] -1.224 1.564 5.528 -2.477 -1.098 2.245 -1.521 -6.931 5.601 0.389 -3.681
[78] 0.554 -4.737 1.709 1.526 -0.530 2.618 -0.576 1.868 0.411 0.880 2.960
```

maka plot dari data hasil differencing ke-2 adalah sebagai berikut:



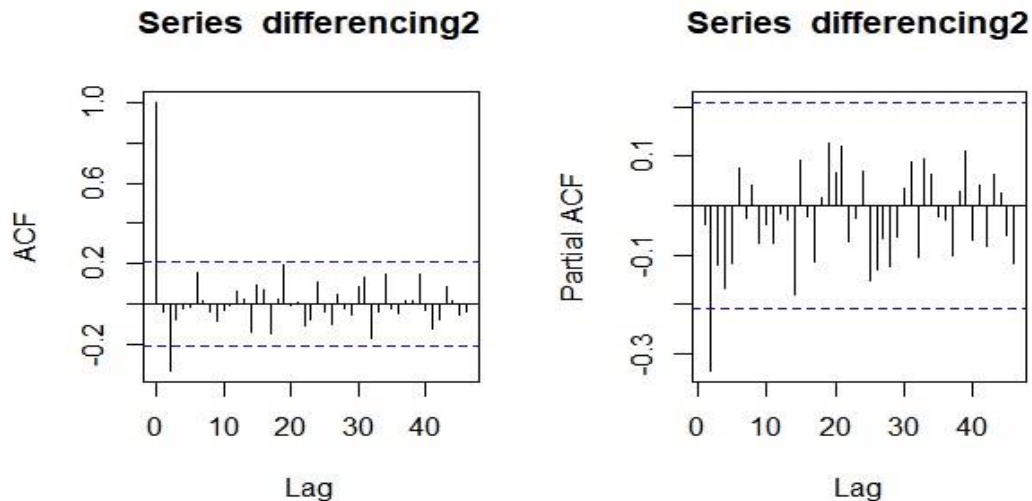
Selanjutnya dilakukan pengujian ADT sehingga diperoleh:

```
> adf.test(differencing2)
```

Augmented Dickey-Fuller Test

```
data: differencing2
Dickey-Fuller = -6.0598, Lag order = 4, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary
```

Dari hasil pengujian “Augmented Dickey-Fuller Test” diperoleh nilai p-value = 0,01 yang berarti bahwa hipotesis H_0 ditolak atau H_1 diterima. Oleh karena itu, data tersebut sudah stasioner dalam rata-rata. 6 Plot ACF dan PACF hasil differencing 2 yaitu:



Berdasarkan hasil dari plot ACF dan plot PACF tersebut, dapat dilihat bahwa plot ACF terpotong setelah lag 2 (cut off after lag 2), dan plot PACF turun secara eksponensial (dies down). Maka dapat disimpulkan bahwa model dugaan sementara untuk data tersebut adalah ARIMA (0, 2, 2).

Selanjutnya data dimodelkan dengan menggunakan ARIMA (0,2,2) melalui perintah sebagai berikut:

```
> fit1 <- arima (Penjualan, order=c(0,2,2), method="ML")
> fit1

Call:
arima(x = Penjualan, order = c(0, 2, 2), method = "ML")

Coefficients:
          ma1          ma2
      -0.2801   -0.5001
s.e.    0.1043    0.1069

sigma^2 estimated as 7.471:  log likelihood = -213.83,  aic = 433.65
```

Langkah berikutnya dilakukan diagnostic checking yaitu ujikesignifikanan parameter sebagai berikut:

```
> coeftest(fit1)

z test of coefficients:

      Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
ma1  -0.28008    0.10431  -2.6850  0.007253 **
ma2  -0.50009    0.10689  -4.6786  2.888e-06 ***
---
signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```


Berdasarkan hasil R, taksiran parameter model MA(1) dan MA(2) adalah signifikan berbeda dari nol. Hal tersebut dapat dilihat pada nilai $\Pr(>|z|) = 0.007253 < \alpha = 0,05$, dan $\Pr(>|z|) = 2.8e-06 < \alpha = 0,05$.

Langkah berikutnya dilakukan Pengujian residual White noise melalui *Ljung Box test* sebagai berikut:

```
> Box.test(fit1$residuals, type="Ljung")

      Box-Ljung test

data:  fit1$residuals
x-squared = 0.73078, df = 1, p-value = 0.3926
```

Dari hasil output pengujian residual Ljung Box diperoleh $p\text{-value} = 0,3926 > \alpha = 0,05$ yang berarti bahwa H_1 di terima atau gagal tolak H_0 . Sehingga dapat disimpulkan bahwa residual white noise.

Langkah berikutnya dilakukan pengujian berdistribusi normal yang dapat dilakukan melalui beberapa cara yaitu: *uji Shapiro-Wilk*, *uji Shapiro-Francia*, *uji Anderson-Darling* dan *uji Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov)*. Dengan program R dan hasilnya adalah sebagai berikut:

```
> shapiro.test(fit1$residuals)

      shapiro-wilk normality test

data:  fit1$residuals
W = 0.98343, p-value = 0.3091

> #Shapiro-Francia normality test
> sf.test(fit1$residuals)

      Shapiro-Francia normality test

data:  fit1$residuals
W = 0.98659, p-value = 0.4125

> #Anderson-Darling normality test
> ad.test(fit1$residuals)

      Anderson-Darling normality test

data:  fit1$residuals
A = 0.38303, p-value = 0.3901

> #Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov) normality test
> lillie.test(fit1$residuals)

      Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov) normality test

data:  fit1$residuals
D = 0.080503, p-value = 0.1607
```

Dari hasil output pengujian normalitas sebelumnya diperoleh p-value > 0.05 yaitu gagal tolak H_0 sehingga dapat disimpulkan bahwa residual tersebut memenuhi asumsi distribusi normal.

Forecasting untuk 12 tahap ke depan:

```
> forecasting <- forecast(Penjualan, model=fit1, h=12)
> forecasting
```

	Point Forecast	Lo 80	Hi 80	Lo 95	Hi 95
91	1038.305	1034.802	1041.808	1032.948	1043.662
92	1045.160	1038.191	1052.129	1034.502	1055.818
93	1052.015	1042.281	1061.748	1037.129	1066.900
94	1058.869	1046.542	1071.197	1040.017	1077.722
95	1065.724	1050.844	1080.605	1042.967	1088.482
96	1072.579	1055.134	1090.024	1045.899	1099.259
97	1079.434	1059.388	1099.480	1048.776	1110.092
98	1086.289	1063.592	1108.986	1051.577	1121.001
99	1093.144	1067.738	1118.549	1054.289	1131.998
100	1099.999	1071.822	1128.175	1056.906	1143.091
101	1106.853	1075.841	1137.866	1059.424	1154.283
102	1113.708	1079.795	1147.622	1061.842	1165.575

```
> plot(forecasting, main="Plot Hasil Peramalan")
```

Jadi dapat dilihat bahwa hasil ramalan untuk $Z_{91}(90)$ adalah 1038.305, $Z_{92}(90)$ adalah 1045.160 dan $Z_{93}(90)$ adalah 1052.015.

Sehingga, Model ARIMA terbaik untuk data tersebut adalah ARIMA (0,2,2)

- b. Berdasarkan hasil tersebut, tuliskan secara lengkap model ARIMA Box-Jenkins untuk data penjualan tersebut!

Jawab:

```
> fit1 <- arima (Penjualan, order=c(0,2,2), method="ML")
> fit1
```

Call:
arima(x = Penjualan, order = c(0, 2, 2), method = "ML")

Coefficients:
 ma1 ma2
 -0.2801 -0.5001
s.e. 0.1043 0.1069

sigma^2 estimated as 7.471: log likelihood = -213.83, aic = 433.65

Dari hasil tersebut, didapatkan $ma1 = -0.2801$ dan $ma2 = -0.5001$. Maka modelnya adalah:

$Z_t = a_t - (-0.2801)a_{t-1} - (-0.5001)a_{t-2}$ Dengan model differencing yaitu:

$(1-B^2)Z_t = (0.2801B) + (-0.5001B^2)a_t$.

- c. Ujilah apakah taksiran parameter model yang diperoleh tersebut signifikan berbeda dari nol dengan tingkat keyakinan 95% ! Apa kesimpulan anda?

Jawab: Taksiran parameter model $ma(2)$ tersebut signifikan berbeda dari nol dengan tingkat 95%. Hal ini dapat dilihat pada nilai z hitung atau nilai-p. Untuk parameter $ma(1)$ yaitu, nilai $z = -2.6850$ dengan nilai $Pr(>|z|) = 0.007253$, parameter $ma(2)$ yaitu nilai

$z = -4.6786$ dengan nilai $\Pr(>|z|) = 2.8e-06$. Hal tersebut dapat dilihat pada nilai $\Pr(>|z|) = 0.007253 < \alpha = 0,05$, dan $\Pr(>|z|) = 2.8e-06 < \alpha = 0,05$.

- d. Lakukan pemeriksaan diagnostik (*diagnostic checking*) untuk menguji apakah sisa sudah memenuhi syarat cukup (*residual white noise*)! Jelaskan kesimpulan anda!

Jawab:

```
> shapiro.test(fit1$residuals)

      shapiro-wilk normality test

data:  fit1$residuals
W = 0.98343, p-value = 0.3091

> #Shapiro-Francia normality test
> sf.test(fit1$residuals)

      shapiro-Francia normality test

data:  fit1$residuals
W = 0.98659, p-value = 0.4125

> #Anderson-Darling normality test
> ad.test(fit1$residuals)

      Anderson-Darling normality test

data:  fit1$residuals
A = 0.38303, p-value = 0.3901

> #Lilliefors (kolmogorov-Smirnov) normality test
> lillie.test(fit1$residuals)

      Lilliefors (kolmogorov-Smirnov) normality test

data:  fit1$residuals
D = 0.080503, p-value = 0.1607
```

Sisa tersebut sudah memenuhi syarat cukup (*residual white noise*). Dapat dilihat dari hasil output pengujian residual Ljung Box diperoleh $p\text{-value} = 0,3926 > \alpha = 0,05$ yang berarti bahwa gagal tolak H_0 atau tolak H_1 . Sehingga disimpulkan bahwa residual tersebut white noise.

- e. Carilah nilai sisa untuk data pada $t = 3$ atau $(Z_3 - \hat{Z}_3)$!

Jawab:

Nilai sisa untuk data pada $t = 3$ atau $(Z_3 - \hat{Z}_3)$ yaitu:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{t=3}^N \hat{a}_t^2$$

Dengan \hat{a}_t^2 = taksiran sisa pada peramalan

$$\hat{a}_t^2 = (Z_3 - \hat{Z}_3)^2$$

N = Banyaknya data (12)

Maka:

$$MSE = 1/12 \cdot 3$$

$$MSE = 0.25$$

Jadi, $MSE = 0.25$

- f. Carilah nilai ramalan untuk $\hat{Z}_{91}(90)$, $\hat{Z}_{92}(90)$ dan $\hat{Z}_{93}(90)$, yaitu nilai ramalan untuk Z_{91} , Z_{92} , dan Z_{93} yang dibuat berdasarkan pengamatan pada waktu $t = 90$!

Jawab: Berikut adalah Forecasting untuk 12 tahap kedepan

```
> forecasting <- forecast(Penjualan, model=fit1, h=12)
> forecasting
```

	Point	Forecast	Lo 80	Hi 80	Lo 95	Hi 95
91	1038.305	1034.802	1041.808	1032.948	1043.662	
92	1045.160	1038.191	1052.129	1034.502	1055.818	
93	1052.015	1042.281	1061.748	1037.129	1066.900	
94	1058.869	1046.542	1071.197	1040.017	1077.722	
95	1065.724	1050.844	1080.605	1042.967	1088.482	
96	1072.579	1055.134	1090.024	1045.899	1099.259	
97	1079.434	1059.388	1099.480	1048.776	1110.092	
98	1086.289	1063.592	1108.986	1051.577	1121.001	
99	1093.144	1067.738	1118.549	1054.289	1131.998	
100	1099.999	1071.822	1128.175	1056.906	1143.091	
101	1106.853	1075.841	1137.866	1059.424	1154.283	
102	1113.708	1079.795	1147.622	1061.842	1165.575	

```
> plot(forecasting, main="Plot Hasil Peramalan")
```

Sehingga dapat dilihat dari hasil ramalan untuk $Z_{91}(90)$ adalah 1038.305, $Z_{92}(90)$ adalah 1045.160 dan $Z_{93}(90)$ adalah 1052.015.