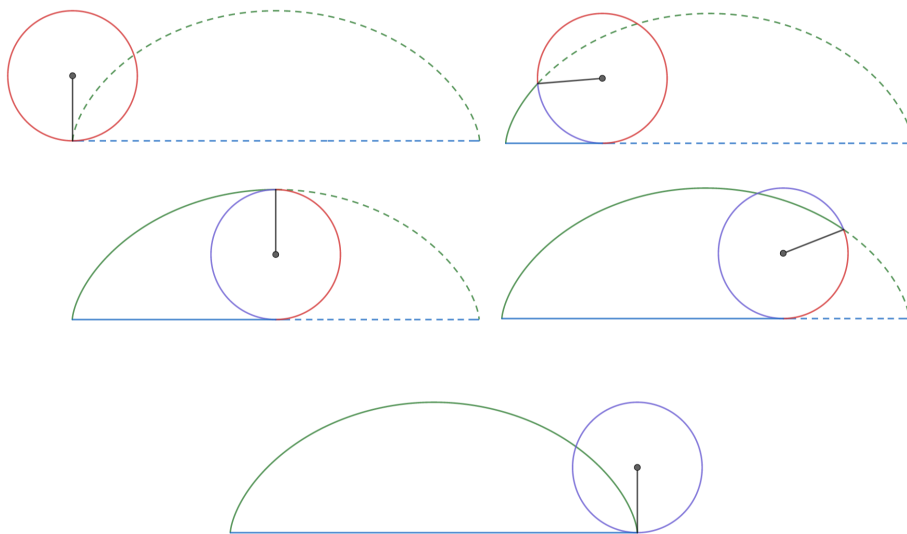


# Cicloide

Aitor Moreno Rebollo y Andoni Latorre Galarraaga

## 1. Descripción

Una cicloide es la curva que recorre un punto de la circunferencia al rodar.



Geogebra applet

## 2. Parametrización

$$\begin{aligned}\alpha : (0, 2\pi) &\longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ t &\longmapsto (t - \sin(t), 1 - \cos(t))\end{aligned}$$

## 3. Velocidad

$$\begin{aligned}\alpha' : (0, 2\pi) &\longrightarrow \mathbb{R}^2 \\ t &\longmapsto (1 - \cos(t), \sin(t))\end{aligned}$$

## 4. Diedro de Frenet

Tenemos que  $\alpha'' : (0, 2\pi) \longrightarrow \mathbb{R}^2$   
 $t \longmapsto (\sin(t), \cos(t))$  y  $\|\alpha'(t)\| = \sqrt{(1 - \cos(t))^2 + \sin^2(t)}$

## 5. Longitud

Para calcular la longitud de la cicloide evaluamos la siguiente integral

$$\int_0^{2\pi} \|\alpha'(t)\| dt = \int_0^{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos(t)} dt = \sqrt{2} \int_0^{2\pi} \sqrt{1 - \cos(t)} dt = \sqrt{2} \left[ -2\sqrt{1 - \cos(t)} \cot\left(\frac{t}{2}\right) \right]_0^{2\pi} = \sqrt{2}\sqrt{24} = 8$$

5.1. Parametrización por Longitud de arco

6. Curvatura

7. Circunferencia osculatriz

8. Curiosidades

8.1. Curva braquistocrona

8.2. Curva tautócrona