Ondas estacionarias en una cuerda con extremos fijos

Andoni Latorre Galarraga
alatorre73@alumno.uned.es

Resumen

Fundamento Teórico

Si $E(x,t)$ nos da la posición vertical de una cuerda en el punto x en el instante t y esta cuerda está sometida a una fuerza tangencial T, entonces se satisface la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{T}{\mu}\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}$$

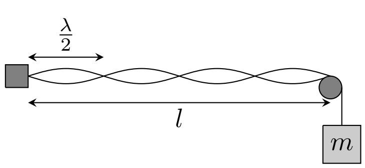
donde μ es la densidad lineal de la cuerda. Si la cuerda tiene longitud l y se fijan los extremos, es decir, $E(0,t) = E(l,t) = 0$ Entonces las soluciones a la ecuación diferencial son:

$$E(x,t) = 2E_0 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{\lambda_n}\right)\cos\left(2\pi f_n t\right)$$

$$\lambda_n = \frac{2l}{n} \quad f_n = \frac{n}{2l}v \quad v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Dispositivo Experimental

Un extremo de la cuerda se fija a un vibrador mecanico. El otro extremo, se pasa por una polea y se le cuelga una masa, m. A continuación, se muestra un esquema para $n = 4$.



También se utliza una luz estroboscópica para poder ver la cuerda al sicronizarse la frecuencia de la luz con la de la cuerda.

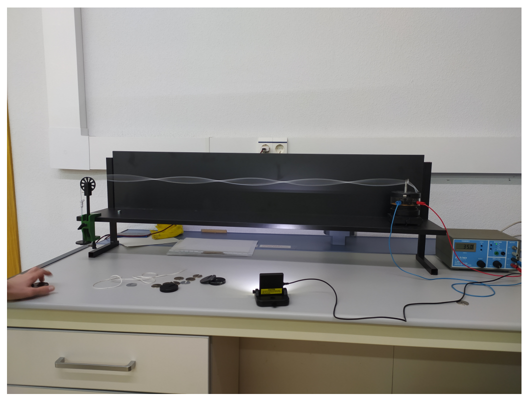


Figura 1: Dispositivo experimental.

Procedimiento y Resultados

Cuerda rígida

Primero hemos fijado $l = (1{,}05 \pm 0{,}01)$m. Tambien hemos medido la cuerda completa 1,5m y la hemos pesado 2,0g. Obteniendo una densidad de $1{,}33 \times 10^{-3}$Kg/m. Para el valor de g tomaremos será de $9,847$ms^{-2}, obtenido de [3] sabiendo que la latitud del laboratorio es de unos 43,3305°. Hemos obtenido los valores de $\lambda/2$ y f para 5 valores de m.

Tabla 1: Cuerda rígida.

m(kg)	T(N)	n	v_{teo}(m/s)	f_{teo}(Hz)	λ_{teo}(m)	f_{exp}(Hz)	λ_{exp}(m)	v_{exp}(m/s)	v_{exp}^2(m^2/s^2)
0,5143	5,06	1	61,71	29,38	2,1	31,0	2,08	65,1	4238,01
		2		58,77	1,05	59,0	1,05	61,95	3837,8
		3		88,15	0,7	90,5	0,7	63,35	4013,22
		4		117,54	0,525	113,0	0,53	59,33	3519,46
0,2623	2,58	1	44,07	20,98	2,1	19,2	2,1	40,32	1625,7
		2		41,97	1,05	39,6	1,07	41,58	1728,9
		3		62,95	0,7	65,3	0,714	45,71	2089,4
		4		83,94	0,525	73,8	0,54	38,74	1501,18
0,1256	1,24	2	30,49	29,04	1,05	29,3	1,08	30,77	946,49
		3		43,56	0,7	41,8	0,72	29,26	856,15
		4		58,08	0,525	56,6	0,55	29,72	882,98
		5		72,61	0,42	75,7	0,42	31,79	1010,86
0,1841	1,81	2	36,92	35,16	1,05	36,2	1,08	38,01	1444,76
		3		52,74	0,7	53,7	0,72	37,59	1413,01
		4		70,32	0,525	68,6	0,52	36,02	1297,08
		5		87,9	0,42	77,9	0,44	32,72	1070,47
0,0616	0,61	1	21,36	10,17	2,1	11,2	2,1	23,52	553,19
		2		20,34	1,05	21,7	1,04	22,79	519,16
		3		30,51	0,7	30,1	0,75	21,07	443,94
		4		40,68	0,525	37,2	0,548	19,53	381,42

Representando v^2 frente a T. Y calculando la recta de regresión $y = ax + b$. Se tiene que

$$\mu = \frac{1}{a} \quad \epsilon_\mu = \frac{\epsilon_a}{a^2}$$

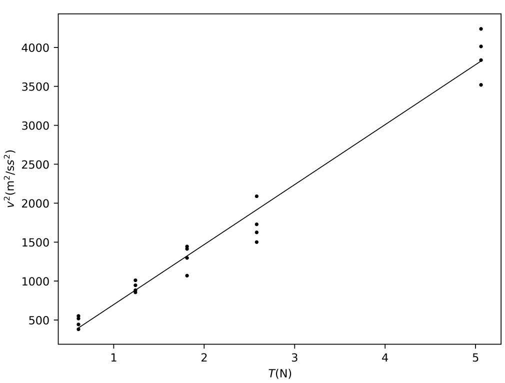


Figura 2: Cuerda rígida.

La densidad obtenida es:

$$\mu = (1{,}30 \pm 0{,}005) \times 10^{-3}\text{Kg/m}$$

Cuerda elástica

El procedimiento es análogo al de la cuerda rígida. La cuerda mide 1,2m y pesa 7.0g. Se tiene una densidad de $5{,}83 \times 10^{-3}$Kg/m.

Figura 3: Cuerda elástica con $n = 2$.

Tabla 2: Cuerda elástica.

m(kg)	T(N)	n	v_{teo}(m/s)	f_{teo}(Hz)	λ_{teo}(m)	f_{exp}(Hz)	λ_{exp}(m)	v_{exp}(m/s)	v_{exp}^2(m^2/s^2)
0,0616	0,61	2	10,2	9,71	1,05	15,3	1,08	16,07	258,08
		3		14,57	0,7	22,5	0,72	15,75	248,06
		4		19,43	0,525	32,0	0,534	16,8	282,24
		5		24,29	0,42	35,0	0,42	14,7	216,09
0,1615	1,59	1	16,52	7,86	2,1	9,1	2,1	19,11	365,19
		2		15,73	1,05	20,4	1,05	21,42	458,82
		3		23,59	0,7	28,9	0,73	20,23	409,25
		4		31,46	0,525	37,6	0,54	19,74	389,67
0,2629	2,59	2	21,07	20,07	1,05	20,4	1,04	21,42	458,82
		3		30,1	0,7	30,6	0,73	21,42	458,82
		4		40,14	0,525	40,8	0,54	21,42	458,82
		5		50,17	0,42	51,0	0,434	21,42	458,82
0,3136	3,09	1	23,01	10,96	2,1	11,6	2,1	24,36	593,41
		2		21,92	1,05	23,5	1,05	24,68	608,86
		3		32,88	0,7	34,0	0,73	23,8	566,44
		4		43,84	0,525	44,6	0,55	23,42	548,26
0,3622	3,57	1	24,73	11,78	2,1	13,8	2,1	28,98	839,84
		2		23,56	1,05	27,6	1,06	28,98	839,84
		3		35,33	0,7	41,5	0,71	29,05	843,9
		4		47,11	0,525	55,4	0,53	29,09	845,94

Representando v^2 frente a T. Y calculando la recta de regresión $y = ax + b$. Se tiene que

$$\mu = \frac{1}{a} \quad \epsilon_\mu = \frac{\epsilon_a}{a^2}$$

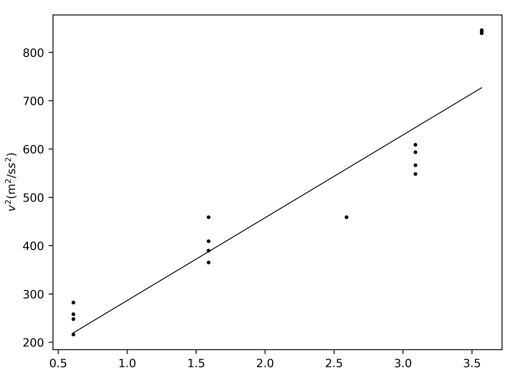


Figura 4: Cuerda elástica.

La densidad obtenida es:

$$\mu = (5{,}8 \pm 0{,}6) \times 10^{-3}\text{Kg/m}$$

Conclusiones

En las tablas 1 y 2 se observa que las predicciones teóricas se acercan mucho a las observaciones experimentales, confirmando las ecuaciones teóricas. Por otra parte, las mediciones indirectas de las densidades de las cuerdas son muy acertadas, tienen poco error y coinciden con las mediciones directas de las densidades.

Referencias

[1] Manual de la asignatura. Versión 3.7

[2] `https://uned-labo.netlify.app/practicas/te/7_practica_ondas_estacionarias/prak7.html` 17/0/2022

[3] `https://www.sensorsone.com/local-gravity-calculator/` 15/6/2022