

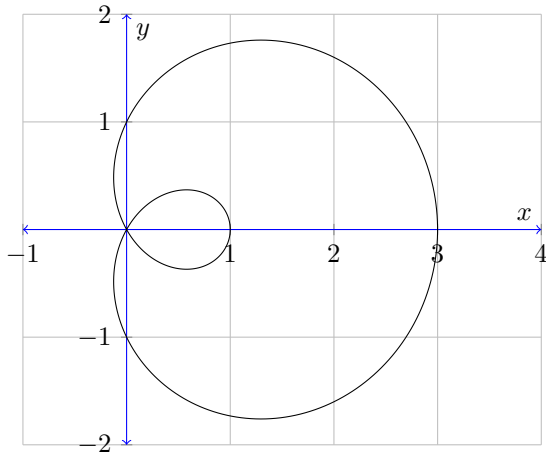
# Entrega 3

Andoni Latorre Galarraga

**Problema:**

Sea  $\alpha : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$  dada por  $\alpha(t) = (2 \cos t - 1)(\cos t, \sin t)$ .

i) Representar  $\alpha([0, 2\pi])$ .



ii) ¿Es  $\alpha$  simple?

No es simple por no ser inyectiva.  $\alpha(\frac{\pi}{3}) = \alpha(\frac{5\pi}{3}) = (0, 0)$ .

iii) ¿Es  $\alpha$  convexa?

No es convexa, evidentemente la recta tangente en  $\alpha(0)$  que es  $x = 1$  corta la curva en otros dos puntos. Además veremos que solo tiene 2 vértices, por el teorema de los 4 vértices no puede ser convexa.

iv) Calcular los vértices de  $\alpha$ .

Calculamos la curvatura y su derivada. Tenemos que

$$k'_2(t) = \frac{12 \sin t (\cos t - 2)}{(5 - 4 \cos t)^{5/2}}$$

Tenemos ceros, y por lo tanto vértices, en  $0, \pi$  y  $2\pi$ , es decir, en  $(3, 0)$  y  $(1, 0)$ .