

Problema 32

Andoni Latorre Galarraga

Supongamos que la curva está contenida en una esfera y tiene curvatura constante.
Por ser parte de una esfera,

$$\exists x_0 \mid (x_0 - \alpha(s))\mathbb{T} = 0 \quad \forall s \quad (1)$$

Derivando,

$$\begin{aligned} (x_0 - \alpha(s))\mathbb{T}'(s) - \mathbb{T}(s)\alpha'(s) &= 0 \\ k(x_0 - \alpha(s))\mathbb{N}(s) - \mathbb{T}(s)\mathbb{T}(s) &= 0 \\ (x_0 - \alpha(s))\mathbb{N}(s) &= \frac{1}{k} \end{aligned} \quad (2)$$

Por otra parte, si escribimos $x_0 - \alpha(s)$ en la base $\{\mathbb{T}(s), \mathbb{N}(s), \mathbb{B}(s)\}$,

$$x_0 - \alpha(s) = a(s)\mathbb{T}(s) + b(s)\mathbb{N}(s) + c(s)\mathbb{B}(s)$$

Por (1), sabemos que $a(s) = 0$.

$$x_0 - \alpha(s) = b(s)\mathbb{N}(s) + c(s)\mathbb{B}(s)$$

Por (2), $b(s) = \frac{1}{k}$.

$$x_0 - \alpha(s) = \frac{1}{k}\mathbb{N}(s) + c(s)\mathbb{B}(s)$$