Seminario 2

Andoni Latorre Galarraga

Tenemos que $b^2 = (2a^2 - 3a + 2)^2 = 4a^4 - 12a^3 + 17a^2 - 12a + 4$. Si sutituimos $a^3 = a - 1$.

$$b^2 = 4a(a-1) - 12(a-1) + 17a^2 - 12a + 4 = 21a^2 - 28a + 16$$

$$2b^2 - 21b = 2(21a^2 - 28a + 16) - 21(2a^2 - 3a + 2) = 7a - 10$$

$$2b^2 - 21b + 10 = 7a$$

Como $b = 2a^2 - 3a + 2$.

$$49b = 2(7a)^2 - 21(7a) + 98 \Rightarrow 49b = 2(2b^2 - 21b + 10)^2 - 21(2b^2 - 21b + 10) + 98$$

$$\Rightarrow 0 = 8b^4 - 168b^3 + 920b^2 - 448b + 88$$

Calculamos $\mathrm{Irr}(b, \mathbb{Q})$.

$$8b^4 - 168b^3 + 920b^2 - 448b + 88 = 8(b^4 - 21b^3 + 115b^2 - 56b + 11) = 8(b - 11)(b^3 - 10b^2 + 5b - 1)$$

Como $x^3 - 10x^2 + 5x - 1$ no tiene raices en $\mathbb{Q}$, es irreducible.

$$\mathrm{Irr}(b, \mathbb{Q}) = x^3 - 10x^2 + 5x - 1$$