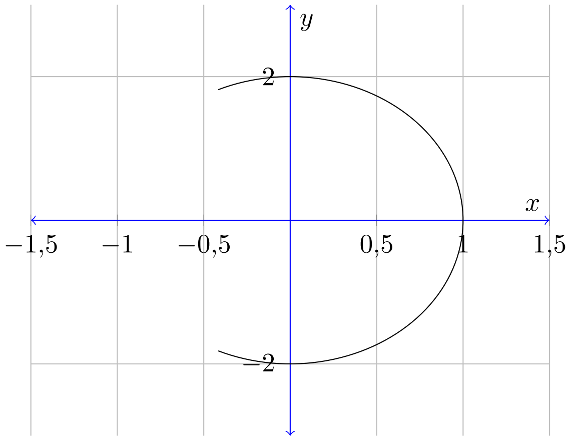
Entrega 4

Andoni Latorre Galarraga

Problema:

Calcular un entorno tubular de la elipse $\alpha(t) = (\cos t, 2 \operatorname{sen} t)$ en $[-2, 2]$.



Calculamos el vector normal a la curva en $\alpha(t)$.

$$\alpha'(t) = (-\operatorname{sen} t, 2\cos t)$$

Y la recta normal a la curva en $\alpha(t)$.

$$\alpha(t) + \lambda \mathcal{J} \alpha'(t) = ((1 + 2\lambda)\cos t, (2 + \lambda)\operatorname{sen} t)$$

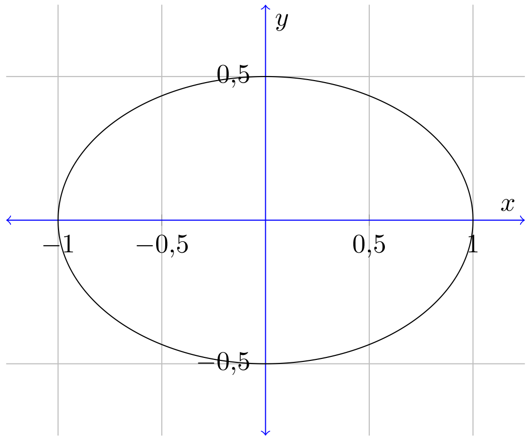
Intrescamos la recta con el eje Y.

$$(1 + 2\lambda)\cos t = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{-1}{2}$$

Tenemos que el punto de intersección es $(0, \frac{3}{2}\operatorname{sen} t)$. Como $\frac{3}{2}\operatorname{sen} t$ es creciente en $[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ y decreciente en $[-2, 2] \setminus [\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

$$\varepsilon < \text{ínf} \left\| \alpha(t) - (0, \frac{3}{2}\operatorname{sen} t) \right\| = \text{ínf} \sqrt{\cos^2 t + \frac{1}{4}\operatorname{sen}^2 t}$$

Que es la distancia al origen de un punto en la elipse $(\cos t, \frac{1}{2}\operatorname{sen} t)$

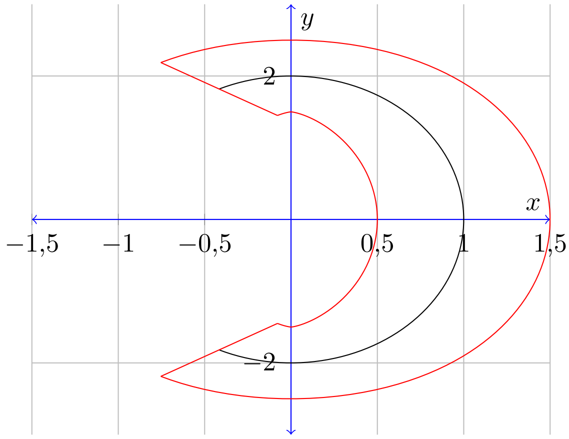


Por lo tanto, $\varepsilon < \frac{1}{2}$. Ahora, para encontrar la frontera del entorno tublar

$$\lambda = \pm \frac{1}{2\|\alpha'(t)\|} = \pm \frac{1}{2\sqrt{\operatorname{sen}^2 t + 4\cos^2 t}}$$

Y tenemos los extremos del entorno tubular

$$((1 + \tfrac{1}{\sqrt{\operatorname{sen}^2 t + 4\cos^2 t}})\cos t, (2 + \tfrac{1}{2\sqrt{\operatorname{sen}^2 t + 4\cos^2 t}})\operatorname{sen} t)$$
$$((1 - \tfrac{1}{\sqrt{\operatorname{sen}^2 t + 4\cos^2 t}})\cos t, (2 - \tfrac{1}{2\sqrt{\operatorname{sen}^2 t + 4\cos^2 t}})\operatorname{sen} t)$$



Dibujado sin distorsión: