



Reporte sobre análisis de densidad de corriente de secciones transversales del plasma en un tokamak, variando parámetros en la ecuación canónica

Andrés Camacho López

Resumen

En este reporte se intentó caracterizar el comportamiento de la función de densidad de corriente en un plasma, empleada por el código FreeGS [1], como se propone en el artículo de Young [2], se tomaron distintos casos posibles con funciones de normalización de flujo distintas, propuesta en otros artículos [3] y [4]. Esta caracterización fue hecha a través de un código hecho en python, el cual permitió variar los parámetros de la función, para conocer su comportamiento en diversas condiciones,

Justificación del análisis

Para usar hacer uso de un simulador TES, una de las partes importantes, es conocer el comportamiento de la densidad de corriente en las secciones cruzadas del plasma, debido a que la ecuación que modela la densidad de corriente, depende de distintos parámetros y constricciones, que pueden variarse para conocer el comportamiento aproximado de la densidad de corriente en diversas condiciones. Esto es un primer paso para en un futuro cambiar los parámetros de funcionamiento de un TES, como será en el caso de FreeGS.

Aspectos técnicos del código

El código hecho para simular la densidad de corriente del plasma, se hizo mediante Python, se creó un ambiente virtual en Anaconda, con lo cual dicho código se programó en un notebook de Jupyter. Para el correcto funcionamiento del código, es importante notar que se utilizaron librerías especiales como `ipywidgets` para utilizar gráficas interactivas que faciliten la variación de parámetros, y se instaló `Voilà` para visualizar la gráficas en conjunto, sin tener el código visible.

Por lo que antes de ejecutar el código, se recomienda en caso de no tener las librerías instaladas, revisar en una terminal las siguientes instalaciones, para que el código pueda correr de manera correcta.

```
pip install numpy matplotlib
pip install ipywidgets ipython
pip install voila
```

Para habilitar estas extensiones en el notebook de jupyter, y poder interactuar con las gráficas, se utiliza.

```
jupyter nbextension enable
```

```
--py widgetsnbextension
--sys-prefix
```

```
jupyter nbextension install
--py widgetsnbextension
--sys-prefix
```

```
pip install nbclassic
```

```
jupyter nbclassic install
--user
```

En este paso, se usa `nbextension` o `nbclassic` dependiendo de la versión de Jupyter Notebook instalada. Ya que esto está listo, puede que se genere un error con el paquete `traitlets` debido a que la versión disponible en el sistema operativo no es compatible con las extensiones, por lo que debe hacerse el siguiente cambio

```
pip uninstall traitlets
pip install traitlets==5.9.0
```

Es importante aclarar que que la versión de `traitlets` compatible con las extensiones de Jupyter no necesariamente será la 5,9,0, pero en el caso de este reporte, así fue como se solucionaron los errores al ejecutar el código. También se debe aclarar que este proceso se realizó en un SO Linux Debian, por lo que para el uso en otros sistemas operativos, es posible que no se deba corregir ningún error, o la forma en la que se deben corregir sean diferentes.

Breve repaso teórico

Dado que este es un análisis de la función para densidad de corriente que se emplea en el código de FreeGS [1], la función en la que se basa este código, es una ecuación canónica de densidad de corriente, del artículo de Young

[2] sobre TES, por lo que la función programada es.

$$J_{\phi,pl}(R, Z) = \lambda[\beta_0 \frac{R}{R_{geo}} j_P(\psi, \psi_a, \psi_b) + (1 - \beta_0) \frac{R_{geo}}{R} j_F(\psi, \psi_a, \psi_b)] \quad (1)$$

La cual describe el comportamiento nos encontramos dentro del plasma.

Las funciones de densidad con P y F, se definen como $j_P(\psi, \psi_a, \psi_b) = (1 - \psi_s^{\alpha_m})^{\alpha_n}$ y $j_F(\psi, \psi_a, \psi_b) = (1 - \psi_s^{\beta_m})^{\beta_n}$, donde ψ_s es una función de flujo normalizada que describe el cambio del flujo dependiendo en que parte del radio se encuentra.

$$\psi_s = \frac{\psi - \psi_a}{\psi_b - \psi_a} \quad (2)$$

Donde ψ_a es el flujo en el centro magnético del plasma, el cual tomaremos como el centro geométrico para este análisis, y ψ_b es el flujo en la frontera del plasma.

Como tenemos la densidad de corriente en términos de una función normalizada de flujo, y por ende en términos del flujo, entonces este será nuestra variable al momento de programar la función.

En cuanto a las otras constantes que podemos encontrar en esta ecuación.

- λ y β_0 son constricciones, que de acuerdo con [2] relacionan la corriente total del plasma I_p y una constricción poloidal del plasma β_p , es decir con el campo magnético poloidal B_p y la presión. Debido a que λ y β_0 sirven para darnos una relación entre I_p y β_p , entonces con ambas podemos variar el parámetro entre 0 y 1. Según [2], las constricciones λ y β_0 se obtienen a través de combinar las ecuaciones de I_p y β_p , pero ya que el motivo de este código es conocer el comportamiento ante la variación de estos parámetros, se omitirán los cálculos para llegar a las constricciones.
- R es el radio de la sección transversal del plasma y R_{geo} es el radio mayor del dispositivo, por lo que en la función de densidad de corriente se considera la razón de aspecto de un tokamak.
- Los términos $\alpha_m, \alpha_n, \beta_m, \beta_n$ son variables a elegir para determinar el comportamiento del plasma, las cuales comprenderemos mas adelante con el código

Implementación y discusión del código

De las referencias utilizadas, se obtuvieron 9 casos distintos para entender el comportamiento de la densidad de corriente en el plasma.

Las líneas de código ya están comentadas en cada uno de los casos, por lo que no se discutirá cada línea en este reporte, sin embargo, se darán detalles de las consideraciones específicas para cada uno de los casos programados, además de los resultados obtenidos.

Como observaciones generales. El código FreeGS [1], simplifica la ec. 1 igualando j_P y j_F como lo hacen en [3], además que también simplifica a $\alpha_m = 1$, por lo que en algunos de los códigos se tomará esto como referencia para

programar la función.

Debido a que el flujo ψ es la variable, las gráficas serán comparando el flujo con la densidad de corriente.

Prueba con función lineal simple

En este primer código, se consideró a la función de flujo normalizada como una función lineal simple, es decir una recta con pendiente m y ordenada al origen b . Esta función se consideró en una relación 1 a 1, es decir con pendiente $m = 1$ y ordenada al origen $b = 0$.

Ejecutando el código con las condiciones predeterminadas, se puede ver que la función tiene un crecimiento tipo exponencial, donde, el exponente α_m nos indicará si la función crece o decrece, pero, dado que la densidad de corriente no será negativa, este exponente debe ser siempre par, por lo que el cambio en este, nos indicará un crecimiento más rápido de la función; En cuanto las constricciones, λ aumentará el crecimiento conforme esta se acerca a 1 y β_0 hará lo contrario; La relación de aspecto obtenida por R y R_{geo} indica que entre mayor sea esta, es decir, la diferencia de tamaño entre R y R_{geo} sea mas grande, el crecimiento de J_ϕ será mayor.

De esta primer prueba podemos saber que la densidad de corriente aumenta conforme aumenta el flujo ψ . Como sabemos que $J_\phi \approx 0$ en la frontera del plasma, entonces se puede determinar que el flujo es máximo en el centro magnético del plasma, esto es concordante con la descripción la función de flujo normalizada dada en [4], donde la describen como.

$$\psi_s = \frac{\psi - \psi_{max}}{\psi_{lim} - \psi_{max}} \quad (3)$$

donde la ψ_{max} es el flujo en el centro del plasma.

Se pueden hacer más pruebas cambiando m y b en la función normalizada, pero los resultados no varían mucho.

Para este código, se realizó una segunda prueba, donde se pueden comparar 2 veces la misma gráfica poniendo diferentes parámetros.

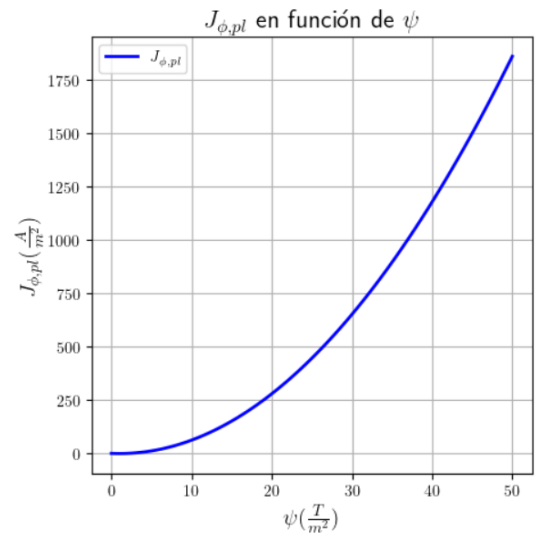


Figura 1: Comportamiento de la densidad de corriente usando una función de flujo normalizada lineal simple de la forma $f(x) = mx + b$

Prueba con una función exponencial simple

En esta prueba, se utilizó una función de flujo normalizada en forma exponencial, donde $\psi_s = \exp[-(k\psi)^2]$ como se indica en [4], esta función nos indica que el crecimiento del flujo será en forma exponencial conforme nos acercamos al eje magnético.

Como resultado de esto obtenemos que:

En este resultado, se puede notar que la gráfica tiene una forma de S, con un crecimiento más suave, donde al variar los parámetros para la razón de aspecto, si $R_{geo} < R$ el crecimiento será mayor que en el caso contrario, es decir que se alcanzará una densidad de corriente mayor; las constricciones λ y β_0 nos darán el mismo resultado, si variamos el parámetro α_m podremos ver que a medida que el exponente aumenta, la densidad de corriente permanece mínima en durante más parte del flujo, lo que nos puede dar un indicio de que el plasma está confinado en un radio más pequeño; en cuanto a la constante k, hará que la forma en la que crece la densidad de corriente, sea más repentina.

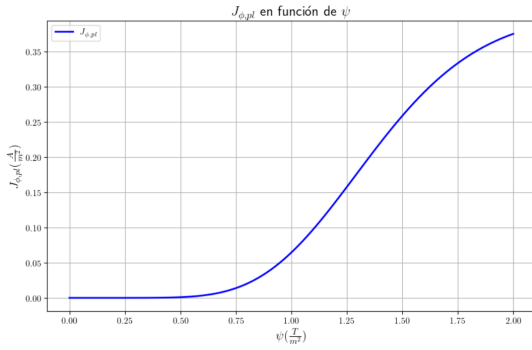


Figura 2: Comportamiento de la densidad de corriente usando una función de flujo normalizada exponencial simple de la forma $f(x) = \exp(-(kx)^2)$

Prueba con una función lineal como indica el artículo de Young y consideraciones de Freegs

En este código, se implementó la función de densidad de corriente tal y como se detalla en el archivo `jtor.py`, la única variación que se hace en este código es que se utilizan las dos exponenciales α_m y α_n ; esta función también tiene la forma de una S como en la consideración exponencial, los parámetros R , R_{geo} , λ , β_0 y α_m modifican la función en la misma forma que el caso anterior; el parámetro α_n en este caso actuará como la k en la función exponencial, indicando que tan rápido, buscamos que caiga la densidad de corriente al acercarnos a la frontera del plasma.

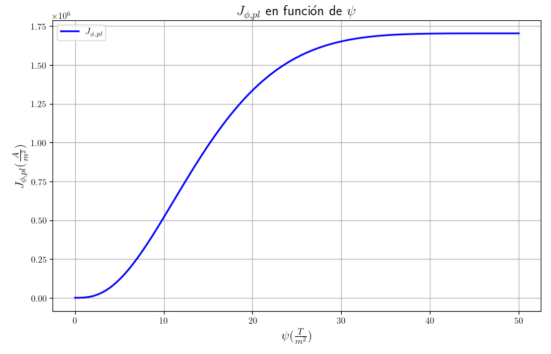


Figura 3: Comportamiento de la densidad de corriente usando las simplificaciones descritas en el código de FreeGS

Prueba usando una función del flujo normalizada exponencial Artículo Luxon1982

En este caso podemos ver que las constricciones actúan de la misma forma, sin embargo, al escribir en forma exponencial la función de normalización del flujo, hace que ahora la densidad de flujo decrezca hacia el eje magnético. Posiblemente este caso no tenga un sentido físico lógico, o no se está considerando el modelo de forma adecuada, pues aquí se indicaría que tenemos una mayor densidad de corriente en la frontera del plasma.

Dado que la función de densidad de corriente en el artículo de Young [2] ya describe un comportamiento exponencial, como en el artículo de Luxon[4], podemos dar por hecho que agregar esta exponencial al flujo normalizado, no es necesaria para modelar el comportamiento de la densidad de corriente

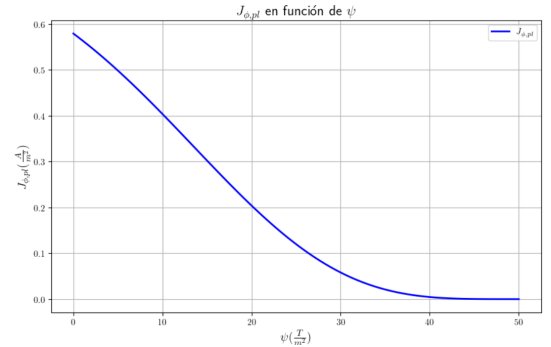


Figura 4: Comportamiento de la densidad de corriente proponiendo una función de flujo normalizada en una exponencial

Funciones independientes para j_p y j_f

En este caso se decidió separar la función, para tener una función completa como indica el artículo de Young [2]. Para conocer la diferencia de comportamiento, debemos fijarnos en los exponentes de las funciones de normalización. En cuanto a los exponentes α_n y α_m , que están ahora aplicados a la función j_P se puede observar que los cambios que hace en la función son muy sutiles, pues, α_n crea una curvatura superior muy sutil que solo es visible cuando el exponente se aumenta arriba de 3. Y α_m crea una curvatura inferior, igual de sutil que con el otro exponente. Los

exponentes β_n y β_m aplicados sobre la función j_F toman ahora las funciones de describir el confinamiento del plasma y la forma en que se dará el decaimiento de la densidad de corriente en la frontera.

Por lo que de este caso podemos notar que al igualar j_p y j_F , pues no representa un cambio significativo en la forma en la que cambian el comportamiento de la densidad de corriente la función j_P .

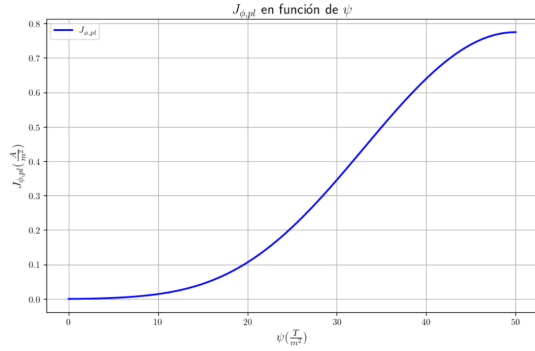


Figura 5: Comportamiento de la densidad de corriente usando la ecuación completa descrita en el artículo de Young[2]

Función de densidad de corriente, cuando ψ_b también es una variable

En este caso se intentó simular un caso en que el flujo en la frontera puede cambiar, debido a que en libros como el de Ariola-Pironti o el propio artículo sobre TES, se menciona brevemente que no se puede considerar axisimetría en todos los casos, por lo que esto parte de la idea de que el flujo en la frontera, pueda cambiar dependiendo de la sección transversal que se tome en el plasma.

En el gráfico presentado en esta prueba, se puede notar una zona plana (la cual veremos que no es plana) y llega a un punto máximo muy pronunciado, que siempre será el eje magnético del plasma.

Para este comportamiento, los parámetros, tendrán el mismo efecto que en casos anteriores, en lo que debemos fijarnos nuevamente, será en los exponentes, donde, nuevamente α_n debe ser siempre par, pues si es impar, la densidad de corriente será negativa, lo cual sabemos que no tiene un sentido físico, y α_m simplemente indicará que tan rápido crecerá la función hacia el centro y que tan grande será en ese punto el valor de J_ϕ .

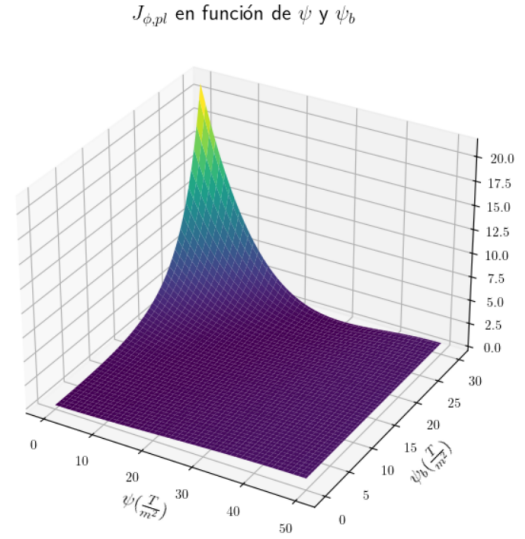


Figura 6: Comportamiento de la densidad de corriente tomando a ψ_b como una variable, se intentó simular un caso en el que ψ_b pudiera cambiar dependiendo del corte transversal tomado

Densidad de corriente usando a ψ_b como una variable, pero haciendo al variación manual

En este caso, se variará el a ψ_b de tal forma que podamos ver cortes en un plano de la gráfica anterior.

En este caso se puede notar que cuando el flujo ψ_b en la frontera, obtenemos un caso clásico como ya habíamos visto, sin embargo, conforme aumentamos el flujo en la frontera, se empezará a hacer una parábola, con la cual aproximadamente cuando $\psi_b \approx 14$ la densidad de corriente en la frontera, empezará a superar a la densidad de corriente en el centro magnético, hasta invertir a un decrecimiento en la densidad de corriente. Los parámetros que no ayudan a tener un mejor control de esto será los exponentes $\alpha_{n,m}$, pues α_n al controlar la caída en la densidad de corriente, puede hacer que al usar exponentes impares, la función permanezca siempre en forma creciente; el exponente α_m al actuar como el confinamiento en la región donde hay mayor flujo magnéticos, este hará que la densidad sea más o menos constante al acercarnos al eje magnético, caso contrario si usamos una α_n impar, pues entonces el término del confinamiento, nos indicará que la densidad de corriente se mantendrá ahora en la frontera del plasma.

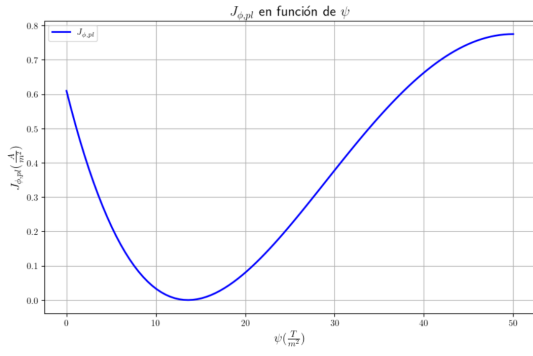


Figura 7: Comportamiento de la densidad de corriente usando a ψ_b como variable, se intentó tomar los cortes bidimensionales del caso anterior, para conocer a detalle el comportamiento en cada parte de la función anterior

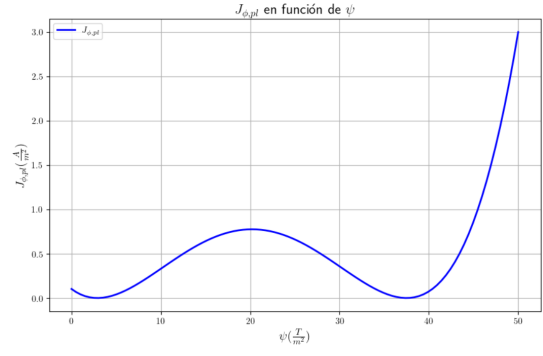


Figura 8: Comportamiento de la densidad de corriente usando a ψ_a y ψ_b como variables, esto fue hecho para intentar simular diferentes condiciones que se pueden, se pueden notar oscilaciones en la densidad de corriente debidas a la diferencia que existe el flujo en el centro y la frontera.

Densidad de corriente variando a ψ_a y ψ_b como parámetros

En este caso, por limitaciones geométricas, no es posible hacer un gráfico que muestre todo el conjunto de variables, sin embargo, podemos variar el flujo en el eje magnético y en la frontera, para saber como afecta la diferencia entre los flujos y su cantidad con respecto a los otros parámetros.

En este caso se puede ver que si reducimos el valor de ψ_a se producirán oscilaciones en la densidad de corriente, pues habrá puntos intermedios en el radio que tendrán una densidad de corriente mayor a otros, esto podrá suceder sin importar si el flujo en el eje magnético es mayor o menor que el flujo en la frontera, sin embargo, como ya sabemos, el flujo siempre debe aumentar hacia el eje magnético, por lo que solo tomaremos este caso aunque los resultados no cambien.

Para evitar estas oscilaciones, ambos exponentes deben ser impares, pues el parámetro de caída α_n nos producirá una función impar del tipo $f(x) = x^3$ que al aumentar el exponente, hará que la densidad de corriente sea mayor en el eje magnético, y el parámetro de confinamiento α_m nos hará que la densidad de corriente sea 0 por una distancia más larga.

En el caso de que ambos sean pares, α_n hará más cuadrada la función suavizando las oscilaciones intermedias, y α_m simplemente hará completamente recta la función 0, por lo que creará dos picos de densidad de corriente en la frontera y en el eje magnético.

La combinación entre par e impar, hará que solo haya un pico de densidad de corriente en el centro del radio, es decir a la mitad del eje del flujo ψ .

Notando estas oscilaciones, puede quedar como hipótesis para futuros análisis, si estas producirán inestabilidades en el plasma, debido a las subidas y bajas de densidad de corriente, o si esto tiene algún sentido físico real o no.

Comportamiento de la densidad de corriente a lo largo de un eje radial del plasma

Este último caso intenta modelar el comportamiento del plasma a lo largo del diámetro completo de la sección transversal. Para esto simplemente se definió un relación lineal del flujo, a través del radio, se propone usar la ecuación:

$$\psi = (\psi_a - (\psi_a - \psi_b)) \frac{|R|}{a} \quad (4)$$

Donde a es el punto del radio en el que estamos, lo cual nos dará una normalización, que calculará a ψ en la proporción adecuada para el radio R . Posteriormente se sustituye la ψ como ya lo hemos hecho en los códigos pasados. Dado que esta ecuación solo es una representación lineal, haremos unicamente este caso que es el más sencillo, en el que graficamos el radio contra la densidad de corriente.

Como se esperaba de resultados anteriores, se puede ver que la razón de aspecto nos da una densidad de corriente mayor, entre mas grande es esta. Las constricciones λ y β_0 también determinarán que tan grande podrá ser la densidad de corriente. Finalmente, el parámetros α_n , hará más fina la curva o la hará más ancha, dependiendo del tamaño del exponente, en cuanto a α_m la densidad de corriente se hará plana en la región más cercana al eje magnético.

Por resultados obtenidos por compañeros que ya usaron el código, podemos saber que el máximo de densidad de corriente puede no estar en el eje geométrico, sin embargo, como primera aproximación, puede darnos indicios de lo que debemos obtener y si los resultados son correctos, además de que podemos tener una idea de como debe ser resuelta alguna configuración empleada. Este último código puede ser refinado, o mejorado, para analizar el comportamiento en el diámetro completo de los casos anteriores, pero ya que se propuso la ec 4, tendría que revisarse su validez para usar en otros casos.

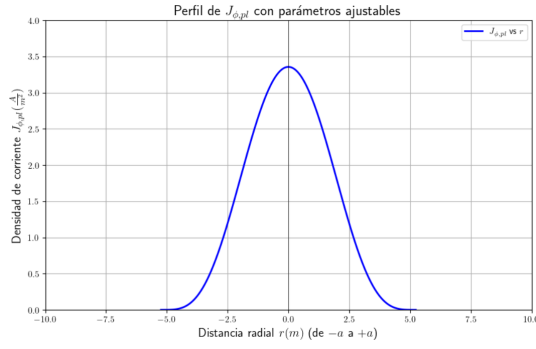


Figura 9: Comportamiento de la densidad de corriente en todo el diámetro

Aplicación práctica en el código de DIID de FreeGS

Haciendo uso del modelo programado, es posible comparar los resultados que da nuestro código, con los de FreeGS y determinar si con alguna variación de parámetros deja de existir estabilidad en el tokamak, según como está programado en FreeGS.

Antes de mostrar los resultados, será necesario repasar las consideraciones que hace FreeGS para solucionar la densidad de corriente.

Debido a que FreeGS resuelve la ecuación de densidad de corriente para hallar los parámetros de constricción λ y β_0 como se puede ver el archivo `jtor.py` [1], a partir de ciertos parámetros de arranque, obtendremos las variables a modificar en nuestra función de densidad de corriente, para conocer el comportamiento. Una consideración importante es que el archivo `jtor.py`, incluye algunos parámetros fijos, que no se pueden cambiar por el momentos, estos parámetros fijos serán $\alpha_m = 2$, $\alpha_n = 2$, $R_{axis} = R_{geo} = 1$ este último parámetro se considera como 1, pues al contribuir unicamente en la razón de aspecto, bastará con introducir el parámetro R el cual es el radio de la sección transversal para variar la razón de aspecto como se quiera modificar esta.

Haciendo uso del código fuente, podemos utilizar una pequeña modificación, hecha anteriormente por compañeros que trabajaron es este código, para introducir el perfil de arranque, que nos dará las variables para analizar la densidad de corriente.

```
R = (a escoger) #Radio menor (m)
P = (a escoger) #(Pa)
I = (a escoger) #(A)
Bt = (a escoger) #(T)
F = R*Bt
profiles =
freegs.jtor.ConstraintPaxisIp(eq, P, I, F)
```

Estos parámetros son lo que vamos a cambiar, para obtener nuestras variables finales, las cuales se obtienen de la solución de la ecuación de densidad de corriente y otras ecuaciones para obtener una constricción poloidal β_p y la intensidad de corriente poloidal I_p , como se puede resolver en [2] y en [1].

Al final de el código podemos obtener las variables que

buscamos, usando las líneas.

```
print ('[L, Beta0] = ', profiles.L, ', ',
profiles.Beta0)
print ('[am, an] = ', profiles.alpha_m, ', ',
profiles.alpha_n)
print ('[Psia, Psib] = ', profiles.psi_axis, ', ',
profiles.psi_bndry)
print ('[R, Raxis] = ', R, ', ',
profiles.Raxis)
```

El código fuente, ya tiene un perfil de arranque establecido, con las condiciones, $R = 1,67m$, $P = 159811Pa$, $I = -1533632A$, $Bt = -3,231962138124$, lo que nos da como variables para a densidad de corriente, $\lambda = -5550985,19$, $\beta_0 = 0,16$, $\psi_a = -0,66$, $\psi_b = -0,12$. De lo que obtenemos la siguiente gráfica de comportamiento.

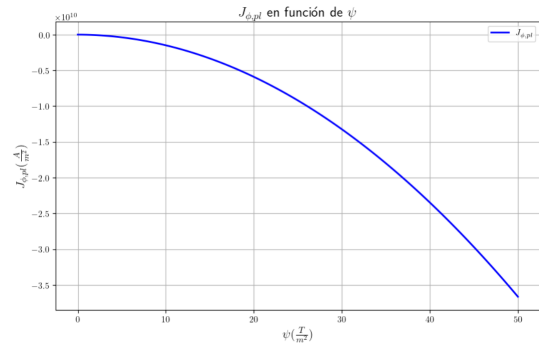


Figura 10: Comportamiento de la densidad de corriente usando resultados del código fuente para DIID

Lo primero que podemos observar de estos resultados, son que la constricción λ no está entre 0 y 1, lo cual es debido a la forma en la que se obtiene y a que el valor de I es muy grande, por lo que este parámetro deberá cambiarse en el código, para permitir valores más grandes, sin embargo los resultados obtenidos previamente siguen teniendo validez. En cuanto a la gráfica, debido a los valores negativos del perfil de arranque, muchas de nuestras variables finales son negativas y por ende tenemos un decrecimiento en la función hacia el centro y además la densidad de corriente será negativa, por lo que esto carece de sentido físico, además de que no existe I negativa. De aquí podemos ver que los valores para el perfil de arranque tendrán que ser positivos para que los resultados sean consistentes. En otra prueba, se modificaron los parámetros de arranque como $R = 0,9m$, $P = 79811Pa$, $I = 833632A$, $Bt = 2$, de esta prueba se obtuvieron resultados más consistentes, los cuales fueron, $\lambda = 2337645,06$, $\beta_0 = 0,33$, $\psi_a = 0,37$, $\psi_b = 0,06$ que no dieron gráficas resultantes:

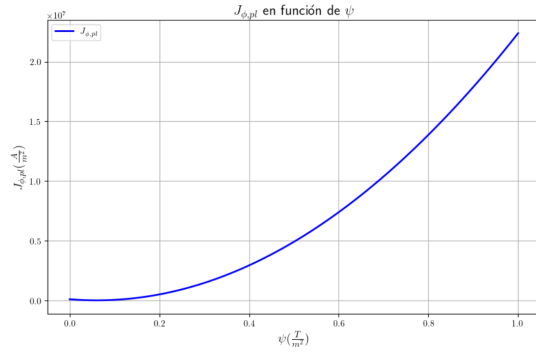


Figura 11: Comportamiento de la densidad de corriente variando el perfil de arranque en DIIID

Se puede ver que estos resultados son más realistas, además que obtenemos un crecimiento exponencial en la densidad de corriente conforme nos acercamos al centro del plasma, y revisando el comportamiento en todo el diámetro, tenemos la gráfica:

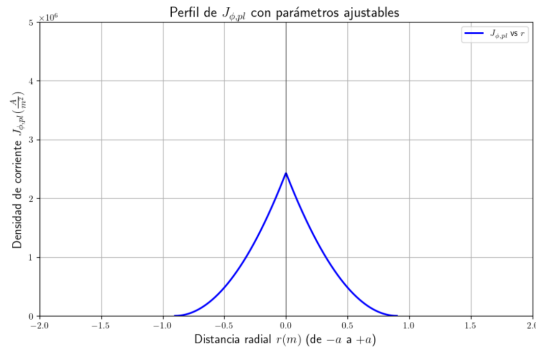


Figura 12: Comportamiento de la densidad de corriente en el diámetro entero, variando el perfil de arranque en DIIID

Aquí se puede apreciar que el comportamiento es en forma de triángulo, esto es debido a que el exponente de confinamiento $\alpha_m = 1$ y por lo tanto la función tendrá un cambio muy repentino al llegar al centro del plasma. Posteriormente se intentó tomar otros casos en los que se aumentaban o disminuía el perfil de entrada con los valores de la intensidad y la presión en diferentes proporciones, pero debido que el código usa un proceso iterativo para resolver el equilibrio, el código no lograba terminar dicho proceso, por lo que se puede intuir que en los casos en que la función de densidad de corriente no es similar a la que se mostró anteriormente, entonces no habrá equilibrio. De esto se puede concluir que el perfil de arranque debe ser tal que se obtengan parámetros para la función de densidad de corriente que den como resultado una gráfica con crecimiento de tipo exponencial.

Conclusiones

Ya que el objetivo de este análisis era caracterizar el comportamiento de la densidad de flujo, se ha visto en este reporte, como afecta cada parámetro la forma en que se comporta la densidad de corriente, además de hallar la razón por la que se pueden tomar simplificaciones, en el momento de implementar esta ecuación a un simulador TES.

De los casos resueltos con este código, es posible que no se obtengan resultados exactamente iguales al trabajar con un código mas complejo, como puede ser FreeGS, sin embargo, esto nos puede ayudar a predecir los resultados que debemos obtener de cualquier simulación que hagamos en el futuro, cambiando cualquier parámetro deseado, por lo que puede ser útil como una herramienta de apoyo para saber si hemos obtenido o no, resultados correctos.

Referencias

- [1] Freegs-Plasma. *GitHub - freegs-plasma/freegs: Free boundary Grad-Shafranov solver*. URL: <https://github.com/freegs-plasma/freegs>.
- [2] Young Mu Jeon. "Development of a free-boundary tokamak equilibrium solver for advanced study of tokamak equilibria". En: *Journal of the Korean Physical Society* 67.5 (sep. de 2015), págs. 843-853. DOI: 10.3938/jkps.67.843. URL: <https://doi.org/10.3938/jkps.67.843>.
- [3] R Albanese y F Villone. "The linearized CREATE-L plasma response model for the control of current, position and shape in tokamaks". En: *Nuclear Fusion* 38.5 (mayo de 1998), págs. 723-738. DOI: 10.1088/0029-5515/38/5/307. URL: <https://doi.org/10.1088/0029-5515/38/5/307>.
- [4] J.L. Luxon y B.B. Brown. "Magnetic analysis of non-circular cross-section tokamaks". En: *Nuclear Fusion* 22.6 (jun. de 1982), págs. 813-821. DOI: 10.1088/0029-5515/22/6/009. URL: <https://doi.org/10.1088/0029-5515/22/6/009>.