



# Reporte sobre análisis de densidad de corriente de secciones transversales del plasma en un tokamak, variando parámetros en la ecuación canónica

Andrés Camacho López

## Resumen

En este reporte se intentó caracterizar el comportamiento de la función de densidad de corriente en un plasma, empleada por el código FreeGS [1], como se propone en el artículo de Young [2], se tomaron distintos casos posibles con funciones de normalización de flujo distintas, propuesta en otros artículos [3] y [4]. Esta caracterización fue hecha a través de un código hecho en python, el cual permitió variar los parámetros de la función, para conocer su comportamiento en diversas condiciones,

## Justificación del análisis

Para utilizar un simulador TES, es fundamental comprender el comportamiento de la densidad de corriente en las secciones transversales del plasma. Esto se debe a que la ecuación que modela la densidad de corriente depende de diversos parámetros y restricciones, los cuales pueden ajustarse para analizar el comportamiento aproximado de dicha densidad bajo distintas condiciones. Este análisis representa un primer paso para, en el futuro, modificar los parámetros de funcionamiento de un TES, como será el caso de FreeGS.

## Aspectos técnicos del código

El código desarrollado para simular la densidad de corriente del plasma fue implementado en Python. Se creó un ambiente virtual utilizando Anaconda, dentro del cual el código fue programado en un Jupyter Notebook. Para garantizar el correcto funcionamiento del código, es importante destacar que se emplearon bibliotecas especializadas como `ipywidgets`, que permiten generar gráficos interactivos para facilitar la variación de parámetros, y `Voilà`, que se utilizó para visualizar los gráficos en conjunto sin mostrar el código.

Antes de ejecutar el código, se recomienda verificar que las bibliotecas necesarias estén instaladas. De no ser así, se pueden instalar desde una terminal con los siguientes comandos:

```
pip install numpy matplotlib  
pip install ipywidgets ipython  
pip install voila
```

Para habilitar las extensiones necesarias en Jupyter Notebook y permitir la interacción con los gráficos, se deben utilizar los siguientes comandos:

```
jupyter nbextension enable  
--py widgetsnbextension  
--sys-prefix
```

```
jupyter nbextension install  
--py widgetsnbextension  
--sys-prefix
```

```
pip install nbclassic
```

```
jupyter nbclassic install  
--user
```

En este paso, se usa `nbextension` o `nbclassic` dependiendo de la versión de Jupyter Notebook instalada. Ya que esto está listo, puede que se genere un error con el paquete `traitlets` debido a que la versión disponible en el sistema operativo no es compatible con las extensiones, por lo que debe hacerse el siguiente cambio

```
pip uninstall traitlets  
pip install traitlets==5.9.0
```

En este paso, se puede optar por usar `nbextension` o `nbclassic` según la versión instalada de Jupyter Notebook. Una vez configurado todo, es posible que ocurra un error relacionado con el paquete `traitlets`, debido a problemas de compatibilidad con las extensiones. Para resolverlo, se debe proceder de la siguiente manera:

```
pip uninstall traitlets  
pip install traitlets==5.9.0
```

Es importante señalar que la versión de **traitlets** compatible con las extensiones de Jupyter no necesariamente será la 5.9.0, pero en este caso específico, fue la solución para los errores encontrados al ejecutar el código. Cabe destacar que este proceso se realizó en un sistema operativo Linux Debian. Para otros sistemas operativos, podría no ser necesario realizar correcciones, o el procedimiento de ajuste podría variar.

## Breve repaso teórico

Dado que este es un análisis de la función de densidad de corriente empleada en el código de FreeGS [1], la base de dicho código es una ecuación canónica de densidad de corriente, tomada del artículo de Young [2] sobre TES. La función programada está dada por:

$$J_{\phi,pl}(R, Z) = \lambda \left[ \beta_0 \frac{R}{R_{geo}} j_P(\psi, \psi_a, \psi_b) + (1 - \beta_0) \frac{R_{geo}}{R} j_F(\psi, \psi_a, \psi_b) \right] \quad (1)$$

Esta ecuación describe el comportamiento de la densidad de corriente dentro del plasma.

Las funciones de densidad  $j_P$  y  $j_F$  se definen como:

$$j_P(\psi, \psi_a, \psi_b) = (1 - \psi_s \alpha_m) \alpha_n$$

$$j_F(\psi, \psi_a, \psi_b) = (1 - \psi_s \beta_m) \beta_n,$$

donde  $\psi_s$  es una función de flujo normalizada que describe el cambio del flujo en función de la posición radial, y está definida como:

$$\psi_s = \frac{\psi - \psi_a}{\psi_b - \psi_a} \quad (2)$$

Aquí,  $\psi_a$  es el flujo en el centro magnético del plasma (tomado como el centro geométrico para este análisis), y  $\psi_b$  es el flujo en la frontera del plasma.

Dado que la densidad de corriente está en función de una variable de flujo normalizada, el flujo será nuestra variable principal al programar la función.

Respecto a las constantes presentes en esta ecuación:

- $\lambda$  y  $\beta_0$  son restricciones que, según [2], relacionan la corriente total del plasma  $I_p$  con una restricción poloidal  $\beta_p$ , la cual depende del campo magnético poloidal  $B_p$  y la presión. Como estas constantes permiten establecer una relación entre  $I_p$  y  $\beta_p$ , se pueden variar en un rango entre 0 y 1. De acuerdo con [2],  $\lambda$  y  $\beta_0$  se derivan combinando las ecuaciones de  $I_p$  y  $\beta_p$ , pero en este análisis se omitirán dichos cálculos, ya que el propósito es estudiar el comportamiento bajo la variación de estos parámetros.
- $R$  es el radio de la sección transversal del plasma, y  $R_{geo}$  es el radio mayor del dispositivo, por lo que en la función de densidad de corriente se considera la relación de aspecto de un tokamak.
- Los términos  $\alpha_m$ ,  $\alpha_n$ ,  $\beta_m$ ,  $\beta_n$  son parámetros seleccionables que determinan el comportamiento del plasma y serán explorados más adelante en el código.

A partir de las referencias utilizadas, se identificaron 9 casos distintos para analizar el comportamiento de la densidad de corriente en el plasma.

Dado que las líneas de código ya están comentadas en cada uno de los casos, este reporte no abordará la discusión línea por línea. Sin embargo, se proporcionarán detalles sobre las consideraciones específicas para cada caso programado, junto con los resultados obtenidos.

Como observaciones generales, el código FreeGS [1] simplifica la ecuación 1, igualando  $j_P$  y  $j_F$ , como se menciona en [3]. Además, también simplifica al asumir que  $\alpha_m = 1$ . Estas simplificaciones se tomarán como referencia en algunos de los códigos utilizados para programar la función.

Dado que el flujo  $\psi$  es la variable principal, las gráficas presentadas compararán el flujo con la densidad de corriente.

## Prueba con función lineal simple

En este primer código, se consideró la función de flujo normalizada como una función lineal simple, es decir, una recta con pendiente  $m$  (la cual será positiva siempre) y ordenada al origen  $b$ . Para esta prueba, se utilizó una relación 1 : 1, estableciendo una pendiente  $m = 1$  y una ordenada al origen  $b = 0$ .

Al ejecutar el código con las condiciones predeterminadas, se observa que la función presenta un crecimiento de tipo exponencial, donde el exponente  $\alpha_m$  determina si la función crece o decrece. Sin embargo, dado que la densidad de corriente no puede ser negativa, este exponente debe ser siempre par. Los cambios en  $\alpha_m$  indican un crecimiento más acelerado de la función.

Respecto a las restricciones,  $\lambda$  y  $\beta_0$  incrementan el crecimiento conforme crecen. Por otra parte, la relación de aspecto, obtenida por  $R$  y  $R_{geo}$ , indica que, entre mayor sea esta diferencia, es decir, cuanto más grande sea  $R$  respecto a  $R_{geo}$ , el crecimiento de  $J_\phi$  será más significativo.

De esta primera prueba se concluye que la densidad de corriente aumenta conforme incrementa el flujo  $\psi$ . Como se sabe que  $J_\phi \approx 0$  en la frontera del plasma, se puede determinar que el flujo es máximo en el centro magnético del plasma. Esto coincide con la descripción de la función de flujo normalizada dada en [4], donde se define como:

$$\psi_s = \frac{\psi - \psi_{max}}{\psi_{lim} - \psi_{max}} \quad (3)$$

Aquí,  $\psi_{max}$  representa el flujo en el centro del plasma.

Aunque es posible realizar más pruebas modificando  $m$  y  $b$  en la función normalizada, los resultados no presentan variaciones significativas.

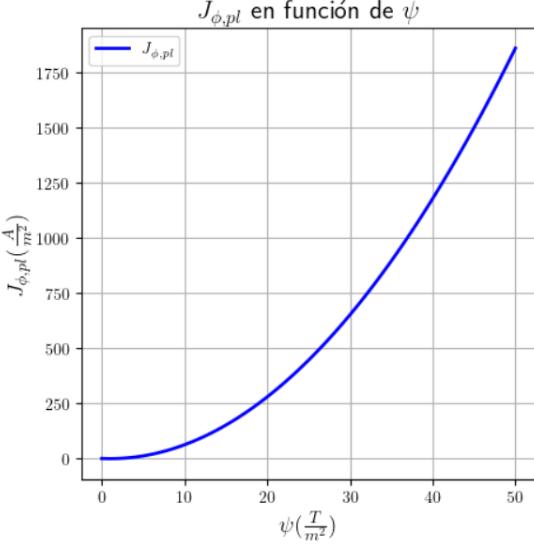


Figura 1: Comportamiento de la densidad de corriente usando una función de flujo normalizada lineal simple de la forma  $f(x) = mx + b$

## Prueba con una función exponencial simple

En esta prueba, se utilizó una función de flujo normalizada en forma exponencial, donde:

$$\psi_s = \exp[-(k\psi)^2], \quad (4)$$

como se indica en [4]. Esta función muestra que el crecimiento del flujo ocurre de forma exponencial conforme nos acercamos al eje magnético.

Como resultado de este análisis, se observa lo siguiente: La gráfica presenta una forma de S, con un crecimiento más suave respecto al caso anterior. Al variar los parámetros relacionados con la razón de aspecto, si  $R_{geo} < R$ , el crecimiento será mayor que en el caso contrario; es decir, se alcanzará una mayor densidad de corriente. Las restricciones  $\lambda$  y  $\beta_0$  tienen efectos similares, pues se incrementará el crecimiento conforme crecen. Según las ecuaciones para obtener las restricciones descritas en [2] y la forma en la que se obtienen en [1],  $\lambda$  puede crecer, tanto como lo permite  $I_p$ , y  $\beta_0$  tendrá siempre valores entre 0 y 1.

Por otra parte, al modificar el parámetro  $\alpha_m$ , se observa que un aumento en su valor causa que la densidad de corriente permanezca mínima durante una mayor parte del flujo, lo cual podría indicar que el plasma está confinado dentro de un radio más pequeño.

Finalmente, la constante  $k$  afecta la forma del crecimiento de la densidad de corriente, haciéndolo más repentino conforme su valor aumenta.

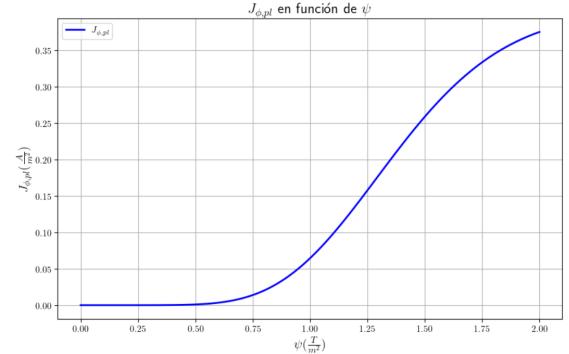


Figura 2: Comportamiento de la densidad de corriente usando una función de flujo normalizada exponencial simple de la forma  $f(x) = \exp(-(kx)^2)$

## Prueba con una función lineal como indica el artículo de Young y consideraciones de Freegs

En este código, se implementó la función de densidad de corriente según lo detallado en el archivo `jtor.py`. La única variación introducida es el uso de dos exponentiales,  $\alpha_m$  y  $\alpha_n$ .

Esta función conserva la forma de S observada en la consideración exponencial. Los parámetros  $R$ ,  $R_{geo}$ ,  $\lambda$ ,  $\beta_0$  y  $\alpha_m$  modifican la función de manera similar al caso anterior. En este caso, el parámetro  $\alpha_n$  actúa de forma análoga a la constante  $k$  en la función exponencial, indicando qué tan rápido disminuye la densidad de corriente conforme nos acercamos a la frontera del plasma.

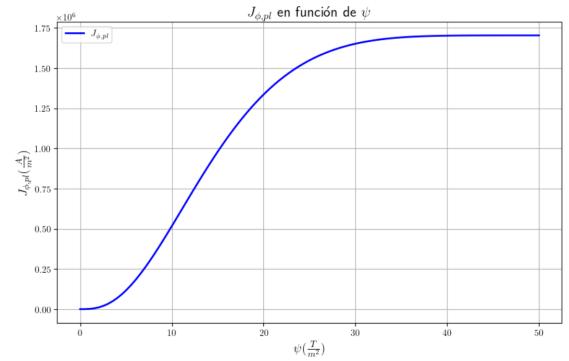


Figura 3: Comportamiento de la densidad de corriente usando las simplificaciones descritas en el código de FreeGS

## Prueba usando una función del flujo normalizado exponencial Artículo Luxon1982

En este caso, se observa que las restricciones actúan de la misma forma. Sin embargo, al expresar la función de normalización del flujo en forma exponencial:

$$\psi_s = \exp \left[ -k \frac{\psi - \psi_a}{\psi_b - \psi_a} \right], \quad (5)$$

se provoca que la densidad de flujo decrezca hacia el eje magnético.

Dado que la función de densidad de corriente en el artículo de Young [2] ya presenta un comportamiento exponencial, similar a lo planteado en el artículo de Luxon [4], se puede concluir que agregar esta forma exponencial al flujo normalizado no es necesario para modelar el comportamiento de la densidad de corriente.

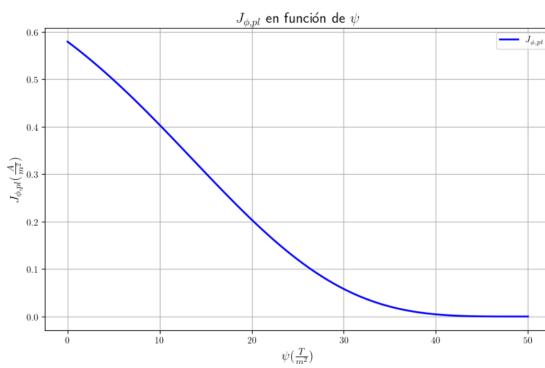


Figura 4: Comportamiento de la densidad de corriente proponiendo una función de flujo normalizada en una exponencial

## Funciones independientes para $j_P$ y $j_F$

En este caso, se decidió separar la función para obtener una representación completa, como lo indica el artículo de Young [2]. Para analizar las diferencias en el comportamiento, es necesario prestar atención a los exponentes de las funciones de normalización.

En cuanto a los exponentes  $\alpha_n$  y  $\alpha_m$ , que ahora se aplican a la función  $j_P$ , se observa que los cambios que producen son muy sutiles. El exponente  $\alpha_n$  genera una curvatura superior apenas perceptible, visible únicamente cuando el valor del exponente excede 3. Por su parte,  $\alpha_m$  produce una curvatura inferior igualmente sutil.

Por otro lado, los exponentes  $\beta_n$  y  $\beta_m$ , aplicados a la función  $j_F$ , asumen el papel de describir el confinamiento del plasma y la forma en que la densidad de corriente decrece hacia la frontera.

A partir de este caso, se puede concluir que al igualar  $j_P$  y  $j_F$ , no se genera un cambio significativo en la forma en la que la función  $j_P$  afecta el comportamiento de la densidad de corriente.

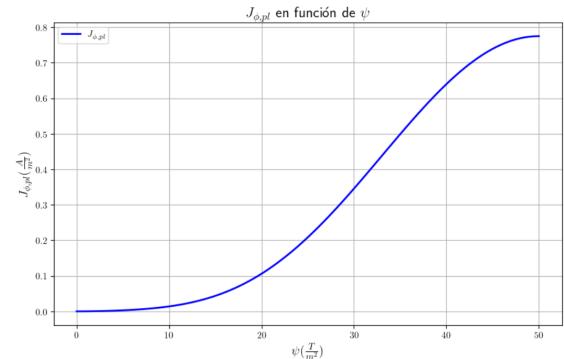


Figura 5: Comportamiento de la densidad de corriente usando la ecuación completa descrita en el artículo de Young[2]

## Función de densidad de corriente, cuando $\psi_b$ también es una variable

En este caso, se intentó simular una situación en la que el flujo en la frontera puede variar. Esto se basa en lo mencionado en libros como el de Ariola-Pironti o en el artículo sobre TES, donde se señala que no siempre es posible asumir axisimetría. Por lo tanto, esta simulación parte de la idea de que el flujo en la frontera podría cambiar según la sección transversal considerada en el plasma.

En el gráfico obtenido en esta prueba, se observa una zona aparentemente plana (que, como se analizará, en realidad no es completamente plana), alcanzando un punto máximo muy pronunciado, que corresponde al eje magnético del plasma.

Para este comportamiento, los parámetros mantienen el mismo efecto que en casos anteriores. Sin embargo, es crucial prestar atención nuevamente a los exponentes:

- El exponente  $\alpha_n$  debe ser siempre par, ya que un valor impar llevaría a una densidad de corriente negativa, lo cual carece de sentido físico.

- Por otro lado,  $\alpha_m$  determinará la rapidez con la que la función crece hacia el centro y qué tan grande será el valor de  $J_\phi$  en ese punto.

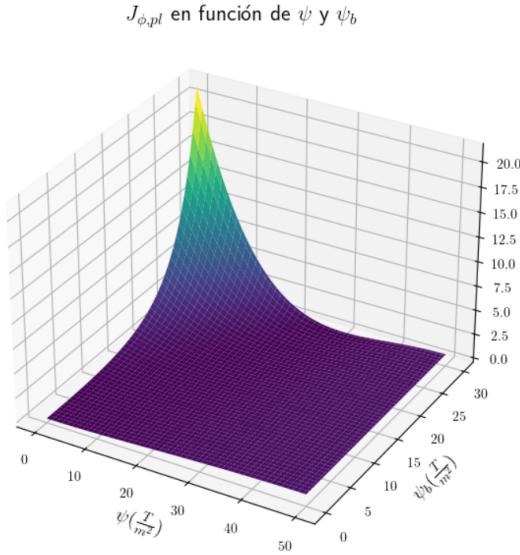


Figura 6: Comportamiento de la densidad de corriente tomando a  $\psi_b$  como una variable, se intentó simular un caso en el que  $\psi_b$  pudiera cambiar dependiendo del corte transversal tomado

### Densidad de corriente usando a $\psi_b$ como una variable, pero haciendo al variación manualmente

En este caso, se decidió variar manualmente  $\psi_b$  para observar cortes en un plano de la gráfica anterior.

Se puede notar que cuando el flujo  $\psi_b$  en la frontera se mantiene bajo, se obtiene un comportamiento clásico, como el observado en los casos anteriores. Sin embargo, conforme el flujo en la frontera aumenta, la gráfica adquiere una forma parabólica. Aproximadamente, cuando  $\psi_b \approx 14$ , la densidad de corriente en la frontera comienza a superar la densidad de corriente en el centro magnético, resultando en una inversión hacia un decrecimiento de la densidad de corriente.

Los parámetros que ayudan a controlar este comportamiento son los exponentes  $\alpha_{n,m}$ . Por ejemplo:

- El exponente  $\alpha_n$ , al controlar la caída en la densidad de corriente, puede hacer que, al ser impar, la función permanezca siempre en forma creciente.

- El exponente  $\alpha_m$ , que representa el confinamiento en la región con mayor flujo magnético, provoca que la densidad se mantenga más o menos constante al acercarse al eje magnético. En contraste, si  $\alpha_n$  es impar, el término de confinamiento indicará que la densidad de corriente se mantiene en la frontera del plasma.

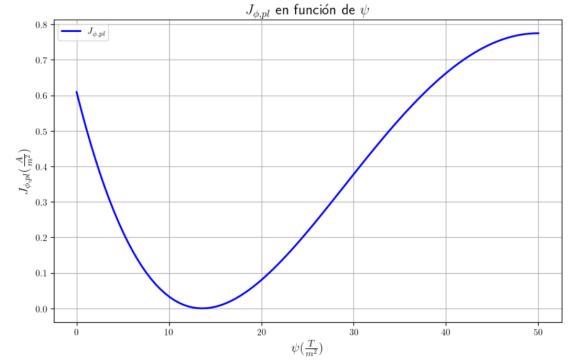


Figura 7: Comportamiento de la densidad de corriente usando a  $\psi_b$  como variable, se intentó tomar los cortes bidimensionales del caso anterior, para conocer a detalle el comportamiento en cada parte de la función anterior

### Densidad de corriente variando a $\psi_a$ y $\psi_b$ como parámetros

En este caso, debido a limitaciones geométricas, no es posible generar un gráfico que muestre todo el conjunto de variables. Sin embargo, se puede variar el flujo en el eje magnético ( $\psi_a$ ) y en la frontera ( $\psi_b$ ) para analizar cómo afecta la diferencia entre los flujos y su magnitud respecto a otros parámetros.

Al reducir el valor de  $\psi_a$ , se observan oscilaciones en la densidad de corriente, lo cual resulta en puntos intermedios del radio con una densidad de corriente mayor que otros. Este fenómeno puede ocurrir sin importar si el flujo en el eje magnético es mayor o menor que el flujo en la frontera. Sin embargo, como se sabe que el flujo siempre debe aumentar hacia el eje magnético, se toma este caso como referencia, aunque los resultados no varíen significativamente.

Para evitar dichas oscilaciones, ambos exponentes deben ser impares. El parámetro de caída  $\alpha_n$  genera una función impar del tipo  $f(x) = x^3$ , que al aumentar el exponente, provoca que la densidad de corriente sea mayor en el eje magnético. Por otro lado, el parámetro de confinamiento  $\alpha_m$  asegura que la densidad de corriente sea 0 durante una mayor distancia radial.

En el caso de que ambos exponentes sean pares:

- $\alpha_n$  suaviza las oscilaciones intermedias al generar una forma más cuadrada en la función.

- $\alpha_m$  produce una función completamente recta en la región con densidad de corriente 0, creando dos picos: uno en la frontera y otro en el eje magnético.

Si se combina un exponente par con uno impar, se observa un único pico de densidad de corriente en el centro del radio, es decir, en el punto medio del eje del flujo  $\psi$ .

Estas oscilaciones presentan una posible hipótesis para futuros análisis: determinar si las variaciones de densidad de corriente podrían generar inestabilidades en el plasma debido a los altibajos observados, o si este fenómeno tiene un significado físico real.

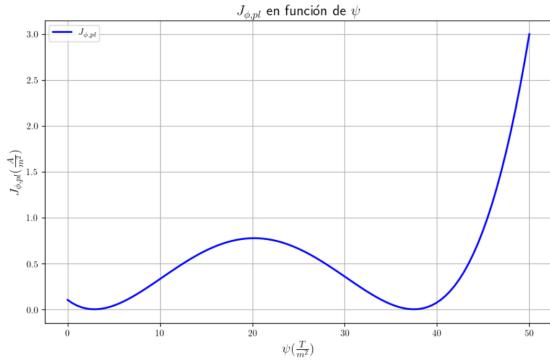


Figura 8: Comportamiento de la densidad de corriente usando a  $\psi_a$  y  $\psi_b$  como variables, esto fue hecho para intentar simular diferentes condiciones que se pueden, se pueden notar oscilaciones en la densidad de corriente debidas a la diferencia que existe el flujo en el centro y la frontera.

### Comportamiento de la densidad de corriente a lo largo de un eje radial del plasma

Este último caso busca modelar el comportamiento del plasma a lo largo del diámetro completo de la sección transversal. Para ello, se definió una relación lineal del flujo a través del radio, utilizando la siguiente ecuación:

$$\psi = \psi_a - \left( (\psi_a - \psi_b) \frac{|R|}{a} \right), \quad (6)$$

donde  $a$  es el punto del radio en el que se realiza el cálculo. Esto proporciona una normalización que calcula  $\psi$  en la proporción adecuada para el radio  $R$ . Posteriormente,  $\psi$  se sustituye en la función de densidad de corriente, como se ha realizado en los casos anteriores.

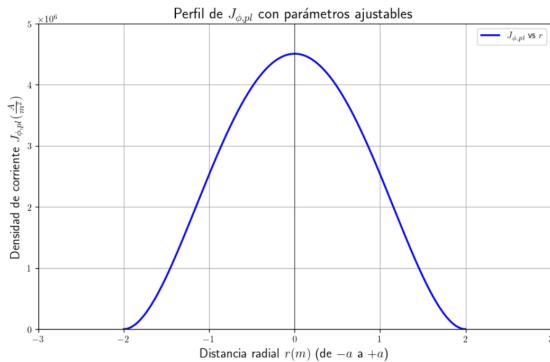


Figura 9: Comportamiento de la densidad de corriente en todo el diámetro, con parámetros  $\alpha_n = 2$ ,  $\alpha_m = 2$ ,  $\beta_0 = 0.58$ ,  $\lambda = 3290323.08$ ,  $R = 2$ ,  $R_{geo} = 1$

Dado que esta ecuación es una representación lineal, únicamente se considera este caso sencillo, en el que se grafica el radio contra la densidad de corriente.

Como se esperaba a partir de los resultados anteriores, se observa que la razón de aspecto produce una densidad de

corriente mayor cuanto más grande sea la diferencia entre  $R$  y  $R_{geo}$ .

-Las restricciones  $\lambda$  y  $\beta_0$  también determinan qué tan elevada puede ser la densidad de corriente.

-El parámetro  $\alpha_n$  afecta la forma de la curva: un exponente más grande hace la curva más fina, mientras que uno más pequeño la hace más ancha.

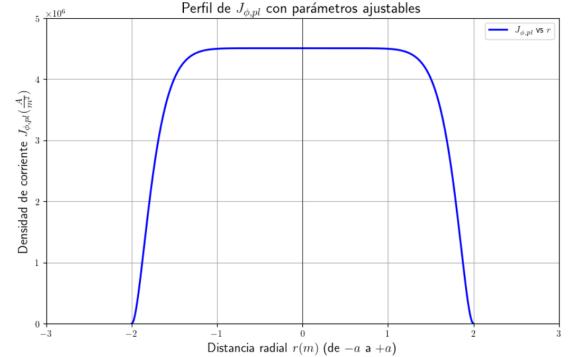


Figura 10: Densidad de corriente radial, con parámetros  $\alpha_n = 10$ ,  $\alpha_m = 2$ ,  $\beta_0 = 0.58$ ,  $\lambda = 3290323.08$ ,  $R = 2$ ,  $R_{geo} = 1$

-Por otro lado,  $\alpha_m$  provoca que la densidad de corriente se mantenga plana en la región más cercana al eje magnético, haciendo que la función se vuelva más angosta.

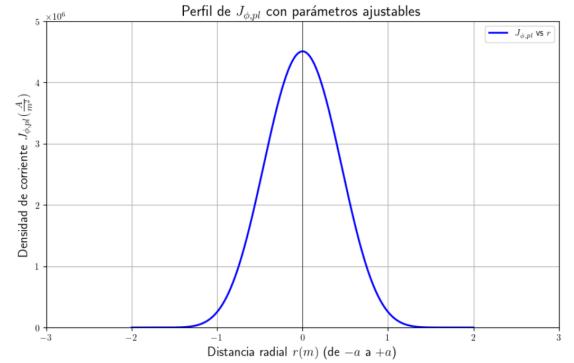


Figura 11: Densidad de corriente radial, con parámetros  $\alpha_n = 2$ ,  $\alpha_m = 10$ ,  $\beta_0 = 0.58$ ,  $\lambda = 3290323.08$ ,  $R = 2$ ,  $R_{geo} = 1$

Con base en resultados obtenidos por compañeros que ya han utilizado este código, se sabe que el máximo de densidad de corriente no necesariamente ocurre en el eje geométrico. Sin embargo, como primera aproximación, esta metodología proporciona indicios útiles sobre los resultados esperados y sobre cómo resolver configuraciones específicas.

Este código puede ser refinado o mejorado para analizar el comportamiento a lo largo del diámetro completo en los casos anteriores. No obstante, dado que se propuso la ecuación 6, sería necesario revisar su validez para otros escenarios.

# Aplicación práctica en el código de DIIID de FreeGS

Haciendo uso del modelo programado, es posible comparar los resultados que genera nuestro código con los de FreeGS y determinar si, con alguna variación de parámetros, deja de existir estabilidad en el tokamak, según lo implementado en FreeGS.

Antes de presentar los resultados, es necesario revisar las consideraciones que realiza FreeGS para solucionar la densidad de corriente.

FreeGS resuelve la ecuación de densidad de corriente para hallar los parámetros de restricción  $\lambda$  y  $\beta_0$ , como se indica en el archivo `jtor.py` [1]. A partir de ciertos parámetros de arranque, se obtienen las variables necesarias para modificar nuestra función de densidad de corriente y analizar su comportamiento. Cabe mencionar que el archivo `jtor.py` incluye algunos parámetros fijos que, por el momento, no pueden ser cambiados. Estos parámetros son  $\alpha_m = 1$ ,  $\alpha_n = 2$  y  $R_{axis} = R_{geo} = 1$ . Este último parámetro se considera como 1 porque, al contribuir únicamente en la razón de aspecto, basta con introducir el parámetro  $R$  (radio de la sección transversal) para variar la razón de aspecto de acuerdo con nuestras necesidades.

Haciendo uso del código fuente, es posible implementar una pequeña modificación, desarrollada previamente por compañeros que trabajaron en este código, para introducir el perfil de arranque. Esto genera las variables necesarias para analizar la densidad de corriente:

```
R = (a escoger) #Radio menor (m)
P = (a escoger) #(Pa)
I = (a escoger) #(A)
Bt = (a escoger) #(T)
F = R*Bt
profiles =
freegs.jtor.ConstrainPaxisIp(eq, P, I, F)
```

Estos parámetros de entrada se cambian para obtener las variables finales, derivadas de la solución de la ecuación de densidad de corriente y de otras ecuaciones necesarias para calcular la restricción poloidal  $\beta_p$  y la intensidad de corriente poloidal  $I_p$ , como se muestra en [2] y [1].

Al final del código, las variables necesarias se obtienen con las siguientes líneas:

```
print ('[L, Beta0] = ', profiles.L, ','
, profiles.Beta0)
print ('[am, an] = ', profiles.alpha_m, ','
, profiles.alpha_n)
print ('[Psia, Psib] = ', profiles.psi_axis, ','
, profiles.psi_bndry)
print ('[R, Raxis] = ', R, ','
, profiles.Raxis)
```

El código fuente incluye un perfil de arranque predefinido, con las condiciones  $R = 1.67$  m,  $P = 159811$  Pa,  $I = -1533632$  A y  $Bt = -3.231962138124$ . Estos paráme-

tros dan como resultado las siguientes variables para la densidad de corriente:  $\lambda = -5550985.19$ ,  $\beta_0 = 0.16$ ,  $\psi_a = -0.66$ ,  $\psi_b = -0.12$ . El comportamiento resultante se muestra en la siguiente gráfica:

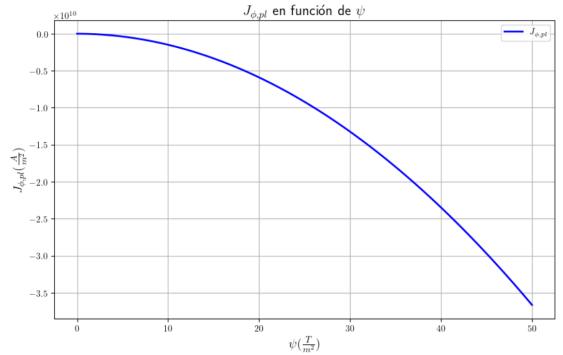


Figura 12: Comportamiento de la densidad de corriente usando resultados del código fuente para DIIID

En estos resultados, se observa que el parámetro  $\lambda$  tiene un orden de magnitud de  $10^6$ . Esto se debe a la forma en que se calcula y a que el valor de  $I$  es muy grande. En cuanto a la gráfica, los valores negativos del perfil de arranque resultan en variables finales negativas, lo que provoca un decrecimiento hacia el centro del plasma y densidades de corriente negativas, lo cual carece de sentido físico. Además, no existe una corriente  $I$  negativa, por lo que los valores del perfil de arranque deben ser positivos para obtener resultados consistentes.

En una segunda prueba, se modificaron los parámetros de arranque a  $R = 0.9$  m,  $P = 79811$  Pa,  $I = 833632$  A y  $Bt = 2$ . Los resultados fueron más consistentes, obteniéndose:  $\lambda = 2337645.06$ ,  $\beta_0 = 0.33$ ,  $\psi_a = 0.37$  y  $\psi_b = 0.06$ . La gráfica obtenida fue la siguiente:

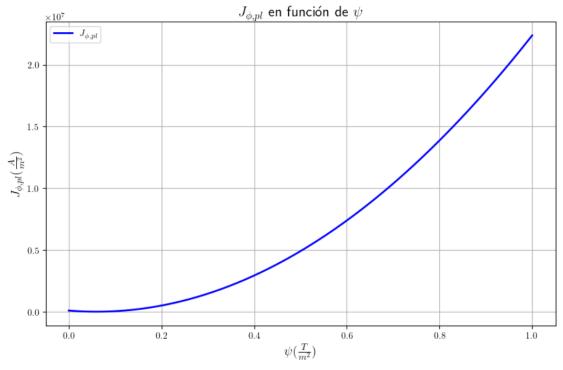


Figura 13: Comportamiento de la densidad de corriente variando el perfil de arranque en DIIID

En este caso, los resultados son más realistas. Se observa un crecimiento exponencial en la densidad de corriente conforme nos acercamos al centro del plasma. Al analizar el comportamiento en todo el diámetro del plasma, se genera la siguiente gráfica:

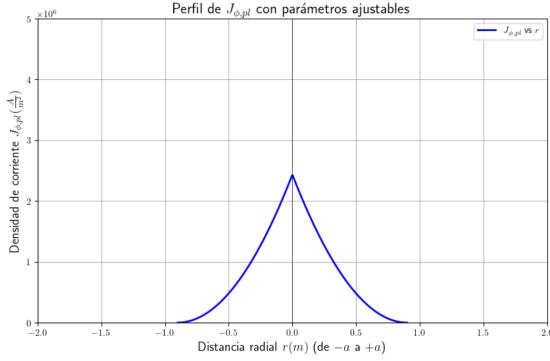


Figura 14: Comportamiento de la densidad de corriente en el diámetro completo, variando el perfil de arranque en DIIID

Esta gráfica presenta un comportamiento triangular debido a que el exponente de confinamiento  $\alpha_m = 1$ , lo que provoca un cambio muy abrupto hacia el centro del plasma.

Posteriormente, se intentó modificar el perfil de entrada ajustando los valores de intensidad y presión en diferentes proporciones. Sin embargo, dado que el código emplea un proceso iterativo para resolver el equilibrio, en algunos casos el proceso no converge. Esto sugiere que, si la función de densidad de corriente no es similar a las mostradas anteriormente, no habrá equilibrio.

En conclusión, el perfil de arranque debe ser tal que los parámetros obtenidos para la función de densidad de corriente resulten en gráficas con un crecimiento de tipo exponencial.

## Pruebas de densidad de corriente usando una razón de aspecto de 2

Debido a diversas investigaciones realizadas, se ha llegado a la conclusión de que una razón aspecto óptima, para diseñar un dispositivo de tipo tokamak tiene que estar alrededor de 2, como puede verse en [5], entre otras. Por lo que en esta sección se explorará el comportamiento de la densidad de corriente manteniendo siempre un razón de aspecto de 2 y variando los parámetros de restricción  $\alpha_n$  y  $\alpha_m$ .

Si nos fijamos en la ecuación 1, los términos que nos dan la razón de aspecto, son  $\frac{R}{R_{geo+}}$  y  $\frac{R_{geo}}{R}$ , además en el código de FreeGS, se puede observar que según el archivo `Jtor.py` que el Radio mayor ( $R_{geo}$ ) siempre será igual a 1, por lo que la forma de cambiar nuestra razón de aspecto será modificando el radio de la sección transversal de la cámara del dispositivo, por lo que en este caso  $R$  será siempre igual a 2 o a un valor cercano, para mantener la razón de aspecto deseada.

## Pruebas con DIIID

En la siguiente gráfica, se puede observar el comportamiento de la densidad de corriente del plasma, graficado, por

el código de FreeGS para DIIID con los parámetros que usa el código en su caracterización inicial.

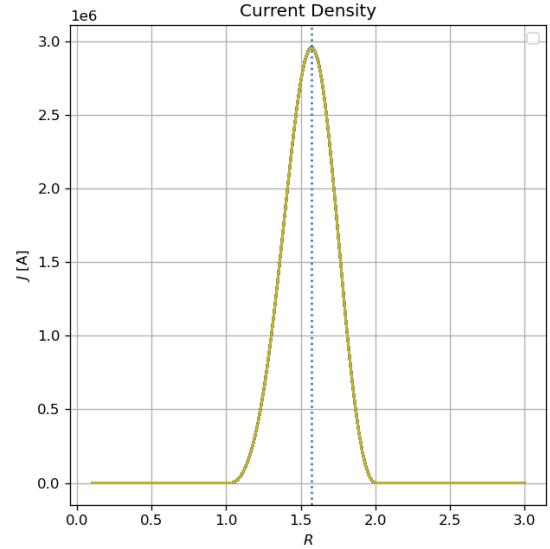


Figura 15: Comportamiento de la densidad de corriente en el diámetro completo, con razón de aspecto 2 para DIIID. Con parámetros obtenidos  $R = 2$ ,  $\alpha_n = 2$ ,  $\alpha_m = 1$ ,  $\lambda = 3392599.759$ ,  $\beta_0 = 0.25$

Ya que se obtuvieron esos parámetros, se comparará con el código realizado para este reporte.

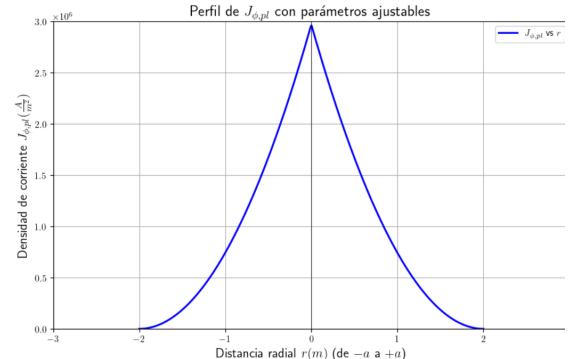


Figura 16: Densidad de corriente graficada a partir de código hecho. Con parámetros  $R = 2$ ,  $\alpha_n = 2$ ,  $\alpha_m = 1$ ,  $\lambda = 3392599.759$ ,  $\beta_0 = 0.25$

Comparando ambas gráficas, se puede apreciar que el comportamiento es similar, sin embargo, las diferencias significativas se encuentran en la suavización de la curva en la gráfica de FreeGS. Aquí es donde se aprecia como el comportamiento en la densidad de corriente es más abrupto para el caso planteado con el código hecho, pues se considera el radio de una circunferencia, sin embargo, en un tokamak, la cámara y por lo tanto la forma del plasma, de la cual se toma la densidad de corriente, no la de un círculo, sino que se pueden tener formas muy diferentes.

## Conclusiones

Ya que el objetivo de este análisis era caracterizar el comportamiento de la densidad de flujo, se ha visto en este reporte, como afecta cada parámetro la forma en que se comporta la densidad de corriente, además de hallar la razón por la que se pueden tomar simplificaciones, en el momento de implementar esta ecuación a un simulador TES.

De los casos resueltos con este código, es posible que no se obtengan resultados exactamente iguales al trabajar con un código mas complejo, como puede ser FreeGS, sin embargo, esto nos puede ayudar a predecir los resultados que debemos obtener de cualquier simulación que hagamos en el futuro, cambiando cualquier parámetro deseado, por lo que puede ser útil como una herramienta de apoyo para saber si hemos obtenido o no, resultados correctos.

## Referencias

- [1] Freegs-Plasma. *GitHub - freegs-plasma/freegs: Free boundary Grad-Shafranov solver*. URL: <https://github.com/freegs-plasma/freegs>.
- [2] Young Mu Jeon. “Development of a free-boundary tokamak equilibrium solver for advanced study of tokamak equilibria”. En: *Journal of the Korean Physical Society* 67.5 (sep. de 2015), págs. 843-853. DOI: 10.3938/jkps.67.843. URL: <https://doi.org/10.3938/jkps.67.843>.
- [3] R Albanese y F Villone. “The linearized CREATE-L plasma response model for the control of current, position and shape in tokamaks”. En: *Nuclear Fusion* 38.5 (mayo de 1998), págs. 723-738. DOI: 10.1088/0029-5515/38/5/307. URL: <https://doi.org/10.1088/0029-5515/38/5/307>.
- [4] J.L. Luxon y B.B. Brown. “Magnetic analysis of non-circular cross-section tokamaks”. En: *Nuclear Fusion* 22.6 (jun. de 1982), págs. 813-821. DOI: 10.1088/0029-5515/22/6/009. URL: <https://doi.org/10.1088/0029-5515/22/6/009>.
- [5] J. E. Menard. “Compact steady-state tokamak performance dependence on magnet and core physics limits”. En: *Philosophical Transactions of the Royal Society A Mathematical Physical and Engineering Sciences* 377.2141 (feb. de 2019), pág. 20170440. DOI: 10.1098/rsta.2017.0440. URL: <https://doi.org/10.1098/rsta.2017.0440>.