Lista 3: Séries Temporais

André Felipe Berdusco Menezes
Profa: Dra. Eniuce Menezes

Departamento de Estatística, Universidade Estadual de Maringá
Maringá, PR, Brazil

1. (a) Usando o comando abaixo temos uma representação gráfica de uma série temporal estacionária.

```
> x1 <- c(1.6, 0.8, 1.2, 0.5, 0.9, 1.1, 1.1, 0.6, 1.5, 0.8, 0.9,
+    1.2, 0.5, 1.3, 0.8, 1.2)
> par(mar = c(3.0, 3.0, 1.0, 1.0), cex = 1.4)
> plot(ts(x1), xlab = '', ylab = '')
```

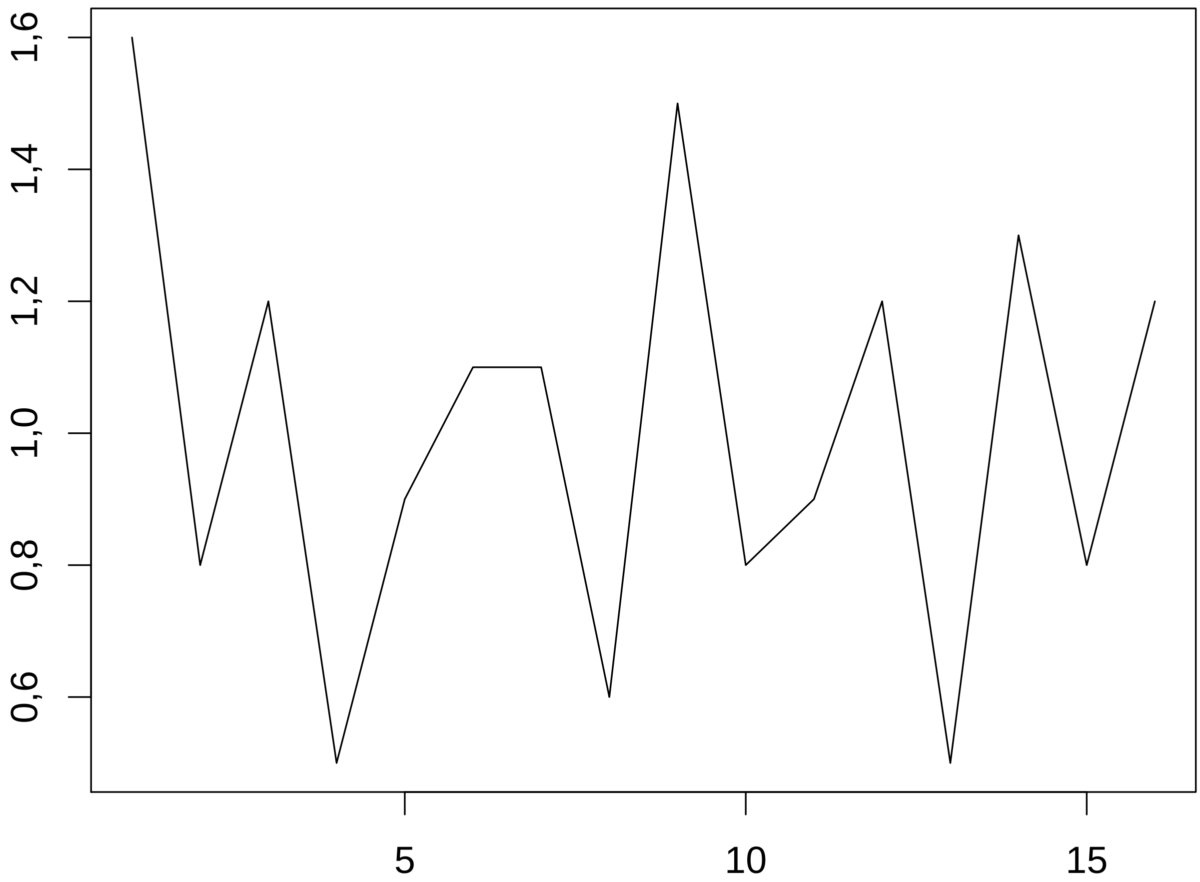

Figure 1: Série temporal estacionária

(b) Pelo gráfico exibido abaixo podemos notar que a correlação entre as observações no lag 1 é negativa.

```r
> n <- length(x1)
> par(mar = c(3.0, 3.0, 1.0, 1.0), cex = 1.4)
> plot(x1[1:(n-1)], x1[2:n], xlab = '', ylab = '')
> mtext(side = 1, text = expression(x[t]), cex = 1.4, line = 2.1)
> mtext(side = 2, text = expression(x[t+1]), cex = 1.4, line = 2.1)
> abline(lsfit(x1[1:(n-1)], x1[2:n]), lty = 2)
```

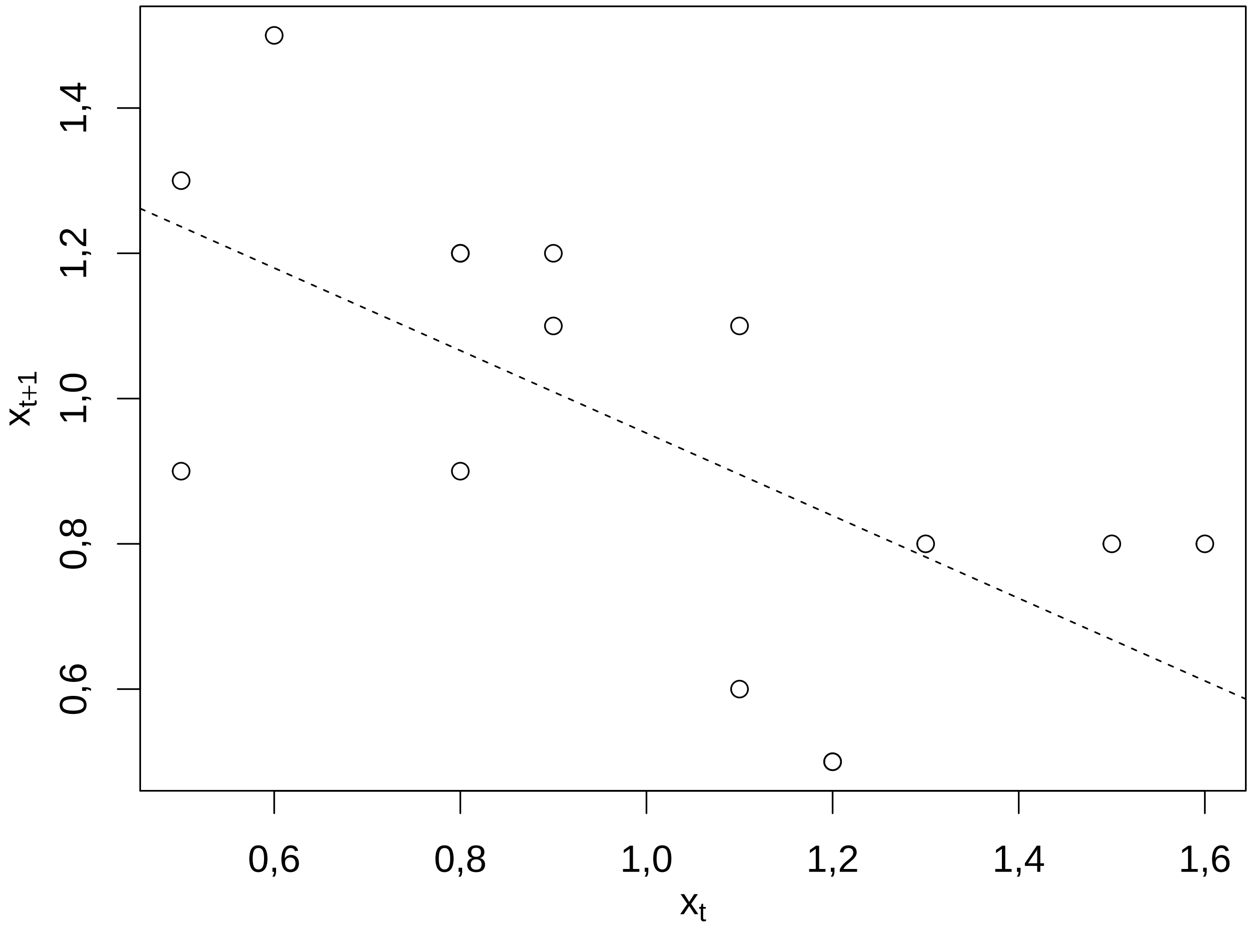

Figure 2: Gráfico de x_t versus x_{t+1}

(c) A função implmentada calcula a correlação entre as observações para um lag k. Para determinar r_1 basta atribuir $k = 1$. Como o gráfico exibiu a autocorrelação no lag 1 é negativa sendo de -0.5625.

```r
> rk <- function(x, k)
+ {
+   n    <- length(x)
+   xbar <- mean(x)
+   xt   <- x[1:(n-k)]
```

```
+   xt_1 <- x[(k+1):n]
+   corr  <- sum((xt - xbar) * (xt_1 - xbar)) / sum((xt - xbar)^2)
+   return(corr)
+ }
> rk(x = x1, k = 1)

## [1] -0,5625
```

2. (a) Série completamente aleatórias implicam em autocorrelações próximas de zero.

```
> seed <- 23092017
> n     <- 200
>
> set.seed(seed)
> xt   <- ts(rnorm(n, mean = 0, sd = 1))
> par(mfrow = c(1, 2), mar = c(4.8, 4.8, 0.2, 0.2), cex = 1.4)
> plot(xt, xlab = 'Tempo'); acf(xt, xlab = 'Defasagem (lag)')
```

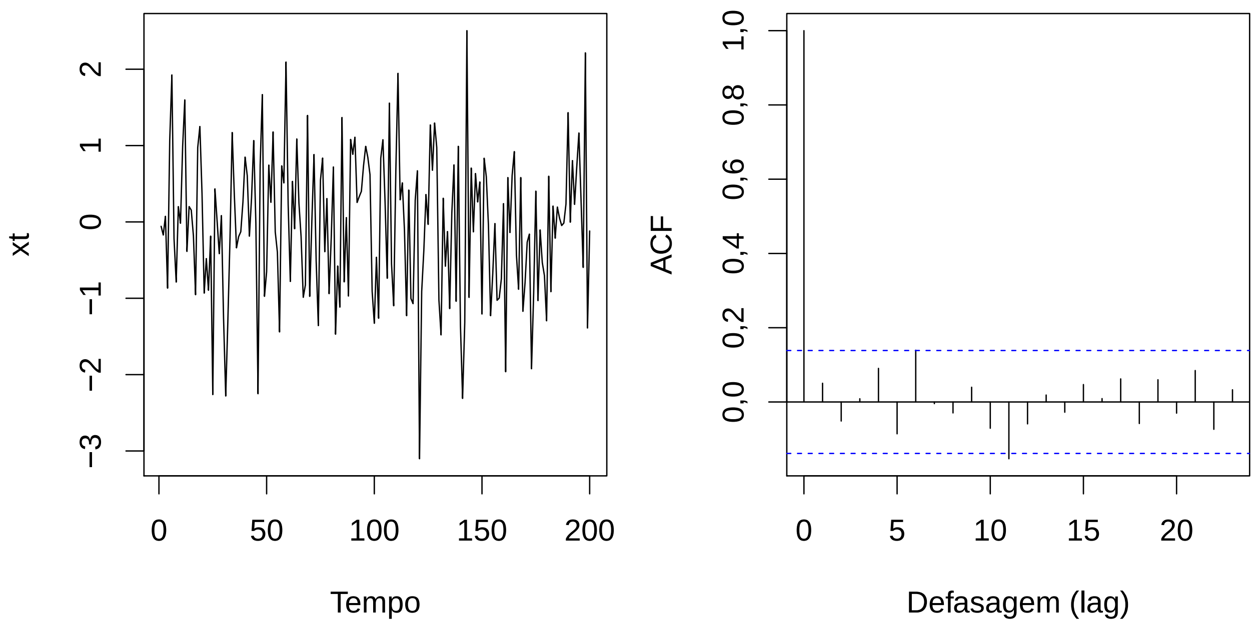

Figure 3: Série com observações i.i.d. da distribuição $N(0, 1)$

(b) Série com tendência estocástica implica em autocorrelações positivos, a medida que a defasagem aumenta a autocorrelação decresce.

```
> set.seed(seed)
> xt   <- ts(cumsum(rnorm(n, mean = 0, sd = 0.1)))
```

```
> par(mfrow = c(1, 2), mar = c(4.8, 4.8, 0.2, 0.2), cex = 1.4)
> plot(xt, xlab = 'Tempo'); acf(xt, xlab = 'Defasagem (lag)')
```

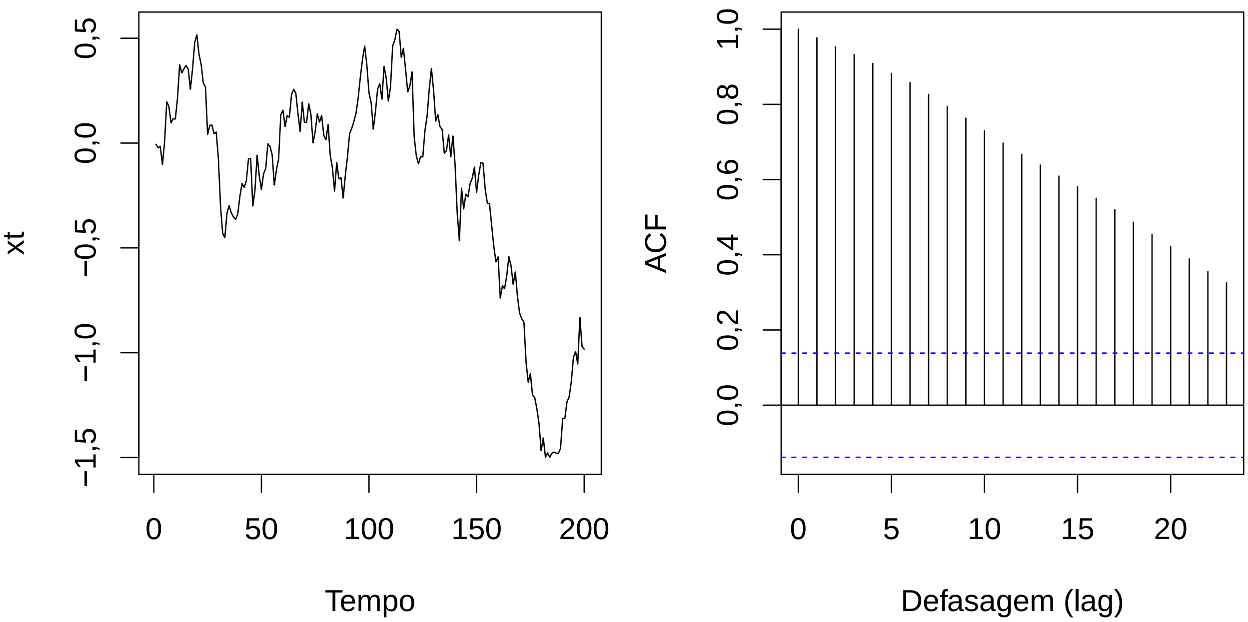

Figure 4: Série com tendência estocástica, $x_t = x_{t-1} + \epsilon_t$ com $\epsilon_t \sim N(0, 0.1^2)$

(c) Série com tendência aleatória implica em autocorrelações positivos, a medida que a defasagem aumenta a autocorrelação decresce. Maior variância maior a autocorrelação.

```
> set.seed(seed)
> xt  <- ts(cumsum(rnorm(n, mean = 1, sd = 5)))
> par(mfrow = c(1, 2), mar = c(4.8, 4.8, 0.2, 0.2), cex = 1.4)
> plot(xt, xlab = 'Tempo'); acf(xt, xlab = 'Defasagem (lag)')
```

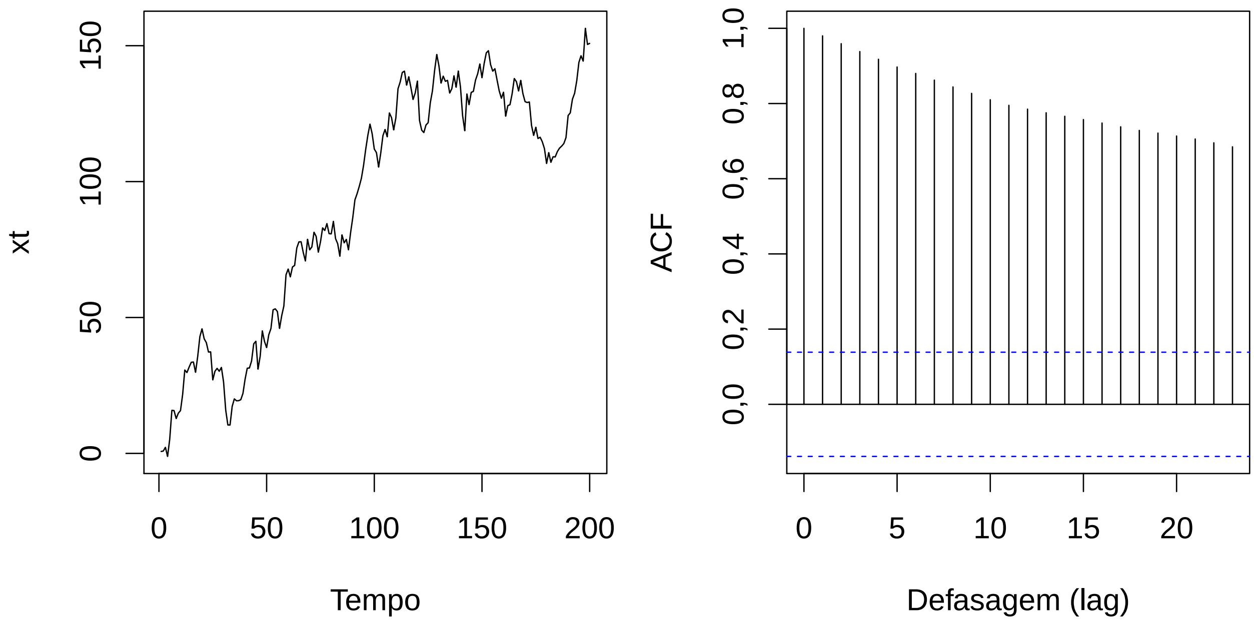

Figure 5: Série com tendência estocástica, $x_t = x_{t-1} + \epsilon_t$ com $\epsilon_t \sim N(1, 5^2)$

(d) Em uma série com correlação de curto prazo temos que a medida que a defasagem aumenta a autocorrelação decresce.

```
> set.seed(seed)
> xt  <- arima.sim(n = n, list(ar = 0.7))
> par(mfrow = c(1, 2), mar = c(4.8, 4.8, 0.2, 0.2), cex = 1.4)
> plot(xt, xlab = 'Tempo'); acf(xt, xlab = 'Defasagem (lag)')
```

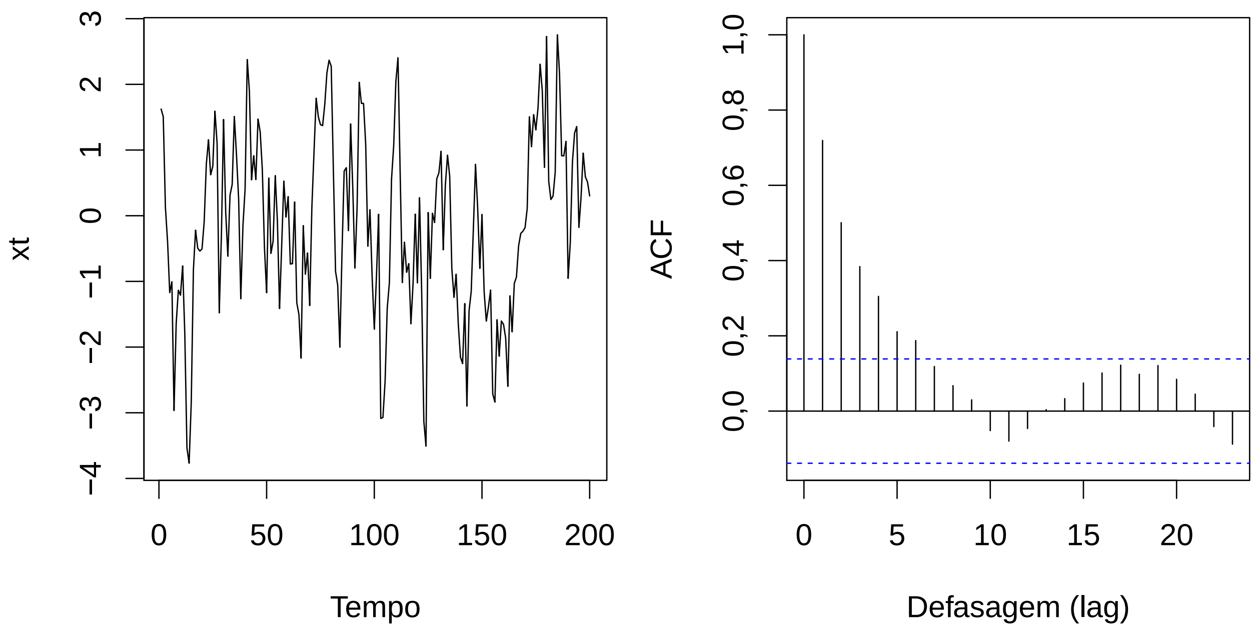

Figure 6: Série com correlações de curto prazo, $x_t = 0.7\, x_{t-1} + \epsilon_t$ com $\epsilon_t \sim N(0, 1)$

(e) Gráfico da série exibe fortes oscilações. A autocorrelação oscila positivamente para defasagens pares e negativamente para defasagens ímpares. Ou seja, a autocorrelação possui comoportamento sazonal.

```
> set.seed(seed)
> xt  <- arima.sim(n = n, list(ar = -0.8))
> par(mfrow = c(1, 2), mar = c(4.8, 4.8, 0.2, 0.2), cex = 1.4)
> plot(xt, xlab = 'Tempo'); acf(xt, xlab = 'Defasagem (lag)')
```

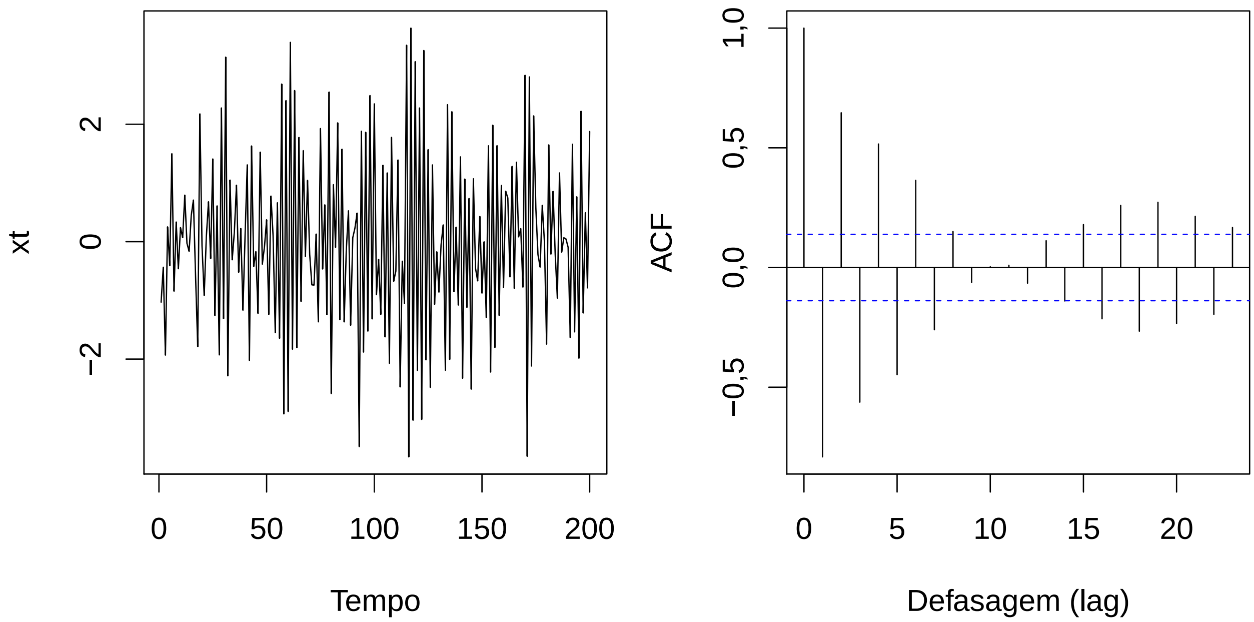

Figure 7: Série com correlações negativa, $x_t = -0.8\, x_{t-1} + \epsilon_t$ com $\epsilon_t \sim N(0, 1)$

(f) Gráfico da série aparenta ser aleatório, mas com forte ocilações em torno da média. A autocorrelação é positiva para a primeira defasagem, se torna negativa para defagens próximas de 10, no entanto sempre próxima de zero para defasagens maiores que 1.

```
> set.seed(seed)
> xt  <- arima.sim(n = n, list(ma = 0.6))
> par(mfrow = c(1, 2), mar = c(4.8, 4.8, 0.2, 0.2), cex = 1.4)
> plot(xt, xlab = 'Tempo'); acf(xt, xlab = 'Defasagem (lag)')
```

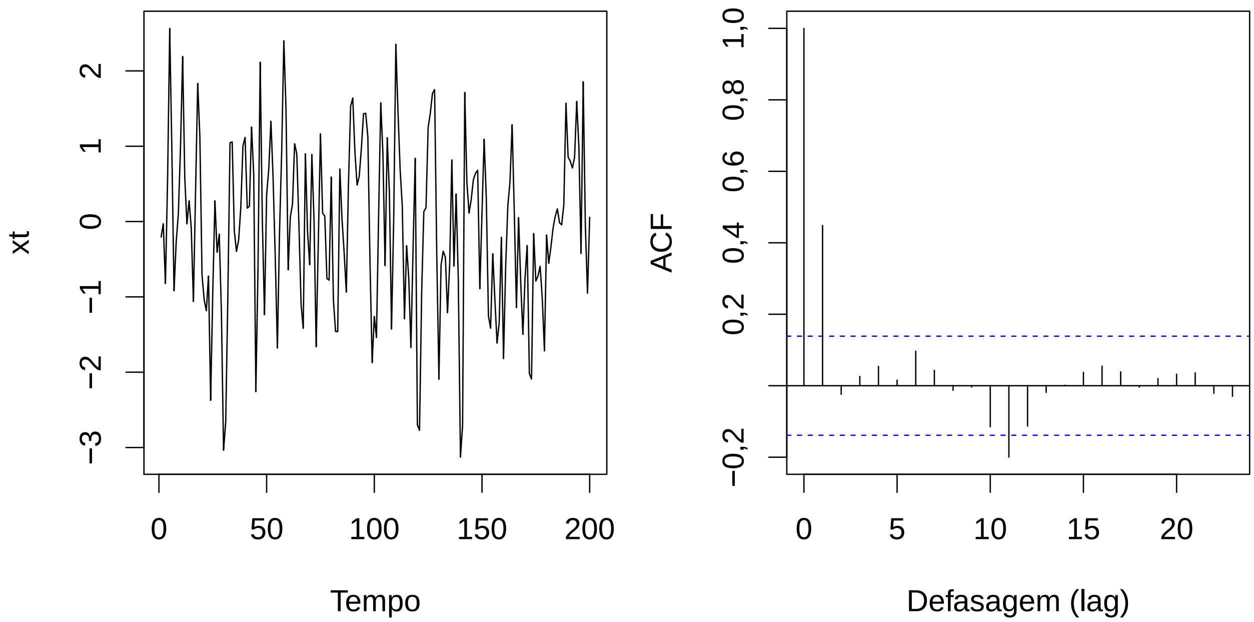

Figure 8: Série de médias móveis, $x_t = \epsilon_t + 0.6\,\epsilon_{t-1}$ com $\epsilon_t \sim N(0,1)$

3. Como os 10 primeiros coeficientes de autocorrelação amostral são próximos de zero têm-se evidência de uma série independente e identicamente distribuída, ou seja, não existe influência de observações medidas em instantes próximos. Sabemos que uma série estacionária apresenta a mesma distribuição de probabilidade ao longo do tempo, então conclui-se que a série é estacionária.