Examen scris de
Mihailă Andra

① · Teorema de deducție: Dacă $U_1, U_2, \dots, U_{n-1}, U_n \vdash V$, atunci $U_1, U_2, \dots, U_{n-1} \vdash U_n \to V$.

· inversa teoremei de deducție: Dacă $U_1, U_2, \dots, U_{n-1} \vdash U_n \to V$, atunci $U_1, U_2, \dots, U_{n-1}, U_n \vdash V$.

· Definiția teoremei: O formulă $U \in F_{P_X}$, astfel încât $\emptyset \vdash U$ (sau $\vdash U$) se numește teoremă. (Teoremele sunt formule care sunt deductibile doar din axiome și folosind regula modus ponens).

legea ~~silogismului~~ permutării premiselor: $\vdash (U \to (V \to Z)) \to (V \to (U \to Z)) \overset{i.T.D}{\Longrightarrow}$

~~$\vdash (U \to V) \to ((V \to Z) \to (U \to Z)) \overset{i.T.D}{\Longrightarrow}$~~

$U \to (V \to Z) \vdash V \to (U \to Z) \overset{A_2}{\Longrightarrow}$

$U \to (V \to Z) \vdash (V \to U \to (V \to Z) \overset{i.T.D.}{\Longrightarrow}$

$U \to (V \to Z), (V \to U) \vdash V \to Z$

$U \to (V \to Z), (V \to U), V \vdash Z$

$f_1 : U \to (V \to Z)$

$f_2 : V \to U$

$f_3 : V$

modus ponens pt f_2 și $f_3 \Longrightarrow f_4 : U$

modus ponens pt. f_1 și $f_4 \Longrightarrow f_5 : V \to Z$

modus ponens pt. $f_3, f_5 \Longrightarrow f_6 : Z$

Examen scris de Mihăila Andra

$U \to (V \to Z), (V \to U), V \vdash Z \overset{T.D.}{\Rightarrow}$

$U \to (V \to Z), (V \to U) \vdash V \to Z \overset{T.D.}{\Rightarrow}$

$U \to (V \to Z) \vdash (V \to U) \to (V \to Z) \overset{T.D.}{\Rightarrow}$

$U \to (V \to Z) \vdash V \to (U \to Z) \overset{T.D.}{\Rightarrow}$

$\vdash (U \to (V \to Z)) \to (V \to (U \to Z))$ TEOREMĂ

Legea silogismului:

$\vdash (U \to V) \to ((V \to Z) \to (U \to Z))$

$U \to V \vdash (V \to Z) \to (U \to Z)$

$U \to V, V \to Z \vdash U \to Z$

$U \to V, V \to Z \vdash U \to Z$

$U \to V, V \to Z, U \vdash Z$

$c_1 = U \to V \Rightarrow \neg U \vee V$

$c_2 = V \to Z = \neg V \vee Z$

$c_3 = U$

$c_4 = \neg Z$

$S = \{c_1, c_2, c_3, c_4\}$

$c_1 \quad c_3 \qquad\qquad c_2 \quad c_4$

$V = c_5 \qquad\qquad \neg V = c_6$

$\square \overset{T.C.C.}{\Rightarrow}$ inconsistentă $\Rightarrow$

$\vdash (U \to V) \to ((V \to Z) \to (U \to Z))$; teoremă

② $\vdash (\exists x)(p(x) \wedge q(x)) \rightarrow (\exists x)\, p(x) \wedge (\exists x)\, q(x)$

Examen scris de Mihăilă Andra

Arăt că implicația inversă are loc:

$\models (\exists x)(p(x) \wedge q(x)) \rightarrow (\exists x)\, p(x) \wedge (\exists x)\, q(x)$

$(\Leftarrow)$ $\not\models (\exists x)\, p(x) \wedge (\exists x)\, q(x) \rightarrow (\exists x)(p(x) \wedge q(x))$

Luăm $U_1 = (\exists x)(p(x) \wedge q(x)) \rightarrow (\exists x)\, p(x) \wedge (\exists x)\, q(x)$

$U_2 = (\exists x)\, p(x) \wedge (\exists x)\, q(x) \rightarrow (\exists x)(p(x) \wedge q(x))$

Vom construi tabela semantică pentru $\neg U_1$ și $\neg U_2$

$\neg U_1 = \neg((\exists x)(p(x) \wedge q(x)) \rightarrow ((\exists x)\, p(x) \wedge (\exists x)\, q(x))$ (1)

| α (1)

$(\exists x)((p(x) \wedge q(x))$ (2)

|

$\neg$ $(\exists x)\, p(x) \wedge (\exists x)\, q(x))$ (3)

| δ (2) a = constantă nouă

$p(a) \wedge q(a)$ (4)

| α (4)

$p(a)$

|

$q(a)$

$\neg(\exists x)\, p(x)$ (5)

| γ (5) = a = const. exist.

$\neg p(a)$

|

$\neg (\exists x)\, p(x)$ (5') copia

⊗

$\neg (\exists x)\, q(x)$ (6)

| γ (6) a = const. exist

$\neg q(a)$

|

$\neg(\exists x)(q(x)$ 6') copia

⊗

Examen scris de Mihăilă Andra

Tabelă semantică închisă $\overset{T.C.C.}{\Rightarrow}$ formula este tautologie (1)

$\neg U_2 = \neg (\exists x) p(x) \wedge (\exists x) q(x) \to (\exists x)(p(x) \wedge q(x)))$ (1)

| α (1)

$(\exists x) (p(x) \wedge (\exists x) q(x)$ (2)

|

$\neg (\exists x)(p(x) \wedge q(x))$ (3)

| α (2)

$(\exists x) (p(x))$ (4)

|

$\exists(x) q(x)$ (5)

| δ (4) a = const. nouă

$p(a)$

| δ (5) b = const nouă

$q(b)$

| γ (3) a, b = const. exist

$\neg(p(a) \wedge q(a))$ (6)

|

$\neg(p(b) \wedge q(b))$ (7)

|

$\neg(\exists x)((p(x) \wedge q(x))$ (3) copia

β (6)

$\neg p(a)$ ⊗ | $\neg q(a)$

β (7)

$\neg p(b)$ ⊙ | $\neg q(b)$ ⊗

=> Tabela semantică deschisă => nu e tautologie (2)

Din (1) și (2) => „∃" este semidistributivă față de „∧"

TCC = dacă inversa tabelei este închisă, => ~~inconsistentă =>~~

=> tautologie (teoremă)

③ $f(\underset{M_2}{0,1,0}) = f(\underset{M_5}{1,0,1}) = 0$

Examen scris de
Mihaila Andra

$\Rightarrow S_f = \{\underset{m_0}{(0,0,0)}, \underset{m_1}{(0,0,1)}, \underset{m_3}{(0,1,1)}, \underset{m_4}{(1,0,0)}, \underset{m_6}{(1,1,0)}, \underset{m_7}{(1,1,1)}\}$

$S_f = \{ \overset{m_0}{(0,0,0)},$
$\overset{m_1}{(0,0,1)}, \overset{m_4}{(1,0,0)},$
$\overset{m_3}{(0,1,1,)}, \overset{m_6}{(1,1,0)}$
$\overset{m_7}{(1,1,1)} \}$

	x_1	x_2	x_3	
$\overline{I}$	0	0	0	m_0
$\overline{II}$	0	0	1	m_1
	1	0	0	m_4
$\overline{III}$	0	1	1	m_3
	1	1	0	m_6
$\overline{IV}$	1	1	1	m_7
$\overline{V} = \overline{I} + \overline{II}$	0	0	-	$m_0 \vee m_1 = max_1$
	-	0	0	$m_0 \vee m_4 = max_2$
$\overline{VI} = \overline{II} + \overline{III}$	0	-	1	$m_1 \vee m_3 = max_3$
	1	-	0	$m_4 \vee m_6 = max_4$
$\overline{VII} = \overline{III} + \overline{IV}$	-	1	1	$m_3 \vee m_7 = max_5$
	1	1	-	$m_6 \vee m_7 = max_6$

	max_1	max_2	max_3	max_4	max_5	max_6
m_0	*	*				
m_1	*		*			
m_3			*		*	
m_4		*		*		
m_6				*		*
m_7					*	*

$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} C(f) = \emptyset \\ M(f) \neq C(f) \end{array} \right| \Rightarrow$ Cazul $\overline{III}$ al algoritmului de simplificare

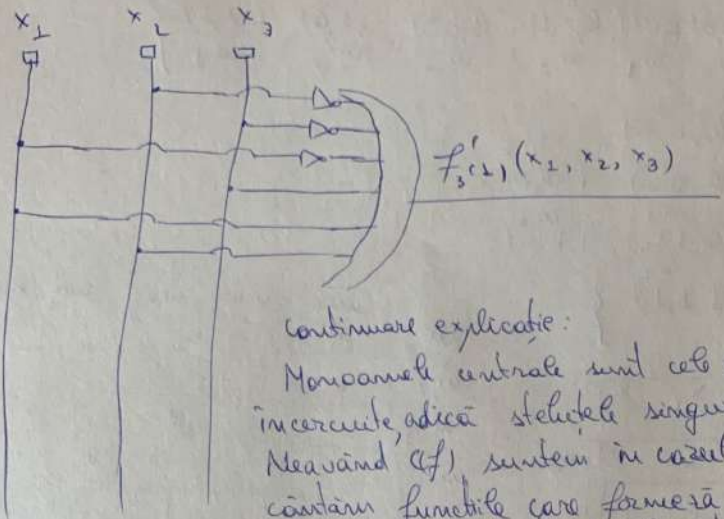
$\overline{VIII} =$
Nu avem factorizare triplă sau dublă

$f'_{3(1)}(x_1, x_2, x_3, x_4) = f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) =$
$= max_2 \vee max_3 \vee max_6 = \overline{x_2}\,\overline{x_3} \vee \overline{x_1} x_3 \vee x_1 x_2$

$f'_{3(2)}(x_1, x_2, x_3, x_4) = h_2(x_1, x_2, x_3, x_4) =$
$= max_1 \vee max_4 \vee max_5 = \overline{x_1}\,\overline{x_2} \vee x_1 \overline{x_3} \vee x_2 x_3$

Examen scris de
Mihaila Andra

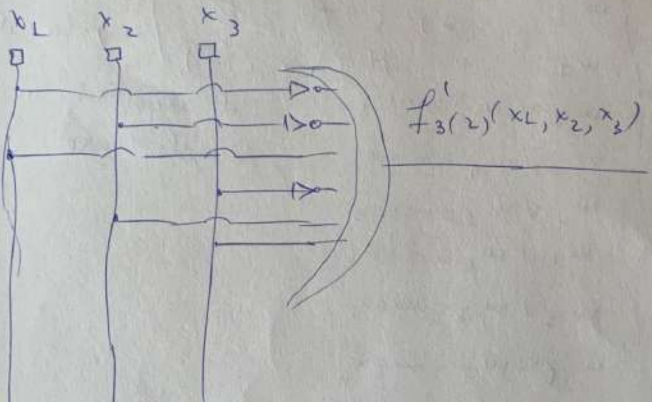
- Circuit simplificat f_1:



continuare explicație:

Monoamele centrale sunt cele care au * încercuite, adică steluțele singure pe linie. Neavând (f) suntem în cazul <u>iii</u>, adică căutăm funcțiile care formeză cu un nr. minim de steluțe tabela întreagă. După acea, realizăm circuitele corespunzătoare.

- Circuit simplificat f_2:



~~Da sa~~ Suportul funcției se ordonează în funcție de nr. de 1. Se adaugă în prima tabelă și se realizează factorizarea (0 + 1 => —). Mintermii factorizați se bifează deoarece aceia nu pot fi monoame. Când se încheie factorizarea, se realizează a doua tabelă în care se pun * la mintermi în funcție de monomul maximal din care fac parte.

Scanned with CamScanner