

Setul 14

de probleme și exerciții de matematică
(relative la integrale duble și triple)

S14.1 Să se calculeze aria suprefeței limitată de curba $(a_1x + b_1y + c_1)^2 + (a_2x + b_2y + c_2)^2 = 1$, unde $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in \mathbb{R}$ sunt așa încât $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$.

S14.2 Să se calculeze aria suprefeței limitată de curba

$$\left(\frac{x}{a}\right)^p + \left(\frac{y}{b}\right)^p = 1,$$

unde a, b și p sunt parametri din \mathbb{R}_+^* .

S14.3 Să se calculeze:

- a) $\iint_D (x^2 + y) \, dx \, dy$, unde D este domeniul limitat de curbele $x = y^2$ și $y = x^2$;
- b) $\iint_D \frac{x^2}{y^2} \, dx \, dy$, unde D este domeniul limitat de curbele $y = \frac{1}{x}$ și $y = x$, cu $x \in [1, 2]$;
- c) $\iint_D \frac{x}{x^2 + y^2} \, dx \, dy$, unde D este domeniul limitat de curbele $y = x$ și $y = \frac{x^2}{4}$.

S14.4 Să se calculeze:

- a) $\iiint_D \frac{1}{(x + y + z)^3} \, dx \, dy \, dz$, unde $D = [1, 2] \times [1, 2] \times [1, 2]$;
- b) $\iiint_D xyz \sin(x + y + z) \, dx \, dy \, dz$, unde D este domeniul mărginit de planele $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ și $x + y + z = \frac{\pi}{2}$.

S14.5 Prin trecerea la coordonate cilindrice, să se calculeze volumul corpului mărginit de suprafețele

$$x^2 + y^2 - 3z = 0 \text{ și } (x^2 + y^2)^2 = 9(x^2 - y^2).$$

S14.6 În ce raport este împărțit volumul sferei

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4z$$

de către suprafața $x^2 + y^2 + z = 4$?

S14.7 Să se analizeze convergența/divergența integralei

$$\iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

unde $D = \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+$.

Bibliografie orientativă

1. Irinel Radomir, Andreea Fulga - *Analiză matematică. Culegere de probleme*, Editura Albastră, Cluj-Napoca, 2005.
2. S. Găină, E. Câmpu, Gh. Bucur - *Culegere de probleme de calcul diferențial și integral, vol. III*, Editura Tehnică, București, 1967.
3. A. Diamandescu - *Analiză matematică. Probleme rezolvate*, Editura "Universitaria", Craiova, 2006.
4. M. Postolache (coord.), Ariana Pitea, D. Cioroboiu - *Calcul integral. Exerciții și probleme*, Editura "Fair Partners", 2010.
5. A. Foster - *Calculus III. Double and Triple Integrals Step by Step*, The City College of The City University of New York Publ., 2014.
6. C. David - *Double and Triple Integrals.Solutions*, Engineering Mathematics 233, Concordia University, Department of Mathematics & Statistics, 2015.
7. A. J. Hildebrand - *Practice Problems on Double Integrals.Solutions*, Math 461, 2016.