

# Logica cu predicate de ordinul I

## Curs 3 - Rezoluție

Ștefan Ciobâcă

12 Decembrie 2016

# Note organizatorice

1. Cursurile din partea a II-a:

`http://profs.info.uaic.ro/~stefan.ciobaca/logica/`

Verificați periodic această pagină.

Raportare eventuale greșeli: `stefan.ciobaca@gmail.com`

## Reminder - Sintaxa

O nouă logică, mai expresivă decât LP.

Mulțimea termenilor ( $\mathcal{T}$ ):

$$t ::= x \mid c \mid f(\underbrace{t, \dots, t}_n) \quad x \in \mathcal{X}, c \in \mathcal{F}_0, f \in \mathcal{F}_n$$

Mulțimea formulelor atomice ( $\text{At}$ ):

$$a ::= P \mid Q(\underbrace{t, \dots, t}_n) \quad P \in \mathcal{P}_0, Q \in \mathcal{P}_n$$

Mulțimea formulelor de ordinul I (LP1):

$$F ::= a \mid (\neg F) \mid (F) \mid (F \vee F) \mid (F \wedge F) \mid \\ (F \rightarrow F) \mid (\forall x.F) \mid (\exists x.F) \quad a \in \text{At}, x \in \mathcal{X}$$

# Reminder - Sintaxa - Exemple

## Exemplu

$$\begin{array}{l} P \in LP1 \\ Q(x) \in LP1 \quad R(h(x), f(x, y)) \in LP1 \quad (\neg Q(f(x, y))) \in LP1 \\ (P \wedge Q(x)) \in LP1 \quad \left( Q(x) \vee R(h(x), f(x, y)) \right) \in LP1 \\ (Q(x) \rightarrow R(x, y)) \in LP1 \quad ((Q(x) \wedge P) \vee Q(y)) \in LP1 \\ (\forall x. (Q(x) \vee P)) \in LP1 \quad ((\exists x. Q(x)) \vee (\neg P)) \in LP1 \end{array}$$

# Reminder - Semantica LP1 - Noțiunea de structură

## Definiție (Structură)

O structură este o pereche  $S = (U, I)$ , formată din:

1. o mulțime nevidă  $U$ , numită univers (sau domeniu) al structurii;
2. o funcție  $I$ , care asociază:
  - 2.1 fiecărui simbol constant  $c \in \mathcal{F}_0$  din semnatură un element al universului  $I_c \in U$ ;
  - 2.2 fiecărui simbol funcțional  $f \in \mathcal{F}_n$  de aritate  $n$  o funcție  $n$ -ară peste univers:  $I_f : U \times \dots \times U \rightarrow U$ ;
  - 2.3 fiecărui simbol predicativ  $P \in \mathcal{P}_0$  de aritate 0 o valoare de adevăr  $I_P \in \mathbb{B}$ ;
  - 2.4 fiecărui simbol predicativ  $P \in \mathcal{F}_n$  de aritate  $n$  un predicat  $n$ -ar peste univers:  $I_P : U \times \dots \times U \rightarrow \mathbb{B}$ ;
  - 2.5 fiecărei variabile  $x \in \mathcal{X}$  un element al universului:  $I_x \in U$ .

## Reminder - Semantica LP1 - Exemplu de structură

Fie  $\mathcal{F}_0 = \{e\}$ ,  $\mathcal{F}_1 = \{i\}$ ,  $\mathcal{F}_2 = \{f\}$  și  $\mathcal{P}_2 = \{equals\}$ .

Vom considera structura  $S = (U, I)$ , unde  $U = \mathbb{Z}$  și:

1.  $I_e : \mathbb{Z}^0 \rightarrow \mathbb{Z}$ , definită prin

$$I_e = 0;$$

2.  $I_i : \mathbb{Z}^1 \rightarrow \mathbb{Z}$ , definită prin

$$I_i(u) = -u,$$

pentru orice  $u \in \mathbb{Z}$ ;

3.  $I_f : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}$ , definită prin

$$I_f(u, v) = u + v,$$

pentru orice  $u, v \in \mathbb{Z}$ ;

4.  $I_{equals} : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{B}$ , definit prin

$$I_{equals}(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{dacă } u = v \\ 0 & \text{dacă } u \neq v; \end{cases}$$

5.  $I_x \in \mathbb{Z}$ , definită prin  $I_x = 7$ , pentru orice variabilă  $x \in \mathcal{X}$ .

# Reminder - Interpretarea termenilor/formulelor într-o structură

## Exemplu

1.  $S(f(f(x, e), i(x))) = 0;$
2.  $S(equals(x, y)) = 1;$
3.  $S(equals(x, e)) = 0;$
4.  $S[x \mapsto 0](equals(x, e)) = 1;$
5.  $S(\exists x.(equals(x, e))) = 1;$
6.  $S(\forall x.(equals(x, e))) = 0;$

## Reminder - Forme normale Skolem

O formulă  $F$  este în *formă normală Skolem* dacă există variabilele distincte  $\{x_1, \dots, x_n\}$  astfel încât:

$$F = \forall x_1. \forall x_2. \dots \forall x_n. G$$

pentru o formulă  $G \in \text{LP1}$  astfel încât  $\text{free}(G) = \{x_1, \dots, x_n\}$  și  $\text{bound}(G) = \emptyset$ .

### Exemplu

*Formule în FNS:*

1.  $\forall x. \forall y. (P(x, y))$
2.  $\forall x. \forall y. (P(x, y) \wedge Q(x))$
3.  $\forall x. \forall y. \forall z. ((P(x, y) \wedge Q(x)) \vee R(x, y, z))$
4.  $P(c) \wedge Q(f(a, b))$

Formula  $F$  este în FNSC dacă, în plus,  $G$  este în FNC (conjuncție de clauze).



## Reminder - Aducerea unei formule în FNSC

Pentru orice formulă  $F$ , există o formulă  $F_{FNSC}$ , slab echivalentă cu  $F$ , aflată în FNSC.

$$\begin{array}{ll} F & \text{orice formulă} \in \text{LP1} \\ \equiv & \\ F_p & \text{o formulă în FN prenex} \\ \equiv_s & \\ F_s & \text{o formulă în FN Skolem} \\ \equiv & \\ F_{FNSC} & \text{o formulă în FN Skolem clauzală} \end{array}$$

# Planul cursului

1. Domeniul *Hebrand*
2. Rezoluția de bază în LP1
3. Unificare
4. Rezoluția “pură” în LP1

# Domeniul *Herbrand*

## Definiție

*Domeniul Herbrand asociat mulțimii  $\mathcal{F}$  este mulțimea de termeni notată cu  $\mathcal{D}(\mathcal{F})$  și definită inductiv astfel:*

- 1. dacă  $\mathcal{F}_0 \neq \emptyset$ , atunci  $\mathcal{F}_0 \subseteq \mathcal{D}(\mathcal{F})$ ;*
- 2. dacă  $\mathcal{F}_0 = \emptyset$ , atunci  $c \in \mathcal{D}(\mathcal{F})$  ( $c$  este un simbol constant pe care îl adăugăm “forțat”);*
- 3. dacă  $t_1, \dots, t_n \in \mathcal{D}(\mathcal{F})$  și  $f \in \mathcal{F}_n$ , atunci  $f(t_1, \dots, t_n) \in \mathcal{D}(\mathcal{F})$ .*

## Definiție

*Termen de bază (engl. ground term) = termen fără variabile.*

*Domeniu Hebrand = mulțimea termenilor de bază.*

# Structuri Herbrand

## Definiție

O structură  $S = (U, I)$  se numește structură Herbrand dacă:

1.  $U = \mathcal{D}(\mathcal{F})$ ; ( $\mathcal{D}(\mathcal{F}) = \text{domeniul Herbrand}$ )
2.  $S(t) = t$  pentru orice termen  $t \in \mathcal{T} \cap \mathcal{D}(\mathcal{F})$ .

Motivație:

## Teoremă (Herbrand)

O formulă  $F$ , aflată în FNS, este satisfiabilă dacă și numai dacă  $F$  admite model Herbrand.

## Reprezentarea ca mulțimi

Fie  $F = \forall x_1 \dots \forall x_n. (C_1 \wedge \dots \wedge C_m)$  o formulă în FNSC. Scriem și

$$F = \{C_1, \dots, C_m\}.$$

Dacă  $C_1 = L_1^1 \vee \dots \vee L_{k_1}^1$ ,  $C_2 = L_1^2 \vee \dots \vee L_{k_2}^2$ , ...,  $C_n = L_1^m \vee \dots \vee L_{k_m}^m$ , scriem și

$$C_i = \{L_i^1, \dots, L_{k_i}^1\}$$

și respectiv:

$$F = \{\{L_1^1, \dots, L_{k_1}^1\}, \dots, \{L_1^m, \dots, L_{k_m}^m\}, \}.$$

### Exemplu

Fie  $F = \forall x. \forall y. (P(x) \wedge (\neg Q(x) \vee R(y)))$ . Mai notăm

$$F = \left\{ \{P(x)\}, \{\neg Q(x), R(y)\} \right\}.$$

# Extensia Herbrand

## Definiție

Fie  $F = \forall x_1 \dots \forall x_n. G$ , cu  $G = F^*$ , o formulă în FNS. Atunci extensia Herbrand a lui  $F$  este mulțimea:

$$E(F) = \left\{ G\sigma \mid \text{dom}(\sigma) = \{x_1, \dots, x_n\}, \sigma(x_i) \in \mathcal{D}(\mathcal{F}) \right\}.$$

## Exemplu

Fie  $\mathcal{F}_0 = \{c\}$ ,  $\mathcal{F}_1 = \{h\}$ ,  $\mathcal{F}_2 = \{f\}$ . Atunci:

$$\mathcal{D}(\mathcal{F}) = \{c, h(c), h(h(c)), f(c, c), f(h(c), c), \dots\},$$

$$E(\forall x. P(x)) = \{P(c), P(h(c)), P(h(h(c))), P(f(c, c)), P(f(h(c), c)), \dots\}$$

# Extensia Herbrand generalizată

## Definiție

Fie  $F = \forall x_1 \dots \forall x_n. G$ , cu  $G = F^* = C_1 \wedge \dots \wedge C_m$ , o formulă în FNSC. Atunci extensia Hebrand a lui  $F$  este mulțimea:

$$E'(F) = \bigcup_{i \in \{1 \dots m\}} E(\forall x_1 \dots \forall x_n. C_i).$$

## Exemplu

Fie  $\mathcal{F}_0 = \{c\}$ ,  $\mathcal{F}_1 = \{h\}$ ,  $\mathcal{F}_2 = \{f\}$ . Atunci:

$$E'(\forall x. (P(x) \wedge Q(x))) = \left\{ P(c), P(h(c)), P(h(h(c))), P(f(c, c)), \right. \\ \left. Q(c), Q(h(c)), Q(h(h(c))), Q(f(c, c)), Q(f(h(c), c)), \dots \right\}.$$

## Rezoluția de bază

$$\frac{P(t_1, \dots, t_n) \vee C \quad \neg P(t_1, \dots, t_n) \vee D}{C \vee D} \text{ REZOLUTIE DE BAZA}$$

### Exemplu

$$F = \forall x. \forall y. \forall z. (P(x) \wedge (\neg P(y) \vee Q(y)) \wedge \neg Q(z)).$$

*Avem că*

$$E'(F) = \{P(c), \neg P(c) \vee Q(c), \neg Q(c), \dots\}.$$

1.  $P(c)$
2.  $\neg P(c) \vee Q(c)$
3.  $\neg Q(c)$
4.  $Q(c)$       *rezoluție între 1 și 2*
5.  $\square$       *rezoluție între 3 și 4*



# Rezoluția de bază

## Teoremă (Herbrand)

*$F$  nu este satisfiabilă dacă și numai dacă există o submulțime finită  $M$  a lui  $E'(F)$  astfel încât se poate obține  $\square$  din  $M$  aplicând regula rezoluției de bază.*

# Rezoluția de bază - semialgoritmul lui Gilmore

- ▶ Input: o formulă  $F$  în FNSC
  - ▶ Output: da, dacă formula nu este satisfiabilă (altfel rulează la infinit)
- 
1.  $M \leftarrow \emptyset$       o mulțime de clauze
  2.  $i \leftarrow 0$
  3. cât timp  $\square \notin Res^i(M)$ :
    - 3.1 alege  $C \in E'(F) \setminus M$
    - 3.2  $M \leftarrow M \cup \{C\}$
    - 3.3  $i \leftarrow i + 1$
  4. întoarce  $DA$

## A step back

1. Vrem să determinăm dacă o formulă  $F$  este validă
2. Construim  $\neg F$  ( $F$  este validă dacă și numai dacă  $\neg F$  nu este satisfiabilă)
3. Calculăm  $F'$ , o formă normală Skolem clauzală pentru  $\neg F$
4. Aplicăm semialgoritmul lui Gilmore
  - ▶ Dacă algoritmul se termină, atunci  $\neg F$  nu este satisfiabilă și deci  $F$  este validă (suntem bucuroși)
  - ▶ Altfel...

## Exercițiu

Arătați că  $\forall x.(P(x) \rightarrow Q(x)) \wedge P(s) \rightarrow Q(s)$  este validă.

# Rezoluție în LP1

1. semialgoritmul lui Gilmore este doar de interes teoretic
2. avem nevoie de o metodă mai... practică

## Reminder - Substituții

### Definiție

O substituție este o funcție  $\sigma : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{T}$ , cu proprietatea că  $\sigma(x) \neq x$  pentru un număr finit de variabile  $x \in \mathcal{X}$ .

### Definiție

Dacă  $\sigma : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{T}$  este o substituție, atunci mulțimea  $\text{dom}(\sigma) = \{x \mid \sigma(x) \neq x\}$  se numește domeniul substituției  $\sigma$ .

Fie funcția  $\sigma : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{T}$ , astfel încât:  $\sigma(x) = h(x)$ ,  
 $\sigma(y) = f(h(x), a)$ ,  $\sigma(z) = z$ , pentru orice variabilă  $z \in \mathcal{X} \setminus \{x, y\}$ .

Conform definiției de mai sus,  $\sigma$  este o substituție de domeniu  $\text{dom}(\sigma) = \{x, y\}$ .

Noutate: vom nota  $\sigma = \{x \mapsto h(x), y \mapsto f(h(x), a)\}$ .

## Reminder - Substituții - aplicare

Fie  $\sigma = \{x \mapsto h(x), y \mapsto f(h(x), a)\}$ . Avem:

1.  $g(x)\sigma = g(h(x))$ .
2.  $\left(\forall x.(P(x) \wedge Q(h(y)))\right)\sigma = \forall x.(P(x) \wedge Q(h(f(h(x), a))))$ .

# Unificare

## Definiție

O substituție  $\sigma$  este unificator pentru  $t_1$  și  $t_2$  dacă  $t_1\sigma = t_2\sigma$ .

## Exemplu

Fie termenii  $t_1 = f(x, h(y))$  și  $t_2 = f(h(z), z')$ . Un unificator pentru  $t_1$  și  $t_2$  ar fi:

$$\sigma = \{x \mapsto h(z), z' \mapsto h(y)\} \quad (t_1\sigma = f(h(z), h(y)) = t_2\sigma)$$

Un altul:

$$\sigma' = \{z \mapsto a, x \mapsto h(a), z' \mapsto h(y)\} \quad (t_1\sigma' = f(h(a), h(y)) = t_2\sigma').$$

Termenii  $t_1 = f(x, y)$  și  $t_2 = h(z)$  nu au unificator. (De ce? Pentru orice substituție  $\sigma$  avem  $t_1\sigma = f(x\sigma, y\sigma) = f(x\sigma, y\sigma) \neq h(z\sigma) = h(z)\sigma = t_2\sigma$ .)

Termenii  $t_1 = x$  și  $t_2 = h(x)$  nu au unificator (De ce? Pentru orice substituție  $\sigma$ , avem că  $\text{len}(x\sigma) < \text{len}(h(x\sigma)) = \text{len}(h(x)\sigma)$ ).

# Problemă de unificare

## Definiție

*O problemă de unificare  $P$  este:*

- ▶ *sau o mulțime*

$$P = \{t_1 \doteq t'_1, \dots, t_n \doteq t'_n\}$$

*formată din  $n$  perechi de termeni*

- ▶ *sau simbolul special*

$$P = \perp.$$

## Definiție

*O problemă de unificare are soluție (sau are unificator) dacă este de forma*

$$P = \{t_1 \doteq t'_1, \dots, t_n \doteq t'_n\}$$

*și există o substituție  $\sigma$  care să fie unificator pentru  $t_i$  și  $t'_i$  pentru orice  $i \in \{1, \dots, n\}$ , adică  $t_1\sigma = t'_1\sigma, \dots, t_n\sigma = t'_n\sigma$ .*



# Unificatori mai generali

## Exemplu

*Dacă  $\sigma$  și  $\sigma'$  sunt doi unificatori pentru termenii  $t_1$  și  $t_2$ ,  $\sigma$  este un unificator mai general decât  $\sigma'$  dacă există o substituție  $\sigma''$  astfel încât  $t_1\sigma' = t_1\sigma\sigma'' = t_2\sigma\sigma'' = t_2\sigma'$ .*

## Exemplu

*Fie  $t_1 = f(x, a)$  și  $t_2 = f(y, a)$ . Unificatorul  $\{y \mapsto x\}$  este mai general decât  $\{x \mapsto a, y \mapsto a\}$ .*

# Cel mai general unificator (most general unifier)

## Definition

Substituția  $\sigma$  este cel mai general unificator pentru o problemă de unificare  $P = \{t_1 \doteq t'_1, \dots, t_n \doteq t'_n\}$  dacă:

1.  $\sigma$  este unificator pentru  $P$ :  $t_i\sigma = t'_i\sigma$ , pentru orice  $1 \leq i \leq n$ ;
2.  $\sigma$  este mai general decât orice alt unificator pentru  $P$ .

## Definiție

Cu  $\text{mgu}(P)$  notăm mulțimea unificatorilor cei mai generali pentru  $P$ . Pentru  $P = \perp$ ,  $\text{mgu}(P) = \emptyset$ .

## Example

Fie  $P = \{f(x, a) \doteq f(y, a)\}$ . Avem că  
 $\text{mgu}(P) = \{\{x \mapsto z, y \mapsto z\}, \{x \mapsto y\}, \dots\}$ .

# Problemă de unificare - formă rezolvată

## Definiție

O problemă de unificare  $P$  este în formă rezolvată dacă  $P = \perp$  sau  $P = \{x_1 \doteq t'_1, \dots, x_n \doteq t'_n\}$  și  $x_i \notin \text{vars}(t_j)$  pentru orice  $i, j \in \{1, \dots, n\}$ .

## Lemă

Dacă  $P = \{x_1 \doteq t'_1, \dots, x_n \doteq t'_n\}$  este în formă rezolvată, atunci  $\{x_1 \mapsto t'_1, \dots, x_n \mapsto t'_n\} \in \text{mgu}(P)$ .

# Aducerea unei probleme de unificare în formă rezolvată

|              |  |
|--------------|--|
| STERGERE     | $P \cup \{t \doteq t\} \Rightarrow P$  |
| DESCOMPUNERE | $P \cup \{f(t_1, \dots, t_n) \doteq f(t'_1, \dots, t'_n)\} \Rightarrow$<br>$P \cup \{t_1 \doteq t'_1, \dots, t_n \doteq t'_n\}$  |
| ORIENTARE    | $P \cup \{f(t_1, \dots, t_n) \doteq x\} \Rightarrow P \cup \{x \doteq f(t_1, \dots, t_n)\}$                                      |
| ELIMINARE    | $P \cup \{x \doteq t\} \Rightarrow P\{x \mapsto t\} \cup \{x \doteq t\}$<br>daca $x \notin \text{vars}(t), x \in \text{vars}(P)$ |
| CONFLICT     | $P \cup \{f(t_1, \dots, t_n) \doteq g(t'_1, \dots, t'_m)\} \Rightarrow \perp$  |
| OCCURS CHECK | $P \cup \{x \doteq f(t_1, \dots, t_n)\} \Rightarrow \perp$<br>daca $x \in \text{vars}(f(t_1, \dots, t_n))$                       |

# Proprietățile regulilor de rescriere de mai sus

## Lemă

*Dacă  $P$  nu este în formă rezolvată, atunci există  $P'$  astfel încât  $P \Rightarrow P'$ .*

## Lemă

*Dacă  $P \Rightarrow P'$ , atunci  $\text{mgu}(P) = \text{mgu}(P')$ .*

## Lemă

*Nu există o secvență infinită  $P \Rightarrow P_1 \Rightarrow P_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow P_i \Rightarrow \dots$*

## Corolar

*Regulile precedente constituie un algoritm de calcul al celui mai general unificator pentru o problemă de unificare, dacă acesta există.*

# Exemplu 1

## Exemplu

$$P = \{f(g(x_1, a), x_2) \doteq x_3, f(x_2, x_2) \doteq f(a, x_1)\} \xRightarrow{\text{DESCOMPUNERE}}$$

$$\{f(g(x_1, a), x_2) \doteq x_3, x_2 \doteq a, x_2 \doteq x_1\} \xRightarrow{\text{ELIMINARE}}$$

$$\{f(g(x_1, a), a) \doteq x_3, x_2 \doteq a, a \doteq x_1\} \xRightarrow{\text{ORIENTARE}}$$

$$\{f(g(x_1, a), a) \doteq x_3, x_2 \doteq a, x_1 \doteq a\} \xRightarrow{\text{ELIMINARE}}$$

$$\{f(g(a, a), a) \doteq x_3, x_2 \doteq a, x_1 \doteq a\} \xRightarrow{\text{ORIENTARE}}$$

$$\{x_3 \doteq f(g(a, a), a), x_2 \doteq a, x_1 \doteq a\}$$

## Exemplu 2

$$P = \{f(g(x_1, a), x_2) \doteq x_3, f(x_2) \doteq f(x_3)\} \xRightarrow{\text{DESCOMPUNERE}}$$

$$\{f(g(x_1, a), x_2) \doteq x_3, x_2 \doteq x_3\} \xRightarrow{\text{ORIENTARE}}$$

$$\{x_3 \doteq f(g(x_1, a), x_2), x_2 \doteq x_3\} \xRightarrow{\text{ELIMINARE}}$$

Explicati de ce nu se mai poate aplica orientare

$$\{x_3 \doteq f(g(x_1, a), x_3), x_2 \doteq x_3\} \xRightarrow{\text{OCCURS CHECK}}$$

$\perp$

Concluzie:  $mgu(P) = \emptyset$ .

## Exemplu 3

$$P = \{f(g(x_1, a), x_2) \doteq x_3, f(g(x_4, x_5)) \doteq f(x_3)\} \xRightarrow{\text{DESCOMPUNERE}}$$

$$\{f(g(x_1, a), x_2) \doteq x_3, g(x_4, x_5) \doteq x_3\} \xRightarrow{\text{ORIENTARE}}$$

$$\{f(g(x_1, a), x_2) \doteq x_3, x_3 \doteq g(x_4, x_5)\} \xRightarrow{\text{ELIMINARE}}$$

$$\{f(g(x_1, a), x_2) \doteq g(x_4, x_5), x_3 \doteq g(x_4, x_5)\} \xRightarrow{\text{CONFLICT}}$$

$\perp$

Concluzie:  $mgu(P) = \emptyset$ .



# Back to resolution

## (BINARY) RESOLUTION

$$\frac{P(t_1, \dots, t_n) \vee C \quad \neg P(t'_1, \dots, t'_n) \vee D \quad \sigma \in mgu\{t_1 \doteq t'_1, \dots, t_n \doteq t'_n\} \quad \text{var}(P(t_1, \dots, t_n) \vee C) \cap \text{var}(\neg P(t'_1, \dots, t'_n) \vee D) = \emptyset}{(C \vee D)\sigma}$$

## (POSITIVE) FACTORING

$$\frac{P(t_1, \dots, t_n) \vee P(t'_1, \dots, t'_n) \vee C \quad \sigma \in mgu\{t_1 \doteq t'_1, \dots, t_n \doteq t'_n\}}{(P(t_1, \dots, t_n) \vee C)\sigma}$$

1.  $P(x)$
2.  $\neg P(h(x)) \vee Q(f(x))$
3.  $\neg Q(f(g(a)))$
4.  $Q(f(x))$  rezoluție între 1 și 2:  
$$\frac{P(x') \quad \neg P(h(x)) \vee Q(f(x)) \quad \{x' \mapsto h(x)\} \in mgu\{x' \doteq h(x)\}}{Q(f(x))\{x' \mapsto h(x)\}}$$
5.  $\square$  rezoluție între 3 și 4:  
$$\frac{Q(f(g(a))) \quad Q(f(x)) \quad \{x \mapsto g(a)\} \in mgu\{f(g(a)) \doteq f(x)\}}{\square\{x \mapsto g(a)\}}$$

## A step back

1. Fie  $F$  în FNSC reprezentată ca mulțime de clauze:  
 $F = \{C_1, \dots, C_n\}$ .
2.  $F$  este nesatisfiabilă dacă și numai dacă  $\square$  se poate obține din  $\{C_1, \dots, C_n\}$  aplicând regulile RESOLUTION și FACTORING.

### Exemplu

*Arătați că  $\forall x.(P(x) \rightarrow Q(x)) \wedge P(s) \rightarrow Q(s)$  este validă folosind rezoluția.*