

Logica Propozițională. Seminar 3 - Fișă de exerciții

1. Fie $A = \{p, q, r, \dots\}$ mulțimea variabilelor propoziționale. Fie $\tau : A \rightarrow B$ atribuirea definită după cum urmează: $\tau(p) = 1$, $\tau(q) = 0$, $\tau(r) = 0$, $\tau(a) = 0$ pentru orice altă variabilă propozițională $a \in A \setminus \{p, q, r\}$.
Stabiliți valoarea de adevăr în atribuirea τ de mai sus a următoarelor formule:
(a) $(p \wedge q)$; (b) $(q \wedge p)$; (c) $\neg q$; (d) $(\neg q \wedge r)$; (e) $((\neg q \wedge r) \vee \neg p)$.
2. Găsiți câte o atribuire τ în care următoarele formule să fie adevărate (câte o atribuire pentru fiecare formulă):
(a) $(p \wedge q)$; (b) $(p \wedge \neg q)$; (c) $((p \wedge \neg q) \vee q)$.
Puteți găsi o singură atribuire care să facă toate cele trei formule de mai sus adevărate?
3. Găsiți câte o atribuire τ în care următoarele formule să fie false (câte o atribuire pentru fiecare formulă):
(a) $(p \vee q)$; (b) $(q \wedge (p \vee \neg q))$; (c) $((p \wedge \neg q) \vee q)$.
4. Care dintre următoarele formule sunt satisfiabile?
(a) $(p \wedge \neg p)$; (b) $(p \vee \neg p)$; (c) $((p \vee \neg p) \wedge \neg q)$; (d) $((p \vee \neg p) \wedge (\neg p \wedge q))$; (e) $((p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee r))$.
5. Care dintre următoarele formule sunt valide?
(a) $(p \wedge \neg p)$; (b) $(p \vee \neg p)$; (c) p ; (d) $((p \vee \neg p) \wedge \neg q)$; (e) $(p \rightarrow \neg p)$; (f) $((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge r))$.
6. Asociați pentru fiecare dintre afirmațiile următoare o formulă din LP care să modeleze înțelesul său din limba română.
(a) Dacă afară plouă, stau în casă sau merg în mall. Nu stau în casă doar dacă nu mă plictisesc. Afară plouă și nu mă plictisesc.
(b) Lucrez la logică doar dacă nu se poate ieși afară. Se poate ieși afară dacă nu plouă și este cald. Din moment ce nu lucrez la logică și afară este cald, înseamnă că plouă.
(c) Lucrurile merg bine în țară dacă la conducerea țării nu sunt hoți și economia este sănătoasă. Oamenii pleacă în străinătate dacă și numai dacă lucrurile nu merg bine în țară. Economia este sănătoasă, dar oamenii pleacă în străinătate.
7. Dați exemple de 5 contradicții.
8. Dați exemple de 5 tautologii.
9. Demonstrați că, pentru orice formule $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \in LP$, au loc următoarele echivalențe:
(a) $(\varphi_1 \wedge (\varphi_2 \wedge \varphi_3)) \equiv ((\varphi_1 \wedge \varphi_2) \wedge \varphi_3)$; (b) $(\varphi_1 \wedge \varphi_2) \equiv (\varphi_2 \wedge \varphi_1)$; (c) $(\varphi_1 \vee (\varphi_2 \vee \varphi_3)) \equiv ((\varphi_1 \vee \varphi_2) \vee \varphi_3)$;
(d) $(\varphi_1 \vee \varphi_2) \equiv (\varphi_2 \vee \varphi_1)$; (e) $\neg \neg \varphi_1 \equiv \varphi_1$; (f) $\neg(\varphi_1 \wedge \varphi_2) \equiv (\neg \varphi_1 \vee \neg \varphi_2)$; (g) $\neg(\varphi_1 \vee \varphi_2) \equiv (\neg \varphi_1 \wedge \neg \varphi_2)$.
10. Demonstrați că, pentru orice formule $\varphi_1, \varphi_2 \in LP$, următoarele echivalențe au loc dacă și numai dacă $\varphi_1 \in LP$ este tautologie:
(a) $\varphi_1 \vee \varphi_2 \equiv \varphi_1$; (b) $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \equiv \varphi_2$.
11. Demonstrați că, pentru orice formule $\varphi_1, \varphi_2 \in LP$, următoarele echivalențe au loc dacă și numai dacă $\varphi_1 \in LP$ este contradicție:
(a) $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \equiv \varphi_1$; (b) $\varphi_1 \vee \varphi_2 \equiv \varphi_2$.
12. Arătați că $\neg p$ este consecință semantică din $p \rightarrow (\neg p)$.
13. Arătați că p nu este consecință semantică din $q \rightarrow p$.
14. Arătați că p este consecință semantică din $q \rightarrow p$ și q .
15. Arătați că p_3 este consecință semantică din $p_1 \rightarrow (p_2 \vee p_3)$, $\neg p_2 \leftrightarrow \neg p_4$ și $p_1 \wedge \neg p_4$.