

Logica Propozițională. Seminar 4 - Fișă de exerciții

1. Demonstrați că $(p \wedge r)$ este consecință sintactică din $(q \wedge r) \wedge q$ și $p \wedge p$.
2. Arătați că următoarele sevențe sunt valide:
 - (a) $p \wedge q, r \vdash p \wedge (r \vee r')$;
 - (b) $p \rightarrow (q \rightarrow r) \vdash p \wedge q \rightarrow r$;
 - (c) $p \wedge \neg r \rightarrow q, \neg q, p \vdash r$;
3. Terminați “jocul” de la adresa <https://profs.info.uaic.ro/~stefan.ciobaca/lnd.html>. Nu trișați. Se consideră trișat: schimbarea codului JavaScript, dacă altcineva rezolvă un nivel în locul dumneavoastră, sau dacă demonstrați regulile derivate folosind chiar regulile derivate (într-un singur pas).
4. Demonstrați că următoarele reguli sunt derivate:
 - (a) $\neg\neg i$;
 - (b) LEM (law of excluded middle): $\text{LEM} \frac{}{\Gamma \vdash \varphi \vee \neg\varphi}$;
 - (c) PBC (proof by contradiction): $\text{PBC} \frac{\Gamma, \neg\varphi \vdash \perp}{\Gamma \vdash \varphi}$;
 - (d) MT (modus tollens): $\text{MT} \frac{\Gamma \vdash \varphi \rightarrow \var' \quad \Gamma \vdash \neg\var'}{\Gamma \vdash \neg\varphi}$.
5. Demonstrați teorema de corectitudine (prin inducție după numărul de pași din demonstrația formală).
6. Arătați că regula $\neg\neg e$ poate fi derivată folosind LEM (i.e. puteți folosi LEM în demonstrația formală, dar nu $\neg\neg e$).
7. Demonstrați, apelând la teoremele de corectitudine și completitudine, că $\varphi_1 \dashv\vdash \varphi_2$ dacă și numai dacă $\varphi_1 \equiv \varphi_2$.