

Exerciții LP1 - Rezoluție

December 12, 2016

1. Calculați (câteva formule din) extensia Herbrand pentru următoarele formule:

- (a) $\forall x.P(x)$
- (b) $\forall x.(P(x) \wedge R(x, x))$
- (c) $\forall x.\forall y.(P(x) \wedge R(x, y))$
- (d) $\forall x.\forall y.(P(x) \rightarrow \neg P(x))$
- (e) $\forall x.\forall y.((P(x) \rightarrow \neg P(x)) \rightarrow \neg P(x))$

2. Calculați (câteva clauze din) extensia Herbrand generalizată a următoarelor formule:

- (a) $\forall x.P(x)$
- (b) $\forall x.(P(x) \vee \neg P(x))$
- (c) $\forall x.(P(x) \wedge \neg P(x))$
- (d) $\forall x.(P(x) \wedge (R(f(x, a), x) \vee \neg P(x)))$
- (e) $\forall x.\forall y.(P(x) \wedge (\neg R(f(x, a), y) \vee \neg P(x)))$
- (f) $\forall x.\forall y.(P(x) \wedge (\neg R(f(x, a), y) \vee \neg P(x)) \wedge (R(y, y)))$
- (g) $\forall x.\forall y.(P(x) \wedge (\neg R(f(x, a), g(a, y)) \vee \neg P(x)) \wedge (R(y, y)))$

3. Folosind rezoluția de bază (sau semialgoritmul lui Gilmore), stabiliți care dintre cele 7 formule de mai sus sunt nesatisfiabile.

4. Rezolvați următoarele probleme de unificare:

- (a) $\{f(x, g(x, y)) \doteq z, f(f(x, a), y) \doteq z\}$
- (b) $\{x_0 \doteq f(x_1, x_1), x_1 \doteq f(x_2, x_2), x_2 \doteq f(x_3, x_3), x_3 \doteq f(x_4, x_4)\}$
- (c) $\{f(x, x) \doteq f(y, h(y))\}$
- (d) $\{f(x, x) \doteq f(y, h(z))\}$
- (e) $\{f(y, y) \doteq f(y, h(a))\}$

5. Folosind rezoluția pentru LP1, stabiliți care dintre următoarele mulțimi de clauze sunt nesatisfiabile:

- (a) $\{P(x), Q(x) \vee \neg P(a), Q(y)\}$
- (b) $\{\{P(f(x))\}, \{Q(y), \neg P(h(y))\}, \{\neg Q(y)\}\}$
- (c) $\{\{P(f(x))\}, \{Q(f(y)), \neg P(y), P(f(y))\}, \{\neg Q(f(z))\}\}$
- (d) $\{\{P(f(x))\}, \{Q(f(y)), \neg P(y), P(f(y))\}, \{\neg Q(f(a))\}\}$
- (e) $\{\{P(f(x))\}, \{Q(f(z)), \neg P(y), R(f(y), z)\}, \{\neg R(z', z')\}, \{\neg Q(f(z))\}\}$

6. Arătați că următoarele formule sunt nesatisfiabile:

- (a) $\forall x. \forall y. (P(x, x) \wedge (\neg P(x, g(y)) \vee Q(y)) \wedge \neg Q(f(a)))$
- (b) $\forall x. \forall y. \forall z. (P(x, a) \wedge (Q(f(y)) \vee \neg P(z, x)) \wedge \neg Q(f(a)))$
- (c) $\forall x. \forall y. \forall z. (P(x, y, z) \vee \neg Q(f(x, a)) \wedge Q(z) \wedge R(f(x, z), a) \wedge \neg P(a, f(a, a), z))$

7. Determinați care dintre următoarele formule sunt valide, aducând negația lor în FNSC și verificând dacă se poate obține clauza vidă prin rezoluție:

- (a) $\forall x. \forall y. ((P(x) \rightarrow \neg P(x)) \rightarrow \neg P(x))$
- (b) $\forall x. (P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow P(a)$
- (c) $\forall x. (P(x) \wedge Q(x)) \rightarrow \neg Q(a)$
- (d) $\forall x. \neg P(x) \rightarrow \exists x. \neg P(x)$
- (e) $\forall x. \neg P(x) \rightarrow \neg \exists x. P(x)$
- (f) $\forall x. (P(x, x)) \rightarrow P(a, a)$
- (g) $\forall x. (P(x) \rightarrow Q(s(x))) \wedge \forall x. (Q(x) \rightarrow P(s(x))) \rightarrow \forall x. (P(x) \rightarrow P(s(s(x))))$
- (h) $\forall x. \forall y. (P(x) \wedge P(y) \rightarrow P(f(x, y))) \wedge \neg P(f(a, a)) \wedge P(a)$
- (i) $\forall x. \exists y. P(x, y)$
- (j) $\forall x. (P(x) \rightarrow \exists y. R(x, y))$
- (k) $\forall x. (P(x) \rightarrow \exists y. (R(x, y) \wedge P(y)))$
- (l) $\exists x. P(x)$
- (m) $\exists x. (P(x) \wedge \forall x. P(x))$
- (n) $\exists x. (P(x) \rightarrow \forall x. P(x))$
- (o) $\forall x. (P(x) \rightarrow \exists x. P(x))$
- (p) $\forall x. P(x) \rightarrow \exists x. P(x)$
- (q) $\forall x. \neg (\forall y. (P(x, y) \vee \exists z. (P(x, z) \wedge P(y, z))))$