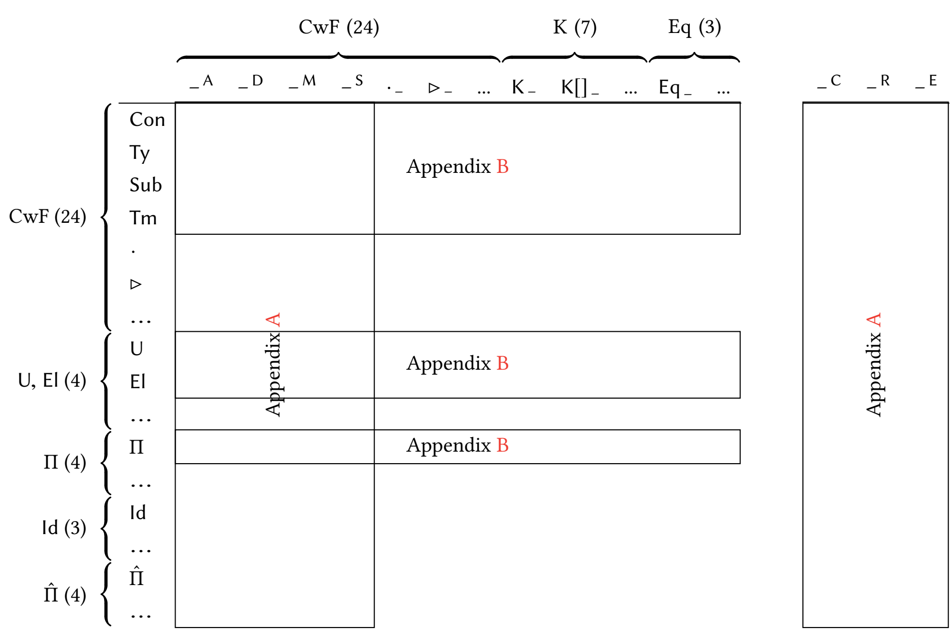
Constructing Quotient Inductive-Inductive Types (Technical Appendix)

AMBRUS KAPOSI, Eötvös Loránd University, Hungary
ANDRÁS KOVÁCS, Eötvös Loránd University, Hungary
THORSTEN ALTENKIRCH, University of Nottingham, United Kingdom

This is a technical appendix accompanying the titular paper. We reproduce here the table which summarizes the contents of this document in relation to the $\mathrm{CwF}^{\mathrm{K}}_{\mathrm{Eq}}$ model of QIIT signatures.



Authors' addresses: Ambrus Kaposi, Department of Programming Languages and Compilers, Eötvös Loránd University, Budapest, Hungary, akaposi@inf.elte.hu; András Kovács, Department of Programming Languages and Compilers, Eötvös Loránd University, Budapest, Hungary, kovacsandras@inf.elte.hu; Thorsten Altenkirch, School of Computer Science, University of Nottingham, United Kingdom, Thorsten.Altenkirch@nottingham.ac.uk.

A DEFINITIONS OF THE OPERATIONS FROM SECTIONS 4–6

In this appendix we give the full definitions of the operations $-^{\mathsf{A}}$, $-^{\mathsf{C}}$ (Section 4 in the paper), $-^{\mathsf{M}}$, $-^{\mathsf{R}}$ (Section 5), $-^{\mathsf{D}}$, $-^{\mathsf{S}}$, $-^{\mathsf{E}}$ (Section 6).

Syntax	**Algebras**		Assuming $\Omega : \mathsf{Con}$, the **initial Ω-algebra** is given by $\mathsf{con}_\Omega :\equiv \Omega^{\mathsf{C}}\,\mathsf{id}$	
$\Gamma : \mathsf{Con}$	Γ^{A}	$: \mathsf{Set}$	Γ^{C}	$: \mathsf{Sub}\,\Omega\,\Gamma \to \Gamma^{\mathsf{A}}$
$A : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	A^{A}	$: \Gamma^{\mathsf{A}} \to \mathsf{Set}$	A^{C}	$: (\nu : \mathsf{Sub}\,\Omega\,\Gamma) \to \mathsf{Tm}\,\Omega\,(A[\nu]) \to A^{\mathsf{A}}\,(\Gamma^{\mathsf{C}}\,\nu)$
$\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta$	σ^{A}	$: \Gamma^{\mathsf{A}} \to \Delta^{\mathsf{A}}$	σ^{C}	$: (\nu : \mathsf{Sub}\,\Omega\,\Gamma) \to \Delta^{\mathsf{C}}\,(\sigma \circ \nu) = \sigma^{\mathsf{A}}\,(\Gamma^{\mathsf{C}}\,\nu)$
$t : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,A$	t^{A}	$: (\gamma : \Gamma^{\mathsf{A}}) \to A^{\mathsf{A}}\,\gamma$	t^{C}	$: (\nu : \mathsf{Sub}\,\Omega\,\Gamma) \to A^{\mathsf{C}}\,\nu\,(t[\nu]) = t^{\mathsf{A}}\,(\Gamma^{\mathsf{C}}\,\nu)$
$\cdot : \mathsf{Con}$	$\cdot^{\mathsf{A}}$	$:\equiv \top$	$\cdot^{\mathsf{C}}\;\nu$	$:\equiv \mathsf{tt}$
$\Gamma \triangleright A : \mathsf{Con}$	$(\Gamma \triangleright A)^{\mathsf{A}}$	$:\equiv (\gamma : \Gamma^{\mathsf{A}}) \times A^{\mathsf{A}}\,\gamma$	$(\Gamma \triangleright A)^{\mathsf{C}}\;\nu$	$:\equiv (\Gamma^{\mathsf{C}}\,(\pi_1\,\nu), A^{\mathsf{C}}\,(\pi_1\,\nu)\,(\pi_2\,\nu))$
$(A : \mathsf{Ty}\,\Delta)[\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta] : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	$(A[\sigma])^{\mathsf{A}}\,\gamma$	$:\equiv A^{\mathsf{A}}\,(\sigma^{\mathsf{A}}\,\gamma)$	$(A[\sigma])^{\mathsf{C}}\;\nu\;t$	$:\equiv \mathsf{tr}_{A^{\mathsf{A}}}\,(\sigma^{\mathsf{C}}\,\nu)\,(A^{\mathsf{C}}\,(\sigma \circ \nu)\,t)$
$\mathsf{id} : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Gamma$	$\mathsf{id}^{\mathsf{A}}\,\gamma$	$:\equiv \gamma$	$\mathsf{id}^{\mathsf{C}}\;\nu$	$: \Gamma^{\mathsf{C}}\,\nu = \Gamma^{\mathsf{C}}\,\nu$
$(\sigma : \mathsf{Sub}\,\Theta\,\Delta) \circ (\delta : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Theta) : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta$	$(\sigma \circ \delta)^{\mathsf{A}}\,\gamma$	$:\equiv \sigma^{\mathsf{A}}\,(\delta^{\mathsf{A}}\,\gamma)$	$(\sigma \circ \delta)^{\mathsf{C}}\;\nu$	$: \Delta^{\mathsf{C}}\,(\sigma \circ \delta \circ \nu) \overset{\sigma^{\mathsf{C}}\,(\delta\circ\nu)}{=} \sigma^{\mathsf{A}}\,(\Theta^{\mathsf{C}}\,(\delta \circ \nu)) \overset{\delta^{\mathsf{C}}\,\nu}{=} \sigma^{\mathsf{A}}\,(\delta^{\mathsf{A}}\,(\Gamma^{\mathsf{C}}\,\nu))$
$\epsilon : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\cdot$	$\epsilon^{\mathsf{A}}\,\gamma$	$:\equiv \mathsf{tt}$	$\epsilon^{\mathsf{C}}\;\nu$	$: \mathsf{tt} = \mathsf{tt}$
$(\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta), (t : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(A[\sigma])) : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,(\Delta \triangleright A)$	$(\sigma, t)^{\mathsf{A}}\,\gamma$	$:\equiv (\sigma^{\mathsf{A}}\,\gamma, t^{\mathsf{A}}\,\gamma)$	$(\sigma, t)^{\mathsf{C}}\;\nu$	$: (\Gamma^{\mathsf{C}}\,(\sigma \circ \nu), A^{\mathsf{C}}\,(\sigma \circ \nu)\,(t[\nu])) \overset{\sigma^{\mathsf{C}}\,\nu,\, t^{\mathsf{C}}\,\nu}{=} (\sigma^{\mathsf{A}}\,(\Gamma^{\mathsf{C}}\,\nu), t^{\mathsf{A}}\,(\Gamma^{\mathsf{C}}\,\nu))$
$\pi_1\,(\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,(\Delta \triangleright A)) : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta$	$(\pi_1\,\sigma)^{\mathsf{A}}\,\gamma$	$:\equiv \mathsf{proj}_1\,(\sigma^{\mathsf{A}}\,\gamma)$	$(\pi_1\,\sigma)^{\mathsf{C}}\;\nu$	$: \Delta^{\mathsf{C}}\,(\pi_1\,(\sigma \circ \nu)) \overset{\sigma^{\mathsf{C}}\,\nu}{=} \mathsf{proj}_1\,(\sigma^{\mathsf{A}}\,(\Gamma^{\mathsf{C}}\,\nu))$
$\pi_2\,(\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,(\Delta \triangleright A)) : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(A[\pi_1\,\sigma])$	$(\pi_2\,\sigma)^{\mathsf{A}}\,\gamma$	$:\equiv \mathsf{proj}_2\,(\sigma^{\mathsf{A}}\,\gamma)$	$(\pi_2\,\sigma)^{\mathsf{C}}\;\nu$	$: A^{\mathsf{C}}\,(\pi_1\,(\sigma \circ \nu))\,(\pi_2\,(\sigma \circ \nu)) \overset{\sigma^{\mathsf{C}}\,\nu}{=} \mathsf{proj}_2\,(\sigma^{\mathsf{A}}\,(\Gamma^{\mathsf{C}}\,\nu))$
$(t : \mathsf{Tm}\,\Delta\,A)[\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta] : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(A[\sigma])$	$(t[\sigma])^{\mathsf{A}}\,\gamma$	$:\equiv t^{\mathsf{A}}\,(\sigma^{\mathsf{A}}\,\gamma)$	$(t[\sigma])^{\mathsf{C}}\;\nu$	$: A^{\mathsf{C}}\,(\sigma \circ \nu)\,(t[\sigma \circ \nu]) \overset{t^{\mathsf{C}}\,(\sigma\circ\nu)}{=} t^{\mathsf{A}}\,(\delta^{\mathsf{C}}\,(\sigma \circ \nu)) \overset{\sigma^{\mathsf{C}}\,\nu}{=} t^{\mathsf{A}}\,(\sigma^{\mathsf{A}}(\Gamma^{\mathsf{C}}\,\nu))$
$[\mathsf{id}] : A[\mathsf{id}] = A$	$[\mathsf{id}]^{\mathsf{A}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$[\mathsf{id}]^{\mathsf{C}}$	$: A^{\mathsf{C}}\,\nu\,t = A^{\mathsf{C}}\,\nu\,t$
$[\circ] : A[\sigma \circ \delta] = A[\sigma][\delta]$	$[\circ]^{\mathsf{A}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$[\circ]^{\mathsf{C}}$	$: A^{\mathsf{C}}\,(\sigma \circ \delta \circ \nu)\,t = A^{\mathsf{C}}\,(\sigma \circ \delta \circ \nu)\,t$
$\mathsf{ass} : (\sigma \circ \delta) \circ \nu = \sigma \circ (\delta \circ \nu)$	$\mathsf{ass}^{\mathsf{A}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\mathsf{ass}^{\mathsf{C}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\mathsf{idl} : \mathsf{id} \circ \sigma = \sigma$	$\mathsf{idl}^{\mathsf{A}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\mathsf{idl}^{\mathsf{C}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\mathsf{idr} : \sigma \circ \mathsf{id} = \sigma$	$\mathsf{idr}^{\mathsf{A}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\mathsf{idr}^{\mathsf{C}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\cdot\eta : \{\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\cdot\} \to \sigma = \epsilon$	$\cdot\eta^{\mathsf{A}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\cdot\eta^{\mathsf{C}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\triangleright\beta_1 : \pi_1\,(\sigma, t) = \sigma$	$\triangleright\beta_1{}^{\mathsf{A}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\triangleright\beta_1{}^{\mathsf{C}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\triangleright\beta_2 : \pi_2\,(\sigma, t) = t$	$\triangleright\beta_2{}^{\mathsf{A}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\triangleright\beta_2{}^{\mathsf{C}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$

$\triangleright\eta : (\pi_1\,\sigma,\, \pi_2\,\sigma) = \sigma$	$\triangleright\eta^{\mathsf{A}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\triangleright\eta^{\mathsf{C}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$,\circ : (\sigma,\, t)\circ\delta = (\sigma\circ\delta,\, t[\delta])$	$,\circ^{\mathsf{A}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$,\circ^{\mathsf{C}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\mathsf{U} : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	$\mathsf{U}^{\mathsf{A}}\,\gamma$	$:\equiv \mathsf{Set}$	$\mathsf{U}^{\mathsf{C}}\,\nu\,a$	$:\equiv \mathsf{Tm}\,\Omega\,(\mathsf{El}\,a)$
$\mathsf{El}\,(a : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,\mathsf{U}) : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	$(\mathsf{El}\,a)^{\mathsf{A}}\,\gamma$	$:\equiv a^{\mathsf{A}}\,\gamma$	$(\mathsf{El}\,a)^{\mathsf{C}}\,\nu\,t$	$:\equiv \mathsf{coe}\,(a^{\mathsf{C}}\,\nu : \mathsf{Tm}\,\Omega\,(\mathsf{El}\,a) = a^{\mathsf{A}}\,(\Gamma^{\mathsf{C}}\,\nu))\,t$
$\mathsf{U}[] : \mathsf{U}[\sigma] = \mathsf{U}$	$\mathsf{U}[]^{\mathsf{A}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\mathsf{U}[]^{\mathsf{C}}$	$: \mathsf{Tm}\,\Omega\,a = \mathsf{Tm}\,\Omega\,a$
$\mathsf{El}[] : (\mathsf{El}\,a)[\sigma] = \mathsf{El}\,(a[\sigma])$	$\mathsf{El}[]^{\mathsf{A}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\mathsf{El}[]^{\mathsf{C}}$	$: t = t$
$\Pi\,(a : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,\mathsf{U})(B : \mathsf{Ty}\,(\Gamma \triangleright \mathsf{El}\,a)) : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	$(\Pi\,a\,B)^{\mathsf{A}}\,\gamma$	$:\equiv (\alpha : a^{\mathsf{A}}\,\gamma) \to B^{\mathsf{A}}\,(\gamma,\,\alpha)$	$(\Pi\,a\,B)^{\mathsf{C}}\,\nu\,t$	$:\equiv \lambda\alpha.B^{\mathsf{C}}\,(\nu,\,\mathsf{coe}\,(a^{\mathsf{C}}\,\nu^{-1})\,\alpha)\,(t \mathbin{@} \mathsf{coe}\,(a^{\mathsf{C}}\,\nu^{-1})\,\alpha)$
$\mathsf{app}\,(t : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(\Pi\,a\,B)) : \mathsf{Tm}\,(\Gamma \triangleright \mathsf{El}\,a)\,B$	$(\mathsf{app}\,t)^{\mathsf{A}}\,(\gamma,\,\alpha)$	$:\equiv t^{\mathsf{A}}\,\gamma\,\alpha$	$(\mathsf{app}\,t)^{\mathsf{C}}\,\nu$	$: B^{\mathsf{C}}\,\nu\,((\mathsf{app}\,t)[\nu]) \overset{t^{\mathsf{C}}\,(\pi_1\,\nu)}{=} t^{\mathsf{A}}\,(\Gamma^{\mathsf{C}}\,(\pi_1\,\nu))\,(\pi_2\,\nu)$
$\Pi[] : (\Pi\,a\,B)[\sigma] = \Pi\,(a[\sigma])\,(B[\sigma^{\uparrow}])$	$\Pi[]^{\mathsf{A}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\Pi[]^{\mathsf{C}}$	$: \lambda\alpha.B^{\mathsf{C}}\,(\sigma\circ\nu,\,\alpha)\,(t \mathbin{@} \alpha) = \lambda\alpha.B^{\mathsf{C}}\,(\sigma\circ\nu,\,\alpha)\,(t \mathbin{@} \alpha)$
$\mathsf{app}[] : (\mathsf{app}\,t)[\sigma\ \uparrow] = \mathsf{app}\,(t[\sigma])$	$\mathsf{app}[]^{\mathsf{A}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\mathsf{app}[]^{\mathsf{C}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\mathsf{Id}\,(a : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,\mathsf{U})\,(t\,u : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(\mathsf{El}\,a)) : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	$(\mathsf{Id}\,a\,t\,u)^{\mathsf{A}}\,\gamma$	$:\equiv (t^{\mathsf{A}}\,\gamma = u^{\mathsf{A}}\,\gamma)$	$(\mathsf{Id}\,a\,t\,u)^{\mathsf{C}}\,\nu\,e$	$: t^{\mathsf{A}}\,(\Gamma^{\mathsf{C}}\,\nu) \overset{t^{\mathsf{C}}\,\nu}{=} t[\nu] \overset{\mathsf{reflect}\,e}{=} u[\nu] \overset{u^{\mathsf{C}}\,\nu}{=} u^{\mathsf{A}}\,(\Gamma^{\mathsf{C}}\,\nu)$
$\mathsf{reflect}\,(e : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(\mathsf{Id}\,a\,t\,u)) : t = u$	$(\mathsf{reflect}\,e)^{\mathsf{A}}$	$:\equiv \mathsf{funext}\,e^{\mathsf{A}}$	$(\mathsf{reflect}\,e)^{\mathsf{C}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\mathsf{Id}[] : (\mathsf{Id}\,a\,t\,u)[\sigma] = \mathsf{Id}\,(a[\sigma])\,(t[\sigma])\,(u[\sigma])$	$\mathsf{Id}[]^{\mathsf{A}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\mathsf{Id}[]^{\mathsf{C}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\hat{\Pi}\,(T : \mathsf{Set})\,(B : T \to \mathsf{Ty}\,\Gamma) : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	$(\hat{\Pi}\,T\,B)^{\mathsf{A}}\,\gamma$	$:\equiv (\alpha : T) \to (B\,\alpha)^{\mathsf{A}}\,\gamma$	$(\hat{\Pi}\,T\,B)^{\mathsf{C}}\,\nu\,t$	$:\equiv \lambda\alpha.(B\,\alpha)^{\mathsf{C}}\,\nu\,(t \mathbin{\hat{@}} \alpha)$
$(t : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(\hat{\Pi}\,T\,B)) \mathbin{\hat{@}} (\alpha : T) : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(B\,\alpha)$	$(t \mathbin{\hat{@}} \alpha)^{\mathsf{A}}\,\gamma$	$:\equiv t^{\mathsf{A}}\,\gamma\,\alpha$	$(t \mathbin{\hat{@}} \alpha)^{\mathsf{C}}\,\nu$	$: (B\,\alpha)^{\mathsf{C}}\,\nu\,(t[\nu] \mathbin{\hat{@}} \alpha) \overset{t^{\mathsf{C}}\,\nu}{=} t^{\mathsf{A}}\,(\Gamma^{\mathsf{C}}\,\nu)\,\alpha$
$\hat{\Pi}[] : (\hat{\Pi}\,T\,B)[\sigma] = \hat{\Pi}\,T\,(\lambda\alpha.(B\,\alpha)[\sigma])$	$\hat{\Pi}[]^{\mathsf{A}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\hat{\Pi}[]^{\mathsf{C}}$	$: \lambda\alpha.(B\,\alpha)^{\mathsf{C}}\,(\sigma\circ\nu)\,(t \mathbin{\hat{@}} \alpha) =$ $\lambda\alpha.(B\,\alpha)^{\mathsf{C}}\,(\sigma\circ\nu)\,(t \mathbin{\hat{@}} \alpha)(\hat{\Pi}\,T\,(\lambda\alpha.(B\,\alpha)[\sigma]))^{\mathsf{C}}\,\nu\,t$
$\hat{@}[] : (t \mathbin{\hat{@}} \alpha)[\sigma] = (t[\sigma]) \mathbin{\hat{@}} \alpha$	$\hat{@}[]^{\mathsf{A}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\hat{@}[]^{\mathsf{C}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$

Syntax	**Homomorphisms**	
$\Gamma : \mathsf{Con}$	Γ^{M}	$: \Gamma^{\mathsf{A}} \to \Gamma^{\mathsf{A}} \to \mathsf{Set}$
$A : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	A^{M}	$: \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma^{0}\,\gamma^{1} \to A^{\mathsf{A}}\,\gamma^{0} \to A^{\mathsf{A}}\,\gamma^{1}\mathsf{Set}$
$\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta$	σ^{M}	$: \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma^{0}\,\gamma^{1} \to \Delta^{\mathsf{M}}\,(\sigma^{\mathsf{A}}\,\gamma^{0})\,(\sigma^{\mathsf{A}}\,\gamma^{1})$
$t : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,A$	t^{M}	$: (\gamma^{M} : \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma^{0}\,\gamma^{1}) \to A^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,(t^{\mathsf{A}}\,\gamma^{0})\,(t^{\mathsf{A}}\,\gamma^{1})$
$\cdot : \mathsf{Con}$	$\cdot^{\mathsf{M}}\ \mathsf{tt}\,\mathsf{tt}$	$:\equiv \top$
$\Gamma \rhd A : \mathsf{Con}$	$(\Gamma \rhd A)^{\mathsf{M}}\,(\gamma^{0}, \alpha^{0})\,(\gamma^{1}, \alpha^{1})$	$:\equiv (\gamma^{M} : \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma^{0}\,\gamma^{1}) \times A^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha^{0}\,\alpha^{1}$
$(A : \mathsf{Ty}\,\Delta)[\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta] : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	$(A[\sigma])^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha^{0}\,\alpha^{1}$	$:\equiv A^{\mathsf{M}}\,(\sigma^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M})\,\alpha^{0}\,\alpha^{1}$
$\mathsf{id} : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Gamma$	$\mathsf{id}^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}$	$:\equiv \gamma^{m}$
$(\sigma : \mathsf{Sub}\,\Theta\,\Delta) \circ (\delta : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Theta) : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta$	$(\sigma \circ \delta)^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}$	$:\equiv \sigma^{\mathsf{M}}\,(\delta^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M})$
$\epsilon : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\cdot$	$\epsilon^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}$	$:\equiv \mathsf{tt}$
$(\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta), (t : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(A[\sigma])) : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,(\Delta \rhd A)$	$(\sigma, t)^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}$	$:\equiv (\sigma^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}, t^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M})$
$\pi_1\,(\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,(\Delta \rhd A)) : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta$	$(\pi_1\,\sigma)^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}$	$:\equiv \mathsf{proj}_1\,(\sigma^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M})$
$\pi_2\,(\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,(\Delta \rhd A)) : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(A[\pi_1\,\sigma])$	$(\pi_2\,\sigma)^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}$	$:\equiv \mathsf{proj}_2\,(\sigma^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M})$
$(t : \mathsf{Tm}\,\Delta\,A)[\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta] : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(A[\sigma])$	$(t[\sigma])^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}$	$:\equiv t^{\mathsf{M}}\,(\sigma^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M})$
$[\mathsf{id}] : A[\mathsf{id}] = A$	$[\mathsf{id}]^{\mathsf{M}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$[\circ] : A[\sigma \circ \delta] = A[\sigma][\delta]$	$[\circ]^{\mathsf{M}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\mathsf{ass} : (\sigma \circ \delta) \circ \nu = \sigma \circ (\delta \circ \nu)$	$\mathsf{ass}^{\mathsf{M}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\mathsf{idl} : \mathsf{id} \circ \sigma = \sigma$	$\mathsf{idl}^{\mathsf{M}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\mathsf{idr} : \sigma \circ \mathsf{id} = \sigma$	$\mathsf{idr}^{\mathsf{M}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\cdot\eta : \{\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\cdot\} \to \sigma = \epsilon$	$\cdot\eta^{\mathsf{M}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\rhd\beta_1 : \pi_1\,(\sigma, t) = \sigma$	$\rhd\beta_1{}^{\mathsf{M}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\rhd\beta_2 : \pi_2\,(\sigma, t) = t$	$\rhd\beta_2{}^{\mathsf{M}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\rhd\eta : (\pi_1\,\sigma, \pi_2\,\sigma) = \sigma$	$\rhd\eta^{\mathsf{M}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$,\circ : (\sigma, t) \circ \delta = (\sigma \circ \delta, t[\delta])$	$,\circ^{\mathsf{M}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\mathsf{U} : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	$\mathsf{U}^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,T^{0}\,T^{1}$	$:\equiv T^{0} \to T^{1}$

$\mathsf{El}\,(a : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,\mathsf{U}) : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	$(\mathsf{El}\,a)^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha^{0}\,\alpha^{1}$	$:\equiv a^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha^{0} = \alpha^{1}$
$\mathsf{U}[] : \mathsf{U}[\sigma] = \mathsf{U}$	$\mathsf{U}[]^{\mathsf{M}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\mathsf{El}[] : (\mathsf{El}\,a)[\sigma] = \mathsf{El}\,(a[\sigma])$	$\mathsf{El}[]^{\mathsf{M}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\Pi\,(a : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,\mathsf{U})(B : \mathsf{Ty}\,(\Gamma \rhd \mathsf{El}\,a)) : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	$(\Pi\,a\,B)^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,f^{0}\,f^{1}$	$:\equiv (\alpha^{0} : a^{\mathsf{A}}\,\gamma^{0}) \to B^{\mathsf{M}}\,(\gamma^{M}, \mathsf{refl})\,(f^{0}\,\alpha^{0})\,(f^{1}\,(a^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha^{0}))$
$\mathsf{app}\,(t : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(\Pi\,a\,B)) : \mathsf{Tm}\,(\Gamma \rhd \mathsf{El}\,a)\,B$	$(\mathsf{app}\,t)^{\mathsf{M}}\,(\gamma^{M}, \alpha^{M})$	$:\equiv \mathsf{J}\,(t^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha^{0})\,\alpha^{M}$
$\Pi[] : (\Pi\,a\,B)[\sigma] = \Pi\,(a[\sigma])\,(B[\sigma^{\uparrow}])$	$\Pi[]^{\mathsf{M}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\mathsf{app}[] : (\mathsf{app}\,t)[\sigma\uparrow] = \mathsf{app}\,(t[\sigma])$	$\mathsf{app}[]^{\mathsf{M}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\mathsf{Id}\,(a : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,\mathsf{U})\,(t\,u : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(\mathsf{El}\,a)) : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	$(\mathsf{Id}\,a\,t\,u)^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,e^{0}\,e^{1}$	$:\equiv \top$
$\mathsf{reflect}\,(e : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(\mathsf{Id}\,a\,t\,u)) : t = u$	$(\mathsf{reflect}\,e)^{\mathsf{M}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\mathsf{Id}[] : (\mathsf{Id}\,a\,t\,u)[\sigma] = \mathsf{Id}\,(a[\sigma])\,(t[\sigma])\,(u[\sigma])$	$\mathsf{Id}[]^{\mathsf{M}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\hat{\Pi}\,(T : \mathsf{Set})\,(B : T \to \mathsf{Ty}\,\Gamma) : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	$(\hat{\Pi}\,T\,B)^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,f^{0}\,f^{1}$	$:\equiv (\alpha : T) \to (B\,\alpha)^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,(f^{0}\,\alpha)\,(f^{1}\,\alpha)$
$(t : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(\hat{\Pi}\,T\,B))\,\hat{@}(\alpha : T) : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(B\,\alpha)$	$(t\,\hat{@}\,\alpha)^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}$	$:\equiv t^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha$
$\hat{\Pi}[] : (\hat{\Pi}\,T\,B)[\sigma] = \hat{\Pi}\,T\,(\lambda\alpha.(B\,\alpha)[\sigma])$	$\hat{\Pi}[]^{\mathsf{M}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\hat{@}[] : (t\,\hat{@}\,\alpha)[\sigma] = (t[\sigma])\,\hat{@}\,\alpha$	$\hat{@}[]^{\mathsf{M}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$

Syntax — Assuming $\omega : \Omega^{\mathsf{A}}$, the **recursor** is given by $\mathsf{rec}_{\Omega}\ \omega :\equiv \Omega^{\mathsf{R}}\ \mathsf{id}$

$\Gamma : \mathsf{Con}$	Γ^{R}	$: (\nu : \mathsf{Sub}\ \Omega\ \Gamma) \to \Gamma^{\mathsf{R}}\ (\nu^{\mathsf{A}}\ \mathsf{con})\ (\nu^{\mathsf{A}}\ \omega)$
$A : \mathsf{Ty}\ \Gamma$	A^{R}	$: (\nu : \mathsf{Sub}\ \Omega\ \Gamma)(t : \mathsf{Tm}\ \Omega\ (A[\nu])) \to A^{\mathsf{M}}\ (\Gamma^{\mathsf{R}}\ \nu)\ (t^{\mathsf{A}}\ \mathsf{con})\ (t^{\mathsf{A}}\ \omega)$
$\sigma : \mathsf{Sub}\ \Gamma\ \Delta$	σ^{R}	$: (\nu : \mathsf{Sub}\ \Omega\ \Gamma) \to \Delta^{\mathsf{R}}\ (\sigma \circ \nu) = \sigma^{\mathsf{M}}\ (\Gamma^{\mathsf{R}}\ \nu)$
$t : \mathsf{Tm}\ \Gamma\ A$	t^{R}	$: (\nu : \mathsf{Sub}\ \Omega\ \Gamma) \to A^{\mathsf{R}}\ \nu\ (t[\nu]) = t^{\mathsf{M}}\ (\Gamma^{\mathsf{R}}\ \nu)$
$\cdot : \mathsf{Con}$	$\cdot^{\mathsf{R}}\ \nu$	$:\equiv \mathsf{tt}$
$\Gamma \rhd A : \mathsf{Con}$	$(\Gamma \rhd A)^{\mathsf{R}}\ \nu$	$:\equiv \big(\Gamma^{\mathsf{R}}\ (\pi_1\ \nu), A^{\mathsf{R}}\ (\pi_1\ \nu)\ (\pi_2\ \nu)\big)$
$(A : \mathsf{Ty}\ \Delta)[\sigma : \mathsf{Sub}\ \Gamma\ \Delta] : \mathsf{Ty}\ \Gamma$	$(A[\sigma])^{\mathsf{R}}\ \nu\ t$	$:\equiv \mathsf{tr}_{(A^{\mathsf{M}}\ \_\ (t^{\mathsf{A}}\ \mathsf{con})\ (t^{\mathsf{A}}\ \omega))}\ (\sigma^{\mathsf{R}}\ \nu)\ (A^{\mathsf{R}}\ (\sigma \circ \nu)\ t)$
$\mathsf{id} : \mathsf{Sub}\ \Gamma\ \Gamma$	$\mathsf{id}^{\mathsf{R}}\ \nu$	$: \Gamma^{\mathsf{R}}\ \nu = \Gamma^{\mathsf{E}}\ \nu$
$(\sigma : \mathsf{Sub}\ \Theta\ \Delta) \circ (\delta : \mathsf{Sub}\ \Gamma\ \Theta) : \mathsf{Sub}\ \Gamma\ \Delta$	$(\sigma \circ \delta)^{\mathsf{R}}\ \nu$	$: \Delta^{\mathsf{R}}\ (\sigma \circ \delta \circ \nu) \overset{\sigma^{\mathsf{R}}\ (\delta \circ \nu)}{=} \sigma^{\mathsf{M}}\ (\Theta^{\mathsf{R}}\ (\delta \circ \nu)) \overset{\delta^{\mathsf{R}}\ \nu}{=} \sigma^{\mathsf{M}}\ (\delta^{\mathsf{M}}\ (\Gamma^{\mathsf{R}}\ \nu))$
$\epsilon : \mathsf{Sub}\ \Gamma\ \cdot$	$\epsilon^{\mathsf{R}}\ \nu$	$: \mathsf{tt} = \mathsf{tt}$
$(\sigma : \mathsf{Sub}\ \Gamma\ \Delta), (t : \mathsf{Tm}\ \Gamma\ (A[\sigma])) : \mathsf{Sub}\ \Gamma\ (\Delta \rhd A)$	$(\sigma, t)^{\mathsf{R}}\ \nu$	$: (\Delta^{\mathsf{R}}\ (\sigma \circ \nu), A^{\mathsf{R}}\ (\sigma \circ \nu)\ (t[\nu])) \overset{\sigma^{\mathsf{R}}\ \nu,\, t^{\mathsf{R}}\ \nu}{=} (\sigma^{\mathsf{M}}\ (\Gamma^{\mathsf{R}}\ \nu), t^{\mathsf{M}}\ (\Gamma^{\mathsf{R}}\ \nu))$
$\pi_1\ (\sigma : \mathsf{Sub}\ \Gamma\ (\Delta \rhd A)) : \mathsf{Sub}\ \Gamma\ \Delta$	$(\pi_1\ \sigma)^{\mathsf{R}}\ \nu$	$: \mathsf{proj}_1\ ((\Delta \rhd A)^{\mathsf{R}}\ (\sigma \circ \nu)) \overset{\sigma^{\mathsf{R}}\ \nu}{=} \mathsf{proj}_1\ (\sigma^{\mathsf{M}}\ (\Gamma^{\mathsf{R}}\ \nu))$
$\pi_2\ (\sigma : \mathsf{Sub}\ \Gamma\ (\Delta \rhd A)) : \mathsf{Tm}\ \Gamma\ (A[\pi_1\ \sigma])$	$(\pi_2\ \sigma)^{\mathsf{R}}\ \nu$	$: \mathsf{proj}_2\ ((\Delta \rhd A)^{\mathsf{R}}\ (\sigma \circ \nu)) \overset{\sigma^{\mathsf{R}}\ \nu}{=} \mathsf{proj}_2\ (\sigma^{\mathsf{M}}\ (\Gamma^{\mathsf{R}}\ \nu))$
$(t : \mathsf{Tm}\ \Delta\ A)[\sigma : \mathsf{Sub}\ \Gamma\ \Delta] : \mathsf{Tm}\ \Gamma\ (A[\sigma])$	$(t[\sigma])^{\mathsf{R}}\ \nu$	$: A^{\mathsf{R}}\ (\sigma \circ \nu)\ (t[\sigma][\nu]) \overset{t^{\mathsf{R}}\ (\sigma \circ \nu)}{=} t^{\mathsf{M}}\ (\Delta^{\mathsf{R}}\ (\sigma \circ \nu)) \overset{\sigma^{\mathsf{R}}\ \nu}{=} t^{\mathsf{M}}\ (\sigma^{\mathsf{M}}\ (\Gamma^{\mathsf{R}}\ \nu))$
$[\mathsf{id}] : A[\mathsf{id}] = A$	$[\mathsf{id}]^{\mathsf{R}}$	$: A^{\mathsf{R}}\ \nu\ t = A^{\mathsf{R}}\ \nu\ t$
$[\circ] : A[\sigma \circ \delta] = A[\sigma][\delta]$	$[\circ]^{\mathsf{R}}$	$: A^{\mathsf{R}}\ (\sigma \circ \delta \circ \nu)\ t = A^{\mathsf{R}}\ (\sigma \circ \delta \circ \nu)\ t$
$\mathsf{ass} : (\sigma \circ \delta) \circ \nu = \sigma \circ (\delta \circ \nu)$	$\mathsf{ass}^{\mathsf{R}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\mathsf{idl} : \mathsf{id} \circ \sigma = \sigma$	$\mathsf{idl}^{\mathsf{R}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\mathsf{idr} : \sigma \circ \mathsf{id} = \sigma$	$\mathsf{idr}^{\mathsf{R}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\cdot\eta : \{\sigma : \mathsf{Sub}\ \Gamma\ \cdot\} \to \sigma = \epsilon$	$\cdot\eta^{\mathsf{R}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\rhd\beta_1 : \pi_1\ (\sigma, t) = \sigma$	$\rhd\beta_1{}^{\mathsf{R}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\rhd\beta_2 : \pi_2\ (\sigma, t) = t$	$\rhd\beta_2{}^{\mathsf{R}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\rhd\eta : (\pi_1\ \sigma, \pi_2\ \sigma) = \sigma$	$\rhd\eta^{\mathsf{R}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$,\circ : (\sigma, t) \circ \delta = (\sigma \circ \delta, t[\delta])$	$,\circ^{\mathsf{R}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$

$$
\begin{array}{lll}
\mathsf{U} : \mathsf{Ty}\,\Gamma & \mathsf{U}^{\mathsf{R}}\;\nu\;a & :\equiv \lambda\alpha.\big(\mathsf{coe}\,(a^{\mathsf{C}}\;\mathsf{id}^{-1})\;\alpha\big)^{\mathsf{A}}\;\omega \\
\mathsf{El}\,(a : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,\mathsf{U}) : \mathsf{Ty}\,\Gamma & (\mathsf{El}\;a)^{\mathsf{R}}\;\nu\;t & : a^{\mathsf{M}}\,(\Gamma^{\mathsf{R}}\;\nu)\,(t^{\mathsf{A}}\;\mathsf{con}) \overset{t^{\mathsf{C}}\,\mathsf{id}}{=} a^{\mathsf{M}}\,(\Gamma^{\mathsf{R}}\;\nu)\;t \overset{a^{\mathsf{R}}\,\nu}{=} t^{\mathsf{A}}\;\omega \\
\mathsf{U}[] : \mathsf{U}[\sigma] = \mathsf{U} & \mathsf{U}[]^{\mathsf{R}} & : \alpha.\alpha^{\mathsf{A}}\;\omega = \alpha.\alpha^{\mathsf{A}}\;\omega \\
\mathsf{El}[] : (\mathsf{El}\;a)[\sigma] = \mathsf{El}\,(a[\sigma]) & \mathsf{El}[]^{\mathsf{R}} & :\equiv \mathsf{UIP} \\
\Pi\,(a : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,\mathsf{U})(B : \mathsf{Ty}\,(\Gamma \rhd \mathsf{El}\;a)) : \mathsf{Ty}\,\Gamma & (\Pi\;a\;B)^{\mathsf{R}}\;\nu\;t & :\equiv \lambda\alpha.\mathsf{let}\;u :\equiv \mathsf{coe}\,(a^{\mathsf{C}}\;\nu^{-1})\,(\mathsf{tr}_{a^{\mathsf{A}}}\,(\nu^{\mathsf{C}}\;\mathsf{id}^{-1})\alpha)\;\mathsf{in}\;\mathsf{tr}\,(u^{\mathsf{C}}\;\mathsf{id}^{-1})\;\big(\mathsf{tr}\,(a^{\mathsf{R}}\;\nu)\,(B^{\mathsf{R}}\,(\nu, u)\,(t \mathbin{@} u))\big) \\
\mathsf{app}\,(t : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(\Pi\;a\;B)) : \mathsf{Tm}\,(\Gamma \rhd \mathsf{El}\;a)\;B & (\mathsf{app}\;t)^{\mathsf{R}}\,(\nu, u) & : B^{\mathsf{R}}\,(\nu, u)\,(t[\nu] \mathbin{@} u) \overset{t^{\mathsf{R}}\,\nu}{=} t^{\mathsf{M}}\,(\Gamma^{\mathsf{R}}\;\nu) \\
\Pi[] : (\Pi\;a\;B)[\sigma] = \Pi\,(a[\sigma])\,(B[\sigma^{\uparrow}]) & \Pi[]^{\mathsf{R}} & : \lambda\alpha.B^{\mathsf{R}}\,(\sigma \circ \nu, \alpha)\,(t \mathbin{@} \alpha) = \lambda\alpha.B^{\mathsf{R}}\,(\sigma \circ \nu, \alpha)\,(t \mathbin{@} \alpha) \\
\mathsf{app}[] : (\mathsf{app}\;t)[\sigma\;\uparrow] = \mathsf{app}\,(t[\sigma]) & \mathsf{app}[]^{\mathsf{R}} & :\equiv \mathsf{UIP} \\
\mathsf{Id}\,(a : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,\mathsf{U})\,(t\;u : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(\mathsf{El}\;a)) : \mathsf{Ty}\,\Gamma & \mathsf{Id}\;a\;t\;u^{\mathsf{R}}\;\nu\;e & :\equiv \mathsf{tt} \\
\mathsf{reflect}\,(e : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(\mathsf{Id}\;a\;t\;u)) : t = u & (\mathsf{reflect}\;e)^{\mathsf{R}} & :\equiv \mathsf{UIP} \\
\mathsf{Id}[] : (\mathsf{Id}\;a\;t\;u)[\sigma] = \mathsf{Id}\,(a[\sigma])\,(t[\sigma])\,(u[\sigma]) & \mathsf{Id}[]^{\mathsf{R}} & : \mathsf{tt} = \mathsf{tt} \\
\hat{\Pi}\,(T : \mathsf{Set})\,(B : T \to \mathsf{Ty}\,\Gamma) : \mathsf{Ty}\,\Gamma & (\hat{\Pi}\;T\;B)^{\mathsf{R}}\;\nu\;t & :\equiv \lambda\alpha.(B\;\alpha)^{\mathsf{R}}\;\nu\,(t \mathbin{\hat{@}} \alpha) \\
(t : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(\hat{\Pi}\;T\;B)) \mathbin{\hat{@}} (\alpha : T) : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(B\;\alpha) & (t \mathbin{\hat{@}} \alpha)^{\mathsf{R}}\;\nu & : (B\;\alpha)^{\mathsf{R}}\;\nu\,(t[\nu] \mathbin{\hat{@}} \alpha) \overset{t^{\mathsf{R}}\,\nu}{=} t^{\mathsf{M}}\,(\Gamma^{\mathsf{R}}\;\nu)\;\alpha \\
\hat{\Pi}[] : (\hat{\Pi}\;T\;B)[\sigma] = \hat{\Pi}\;T\,(\lambda\alpha.(B\;\alpha)[\sigma]) & \hat{\Pi}[]^{\mathsf{R}} & : \lambda\alpha.(B\;\alpha)^{\mathsf{R}}\,(\sigma \circ \nu)\,(t \mathbin{\hat{@}} \alpha) = \lambda\alpha.(B\;\alpha)^{\mathsf{R}}\,(\sigma \circ \nu)\,(t \mathbin{\hat{@}} \alpha) \\
\hat{@}[] : (t \mathbin{\hat{@}} \alpha)[\sigma] = (t[\sigma]) \mathbin{\hat{@}} \alpha & \hat{@}[]^{\mathsf{R}} & :\equiv \mathsf{UIP}
\end{array}
$$

Syntax	**Displayed algebras**		**Sections**	
$\Gamma : \mathsf{Con}$	Γ^{D}	$: \Gamma^{\mathsf{A}} \to \mathsf{Set}$	Γ^{S}	$: (\gamma : \Gamma^{\mathsf{A}}) \to \Gamma^{\mathsf{D}}\,\gamma \to \mathsf{Set}$
$A : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	A^{D}	$: \Gamma^{\mathsf{D}}\,\gamma \to A^{\mathsf{A}}\,\gamma \to \mathsf{Set}$	A^{S}	$: \Gamma^{\mathsf{S}}\,\gamma\,\gamma^{D} \to (\alpha : A^{\mathsf{A}}\,\gamma) \to A^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,\alpha \to \mathsf{Set}$
$\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta$	σ^{D}	$: \Gamma^{\mathsf{D}}\,\gamma \to \Delta^{\mathsf{D}}\,(\sigma^{\mathsf{A}}\,\gamma)$	σ^{S}	$: \Gamma^{\mathsf{S}}\,\gamma\,\gamma^{D} \to \Delta^{\mathsf{S}}\,(\sigma^{\mathsf{A}}\,\gamma)\,(\sigma^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D})$
$t : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,A$	t^{D}	$: (\gamma^{D} : \Gamma^{\mathsf{D}}\,\gamma) \to A^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,(t^{\mathsf{A}}\,\gamma)$	t^{S}	$: (\gamma^{S} : \Gamma^{\mathsf{S}}\,\gamma\,\gamma^{D}) \to A^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,(t^{\mathsf{A}}\,\gamma)\,(t^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D})$
$\cdot : \mathsf{Con}$	$\cdot^{\mathsf{D}}\ \mathsf{tt}$	$:\equiv \top$	$\cdot^{\mathsf{S}}\ \mathsf{tt}\,\mathsf{tt}$	$:\equiv \top$
$\Gamma \triangleright A : \mathsf{Con}$	$(\Gamma \triangleright A)^{\mathsf{D}}\,(\gamma, \alpha)$	$:\equiv (\gamma^{D} : \Gamma^{\mathsf{D}}\,\gamma) \times A^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,\alpha$	$(\Gamma \triangleright A)^{\mathsf{S}}\,(\gamma, \alpha)\,(\gamma^{D}, \alpha^{D})$	$:\equiv (\gamma^{S} : \Gamma^{\mathsf{S}}\,\gamma\,\gamma^{D}) \times A^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,\alpha\,\alpha^{D}$
$(A : \mathsf{Ty}\,\Delta)[\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta] : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	$(A[\sigma])^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,\alpha$	$:\equiv A^{\mathsf{D}}\,(\sigma^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D})\,\alpha$	$(A[\sigma])^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,\alpha\,\alpha^{D}$	$:\equiv A^{\mathsf{S}}\,(\sigma^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S})\,\alpha\,\alpha^{D}$
$\mathsf{id} : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Gamma$	$\mathsf{id}^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}$	$:\equiv \gamma^{D}$	$\mathsf{id}^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}$	$:\equiv \gamma^{S}$
$(\sigma : \mathsf{Sub}\,\Theta\,\Delta) \circ (\delta : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Theta) : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta$	$(\sigma \circ \delta)^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}$	$:\equiv \sigma^{\mathsf{D}}\,(\delta^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D})$	$(\sigma \circ \delta)^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}$	$:\equiv \sigma^{\mathsf{S}}\,(\delta^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S})$
$\epsilon : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\cdot$	$\epsilon^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}$	$:\equiv \mathsf{tt}$	$\epsilon^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}$	$:\equiv \mathsf{tt}$
$(\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta), (t : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(A[\sigma])) : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,(\Delta \triangleright A)$	$(\sigma, t)^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}$	$:\equiv (\sigma^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}, t^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D})$	$(\sigma, t)^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}$	$:\equiv (\sigma^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}, t^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S})$
$\pi_1\,(\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,(\Delta \triangleright A)) : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta$	$(\pi_1\,\sigma)^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}$	$:\equiv \mathsf{proj}_1\,(\sigma^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D})$	$(\pi_1\,\sigma)^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}$	$:\equiv \mathsf{proj}_1\,(\sigma^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S})$
$\pi_2\,(\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,(\Delta \triangleright A)) : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(A[\pi_1\,\sigma])$	$(\pi_2\,\sigma)^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}$	$:\equiv \mathsf{proj}_2\,(\sigma^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D})$	$(\pi_2\,\sigma)^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}$	$:\equiv \mathsf{proj}_2\,(\sigma^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S})$
$(t : \mathsf{Tm}\,\Delta\,A)[\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta] : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(A[\sigma])$	$(t[\sigma])^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}$	$:\equiv t^{\mathsf{D}}\,(\sigma^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D})$	$(t[\sigma])^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}$	$:\equiv t^{\mathsf{S}}\,(\sigma^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S})$
$[\mathsf{id}] : A[\mathsf{id}] = A$	$[\mathsf{id}]^{\mathsf{D}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$[\mathsf{id}]^{\mathsf{S}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$[\circ] : A[\sigma \circ \delta] = A[\sigma][\delta]$	$[\circ]^{\mathsf{D}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$[\circ]^{\mathsf{S}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\mathsf{ass} : (\sigma \circ \delta) \circ \nu = \sigma \circ (\delta \circ \nu)$	$\mathsf{ass}^{\mathsf{D}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\mathsf{ass}^{\mathsf{S}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\mathsf{idl} : \mathsf{id} \circ \sigma = \sigma$	$\mathsf{idl}^{\mathsf{D}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\mathsf{idl}^{\mathsf{S}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\mathsf{idr} : \sigma \circ \mathsf{id} = \sigma$	$\mathsf{idr}^{\mathsf{D}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\mathsf{idr}^{\mathsf{S}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\cdot\eta : \{\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\cdot\} \to \sigma = \epsilon$	$\cdot\eta^{\mathsf{D}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\cdot\eta^{\mathsf{S}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\triangleright\beta_1 : \pi_1\,(\sigma, t) = \sigma$	$\triangleright{\beta_1}^{\mathsf{D}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\triangleright{\beta_1}^{\mathsf{S}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\triangleright\beta_2 : \pi_2\,(\sigma, t) = t$	$\triangleright{\beta_2}^{\mathsf{D}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\triangleright{\beta_2}^{\mathsf{S}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\triangleright\eta : (\pi_1\,\sigma, \pi_2\,\sigma) = \sigma$	$\triangleright\eta^{\mathsf{D}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\triangleright\eta^{\mathsf{S}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$,\circ : (\sigma, t) \circ \delta = (\sigma \circ \delta, t[\delta])$	$,\circ^{\mathsf{D}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$,\circ^{\mathsf{S}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\mathsf{U} : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	$\mathsf{U}^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,T$	$:\equiv T \to \mathsf{Set}$	$\mathsf{U}^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,T\,T^{D}$	$:\equiv (\alpha : T) \to T^{D}\,\alpha$

$\mathsf{El}\,(a : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,\mathsf{U}) : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	$(\mathsf{El}\,a)^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,\alpha$	$:\equiv a^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,\alpha$	$(\mathsf{El}\,a)^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,\alpha\,\alpha^{D}$	$:\equiv a^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,\alpha = \alpha^{D}$
$\mathsf{U}[] : \mathsf{U}[\sigma] = \mathsf{U}$	$\mathsf{U}[]^{\mathsf{A}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\mathsf{U}[]^{\mathsf{S}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\mathsf{El}[] : (\mathsf{El}\,a)[\sigma] = \mathsf{El}\,(a[\sigma])$	$\mathsf{El}[]^{\mathsf{A}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\mathsf{El}[]^{\mathsf{S}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\Pi\,(a : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,\mathsf{U})(B : \mathsf{Ty}\,(\Gamma \triangleright \mathsf{El}\,a)) : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	$(\Pi\,a\,B)^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,f$	$:\equiv (\alpha^{D} : a^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,\alpha) \to$ $B^{\mathsf{D}}\,(\gamma^{D}, \alpha^{D})\,(f\,\alpha)$	$(\Pi\,a\,B)^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,f\,f^{D}$	$:\equiv (\alpha : a^{\mathsf{A}}\,\gamma) \to$ $B^{\mathsf{S}}\,(\gamma^{S}, \mathsf{refl}_{a^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,\alpha})\,(f\,\alpha)\,(f^{D}\,(a^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,\alpha))$
$\mathsf{app}\,(t : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(\Pi\,a\,B)) : \mathsf{Tm}\,(\Gamma \triangleright \mathsf{El}\,a)\,B$	$(\mathsf{app}\,t)^{\mathsf{D}}\,(\gamma^{D}, \alpha^{D})$	$:\equiv t^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,\alpha^{D}$	$(\mathsf{app}\,t)^{\mathsf{S}}\,(\gamma^{S}, \alpha^{S})$	$:\equiv \mathsf{J}_{x.z.B^{\mathsf{S}}\,(\gamma^{S}, z)\,(t^{\mathsf{A}}\,\gamma\,\alpha)\,(t^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,x)}\,(t^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,\alpha)\,\alpha^{S}$
$\Pi[] : (\Pi\,a\,B)[\sigma] = \Pi\,(a[\sigma])\,(B[\sigma^{\uparrow}])$	$\Pi[]^{\mathsf{D}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\Pi[]^{\mathsf{S}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\mathsf{app}[] : (\mathsf{app}\,t)[\sigma\uparrow] = \mathsf{app}\,(t[\sigma])$	$\mathsf{app}[]^{\mathsf{D}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\mathsf{app}[]^{\mathsf{S}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\mathsf{Id}\,(a : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,\mathsf{U})\,(t\,u : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(\mathsf{El}\,a)) : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	$(\mathsf{Id}\,a\,t\,u)^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,e$	$:\equiv \mathsf{tr}_{(a^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D})}\,e\,(t^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}) = u^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}$	$(\mathsf{Id}\,a\,t\,u)^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,e\,e^{D}$	$:\equiv \top$
$\mathsf{reflect}\,(e : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(\mathsf{Id}\,a\,t\,u)) : t = u$	$(\mathsf{reflect}\,e)^{\mathsf{D}}$	$: t^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D} \overset{e^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}}{=} u^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}$	$(\mathsf{reflect}\,e)^{\mathsf{S}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\mathsf{Id}[] : (\mathsf{Id}\,a\,t\,u)[\sigma] = \mathsf{Id}\,(a[\sigma])\,(t[\sigma])\,(u[\sigma])$	$\mathsf{Id}[]^{\mathsf{D}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\mathsf{Id}[]^{\mathsf{S}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\hat{\Pi}\,(T : \mathsf{Set})\,(B : T \to \mathsf{Ty}\,\Gamma) : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	$(\hat{\Pi}\,T\,B)^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,f$	$:\equiv (\alpha : T) \to (B\,\alpha)^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,(f\,\alpha)$	$(\hat{\Pi}\,T\,B)^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,f\,f^{D}$	$:\equiv (\alpha : T) \to (B\,\alpha)^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,(f\,\alpha)\,(f^{D}\,\alpha)$
$(t : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(\hat{\Pi}\,T\,B))\,\hat{@}(\alpha : T) : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(B\,\alpha)$	$(t\,\hat{@}\,\alpha)^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}$	$:\equiv t^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,\alpha$	$(t\,\hat{@}\,\alpha)^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}$	$:\equiv t^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,\alpha$
$\hat{\Pi}[] : (\hat{\Pi}\,T\,B)[\sigma] = \hat{\Pi}\,T\,(\lambda\alpha.(B\,\alpha)[\sigma])$	$\hat{\Pi}[]^{\mathsf{D}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\hat{\Pi}[]^{\mathsf{S}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$
$\hat{@}[] : (t\,\hat{@}\,\alpha)[\sigma] = (t[\sigma])\,\hat{@}\,\alpha$	$\hat{@}[]^{\mathsf{D}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$	$\hat{@}[]^{\mathsf{S}}$	$:\equiv \mathsf{refl}$

Syntax	Assuming $\omega^D : \Omega^{\mathsf{D}}\,\mathsf{con}$, the **eliminator** is given by $\mathsf{elim}_\Omega\,\omega^D :\equiv \Omega^{\mathsf{E}}{}_{\omega^D}\;\mathsf{id}$	
$\Gamma : \mathsf{Con}$	Γ^{E}	$: (\nu : \mathsf{Sub}\,\Omega\,\Gamma) \to \Gamma^{\mathsf{S}}\,(\nu^{\mathsf{A}}\,\mathsf{con})\,(\nu^{\mathsf{D}}\,\omega^D)$
$A : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	A^{E}	$: (\nu : \mathsf{Sub}\,\Omega\,\Gamma)(t : \mathsf{Tm}\,\Omega\,(A[\nu])) \to A^{\mathsf{S}}\,(\Gamma^{\mathsf{E}}\,\nu)\,(t^{\mathsf{A}}\,\mathsf{con})\,(t^{\mathsf{D}}\,\omega^D)$
$\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta$	σ^{E}	$: (\nu : \mathsf{Sub}\,\Omega\,\Gamma) \to \Delta^{\mathsf{E}}\,(\sigma \circ \nu) = \sigma^{\mathsf{S}}\,(\Gamma^{\mathsf{E}}\,\nu)$
$t : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,A$	t^{E}	$: (\nu : \mathsf{Sub}\,\Omega\,\Gamma) \to A^{\mathsf{E}}\,\nu\,(t[\nu]) = t^{\mathsf{S}}\,(\Gamma^{\mathsf{E}}\,\nu)$
$\cdot : \mathsf{Con}$	$\cdot^{\mathsf{E}}\;\nu$	$:\equiv \mathsf{tt}$
$\Gamma \rhd A : \mathsf{Con}$	$(\Gamma \rhd A)^{\mathsf{E}}\,\nu$	$:\equiv \big(\Gamma^{\mathsf{E}}\,(\pi_1\,\nu), A^{\mathsf{E}}\,(\pi_1\,\nu)\,(\pi_2\,\nu)\big)$
$(A : \mathsf{Ty}\,\Delta)[\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta] : \mathsf{Ty}\,\Gamma$	$(A[\sigma])^{\mathsf{E}}\,\nu\,t$	$:\equiv \mathsf{tr}_{(A^{\mathsf{S}}\,-\,(t^{\mathsf{A}}\,\mathsf{con})\,(t^{\mathsf{D}}\,\omega^D))}\,(\sigma^{\mathsf{E}}\,\nu)\,(A^{\mathsf{E}}\,(\sigma \circ \nu)\,t)$
$\mathsf{id} : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Gamma$	$\mathsf{id}^{\mathsf{E}}\,\nu$	$: \Gamma^{\mathsf{E}}\,\nu = \Gamma^{\mathsf{E}}\,\nu$
$(\sigma : \mathsf{Sub}\,\Theta\,\Delta) \circ (\delta : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Theta) : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta$	$(\sigma \circ \delta)^{\mathsf{E}}\,\nu$	$: \Delta^{\mathsf{E}}\,(\sigma \circ \delta \circ \nu) \overset{\sigma^{\mathsf{E}}\,(\delta \circ \nu)}{=} \sigma^{\mathsf{S}}\,(\Theta^{\mathsf{E}}\,(\delta \circ \nu)) \overset{\delta^{\mathsf{E}}\,\nu}{=} \sigma^{\mathsf{S}}\,(\delta^{\mathsf{S}}\,(\Gamma^{\mathsf{E}}\,\nu))$
$\epsilon : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\cdot$	$\epsilon^{\mathsf{E}}\,\nu$	$: \mathsf{tt} = \mathsf{tt}$
$(\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta), (t : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(A[\sigma])) : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,(\Delta \rhd A)$	$(\sigma, t)^{\mathsf{E}}\,\nu$	$: (\Delta^{\mathsf{E}}\,(\sigma \circ \nu), A^{\mathsf{E}}\,(\sigma \circ \nu)\,(t[\nu])) \overset{\sigma^{\mathsf{E}}\,\nu,\,t^{\mathsf{E}}\,\nu}{=} (\sigma^{\mathsf{S}}\,(\Gamma^{\mathsf{E}}\,\nu), t^{\mathsf{S}}\,(\Gamma^{\mathsf{E}}\,\nu))$
$\pi_1\,(\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,(\Delta \rhd A)) : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta$	$(\pi_1\,\sigma)^{\mathsf{E}}\,\nu$	$: \mathsf{proj}_1\,((\Delta \rhd A)^{\mathsf{E}}\,(\sigma \circ \nu)) \overset{\sigma^{\mathsf{E}}\,\nu}{=} \mathsf{proj}_1\,(\sigma^{\mathsf{S}}\,(\Gamma^{\mathsf{E}}\,\nu))$
$\pi_2\,(\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,(\Delta \rhd A)) : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(A[\pi_1\,\sigma])$	$(\pi_2\,\sigma)^{\mathsf{E}}\,\nu$	$: \mathsf{proj}_2\,((\Delta \rhd A)^{\mathsf{E}}\,(\sigma \circ \nu)) \overset{\sigma^{\mathsf{E}}\,\nu}{=} \mathsf{proj}_2\,(\sigma^{\mathsf{S}}\,(\Gamma^{\mathsf{E}}\,\nu))$
$(t : \mathsf{Tm}\,\Delta\,A)[\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta] : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(A[\sigma])$	$(t[\sigma])^{\mathsf{E}}\,\nu$	$: A^{\mathsf{E}}\,(\sigma \circ \nu)\,(t[\sigma][\nu]) \overset{t^{\mathsf{E}}\,(\sigma \circ \nu)}{=} t^{\mathsf{S}}\,(\Delta^{\mathsf{E}}\,(\sigma \circ \nu)) \overset{\sigma^{\mathsf{E}}\,\nu}{=} t^{\mathsf{S}}\,(\sigma^{\mathsf{S}}\,(\Gamma^{\mathsf{E}}\,\nu))$
$[\mathsf{id}] : A[\mathsf{id}] = A$	$[\mathsf{id}]^{\mathsf{E}}$	$: A^{\mathsf{E}}\,\nu\,t = A^{\mathsf{E}}\,\nu\,t$
$[\circ] : A[\sigma \circ \delta] = A[\sigma][\delta]$	$[\circ]^{\mathsf{E}}$	$: A^{\mathsf{E}}\,(\sigma \circ \delta \circ \nu)\,t = A^{\mathsf{E}}\,(\sigma \circ \delta \circ \nu)\,t$
$\mathsf{ass} : (\sigma \circ \delta) \circ \nu = \sigma \circ (\delta \circ \nu)$	$\mathsf{ass}^{\mathsf{E}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\mathsf{idl} : \mathsf{id} \circ \sigma = \sigma$	$\mathsf{idl}^{\mathsf{E}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\mathsf{idr} : \sigma \circ \mathsf{id} = \sigma$	$\mathsf{idr}^{\mathsf{E}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\cdot\eta : \{\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\cdot\} \to \sigma = \epsilon$	$\cdot\eta^{\mathsf{E}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\rhd\beta_1 : \pi_1\,(\sigma, t) = \sigma$	$\rhd\beta_1{}^{\mathsf{E}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\rhd\beta_2 : \pi_2\,(\sigma, t) = t$	$\rhd\beta_2{}^{\mathsf{E}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$\rhd\eta : (\pi_1\,\sigma, \pi_2\,\sigma) = \sigma$	$\rhd\eta^{\mathsf{E}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$
$,\circ : (\sigma, t) \circ \delta = (\sigma \circ \delta, t[\delta])$	$,\circ^{\mathsf{E}}$	$:\equiv \mathsf{UIP}$

$$
\begin{array}{lll}
\mathsf{U} : \mathsf{Ty}\,\Gamma & \mathsf{U}^{\mathsf{E}}\,\nu\,a & :\equiv \lambda\alpha.\mathsf{coe}\,(\alpha^{\mathsf{C}}\,\mathsf{id}^{-1})\,\Big((\mathsf{coe}\,(a^{\mathsf{C}}\,\mathsf{id}^{-1})\,\alpha)^{\mathsf{D}}\,\omega^{D}\Big) \\
\mathsf{El}\,(a : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,\mathsf{U}) : \mathsf{Ty}\,\Gamma & (\mathsf{El}\,a)^{\mathsf{E}}\,\nu\,t & : a^{\mathsf{S}}\,(\Gamma^{\mathsf{E}}\,\nu)\,(t^{\mathsf{A}}\,\mathsf{con}) \overset{t^{\mathsf{C}}\,\mathsf{id}}{=} a^{\mathsf{S}}\,(\Gamma^{\mathsf{E}}\,\nu)\,t \overset{a^{\mathsf{E}}\,\nu}{=} t^{\mathsf{D}}\,\omega^{D} \\
\mathsf{U}[] : \mathsf{U}[\sigma] = \mathsf{U} & \mathsf{U}[]^{\mathsf{E}} & : \alpha.\alpha^{\mathsf{D}}\,\omega^{D} = \alpha.\alpha^{\mathsf{D}}\,\omega^{D} \\
\mathsf{El}[] : (\mathsf{El}\,a)[\sigma] = \mathsf{El}\,(a[\sigma]) & \mathsf{El}[]^{\mathsf{E}} & :\equiv \mathsf{UIP} \\
\Pi\,(a : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,\mathsf{U})(B : \mathsf{Ty}\,(\Gamma \rhd \mathsf{El}\,a)) : \mathsf{Ty}\,\Gamma & (\Pi\,a\,B)^{\mathsf{E}}\,\nu\,t & :\equiv \lambda\alpha.\mathsf{let}\,u :\equiv \mathsf{coe}\,(a^{\mathsf{C}}\,\nu^{-1})\,(\mathsf{tr}_{a^{\mathsf{A}}}\,(\nu^{\mathsf{C}}\,\mathsf{id}^{-1})\alpha)\,\mathsf{in}\,\mathsf{tr}\,(u^{\mathsf{C}}\,\mathsf{id}^{-1})\,\big(\mathsf{tr}\,(a^{\mathsf{E}}\,\nu)\,(B^{\mathsf{E}}\,(\nu, u)\,(t\,@\,u))\big) \\
\mathsf{app}\,(t : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(\Pi\,a\,B)) : \mathsf{Tm}\,(\Gamma \rhd \mathsf{El}\,a)\,B & (\mathsf{app}\,t)^{\mathsf{E}}\,(\nu, u) & : B^{\mathsf{E}}\,(\nu, u)\,(t[\nu]\,@\,u) \overset{t^{\mathsf{E}}\,\nu}{=} t^{\mathsf{S}}\,(\Gamma^{\mathsf{E}}\,\nu) \\
\Pi[] : (\Pi\,a\,B)[\sigma] = \Pi\,(a[\sigma])\,(B[\sigma^{\uparrow}]) & \Pi[]^{\mathsf{E}} & : \lambda\alpha.B^{\mathsf{E}}\,(\sigma \circ \nu, \alpha)\,(t\,@\,\alpha) = \lambda\alpha.B^{\mathsf{E}}\,(\sigma \circ \nu, \alpha)\,(t\,@\,\alpha) \\
\mathsf{app}[] : (\mathsf{app}\,t)[\sigma\,\uparrow] = \mathsf{app}\,(t[\sigma]) & \mathsf{app}[]^{\mathsf{E}} & :\equiv \mathsf{UIP} \\
\mathsf{Id}\,(a : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,\mathsf{U})\,(t\,u : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(\mathsf{El}\,a)) : \mathsf{Ty}\,\Gamma & \mathsf{Id}\,a\,t\,u^{\mathsf{E}}\,\nu\,e & :\equiv \mathsf{tt} \\
\mathsf{reflect}\,(e : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(\mathsf{Id}\,a\,t\,u)) : t = u & (\mathsf{reflect}\,e)^{\mathsf{E}} & :\equiv \mathsf{UIP} \\
\mathsf{Id}[] : (\mathsf{Id}\,a\,t\,u)[\sigma] = \mathsf{Id}\,(a[\sigma])\,(t[\sigma])\,(u[\sigma]) & \mathsf{Id}[]^{\mathsf{E}} & : \mathsf{tt} = \mathsf{tt} \\
\hat{\Pi}\,(T : \mathsf{Set})\,(B : T \to \mathsf{Ty}\,\Gamma) : \mathsf{Ty}\,\Gamma & (\hat{\Pi}\,T\,B)^{\mathsf{E}}\,\nu\,t & :\equiv \lambda\alpha.(B\,\alpha)^{\mathsf{E}}\,\nu\,(t\,\hat{@}\,\alpha) \\
(t : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(\hat{\Pi}\,T\,B))\,\hat{@}(\alpha : T) : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,(B\,\alpha) & (t\,\hat{@}\,\alpha)^{\mathsf{E}}\,\nu & : (B\,\alpha)^{\mathsf{E}}\,\nu\,(t[\nu]\,\hat{@}\,\alpha) \overset{t^{\mathsf{E}}\,\nu}{=} t^{\mathsf{S}}\,(\Gamma^{\mathsf{E}}\,\nu)\,\alpha \\
\hat{\Pi}[] : (\hat{\Pi}\,T\,B)[\sigma] = \hat{\Pi}\,T\,(\lambda\alpha.(B\,\alpha)[\sigma]) & \hat{\Pi}[]^{\mathsf{E}} & : \lambda\alpha.(B\,\alpha)^{\mathsf{E}}\,(\sigma \circ \nu)\,(t\,\hat{@}\,\alpha) = \lambda\alpha.(B\,\alpha)^{\mathsf{E}}\,(\sigma \circ \nu)\,(t\,\hat{@}\,\alpha) \\
\hat{@}[] : (t\,\hat{@}\,\alpha)[\sigma] = (t[\sigma])\,\hat{@}\,\alpha & \hat{@}[]^{\mathsf{E}} & :\equiv \mathsf{UIP}
\end{array}
$$

B THE MAIN PARTS OF THE $\mathsf{CWF}^{\mathsf{K}}_{\mathsf{Eq}}$ MODEL

The interpretation of Γ : Con:

$$
\begin{array}{ll}
\Gamma^{\mathsf{A}} & : \mathsf{Set} \\
\Gamma^{\mathsf{D}} & : \Gamma^{\mathsf{A}} \to \mathsf{Set} \\
\Gamma^{\mathsf{M}} & : \Gamma^{\mathsf{A}} \to \Gamma^{\mathsf{A}} \to \mathsf{Set} \\
\Gamma^{\mathsf{S}} & : (\gamma : \Gamma^{\mathsf{A}}) \to \Gamma^{\mathsf{D}}\,\gamma \to \mathsf{Set} \\
\cdot_\Gamma & : \Gamma^{\mathsf{A}} \\
\triangleright_\Gamma & : (\gamma : \Gamma^{\mathsf{A}}) \to \Gamma^{\mathsf{D}}\,\gamma \to \Gamma^{\mathsf{A}} \\
-[-]_\Gamma & : \Gamma^{\mathsf{D}}\,\gamma' \to \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma\,\gamma' \to \Gamma^{\mathsf{D}}\,\gamma \\
\mathsf{id}_\Gamma & : (\gamma : \Gamma^{\mathsf{A}}) \to \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma\,\gamma \\
- \circ_\Gamma - & : \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma'\,\gamma'' \to \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma\,\gamma' \to \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma\,\gamma'' \\
\epsilon_\Gamma & : \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma\,\cdot_\Gamma \\
-,_\Gamma - & : (\gamma^M : \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma\,\gamma') \to \Gamma^{\mathsf{S}}\,\gamma\,(\gamma^{D'}[\gamma^M]_\Gamma) \to \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma\,(\gamma' \triangleright \gamma^{D'}) \\
\pi_{1\Gamma} & : \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma\,(\gamma' \triangleright_\Gamma \gamma^{D'}) \to \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma\,\gamma' \\
\pi_{2\Gamma} & : (\gamma^M : \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma\,(\gamma' \triangleright_\Gamma \gamma^{D'})) \to \Gamma^{\mathsf{S}}\,\gamma\,(\gamma^{D'}[\pi_{1\Gamma}\,\gamma^M]_\Gamma) \\
-[-]_\Gamma & : \Gamma^{\mathsf{S}}\,\gamma'\,\gamma^{D'} \to (\gamma^M : \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma\,\gamma') \to \Gamma^{\mathsf{S}}\,\gamma\,(\gamma^{D'}[\gamma^M]_\Gamma) \\
[\mathsf{id}]_\Gamma & : \gamma^D[\mathsf{id}_\Gamma]_\Gamma = \gamma^D \\
[\circ]_\Gamma & : \gamma^{D''}[\gamma^{M'} \circ_\Gamma \gamma^M]_\Gamma = \gamma^{D'}[\gamma^{M'}]_\Gamma[\gamma^M]_\Gamma \\
\mathsf{ass}_\Gamma & : (\gamma^{M''} \circ_\Gamma \gamma^{M'}) \circ_\Gamma \gamma^M = \gamma^{M''} \circ_\Gamma (\gamma^{M'} \circ_\Gamma \gamma^M) \\
\mathsf{idl}_\Gamma & : \mathsf{id}_\Gamma\,\gamma' \circ_\Gamma \gamma^M = \gamma^M \\
\mathsf{idr}_\Gamma & : \gamma^M \circ_\Gamma \mathsf{id}_\Gamma\,\gamma = \gamma^M \\
\cdot\eta_\Gamma & : (\gamma^M : \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma\,\cdot_\Gamma) \to \gamma^M = \epsilon_\Gamma\,\gamma \\
\triangleright\beta_{1\Gamma} & : \pi_{1\Gamma}\,(\gamma^M,_\Gamma\,\gamma^S) = \gamma^M \\
\triangleright\beta_{2\Gamma} & : \pi_{2\Gamma}\,(\gamma^M,_\Gamma\,\gamma^S) = \gamma^S \\
\triangleright\eta_\Gamma & : (\pi_{1\Gamma}\,\gamma^M,_\Gamma\,\pi_{2\Gamma}\,\gamma^M) = \gamma^M \\
,\circ_\Gamma & : (\gamma^{M'},_\Gamma\,\gamma^{S'}) \circ_\Gamma \gamma^M = (\gamma^{M'} \circ_\Gamma \gamma^M,_\Gamma\,(\gamma^{S'}[\gamma^M]_\Gamma)) \\
\mathsf{K}_\Gamma & : \Gamma^{\mathsf{A}} \to \Gamma^{\mathsf{D}}\,\gamma' \\
\mathsf{K}[]_\Gamma & : \mathsf{K}_\Gamma\,\gamma''[\gamma^M]_\Gamma = \mathsf{K}_\Gamma\,\gamma'' \\
\mathsf{mk}_\Gamma & : \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma\,\bar{\gamma} \to \Gamma^{\mathsf{S}}\,\gamma\,(\mathsf{K}_\Gamma\,\bar{\gamma}) \\
\mathsf{unk}_\Gamma & : \Gamma^{\mathsf{S}}\,\gamma\,(\mathsf{K}_\Gamma\,\bar{\gamma}) \to \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma\,\bar{\gamma} \\
\mathsf{K}\beta_\Gamma & : \mathsf{unk}_\Gamma\,(\mathsf{mk}_\Gamma\,\gamma^M) = \gamma^M \\
\mathsf{K}\eta_\Gamma & : \mathsf{mk}_\Gamma\,(\mathsf{unk}_\Gamma\,\gamma^S) = \gamma^S \\
\mathsf{mk}[]_\Gamma & : \mathsf{mk}_\Gamma\,\bar{\gamma}^M[\gamma^M]_\Gamma = \mathsf{mk}_\Gamma\,(\bar{\gamma}^M \circ_\Gamma \gamma^M) \\
\mathsf{Eq}_\Gamma & : \Gamma^{\mathsf{S}}\,\gamma\,\gamma^D \to \Gamma^{\mathsf{S}}\,\gamma\,\gamma^D \to \Gamma^{\mathsf{D}}\,\gamma \\
\mathsf{Eq}[]_\Gamma & : (\mathsf{Eq}_\Gamma\,\gamma^{S0}\,\gamma^{S1})[\gamma^M]_\Gamma = \mathsf{Eq}_\Gamma\,(\gamma^{S0}[\gamma^M]_\Gamma)\,(\gamma^{S1}[\gamma^M]_\Gamma) \\
\mathsf{eqreflect}_\Gamma & : \Gamma^{\mathsf{S}}\,\gamma\,(\mathsf{Eq}_\Gamma\,\gamma^D\,\gamma^{S0}\,\gamma^{S1}) \to \gamma^{S0} = \gamma^{S1}
\end{array}
$$

The interpretation of $A : \mathsf{Ty}\,\Gamma$:

$$
\begin{array}{ll}
A^{\mathsf{A}} & : \Gamma^{\mathsf{A}} \to \mathsf{Set} \\
A^{\mathsf{D}} & : \Gamma^{\mathsf{D}}\,\gamma \to A^{\mathsf{D}}\,\gamma \to \mathsf{Set} \\
A^{\mathsf{M}} & : \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma\,\gamma' \to A^{\mathsf{A}}\,\gamma \to A^{\mathsf{A}}\,\gamma' \to \mathsf{Set} \\
A^{\mathsf{S}} & : \Gamma^{\mathsf{S}}\,\gamma\,\gamma^{D} \to (\alpha : A^{\mathsf{A}}\,\gamma) \to A^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,\alpha \to \mathsf{Set} \\
\cdot_{A} & : A^{\mathsf{A}}\,\cdot_{\Gamma} \\
\rhd_{A} & : (\alpha : A^{\mathsf{A}}\,\gamma) \to A^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,\alpha \to A^{\mathsf{A}}\,(\gamma \rhd_{\Gamma} \gamma^{D}) \\
-[-]_{A} & : A^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D'}\,\alpha' \to A^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha\,\alpha' \to A^{\mathsf{D}}\,(\gamma^{D'}[\gamma^{M}]_{\Gamma})\,\alpha \\
\mathsf{id}_{A} & : (\alpha : A^{\mathsf{A}}\,\gamma) \to A^{\mathsf{M}}\,(\mathsf{id}_{\Gamma}\,\gamma)\,\alpha\,\alpha \\
- \circ_{A} - & : A^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M'}\,\alpha'\,\alpha'' \to A^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha\,\alpha' \to A^{\mathsf{M}}\,(\gamma^{M'} \circ_{\Gamma} \gamma^{M})\,\alpha\,\alpha'' \\
\epsilon_{A} & : A^{\mathsf{M}}\,\epsilon_{\Gamma}\,\alpha\,\cdot_{A} \\
-,_{A} - & : (\alpha^{M} : A^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha\,\alpha') \to A^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,\alpha\,(\alpha^{D'}[\alpha^{M}]_{A}) \to A^{\mathsf{M}}\,(\gamma^{M},_{\Gamma}\,\gamma^{S})\,\alpha\,(\alpha' \rhd_{A} \alpha^{D'}) \\
\pi_{1A} & : A^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha\,(\alpha' \rhd_{A} \alpha^{D'}) \to A^{\mathsf{M}}\,(\pi_{1\Gamma}\,\gamma^{M})\,\alpha\,\alpha' \\
\pi_{2A} & : (\alpha^{M} : A^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha\,(\alpha' \rhd_{A} \alpha^{D'})) \to A^{\mathsf{S}}\,(\pi_{2\Gamma}\,\gamma^{M})\,\alpha\,(\alpha^{D'}[\pi_{1A}\,\alpha^{M}]_{A}) \\
-[-]_{A} & : A^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S'}\,\alpha'\,\alpha^{D'} \to (\alpha^{M} : \alpha^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha\,\alpha') \to A^{\mathsf{S}}\,(\gamma^{S'}[\gamma^{M}]_{\Gamma})\,\alpha\,(\alpha^{D'}[\alpha^{M}]_{A}) \\
[\mathsf{id}]_{A} & : \alpha^{D}[\mathsf{id}_{A}]_{A} = \alpha^{D} \\
[\circ]_{A} & : \alpha^{D''}[\alpha^{M'} \circ_{A} \alpha^{M}]_{A} = \alpha^{D'}[\alpha^{M'}]_{A}[\alpha^{M}]_{A} \\
\mathsf{ass}_{A} & : (\alpha^{M''} \circ_{A} \circ^{M'}) \circ_{A} \alpha^{M} = \alpha^{M''} \circ_{A} (\alpha^{M'} \circ_{A} \alpha^{M}) \\
\mathsf{idl}_{A} & : \mathsf{id}_{A}\,\alpha' \circ_{A} \alpha^{M} = \alpha^{M} \\
\mathsf{idr}_{A} & : \alpha^{M} \circ_{A} \mathsf{id}_{A}\,\alpha = \alpha^{M} \\
\cdot\eta_{A} & : (\alpha^{M} : A^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha\,\cdot_{A}) \to \alpha^{M} = \epsilon_{A}\,\alpha \\
\rhd\beta_{1A} & : \pi_{1A}\,(\alpha^{M},_{A}\,\alpha^{S}) = \alpha^{M} \\
\rhd\beta_{2A} & : \pi_{2A}\,(\alpha^{M},_{A}\,\alpha^{S}) = \alpha^{S} \\
\rhd\eta_{A} & : (\pi_{1A}\,\alpha^{M},_{A}\,\pi_{2A}\,\alpha^{M}) = \alpha^{M} \\
,\circ_{A} & : (\alpha^{M'},_{A}\,\alpha^{S'}) \circ_{A} \alpha^{M} = (\alpha^{M'} \circ_{A} \alpha^{M},_{A}\,(\alpha^{S'}[\alpha^{M}]_{A})) \\
\mathsf{K}_{A} & : A^{\mathsf{A}}\,\gamma \to A^{\mathsf{D}}\,(\mathsf{K}_{\Gamma}\,\gamma)\,\alpha' \\
\mathsf{K}[]_{A} & : \mathsf{K}_{A}\,\alpha''[\alpha^{M}]_{A} = \mathsf{K}_{A}\,\alpha'' \\
\mathsf{mk}_{A} & : A^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha\,\bar{\alpha} \to A^{\mathsf{S}}\,(\mathsf{mk}_{\Gamma}\,\gamma^{M})\,\alpha\,(\mathsf{K}_{A}\,\bar{\alpha}) \\
\mathsf{unk}_{A} & : A^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,\alpha\,(\mathsf{K}_{A}\,\bar{\alpha}) \to A^{\mathsf{M}}\,(\mathsf{unk}_{\Gamma}\,\gamma^{S})\,\alpha\,\bar{\alpha} \\
\mathsf{K}\beta_{A} & : \mathsf{unk}_{A}\,(\mathsf{mk}_{A}\,\alpha^{M}) = \alpha^{M} \\
\mathsf{K}\eta_{A} & : \mathsf{mk}_{A}\,(\mathsf{unk}_{A}\,\alpha^{S}) = \alpha^{S} \\
\mathsf{mk}[]_{A} & : \mathsf{mk}_{A}\,\bar{\alpha}^{M}[\alpha^{M}]_{A} = \mathsf{mk}_{A}\,(\bar{\alpha}^{M} \circ_{A} \alpha^{M}) \\
Eq_{A} & : A^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S0}\,\alpha\,\alpha^{D} \to A^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S1}\,\ \alpha\alpha^{D} \to A^{\mathsf{D}}\,(\mathsf{Eq}_{\Gamma}\,\gamma^{D}\,\gamma^{S0}\,\gamma^{S1})\,\alpha \\
\mathsf{Eq}[]_{A} & : (\mathsf{Eq}_{A}\,\alpha^{S0}\,\alpha^{S1})[\alpha^{M}]_{A} = \mathsf{Eq}_{A}\,(\alpha^{S0}[\alpha^{M}]_{A})\,(\alpha^{S1}[\alpha^{M}]_{A}) \\
\mathsf{eqreflect}_{A} & : A^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,\alpha\,(\mathsf{Eq}_{A}\,\alpha^{D}\,\alpha^{S0}\,\alpha^{S1}) \to \alpha^{S0} = \alpha^{S1}
\end{array}
$$

The interpretation of $\sigma : \mathsf{Sub}\,\Gamma\,\Delta$:

$$
\begin{array}{ll}
\sigma^{\mathsf{A}} & : \Gamma^{\mathsf{A}} \to \Delta^{\mathsf{A}} \\
\sigma^{\mathsf{D}} & : \Gamma^{\mathsf{D}}\,\gamma \to \Delta^{\mathsf{D}}\,(\sigma^{\mathsf{A}}\,\gamma) \\
\sigma^{\mathsf{M}} & : \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma\,\gamma' \to \Delta^{\mathsf{M}}\,(\sigma^{\mathsf{A}}\,\gamma)\,(\sigma^{\mathsf{A}}\,\gamma') \\
\sigma^{\mathsf{S}} & : \Gamma^{\mathsf{S}}\,\gamma\,\gamma^{D} \to \Delta^{\mathsf{S}}\,(\sigma^{\mathsf{A}}\,\gamma)\,(\sigma^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}) \\
\cdot_{\sigma} & : \sigma^{\mathsf{A}}\,\cdot_{\Gamma} = \cdot_{\Delta} \\
\triangleright_{\sigma} & : \forall\gamma\,\gamma^{D}.\sigma^{\mathsf{A}}\,\gamma \triangleright_{\Delta} \sigma^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D} = \sigma^{\mathsf{A}}\,(\gamma \triangleright_{\Gamma} \gamma^{D}) \\
-[-]_{\sigma} & : \forall\gamma^{D'}\,\gamma^{M}.\sigma^{\mathsf{D}}\,\gamma^{\mathsf{D}'}[\sigma^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}]_{\Delta} = \sigma^{\mathsf{D}}\,(\gamma^{D'}[\gamma^{M}]_{\Gamma}) \\
\mathsf{id}_{\sigma} & : \forall\gamma.\mathsf{id}_{\Delta}\,(\sigma^{\mathsf{A}}\,\gamma) = \sigma^{\mathsf{M}}\,(\mathsf{id}_{\Gamma}\,\gamma) \\
- \circ_{\sigma} - & : \forall\gamma^{M'}\,\gamma^{M}.\sigma^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M'} \circ_{\Delta} \sigma^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M} = \sigma^{\mathsf{M}}\,(\gamma^{M'} \circ_{\Gamma} \gamma^{M}) \\
\epsilon_{\sigma} & : \epsilon_{\Delta} = \sigma^{\mathsf{M}}\,\epsilon_{\Gamma} \\
-,_{\sigma} - & : \forall\gamma^{M}\,\gamma^{S}.\sigma^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M},_{\Delta}\,\sigma^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S} = \sigma^{\mathsf{M}}\,(\gamma^{M},_{\Gamma}\,\gamma^{S}) \\
\pi_{1\sigma} & : \forall\gamma^{M}.\pi_{1\Delta}\,(\sigma^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}) = \sigma^{\mathsf{M}}\,(\pi_{1\Gamma}\,\gamma^{M}) \\
\pi_{2\sigma} & : \forall\gamma^{M}.\pi_{2\Delta}\,(\sigma^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}) = \sigma^{\mathsf{S}}\,(\pi_{2\Gamma}\,\gamma^{M}) \\
-[-]_{\sigma} & : \forall\gamma^{S'}\,\gamma^{M}.\sigma^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S'}[\sigma^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}]_{\Delta} = \sigma^{\mathsf{S}}\,(\gamma^{S'}[\gamma^{M}]_{\Gamma}) \\
\mathsf{K}_{\sigma} & : (\gamma : \Gamma^{\mathsf{A}}) \to \mathsf{K}_{\Delta}\,(\sigma^{\mathsf{A}}\,\gamma) = \sigma^{\mathsf{D}}\,(\mathsf{K}_{\Gamma}\,\gamma) \\
\mathsf{mk}_{\sigma} & : \forall\gamma^{M}.\mathsf{mk}_{\Delta}\,(\sigma^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}) = \sigma^{\mathsf{S}}\,(\mathsf{mk}_{\Gamma}\,\gamma^{M}) \\
\mathsf{mk}_{\sigma} & : \forall\gamma^{S}.\mathsf{unk}_{\Delta}\,(\sigma^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}) = \sigma^{\mathsf{M}}\,(\mathsf{unk}_{\Gamma}\,\gamma^{S}) \\
\mathsf{Eq}_{\sigma} & : \forall\gamma^{S0}\,\gamma^{S1}.\mathsf{Eq}_{\Delta}\,(\sigma^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S0})\,(\sigma^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S1}) = \sigma^{\mathsf{D}}\,(\mathsf{Eq}_{\Gamma}\,\gamma^{S0}\,\gamma^{S1})
\end{array}
$$

The interpretation of $t : \mathsf{Tm}\,\Gamma\,A$:

$$
\begin{array}{ll}
t^{\mathsf{A}} & : (\gamma : \Gamma^{\mathsf{A}}) \to A^{\mathsf{A}}\,\gamma \\
t^{\mathsf{D}} & : (\gamma^{D} : \Gamma^{\mathsf{D}}\,\gamma) \to A^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,(t^{\mathsf{A}}\,\gamma) \\
t^{\mathsf{M}} & : (\gamma^{M} : \Gamma^{\mathsf{M}}\,\gamma\,\gamma') \to A^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,(t^{\mathsf{A}}\,\gamma)\,(t^{\mathsf{A}}\,\gamma') \\
t^{\mathsf{S}} & : (\gamma^{S} : \Gamma^{\mathsf{S}}\,\gamma\,\gamma^{D}) \to A^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,(t^{\mathsf{A}}\,\gamma)\,(t^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}) \\
\cdot_{t} & : t^{\mathsf{A}}\,\cdot_{\Gamma} = \cdot_{A} \\
\triangleright_{t} & : \forall\gamma\,\gamma^{D}.t^{\mathsf{A}}\,\gamma \triangleright_{A} t^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D} = t^{\mathsf{A}}\,(\gamma \triangleright_{\Gamma} \gamma^{D}) \\
-[-]_{t} & : \forall\gamma^{D'}\,\gamma^{M}.t^{\mathsf{D}}\,\gamma^{\mathsf{D}'}[t^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}]_{A} = t^{\mathsf{D}}\,(\gamma^{D'}[\gamma^{M}]_{\Gamma}) \\
\mathsf{id}_{t} & : \forall\gamma.\mathsf{id}_{A}\,(t^{\mathsf{A}}\,\gamma) = t^{\mathsf{M}}\,(\mathsf{id}_{\Gamma}\,\gamma) \\
- \circ_{t} - & : \forall\gamma^{M'}\,\gamma^{M}.t^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M'} \circ_{A} t^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M} = t^{\mathsf{M}}\,(\gamma^{M'} \circ_{\Gamma} \gamma^{M}) \\
\epsilon_{t} & : \epsilon_{A} = t^{\mathsf{M}}\,\epsilon_{\Gamma} \\
-,_{t} - & : \forall\gamma^{M}\,\gamma^{S}.t^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M},_{A}\,t^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S} = t^{\mathsf{M}}\,(\gamma^{M},_{\Gamma}\,\gamma^{S}) \\
\pi_{1t} & : \forall\gamma^{M}.\pi_{1A}\,(t^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}) = t^{\mathsf{M}}\,(\pi_{1\Gamma}\,\gamma^{M}) \\
\pi_{2t} & : \forall\gamma^{M}.\pi_{2A}\,(t^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}) = t^{\mathsf{S}}\,(\pi_{2\Gamma}\,\gamma^{M}) \\
-[-]_{t} & : \forall\gamma^{S'}\,\gamma^{M}.t^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S'}[t^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}]_{A} = t^{\mathsf{S}}\,(\gamma^{S'}[\gamma^{M}]_{\Gamma}) \\
\mathsf{K}_{t} & : (\gamma : \Gamma^{\mathsf{A}}) \to \mathsf{K}_{A}\,(t^{\mathsf{A}}\,\gamma) = t^{\mathsf{D}}\,(\mathsf{K}_{\Gamma}\,\gamma) \\
\mathsf{mk}_{t} & : \forall\gamma^{M}.\mathsf{mk}_{A}\,(t^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}) = t^{\mathsf{S}}\,(\mathsf{mk}_{\Gamma}\,\gamma^{M}) \\
\mathsf{mk}_{t} & : \forall\gamma^{S}.\mathsf{unk}_{A}\,(t^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}) = t^{\mathsf{M}}\,(\mathsf{unk}_{\Gamma}\,\gamma^{S}) \\
\mathsf{Eq}_{t} & : \forall\gamma^{S0}\,\gamma^{S1}.\mathsf{Eq}_{A}\,(t^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S0})\,(t^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S1}) = t^{\mathsf{D}}\,(\mathsf{Eq}_{\Gamma}\,\gamma^{S0}\,\gamma^{S1})
\end{array}
$$

The interpretation of $\mathsf{U} : \mathsf{Ty}\,\Gamma$:

$$
\begin{array}{ll}
\mathsf{U}^{\mathsf{A}}\,\gamma & :\equiv \mathsf{Set} \\
\mathsf{U}^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,T & :\equiv T \to \mathsf{Set} \\
\mathsf{U}^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,T\,T' & :\equiv T \to T' \\
\mathsf{U}^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,T\,T^{D} & :\equiv (\alpha : T) \to T^{D}\,\alpha \\
\cdot_{\mathsf{U}} & :\equiv \top \\
T \rhd_{\mathsf{U}} T^{D} & :\equiv (\alpha : T) \times T^{D}\,\alpha \\
T^{D}[T^{M}]_{\mathsf{U}}\,\alpha & :\equiv T^{D}\,(T^{M}\,\alpha) \\
\mathsf{id}_{\mathsf{U}}\,T\,\alpha & :\equiv \alpha \\
(T^{M'} \circ_{\mathsf{U}} T^{M})\,\alpha & :\equiv T^{M'}\,(T^{M}\,\alpha) \\
\epsilon_{\mathsf{U}}\,\_ & :\equiv \mathsf{tt} \\
(T^{M},_{\mathsf{U}}\,T^{S})\,\alpha & :\equiv (T^{M}\,\alpha, T^{S}\,\alpha) \\
\pi_{1\mathsf{U}}\,T^{M}\,\alpha & :\equiv \mathsf{proj}_1\,(T^{M}\,\alpha) \\
\pi_{2\mathsf{U}}\,T^{M}\,\alpha & :\equiv \mathsf{proj}_2\,(T^{M}\,\alpha) \\
(T^{S}[T^{M}]_{\mathsf{U}})\,\alpha & :\equiv T^{S}\,(T^{M}\,\alpha) \\
[\mathsf{id}]_{\mathsf{U}} & :\equiv \mathsf{refl} \\
[\circ]_{\mathsf{U}} & :\equiv \mathsf{refl} \\
\mathsf{ass}_{\mathsf{U}} & :\equiv \mathsf{refl} \\
\mathsf{idl}_{\mathsf{U}} & :\equiv \mathsf{refl} \\
\mathsf{idr}_{\mathsf{U}} & :\equiv \mathsf{refl} \\
\cdot\eta_{\mathsf{U}} & :\equiv \mathsf{refl} \\
\rhd\beta_{1\mathsf{U}} & :\equiv \mathsf{refl} \\
\rhd\beta_{2\mathsf{U}} & :\equiv \mathsf{refl} \\
\rhd\eta_{\mathsf{U}} & :\equiv \mathsf{refl} \\
,\circ_{\mathsf{U}} & :\equiv \mathsf{refl} \\
\mathsf{K}_{\mathsf{U}}\,T\,\_ & :\equiv T \\
\mathsf{K}[]_{\mathsf{U}} & :\equiv \mathsf{refl} \\
\mathsf{mk}_{\mathsf{U}}\,T^{M} & :\equiv T^{M} \\
\mathsf{unk}_{\mathsf{U}}\,T^{S} & :\equiv T^{S} \\
\mathsf{K}\beta_{\mathsf{U}} & :\equiv \mathsf{refl} \\
\mathsf{K}\eta_{\mathsf{U}} & :\equiv \mathsf{refl} \\
\mathsf{mk}[]_{\mathsf{U}} & :\equiv \mathsf{refl} \\
\mathsf{Eq}_{\mathsf{U}}\,T^{S0}\,T^{S1}\,\alpha & :\equiv T^{S0}\,\alpha = T^{S1}\,\alpha \\
\mathsf{Eq}[]_{\mathsf{U}} & :\equiv \mathsf{UIP} \\
\mathsf{eqreflect}_{\mathsf{U}} & :\equiv \mathsf{funext}
\end{array}
$$

The interpretation of $\mathsf{El}\,a : \mathsf{Ty}\,\Gamma$:

$$
\begin{array}{ll}
(\mathsf{El}\,a)^{\mathsf{A}}\,\gamma & :\equiv a^{\mathsf{A}}\,\gamma \\
(\mathsf{El}\,a)^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,\alpha & :\equiv a^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,\alpha \\
(\mathsf{El}\,a)^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha\,\alpha' & :\equiv a^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\alpha = \alpha' \\
(\mathsf{El}\,a)^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,\alpha\,\alpha^{D} & :\equiv a^{\mathsf{S}}\,\gamma^{\mathsf{S}}\,\alpha = \alpha^{D} \\
\cdot_{\mathsf{El}\,a} & :\equiv \mathsf{tt} \\
\alpha \rhd_{\mathsf{El}\,a} \alpha^{D} & :\equiv \mathsf{coe}\,(\gamma \rhd_{a} \gamma^{D})\,(\alpha, \alpha^{D}) \\
\alpha^{D}[\alpha^{M}]_{\mathsf{El}\,a} & :\equiv \mathsf{tr}\,(\alpha^{M^{-1}})\,\alpha^{D} \\
\mathsf{id}_{\mathsf{El}\,a}\,\alpha & : (\lambda\alpha.\alpha) \overset{\mathsf{id}_{a}\,\gamma}{=} a^{\mathsf{M}}\,(\mathsf{id}_{\Gamma}\,\gamma) \\
(\alpha^{M'} \circ_{\mathsf{El}\,a} \alpha^{M}) & : a^{\mathsf{M}}\,(\gamma^{M'} \circ_{\Gamma} \gamma^{M})\,\alpha \overset{\gamma^{M'} \circ_{a} \gamma^{M}}{=} a^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M'}\,(a^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha) \overset{\alpha^{M}}{=} a^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M'}\,\alpha' \overset{\alpha^{M'}}{=} \alpha'' \\
\epsilon_{\mathsf{El}\,a} & :\equiv \mathsf{refl} \\
(\alpha^{M},_{\mathsf{El}\,a} \alpha^{S}) & : a^{\mathsf{M}}\,(\gamma^{M},_{\Gamma} \gamma^{S})\,\alpha \overset{\gamma^{M},_{a}\gamma^{S}}{=} (a^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha, a^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,\alpha) \overset{\alpha^{M},\alpha^{S}}{=} (\alpha', \alpha^{D'}) \\
\pi_{1\,\mathsf{El}\,a}\,\alpha^{M} & :\equiv a^{\mathsf{M}}\,(\pi_{1\Gamma}\,\gamma^{M})\,\alpha \overset{\pi_{1a}\,\gamma^{M}}{=} \mathsf{proj}_1\,(a^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha) \overset{\alpha^{M}}{=} \alpha' \\
\pi_{2\,\mathsf{El}\,a}\,\alpha^{M} & :\equiv a^{\mathsf{S}}\,(\pi_{2\Gamma}\,\gamma^{M})\,\alpha \overset{\pi_{2a}\,\gamma^{M}}{=} \mathsf{proj}_2\,(a^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha) \overset{\alpha^{M}}{=} \alpha^{D'} \\
(\alpha^{S}[\alpha^{M}]_{\mathsf{El}\,a}) & :\equiv a^{\mathsf{S}}\,(\gamma^{S'}[\gamma^{M}]_{\Gamma})\,\alpha \overset{\gamma^{S'}[\gamma^{M}]_{a}}{=} a^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S'}\,(a^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha) \overset{\alpha^{M}}{=} a^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S'}\,\alpha' \overset{\alpha^{S\,\prime}}{\alpha^{D}} \\
[\mathsf{id}]_{\mathsf{El}\,a} & :\equiv \mathsf{refl} \\
[\circ]_{\mathsf{El}\,a} & :\equiv \mathsf{refl} \\
\mathsf{ass}_{\mathsf{El}\,a} & :\equiv \mathsf{UIP} \\
\mathsf{idl}_{\mathsf{El}\,a} & :\equiv \mathsf{UIP} \\
\mathsf{idr}_{\mathsf{El}\,a} & :\equiv \mathsf{UIP} \\
\cdot\eta_{\mathsf{El}\,a} & :\equiv \mathsf{UIP} \\
\rhd\beta_{1\,\mathsf{El}\,a} & :\equiv \mathsf{UIP} \\
\rhd\beta_{2\,\mathsf{El}\,a} & :\equiv \mathsf{UIP} \\
\rhd\eta_{\mathsf{El}\,a} & :\equiv \mathsf{UIP} \\
,\circ_{\mathsf{El}\,a} & :\equiv \mathsf{UIP} \\
\mathsf{K}_{\mathsf{El}\,a}\,\alpha\,\_ & :\equiv \alpha \\
\mathsf{K}[]_{\mathsf{El}\,a} & :\equiv \mathsf{refl} \\
\mathsf{mk}_{\mathsf{El}\,a}\,\alpha^{M} & : a^{\mathsf{M}}\,(\mathsf{mk}_{\Gamma}\,\gamma^{M})\,\alpha \overset{\mathsf{mk}_{a}\,\gamma^{M}}{=} a^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha \overset{\alpha^{M}}{=} \bar{\alpha} \\
\mathsf{unk}_{\mathsf{El}\,a}\,\alpha^{S} & : a^{\mathsf{S}}\,(\mathsf{unk}_{\Gamma}\,\gamma^{S})\,\alpha \overset{\mathsf{unk}_{a}\,\gamma^{S}}{=} a^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,\alpha \overset{\alpha^{S}}{=} \bar{\alpha} \\
\mathsf{K}\beta_{\mathsf{El}\,a} & :\equiv \mathsf{UIP} \\
\mathsf{K}\eta_{\mathsf{El}\,a} & :\equiv \mathsf{UIP} \\
\mathsf{mk}[]_{\mathsf{El}\,a} & :\equiv \mathsf{UIP} \\
\mathsf{Eq}_{\mathsf{El}\,a}\,\alpha^{S0}\,\alpha^{S1} & : a^{\mathsf{S}}, \gamma^{S0}\,\alpha \overset{\alpha^{S0}}{=} \alpha^{D} \overset{\alpha^{S1}}{=} a^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S1}\alpha \\
\mathsf{Eq}[]_{\mathsf{El}\,a} & :\equiv \mathsf{UIP} \\
\mathsf{eqreflect}_{\mathsf{El}\,a}\,\alpha^{S} & :\equiv \mathsf{UIP}
\end{array}
$$

The interpretation of $\Pi\, a\, B : \mathsf{Ty}\,\Gamma$:

$$
\begin{aligned}
&(\Pi\, a\, B)^{\mathsf{A}}\,\gamma && :\equiv (\alpha : a^{\mathsf{A}}\,\gamma) \to B^{\mathsf{A}}\,(\gamma, \alpha)\\
&(\Pi\, a\, B)^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}\,f && :\equiv (\alpha^{D} : a^{\mathsf{D}}\,\gamma^{D}) \to B^{\mathsf{D}}\,(\gamma^{D}, \alpha^{D})\,(f\,\alpha)\\
&(\Pi\, a\, B)^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,f\,f' && :\equiv (\alpha : a^{\mathsf{A}}\,\gamma) \to B^{\mathsf{M}}\,(\gamma^{M}, \mathsf{refl})\,(f\,\alpha)\,(f'\,(a^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha))\\
&(\Pi\, a\, B)^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,f\,f^{D} && :\equiv (\alpha : a^{\mathsf{A}}\,\gamma) \to B^{\mathsf{S}}\,(\gamma^{S}, \mathsf{refl})\,(f\,\alpha)\,(f^{D}\,(a^{\mathsf{S}}\,\gamma^{S}\,\alpha))\\
&\cdot_{\Pi\, a\, B}\ \_ && :\equiv \cdot_{B}\\
&(f \rhd_{\Pi\, a\, B} f^{D})\,(\alpha, \alpha^{D}) && :\equiv (f\,\alpha \rhd_{B} f^{D}\,\alpha^{D})\\
&(f^{D}[f^{M}]_{\Pi\, a\, B})\,\alpha^{D} && :\equiv f^{D}\,\alpha^{D}[f^{M}\,\alpha]_{B}\\
&(\mathsf{id}_{\Pi\, a\, B}\,f)\,\alpha && :\equiv \mathsf{id}_{B}\,(f\,\alpha)\\
&(f^{M'} \circ_{\Pi\, a\, B} f^{M})\,\alpha && :\equiv (f^{M'}\,(a^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha) \circ_{B} f^{M}\,\alpha)\\
&\epsilon_{\Pi\, a\, B\ \_} && :\equiv \epsilon_{B}\\
&(f^{M},_{\Pi\, a\, B} f^{S})\,\alpha && :\equiv (f^{M}\,\alpha,_{B} f^{S}\,\alpha)\\
&\pi_{1\,\Pi\, a\, B}\,f^{M}\,\alpha && :\equiv \pi_{1\,B}\,(f^{M}\,\alpha)\\
&\pi_{2\,\Pi\, a\, B}\,f^{M}\,\alpha && :\equiv \pi_{2\,B}\,(f^{M}\,\alpha)\\
&(f^{S}[f^{M}]_{\Pi\, a\, B})\,\alpha && :\equiv f^{\mathsf{S}}\,(a^{\mathsf{M}}\,\gamma^{M}\,\alpha)[f^{M}\,\alpha]_{B}\\
&[\mathsf{id}]_{\Pi\, a\, B} && :\equiv [\mathsf{id}]_{B}\\
&[\circ]_{\Pi\, a\, B} && :\equiv [\circ]_{B}\\
&\mathsf{ass}_{\Pi\, a\, B} && :\equiv \mathsf{ass}_{B}\\
&\mathsf{idl}_{\Pi\, a\, B} && :\equiv \mathsf{idl}_{B}\\
&\mathsf{idr}_{\Pi\, a\, B} && :\equiv \mathsf{idr}_{B}\\
&\cdot\eta_{\Pi\, a\, B} && :\equiv \cdot\eta_{B}\\
&\rhd\beta_{1\,\Pi\, a\, B} && :\equiv \rhd\beta_{1\,B}\\
&\rhd\beta_{2\,\Pi\, a\, B} && :\equiv \rhd\beta_{2\,B}\\
&\rhd\eta_{\Pi\, a\, B} && :\equiv \rhd\eta_{B}\\
&,\circ_{\Pi\, a\, B} && :\equiv ,\circ_{B}\\
&\mathsf{K}_{\Pi\, a\, B}\,f\,\alpha && :\equiv \mathsf{K}_{B}\,(f\,\alpha)\\
&\mathsf{K}[]_{\Pi\, a\, B} && :\equiv \mathsf{K}[]_{B}\\
&\mathsf{mk}_{\Pi\, a\, B}\,f^{M}\,\alpha && :\equiv \mathsf{mk}_{B}\,(f^{M}\,\alpha)\\
&\mathsf{unk}_{\Pi\, a\, B}\,f^{S}\,\alpha && :\equiv \mathsf{unk}_{B}\,(f^{S}\,\alpha)\\
&\mathsf{K}\beta_{\Pi\, a\, B} && :\equiv \mathsf{K}\beta_{B}\\
&\mathsf{K}\eta_{\Pi\, a\, B} && :\equiv \mathsf{K}\eta_{B}\\
&\mathsf{mk}[]_{\Pi\, a\, B} && :\equiv \mathsf{mk}[]_{B}\\
&\mathsf{Eq}_{\Pi\, a\, B}\,f^{S0}\,f^{S1}\,\alpha^{D} && : \mathsf{Eq}_{B}\,(f^{S0}\,\alpha)\,(f^{S1}\,\alpha)\\
&\mathsf{Eq}[]_{\Pi\, a\, B} && :\equiv \mathsf{Eq}[]_{B}\\
&\mathsf{eqreflect}_{\Pi\, a\, B}\,f^{S} && :\equiv \mathsf{funext}\,(\lambda\alpha.\,\mathsf{eqreflect}_{B}\,(f^{S}\,\alpha))
\end{aligned}
$$