

Algebrai elméletek és induktív típusok specifikációja típuselméleti szignatúrákkal

A PH.D. DISSZERTÁCIÓ TÉZISEI

Szerző:

Kovács András

Témavezető:

Kaposi Ambrus

Eötvös Loránd Tudományegyetem

Informatika Doktori Iskola

Doktori iskola vezetője: Csuhaj-Varjú Erzsébet

Doktori program: Az informatika alapjai és módszertana

Programvezető: Horváth Zoltán



2022 március

2. *Signatures and Induction Principles for Higher Inductive-Inductive Types* [KK20a].
3. *Constructing Quotient Inductive-Inductive Types* [KKA19].
4. *Large and Infinitary Quotient Inductive-Inductive Types* [KK20b].
5. *For Finitary Induction-Induction, Induction is Enough* [KKL19].

Hivatkozások

- [ACKS19] Danil Annenkov, Paolo Capriotti, Nicolai Kraus, and Christian Sattler. Two-level type theory and applications. *ArXiv e-prints*, may 2019. URL: <http://arxiv.org/abs/1705.03307>.
- [Car86] John Cartmell. Generalised algebraic theories and contextual categories. *Annals of Pure and Applied Logic*, 32:209–243, 1986.
- [CCD19] Simon Castellan, Pierre Clairambault, and Peter Dybjer. Categories with families: Untyped, simply typed, and dependently typed. *CoRR*, abs/1904.00827, 2019. URL: <http://arxiv.org/abs/1904.00827>, [arXiv:1904.00827](https://arxiv.org/abs/1904.00827).
- [KK18] Ambrus Kaposi and András Kovács. A syntax for higher inductive-inductive types. In Hélène Kirchner, editor, *3rd International Conference on Formal Structures for Computation and Deduction (FSCD 2018)*, volume 108 of *Leibniz International Proceedings in Informatics (LIPIcs)*, pages 20:1–20:18, Dagstuhl, Germany, 2018. Schloss Dagstuhl–Leibniz-Zentrum fuer Informatik. doi:10.4230/LIPIcs.FSCD.2018.20.
- [KK20a] Ambrus Kaposi and András Kovács. Signatures and induction principles for higher inductive-inductive types. *Log. Methods Comput. Sci.*, 16(1), 2020. doi:10.23638/LMCS-16(1:10)2020.
- [KK20b] András Kovács and Ambrus Kaposi. Large and infinitary quotient inductive-inductive types. In Holger Hermanns, Lijun Zhang,

1. Bevezető

A tézis fő célja az, hogy kidolgozza bizonyos típuselméletek használatát algebrai elméletek és induktív típusok leírásához. Minden ilyen típuselméletben a típuskörnyezeteket értelmezzük algebrai szignatúráként, ami felsorolja egy algebrai elmélet szortjait, műveleteit és egyenleteit.

A függő típuselméletek kifejezőereje nagyban elősegíti a tömör és általános specifikációkat, és lehetővé teszi, hogy a szignatúrák szemantikáját és meta-elméletét olyan eszközökkel vizsgáljuk, amelyek korábbról ismertek a típuselméletben.

Három szignatúra-elméletet mutatunk be. Mindhárom esetben lehetőség van az elméletek kisebb változtatásaira.

A jelenlegi kutatás kiegészíti és általánosítja az induktív szignatúrák korábbi irodalmát a típuselmélet kontextusában. A kutatásunk egyik fontos motivációja az volt, hogy nagy kifejezőerejű induktív típusokat fejlesszünk jövőbeli tételbizonyító-rendszerekhez. Ebből kifolyólag a szignatúránk szintaxisa és szemantikája közel van ahhoz, ami praktikus rendszerekben lenne szükséges. Ugyanakkor az eredményeink felhasználhatók általánosabb matematikai kontextusban, az algebrai elméletek kutatásában.

2. Eredmények

A fő eredményeket a következőkben foglaljuk össze.

1. Tézis

A harmadik fejezetben kifejtjük, hogy a kétszintű típuselmélet [ACKS19] hogyan használható metanyelvként az algebrai szignatúrák szemantikájához. Ez lehetővé teszi, hogy a szemantikát általánosan adjuk meg, internálisan tetszőleges strukturált kategóriákban, és ugyanakkor tömör típuselméleti nyelvben dolgozzunk. Például a természetes szám objektumok szignatúrája értelmezhető tetszőleges olyan kategóriában, ami rendelkezik véges szorzatokkal.

2. Tézis

A tézis negyedik fejezetében bemutatjuk a véges aritású kvóciens induktív-induktív (FQII, „finitary quotient inductive-inductive”) szignatúrák szintax-