

Naoki Kobayashi, and Dale Miller, editors, *LICS '20: 35th Annual ACM/IEEE Symposium on Logic in Computer Science*, Saarbrücken, Germany, July 8–11, 2020, pages 648–661. ACM, 2020. doi:10.1145/3373718.3394770.

[KKA19] Ambros Kaposi, András Kovács, and Thorsten Altenkirch. Constructing quotient inductive-inductive types. *Proc. ACM Program. Lang.*, 3(POP.L):2:1–2:24, 2019. doi:10.1145/3290315.

[KKL19] Ambros Kaposi, András Kovács, and Ambroise Lafont. For finitary induction-induction, induction is enough. In Marc Bezem and Assia Mahboubi, editors, *25th International Conference on Types for Proofs and Programs, TYPES 2019, June 11–14, 2019, Oslo, Norway*, volume 175 of *LIPICs*, pages 6:1–6:30. Schloss Dagstuhl - Leibniz-Zentrum für Informatik, 2019. doi:10.4230/LIPICs.TYPES.2019.6.

[Uni13] The Univalent Foundations Program. *Homotopy Type Theory: The Univalent Foundations of Mathematics*. https://homotopytypetheory.org/book, Institute for Advanced Study, 2013.

xist és szemantikaiját. Ezek a szignaturák közel vannak kifejezőerő tekintetben Cartmell általánosított algebrái elméletéhez [Car86], viszont jelentős különbségek vannak a formalizációban és a szemantikai konstrukciókban és eredményekben.

- Az FQII szignatúrák elméleti szintre az összes típuselméletet, és így modell-elméletet kapunk hozzájuk, a szignatúrák szemantikáján keresztül.
- Az FQII szignatúrák elméleti szinten specifikált mint típuselmélet, és maga is algebrái elmélet.

- Minden szignatúrához egy véges limitekkel rendelkező kategóriát rendelünk, amelynek az objektumai algebrák. Ezt a kategóriát egy családos kategóriaként [CCD19] prezentáljuk, ami lehetővé teszi, hogy precízen kiszámoljuk az indukció fogalmát. Megmutatjuk, hogy az indukció ekvivalens az initialitással minden szignatúra esetén.

- Megmutatjuk, hogy az FQII szignatúrák szintaxisából, egy term modell konstrukcióval. Továbbá szignatúrák szintaxisából, hogy az FQII szignatúrák szintaxisának bizonyos töredékei megkonstruálhatóak egyszerűbb típusokból.
- Megmutatjuk, hogy a szignatúrák közötti párhuzamos helyettesítésekre

inicialis FQII-algebra létezik, minden ilyen faktor jobb adjungált.

### 3. Tests

Az tezis töredék fejezeteben módosítottuk az FQII szignatúrákat úgy, hogy vegetelenül elágazó fa struktúrákat is le tudjunk írni az iniális algebrákbán. Így kapjuk a vegetelen artíási QII szignatúrák elméletét (IQII röviden, „infiniteary quotient inductive-inductive”).

- Valós számok, szűrteális számok, ordinálisok és a kumulatív halmaz-hierarchiák leírhatók IQII szignatúrák segítségével [Umi13], ami a véges aritási esetben nem volt lehetséges.

3

- Az FQII és IQII szignatúrák elméleti egyaránt leírhatók IQII szignatúrával. A IQII szignatúrák tehát a saját elméletük is speciáljakká, és ezt ar-ra használjuk, hogy minimalizáljuk a szűkeges feltételezéseket az IQII szignatúrák metaelméletének kidolgozásánál.

- A szignatúrák szemantikáját kibővíthük a *izo-furadás* tulajdonsággal a szignatúra-típusokban. Ez azt jelenti, hogy a szignatúrák elméletében minden konstrukció megőrizi a leírt algebrák izomorfizmusait.
- Adaptáljuk a term algebra konstrukciót és a bal adjungált funktorok konstrukcióját a végtelen aritási esetre.
- Megmutatjuk, hogy a szignatúrákat lehet szemantikusán értelmezni magában a szignatúrák elméletének szintaxisában is. Egy példát hozva, ez azt eredményezi, hogy minden szignatúra-hoz megkapjuk az algebra-homomorfizmusok specifikációját is szignatúráként.

#### 4. Tests

A hatodik fejezetben leírjuk a magasabb induktív-induktív szignatúrákat. Ezek elsősorban a szemantikában kulcshőzők a korábbi szignatúráktól: a meta-nyelv most a homotópia típuselmélet [U13]. Míg korábban kizárólag egy-dimenziós egyenleteket adhattunk szignatúrákhoz, most tetszőleges magasabb-dimenziós utakat tudunk specifikálni, az initális algebrák pedig szabadon generált omega-grupooidokat adnak meg. A magasabb-dimenziós általánosítás jelenösen bonyolítja a szemantikát, ezért éppen csak annyi szemantikát adunk meg, amiből az initálitás és indukció fogalmait következnek (minden szignatúrához). Továbbá, az algebramorfizmusok két változatát kezeljük: az első szignatúrában övi meg a struktúrákat, azaz definícionális egyenleteket, míg a második gyengen, azaz a belső intenzionális egyenletekkel

### 3. Publikációk

A fenti eredmények a következő publikációk tartalmára építenek, amelyek társsszerzője a jelenlegi tézis szerzője.

1. A Syntax for Higher Inductive-Inductive Types [KK18].

4