

# Методы оптимизации и решения систем уравнений большой размерности

## Первое задание: линейные системы

1. (Дмитрий Багаев) Используя симметричную разностную схему для краевой задачи

$$-u'' + u' + u = 1, \quad u(0) = u(1) = 0,$$

записать соответствующую матричную задачу. Использовать GMRES с предобуславливателями Якоби и Гаусса-Зейделя. (Запрещается хранить матрицу!) Сравнить результаты с предобуславливателем на основе оператора Лапласа, разобранным на лекции. Изобразить на графике ошибку по итерациям в логарифмической шкале (см. [1]). Как убывает ошибка при измельчении сетки вдвое?

2. (Андрей Чаплыгин) Используя симметричную разностную схему и метод трапеций для интегро-дифференциального уравнения

$$-u'' + \int_0^1 k(x, y)u(y) dy = f(x), \quad u(0) = u(1) = 0,$$

где

$$k(x, y) = \frac{\sin(x+y)}{1+x+y}, \quad f(x) = e^{10x} \sin(10x), \quad u(0) = u(1) = 0,$$

записать соответствующую матричную задачу. Использовать CG с предобуславливателями Якоби и симметризованного Гаусса-Зейделя. (Запрещается хранить матрицу!) Сравнить результаты с предобуславливателем на основе оператора Лапласа, разобранным на лекции. Изобразить на графике ошибку по итерациям в логарифмической шкале (см. [1]). Как убывает ошибка при измельчении сетки вдвое?

3. (Денис Ануприенко) Сделать задачу 2.8.11 из книги [1]. Сравнить результаты CG и GMRES с предобуславливателем fish2d.
4. (Александр Тимофеев) Сделать задачу 2.8.13 из книги [1].
5. (Кристина Данильянц) Сделать задачу 5.8 из книги [2].
6. (Михаил Болдырев) Сделать задачу 5.12 из книги [2].
7. (Дмитрий Злобин) Сделать задачу 2.8.12 из книги [1].
8. (Михаил Каменщиков) Сделать задачу 2.8.15 из книги [1].
9. (Иван Тимохин) Сделать задачу 3.9.7. из книги [1].
10. (Сергей Шатков) Сделать задачу 3.9.9 из книги [1].

Основная литература:

1. C.T. Kelley, *Iterative Methods for Linear and Nonlinear Equations*, SIAM, Philadelphia, 1995 ([https://www.siam.org/books/textbooks/fr16\\_book.pdf](https://www.siam.org/books/textbooks/fr16_book.pdf)).
2. C. Moler, *Numerical Computing with MATLAB*. SIAM, Philadelphia, 2004 (<http://www.mathworks.com/moler>).

Дополнительная литература:

- Дж. Деммель, *Вычислительная линейная алгебра*. М.: Мир, 2001.
- Ю. Саад, *Итерационные методы для разреженных линейных систем*. М.: МГУ, 2014.
- W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery. *Numerical Recipes*. 2nd edn. Vol. 1. Cambridge Univ. Press, New York. 1992.