

---

# Simulation et analyse de spectres stellaires

---

SERRANO LAURA, MARTINS ANDRÉ,  
L'HERMITTE HEI-YONNE

RAPPORT FINAL 27/05/2024  
L3 PCAME

# Table des matières

<b>1 Glossaire</b>	<b>5</b>
<b>2 Introduction</b>	<b>6</b>
<b>3 Fondements théoriques</b>	<b>6</b>
3.1 Les mathématiques derrière notre code de simulation . . . . .	6
3.2 La théorie de notre code d'analyse . . . . .	10
<b>4 Explication des codes</b>	<b>11</b>
4.1 Code de simulation des spectres . . . . .	11
4.2 Code d'analyse des spectres . . . . .	12
<b>5 Résultats du code de simulation</b>	<b>12</b>
5.1 Bruit et rotation différentielle . . . . .	13
5.2 Etoile avec tâche . . . . .	13
5.3 Etoile avec pulsation . . . . .	14
<b>6 Interprétation des moments</b>	<b>14</b>
6.1 Etoile pulsante . . . . .	14
6.1.1 Moment d'ordre 1 . . . . .	15
6.1.2 Moment d'ordre 2 . . . . .	15
6.1.3 Moment d'ordre 3 . . . . .	16
6.2 Géométrie des modes de pulsation . . . . .	16
6.2.1 Modes de pulsation : $(l=2, m=-2), (l=3, m=-3), (l=4, m=-4)$ . .	16
6.2.2 Modes de pulsation : $(l=0, m=0), (l=1, m=0), (l=2, m=0), (l=2, m=-2)$ . . . . .	17
6.2.3 Bilan . . . . .	18
6.3 Etoile présentant une tâche à sa surface . . . . .	18
6.3.1 Moments d'ordre 0 . . . . .	18
6.3.2 Moments d'ordre 1 . . . . .	19
6.3.3 Moments d'ordre 2 . . . . .	20
6.3.4 Moments d'ordre 3 . . . . .	20
6.3.5 Bilan . . . . .	21
<b>7 Conclusion</b>	<b>21</b>
7.1 Application réelle . . . . .	21
7.2 Bilan du projet . . . . .	22
<b>8 Bibliographie</b>	<b>23</b>
<b>9 Annexes</b>	<b>24</b>
9.1 Annexe A . . . . .	24

9.2	Annexe B . . . . .	25
9.3	Annexe C . . . . .	27
9.3.1	Moment 0 . . . . .	27
9.3.2	Moment 1 . . . . .	29
9.3.3	Moment 2 . . . . .	31
9.3.4	Moment 3 . . . . .	33
9.4	Figures . . . . .	35

## Résumé

Ce projet porte sur l'étude des variations des spectres stellaires en fonction de caractéristiques telles que la présence de tâches, les pulsations mais aussi selon l'angle d'observation de l'étoile. Nous avons adapté le code développé l'an dernier par l'équipe STARS, qui modélisait déjà les raies stellaires, afin d'observer clairement l'influence de chaque paramètre cité précédemment. Pour approfondir notre étude, nous avons également développé un code permettant de calculer les moments de ces spectres, quantifiant des aspects essentiels tels que la vitesse radiale moyenne, la largeur de la raie spectrale et les asymétries du profil d'absorption, desquels nous pouvons déduire les caractéristiques physiques et dynamiques des étoiles.

## Abstract

This project focuses on studying the variations in stellar spectra based on characteristics such as the presence of spots, pulsations, and the star inclination. We adapted the code developed last year by the STARS team, which already modeled stellar lines, to clearly observe the influence of each mentioned parameter. To further our study, we also developed a code to calculate the moments of these spectra, quantifying essential aspects such as the average radial velocity, the width of the spectral line, and the absorption profile's asymmetries, from which we can deduce the physical and dynamic characteristics of the stars.

## Contexte

Ce projet est un projet tutoré (TER) réalisé dans le cadre de la 3ème année de la licence PCAME à Tarbes. Pour une durée de 18 semaines (31/01/2024 - 31/05/2024), les étudiants de la licence se sont plongés dans un travail leur donnant un avant goût du métier de chercheur. Ces différents projets nous ont été proposés par nos professeurs et touchent à toutes les thématiques de la licence.

Notre équipe de projet Stellar Spectroscopic Analysis Research Team (SSART) a été choisie pour étudier un des sujets proposés par M.Mathias concernant la simulation et l'analyse des spectres stellaires. Notre problématique est la suivante : trouver certaines caractéristiques (telles que le mode de pulsation et la présence d'une tache) d'une étoile à partir de son spectre.

## Remerciements

Nous souhaitons remercier P.Mathias, G.Simon, C.Meyer ainsi que l'ensemble de l'équipe pédagogique de nous avoir aidé et accompagné tout au long de ce semestre.

## 1 Glossaire

- **Spectre stellaire** : Un spectre stellaire est une représentation graphique ou une analyse de la répartition de l'énergie lumineuse émise par une étoile, en fonction de sa longueur d'onde ou de sa fréquence. Il existe deux types de spectres : les spectres d'émission et les spectres d'absorption, chacun pouvant présenter des raies caractéristiques. Grâce à un code Python 3 fourni par l'équipe STARS, nous avons généré une représentation graphique d'une raie d'absorption à 500 nm, visible dans la [FIGURE 25](#) en annexe.
- **Tache sombre stellaire** : Une tâche sombre est une région à la surface d'une étoile marquée par une température plus basse que celle de son environnement. La présence d'une tâche est en première approximation (la pulsation en est aussi capable) le seul facteur qui modifie la surface totale du profil d'absorption car elle change directement la quantité totale de lumière reçue par nous, les observateurs.
- **Pulsation stellaire** : La pulsation stellaire est un phénomène caractérisé par des variations périodiques dans la taille, la luminosité et la température d'une étoile. Ces oscillations sont causées par des instabilités internes qui provoquent l'expansion et la contraction rythmiques des couches de l'étoile. Les pulsations peuvent se produire dans différents modes, tels que les modes radiaux (où toute l'étoile se dilate et se contracte de manière synchrone, conservant sa symétrie sphérique) et les modes non radiaux (où différentes parties de l'étoile oscillent de manière complexe et asynchrone). Dans notre projet nous étudions des modes non-radiaux apparaissant pour une valeur du nombre quantique  $l$  supérieure à 1.
- **Rotation différentielle** : La rotation différentielle est le phénomène par lequel différentes régions d'une étoile tournent à des vitesses angulaires différentes. Par exemple, les parties équatoriales de l'étoile peuvent tourner plus rapidement que les régions polaires. Ces variations de vitesse induisent un élargissement des raies spectrales via l'effet Doppler. Cet effet est causé en premier lieu, par la rotation naturelle de l'étoile qui induit un décalage vers le bleu des parties de l'étoile se déplaçant vers l'observateur et un décalage vers le rouge des parties s'en éloignant. En second lieu, la rotation différentielle ajoute donc une "couche" à cet effet avec différentes latitudes de l'étoile en rotation à différentes vitesses.
- **Bruit** : Le bruit peut prendre la forme de variations aléatoires de la luminosité ou de l'intensité à travers le spectre, rendant ainsi son interprétation précise difficile.

## 2 Introduction

L'étude des spectres stellaires revêt un intérêt particulier car ils fournissent des informations cruciales sur les propriétés intrinsèques des étoiles, telles que leur température de surface, leur composition chimique et leur vitesse de rotation. De plus, une analyse approfondie des spectres permet aussi de détecter certains phénomènes stellaires. En effet, les phénomènes de rotation, de rotation différentielle, de pulsation et la présence de tâche à la surface d'une étoile modifient tous l'allure du spectre étudié.

Dans le cadre de notre projet, notre première étape a été de modéliser ces phénomènes, en tenant compte de leur influence sur les spectres stellaires. Ensuite, nous avons analysé les spectres simulés à l'aide d'un autre code afin de détecter ces variations spécifiques.

## 3 Fondements théoriques

### 3.1 Les mathématiques derrière notre code de simulation

Cette partie est reprise presque en totalité de la thèse de notre tuteur P. Mathias, sans laquelle nous n'aurions pas pu comprendre le code qui nous avait été fourni par l'équipe STARS de l'année dernière.

Nous avons considéré notre étoile comme étant parfaitement sphérique ne subissant donc pas d'effet centrifuge notable due à sa rotation. Nous supposons aussi que toutes les raies sont formées à la même altitude moyenne. En d'autres termes, l'atmosphère de notre étoile est équivalente à une atmosphère à une couche de température et de densité uniformes. À partir du profil intrinsèque formé en un point quelconque de l'atmosphère et de paramètres un minimum réalistes, nous allons simuler le profil résultant de la pulsation, par application de l'effet Doppler sur la totalité du disque stellaire. Nous allons aussi simuler le profil de raie d'une étoile présentant une tâche à sa surface. Ces deux profils seront utilisés ensuite comme paramètres d'entrée pour notre code d'analyse.

**Le profil intrinsèque** Le profil intrinsèque utilisé est un profil de Gauss. Il est complètement défini par les paramètres  $I_0$  (Intensité),  $\lambda_0$  (longueur d'onde dans le référentiel du laboratoire) et  $FWHM$  (sa largeur à mi-hauteur).

**Le système de coordonnées utilisé** Nous nous sommes placés dans le système de coordonnées sphérique  $(O, r, \theta, \phi)$ , qui est décrit dans un repère  $(O, x, y, z)$  dans lequel  $(Oz)$  correspond à l'axe de rotation de l'étoile.  $\vec{e}_r$ ,  $\vec{e}_\theta$ ,  $\vec{e}_\phi$  sont les vecteurs unitaires dans le système sphérique, alors que  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  sont ceux du trièdre. Ces systèmes de coordonnées sont représentés dans la [FIGURE 23](#) en annexe.

Ces systèmes étant bien connus nous pouvons en sortir les relations suivantes :

$$\vec{e}_r = \cos(\phi)\sin(\theta)\vec{i} + \sin(\phi)\sin(\theta)\vec{j} + \cos(\theta)\vec{k}$$

$$\vec{e}_\theta = \cos(\phi)\sin(\theta)\vec{i} + \sin(\phi)\sin(\theta)\vec{j} - \sin(\theta)\vec{k}$$

$$\vec{e}_\phi = -\sin(\phi)\vec{i} + \cos(\phi)\vec{j}$$

$$x = r\sin(\theta)\cos(\phi)$$

$$y = r\sin(\theta)\sin(\phi)$$

$$z = r\cos(\theta)$$

Ensuite, nous considérons un observateur situé sur un axe ( $Ox'$ ), de vecteur unitaire  $\vec{i}'$ , formant un angle  $\psi$  avec l'axe ( $Ox$ ). On définit donc le repère  $(O,x',y',z')$ , par rotation du repère  $(O,x,y,z)$  d'un angle  $\psi$  autour de l'axe ( $Oy$ ). L'angle  $\psi$  est cependant lié à l'angle d'inclinaison stellaire  $i$  par :  $i = \frac{\pi}{2} - \psi$ . Cet angle nous indique la région de l'étoile observée. Si  $i = \frac{\pi}{2}$ , nous sommes dans le plan de l'équateur de l'étoile tandis que si  $i=0$  nous sommes situés au dessus du pôle nord de l'étoile et si  $i = \pi$ , nous sommes situés au dessus du pôle sud. Le repère  $(O,x',y',z')$  étant lié au repère  $(O,x,y,z)$  par les relations (voir [FIGURE 24](#) en annexe) :

$$— x' = x\cos(\psi) - z\sin(\psi)$$

$$— y' = y$$

$$— z' = x\sin(\psi) + z\cos(\psi)$$

Et en connaissant les relations entre les coordonnées cartésiennes et sphériques données précédemment, on aboutit aux relations suivantes :

$$— x' = r(\sin(\theta)\cos(\phi)\cos(\psi) - \cos(\theta)\sin(\psi))$$

$$— y' = r(\sin(\theta)\sin(\phi))$$

$$— z' = r(\sin(\theta)\cos(\phi)\sin(\psi) + \cos(\theta)\cos(\psi))$$

En tenant compte de ces relations, il est possible de calculer la vitesse radiale d'un point  $(\theta, \phi)$  de l'étoile, projetée sur l'axe ( $Ox'$ ).

**Calcul de la vitesse radiale** Nous allons considérer que les phénomènes de pulsation d'une part, et de rotation d'autre part sont complètement indépendants dû à la faible vitesse de rotation de notre étoile (30 km/s). La vitesse en un point  $(\theta, \phi)$  de l'étoile sera donc simplement la somme vectorielle de la vitesse de pulsation  $\vec{v}_p$  et de la vitesse de rotation  $\vec{v}_\Omega$ .

**Phénomène de pulsation** Pour commencer, la pulsation est définie par un mode, on parle de modes d'oscillations propres, non radiaux (déterminés par la manière dont les différentes régions se dilatent et se contractent périodiquement). Lorsque que l'on s'imagine une étoile pulsante, on pense d'abord à des mouvements radiaux. Cependant, la théorie des perturbations de l'étoile à l'équilibre hydrostatique montre l'existence d'une relation de dispersion dont les fréquences correspondent en toute généralité à des modes non radiaux. Si l'on considère des petits mouvements (pour appliquer la théorie des perturbations), on choisit de développer les solutions sur une base qui est celle des harmoniques sphériques. Le formalisme correspondant

est le même que celui utilisé en mécanique quantique, on a une quantification liée aux niveaux d'énergie discrets, ici lié au rayon fini de l'étoile, vue comme une cavité résonnante. De fait, plusieurs "nombres quantiques" peuvent être définis :

- $n$  : nombre quantique associé à l'ordre radial du mode :  $n = 1$  représente le mode fondamental,  $n = 2$  le premier harmonique...
- $l$  : nombre quantique associé au degré du mode, représentant le nombre de nœuds (points statiques) à la surface. Le mode  $l = 0$  correspond au mode radial.
- $m$  : nombre quantique azimutal, avec  $2l + 1$  valeurs de  $m \in [-l; l]$ , où le signe de  $m$  représente la manière dont l'onde se propage à la surface stellaire.

Enfin, le déplacement peut être écrit comme suit :

$$\xi(r, \theta, \phi, t) = \xi_{nlm}(r) Y_{lm}(\theta, \phi) e^{i\omega_{nlm} t}$$

Pour faire varier les modes, nous modifions simplement les nombres quantiques  $l$  et  $m$  du code de simulation.

Calcul de la vitesse de pulsation : Dans le cadre de la théorie linéaire adiabatique, deux familles de mouvement propres, solutions d'équations de pulsations existent : ceux définissant les modes toroïdaux et ceux définissant les modes sphéroïdaux. Cependant, les modes toroïdaux n'ont une importance que dans les étoiles ayant une grande vitesse de rotation. Nous allons donc nous intéresser seulement aux modes sphéroïdaux, les composantes sphériques de la vitesse de pulsation sont données par :

Composante radiale  $v_{p,r} : v_{p,r}(r, \theta, \phi, t) = \xi_r(r) Y_l^m(\theta, \phi) e^{i\omega t}$

Composante polaire  $v_{p,\theta} : v_{p,\theta}(r, \theta, \phi, t) = \xi_h(r) \frac{\partial Y_l^m(\theta, \phi)}{\partial \theta} e^{i\omega t}$

Composante azimutale  $v_{p,\phi} : v_{p,\phi}(r, \theta, \phi, t) = \xi_h(r) \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial Y_l^m(\theta, \phi)}{\partial \phi} e^{i\omega t}$

Les termes de ces équations sont définis comme suit :

- $\xi_r(r)$  : Amplitude de la composante radiale de la pulsation, qui dépend uniquement du rayon  $r$ .
- $\xi_h(r)$  : Amplitude de la composante horizontale de la pulsation, également dépendante du rayon  $r$ .
- $Y_l^m(\theta, \phi)$  : Harmoniques sphériques, fonctions des angles  $\theta$  (colatitude) et  $\phi$  (longitude), caractérisées par les indices  $l$  et  $m$ .
- $\omega$  : Fréquence angulaire de la pulsation.
- $e^{i\omega t}$  : Terme temporel indiquant la dépendance temporelle des composantes de la vitesse de pulsation.

Par définition, les harmoniques sphériques s'écrivent :  $Y_l^m(\theta, \phi) = N_l^m P_l^{|m|} \cos(\theta) e^{im\phi}$  où  $N_l^m$  est le facteur de normalisation et  $P_l^{|m|} \cos(\theta)$  représente les polynômes de Legendre associés

On repasse ensuite dans le repère cartésien ( $O, x', y', z'$ ) afin de connaître la composante  $v_p$  de  $\vec{v}_p$  sur l'axe ( $Ox'$ ). On a :

$$\begin{aligned}v_{p,x'} &= v_{p,r} \sin \theta \cos \phi + v_{p,\theta} \cos \theta \cos \phi - v_{p,\phi} \sin \phi \\v_{p,y'} &= v_{p,r} \sin \theta \sin \phi + v_{p,\theta} \cos \theta \sin \phi + v_{p,\phi} \cos \phi \\v_{p,z'} &= v_{p,r} \cos \theta - v_{p,\theta} \sin \theta\end{aligned}$$

Soit, finalement :  $v_p = v_{px} \cos \psi - v_{pz} \sin \psi$   
 avec :  $v_{px} = v_{pr} \sin \theta \cos \phi + v_{p\theta} \cos \theta \cos \phi - v_{p\phi} \sin \phi$   
 et  $v_{pz} = v_{pr} \cos \theta - v_{p\theta} \sin \theta$

**Calcul de la vitesse de rotation :** La vitesse de rotation en un point de l'étoile s'exprime par le produit vectoriel de la vitesse angulaire  $\vec{\Omega}$  de l'étoile par son rayon  $\vec{R}$  :  $\vec{v}_\Omega = \vec{\Omega} \times \vec{R}$

La vitesse équatoriale  $\vec{v}_e$  étant définie par  $R_\Omega$ , nous pouvons alors écrire les expressions des composantes sphériques de  $\vec{v}_\Omega$  :

$$\begin{aligned}v_{\Omega r} &= -v_e \sin(\theta) \sin(\phi) \\v_{\Omega\theta} &= v_e \sin(\theta) \cos(\phi) \\v_{\Omega\phi} &= 0\end{aligned}$$

Comme pour la vitesse de pulsation, nous nous intéressons à la projection de  $\vec{v}_\Omega$  sur l'axe ( $Ox'$ ), et donc finalement, la vitesse radiale  $v'_{rad}$  pour l'observateur de chaque point de la surface stellaire est donnée par :  $v'_{rad} = v_\Omega + v_p$

Or par convention, un observateur mesure une vitesse négative quand il voit un objet s'approcher de lui. Cela revient à ne pas placer l'origine du référentiel au centre de l'étoile, mais devant le disque stellaire et au repos par rapport à ce centre. Il faut donc inverser l'orientation de l'axe ( $Ox'$ ) et prendre l'opposé de la vitesse  $v'_{rad}$  calculée précédemment. Ainsi :  $v_{rad} = -v'_{rad}$

**Construction du profil :** Puisque l'on connaît maintenant la vitesse en chaque point de l'étoile, il suffit de construire le profil issu du champ de vitesse calculé. Pour ce faire, nous découpons la surface de l'étoile en de nombreux éléments (11 250 dans notre cas) ayant chacun une surface où nous supposons que  $\Delta\theta = \Delta\phi$ , ce qui nous permet d'avoir une répartition homogène sur la surface de l'étoile. Relativement au centre de chacun de ces morceaux élémentaires, on calcule la vitesse radiale, et donc le décalage spectral suivant :  $\Delta\lambda = \lambda_0 \frac{v_{rad}}{c}$

En fait, on ne calcule pas la vitesse sur la totalité de la surface stellaire, mais seulement sur la surface visible par l'observateur, qui remplit la condition de visibilité suivante :  $0 \leq x' \text{ si et seulement si } 0 \leq \sin(\theta)\cos(\phi)\cos(\psi) - \cos(\theta)\sin(\psi)$

Ensuite, il faut calculer l'intensité de la raie spectrale considérée. Elle est donnée par la somme des intensités de chaque surface élémentaire modulée par trois phénomènes : la loi d'assombrissement centre-bord (l'intensité est maximale si elle est émise suivant l'axe ( $Ox'$ ), et minimale sur les bords du disque visible), la pondération par les différences des surfaces émettrices (plus la surface émettrice est importante, plus l'intensité l'est aussi), et l'effet de leur inclinaison par rapport à l'axe d'observation.

La loi d'assombrissement centre-bord :

Cette loi peut s'écrire :  $I = I_0(1 - \beta + \beta \cos(\chi))$

où  $I$  est l'intensité intrinsèque de la raie,  $I_0$  est l'intensité observée,  $\beta$  est le coefficient d'assombrissement centre-bord et  $\chi$  est l'angle entre le rayon émergent et l'axe ( $Ox'$ ).

Pondération par la surface émettrice :

Si  $\Delta s$  est l'aire de chaque surface élémentaire, de côtés  $\Delta\theta$  et  $\Delta\phi$ ,

$$\text{on a : } \Delta s = R^2 \int_{\phi - \frac{\Delta\phi}{2}}^{\phi + \frac{\Delta\phi}{2}} d\phi \int_{\theta - \frac{\Delta\theta}{2}}^{\theta + \frac{\Delta\theta}{2}} \sin \theta d\theta$$

Si l'on pose  $f = \frac{\Delta s}{4\pi R^2}$ , qui représente la fraction de la surface émettrice sur la surface totale, on arrive finalement à :  $f = \frac{\Delta\phi}{4\pi}(\cos(\theta - \frac{\Delta\theta}{2}) - \cos(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}))$

Effet de l'inclinaison :

Enfin, il faut tenir compte de l'inclinaison  $\chi$  de la surface émettrice avec l'axe de visée ( $Ox'$ ) en multipliant l'intensité  $I$  par  $\chi$ . Ainsi l'intensité intrinsèque émise par un élément de surface quelconque est donné par :  $I = (I_0(1 - \beta + \beta \cos \chi))f \cos \chi$  où  $f$  et  $\cos \chi$  sont les variables définies dans les sections précédentes. Enfin la dernière étape consiste à sommer, sur toute la surface visible, toutes les raies intrinsèques émises par les surfaces élémentaires, décalées les unes par rapport aux autres par l'effet Doppler dû à la pulsation et à la rotation.

## 3.2 La théorie de notre code d'analyse

**La méthode des moments** Pour exploiter les spectres, nous utilisons le concept de moment introduit en cours de Physique Statistique. En effet, il permet de caractériser la distribution spatiale du flux émis par un objet céleste, dans notre cas, une étoile.

Il s'exprime grâce aux formules suivantes :

- Pour le moment d'ordre 0 :  $M_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} F(v) dv$  où  $F(v)$  = distribution de flux dans le profil de raie
- Pour les moments d'ordre  $n > 0$  :  $M_{n>0} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} F(v)v^n dv}{\int_{-\infty}^{+\infty} F(v) dv}$

On peut alors remarquer que l'unité du moment d'ordre 0 est le km/s, tandis que les moments d'ordre  $n > 0$  ont une dimension de  $(km/s)^n$ .

Essentiellement, chaque ordre nous renseigne sur différentes caractéristiques de la raie spectrale :

- Le moment d'ordre zéro, correspondant à l'aire sous la courbe du spectre, cette aire reflète le nombre d'absorbeurs : si ce flux varie, c'est que le nombre d'absorbeurs varie, et ce dernier varie en fonction de la température. une variation du flux émit par l'étoile que l'on observe.
- Le moment d'ordre 1 étant défini en statistique comme l'espérance, il représente dans notre cas le barycentre de notre distribution spectrale. Cette grandeur va nous permettre de mesurer la vitesse radiale de l'étoile.
- Le moment d'ordre 2, en statistique, représente la variance, soit à une

racine carrée près, l'écart-type. Il nous donne donc, à une constante près, la largeur du signal à la moitié de sa hauteur (FWHM).

- Le moment d'ordre 3 lui est défini en statistique par le coefficient d'asymétrie. Il nous renseigne alors sur l'asymétrie de notre profil d'absorption.

## 4 Explication des codes

### 4.1 Code de simulation des spectres

La résolution de l'ensemble des ces équations ainsi que le tracé du profil de notre raie ont été réalisés initialement par un programme FORTRAN. Ce programme a été traduit en python par l'équipe STARS de l'an dernier et modifié et complété par notre équipe afin de l'adapter à notre sujet. Les paramètres d'entrée de notre code sont disponibles dans l' [annexe A](#).

**Fonctionnement général de notre code :** Notre programme commence par importer les paramètres d'entrée d'un fichier au format csv et les stocke dans des variables qui seront utilisés pour les calculs dans la suite. Il contient 4 fonctions. La première fonction appelée *norma* permet de calculer le facteur de normalisation des harmoniques sphériques. Elle est essentielle à la deuxième fonction *calcurred* qui, comme son nom l'indique, calcule la vitesse radiale en un point donné en suivant les étapes mathématiques de la section précédente. Puis, nous avons la fonction *raieg* qui nous permet de calculer les profils Gaussiens des raies que l'on étudie. Finalement, il y a la fonction *add noise* qui, comme son nom l'indique est supposée ajouter du bruit à nos spectres. Ces fonctions sont utilisées dans la boucle principale de nos programmes que nous expliquerons ensuite.

Notre boucle principale est en fait une triple boucle. La boucle extérieure est une boucle temporelle sur 41 pas de temps qui nous permet de faire tourner l'étoile, et donc d'avoir 41 spectres, que ce soit pour le cas d'une tâche en surface ou pour le cas de la pulsation. La boucle intermédiaire est une boucle selon  $\phi$  et la boucle interne une boucle selon  $\theta$ . Ces deux dernières boucles sont interchangeables et nous permettent de parcourir toutes les valeurs de  $\phi$  et  $\theta$  pour tous nos 11 250 points avec des pas de  $d\phi=d\theta=2,4^\circ$ .

La première étape, est de vérifier si le point en question est dans la surface visible de l'étoile. S'il ne l'est pas, on passe au point suivant jusqu'à tomber sur un point appartenant à la surface visible.

Ensuite, le programme calcule la vitesse radiale du point, le décalage spectral, et la fraction de la surface émettrice sur la surface totale.

En vérité, nous avons deux codes de simulation, l'un dédié à la simulation des spectres d'une étoile pulsante, et l'autre dédié à la simulation des spectres d'une étoile ayant une tâche sombre à sa surface. Les deux phénomènes sont donc étudiés

séparément l'un de l'autre :

- Dans le cas de la pulsation, le programme calcule directement le profil gaussien de la raie (en tenant compte du décalage spectral et de la valeur de FWHM adaptée) qui sera ensuite multiplié par l'intensité intrinsèque émise par l'élément de surface en question (afin de tenir compte de l'inclinaison de la surface émettrice avec l'axe de visée). Le spectre généré est ensuite stocké dans un tableau sous la forme *1-spectre* afin d'avoir un spectre en absorption normalisé. En parallèle, un spectre bruité est aussi calculé et stocké sous la même forme.
- Dans le cas de la tâche, il faut tout d'abord vérifier si le point étudié se trouve dans la tâche où à l'extérieur. Ensuite, le programme calcule le profil gaussien de la raie (en tenant compte du décalage spectral et de la valeur de FWHM adaptée à chaque point) et finit par suivre la même démarche que pour la pulsation.

Puis, notre programme génère et enregistre les figures et les animations représentant les 41 spectres et leur évolution au cours du temps.

## 4.2 Code d'analyse des spectres

Ce second code, repose sur la méthode des moments expliquée précédemment. Nous commençons par récupérer les données de phase, et le spectre correspondant. Ensuite, avec les fonctions *moment0* et *momentn* nous calculons les moments d'ordre 0, 1, 2 et 3 grâce au module numpy trapz qui permet d'effectuer l'opération d'intégration. Enfin, ils sont affichés grâce aux modules de la bibliothèque matplotlib.pyplot. En parallèle, nous avons des fonctions permettant de déterminer l'erreur sur nos moments : différence relative (entre les moments d'ordre n de deux spectres) et écart-type.

Concrètement, nous avons commencé par afficher les résultats des moments pour une étoile affectée de tous les paramètres basiques créés par notre code de simulation (le bruit, la rotation différentielle, le mode de pulsation, la tâche). Puis, suite aux conseils de notre tuteur, nous avons créé deux sous-codes pour traiter séparément la pulsation et la tâche. Pour chacun de ces paramètres, on a regardé les moments en fonction de l'angle d'inclinaison. D'autre part, pour la pulsation nous avons également étudié les moments en fonction des modes de pulsations.

Finalement, nous avons utilisé ce code pour visualiser les moments d'une étoile réelle.

## 5 Résultats du code de simulation

Le spectre de base est obtenu grâce à une version simplifiée de notre code de simulation afin de simuler le spectre d'une étoile ne présentant ni pulsation, ni tâche à sa surface. Le profil d'absorption obtenu est représenté sur la [FIGURE 25](#) en annexe.

Nous observons une raie d'absorption à 500 nm, ce qui correspond à notre longueur d'onde de laboratoire. L'échelle des longueurs d'onde sera par la suite convertie en vitesse (la vitesse du plasma vue par un observateur). Sur l'axe des Y, nous représentons le flux normalisé. Ce spectre que nous avons appelé "simple" est désormais influencé par deux facteurs. Il s'agit de l'effet Doppler dû à la vitesse équatoriale de rotation de l'étoile et à l'angle d'inclinaison.

L'effet Doppler introduit des changements dans les spectres stellaires en termes de largeur des raies. Cet effet est notamment causé par la rotation de l'étoile, qui cause un blueshift des parties de l'étoile tournant vers l'observateur, et un redshift des parties de l'étoile tournant dans la direction opposée. Cela cause donc un élargissement de notre raie d'absorption.

Une autre explication pour la largeur de notre raie est le fait que nous avons tracé ce spectre pour un angle d'inclinaison stellaire de 90° (on regarde l'étoile depuis son équateur). Dans la [FIGURE 26](#), vous pouvez voir comment notre spectre évolue en fonction de l'angle d'inclinaison choisi.

On observe que la raie d'absorption la plus large correspond au cas où l'on observe l'étoile depuis son équateur. C'est logique car pour cette configuration, l'effet Doppler a son influence maximale. Plus on s'éloigne de l'équateur (vers le pôle nord ou sud), plus l'influence de l'effet Doppler diminue, preuve en est qu'aux pôles nous obtenons les raies les moins larges mais les plus profondes. Cet étirement est dû au fait que, pour tout angle d'inclinaison, la surface totale du profil d'abortion qui reste constante.

## 5.1 Bruit et rotation différentielle

Ce sont les phénomènes sur lesquels nous avons le moins travaillé, vous en trouverez donc une description succincte dans l'[annexe B](#).

## 5.2 Etoile avec tâche

Notre tâche sombre a une taille angulaire de 10° par 10° et nous avons pris les mêmes caractéristiques que l'équipe STARS, à savoir :

- La localisation de la tâche est donnée par les paramètres  $\phi_{min}$ ,  $\phi_{max}$ ,  $\theta_{min}$ ,  $\theta_{max}$ , ce qui fait que notre tâche se situe au pôle sud (tel que c'est codé, notre angle  $\theta$  part de 0° depuis le pôle sud).
- Notre tâche ne se déplace pas selon  $\theta$ , mais seulement selon  $\phi$ , c'est-à-dire en fonction de la rotation de l'étoile.
- Nous supposons que notre étoile a une température effective  $T_{eff}=5800$  K et que la température dans la tâche est de 3000 K. Cela impose une diminution de la FWHM dans la tâche d'un facteur  $\frac{\sqrt{5800}}{\sqrt{3000}} \approx \frac{3}{2}$  et une diminution dans le paramètre d'intensité sur la tâche d'un facteur  $\frac{5800^4}{3000^4} \approx 10$

Nous avons eu cependant plusieurs difficultés dans le codage de la tâche. Notamment, nous avions un problème mathématique ou informatique faisant "disparaître" notre tâche au moment où elle aurait dû se situer au milieu de la surface stellaire visible. Le problème était lié aux conditions vérifiant si le point étudié était dans la tâche où à l'extérieur. Nous avons réussi à résoudre partiellement ce problème en augmentant le nombre de points étudiés (de 5 000 à 11 150). Cependant, un nouveau problème est apparu concernant la diminution du paramètre d'intensité. En effet, pour cet endroit précis à la surface de l'étoile, nous avons dû diminuer le paramètre d'intensité d'un facteur 40 (il reste cependant à 10 pour tout autre point de la surface) afin d'avoir le résultat attendu. Nous ne connaissons toujours pas les raisons précises des problèmes liés à la simulation de la tâche et nous n'avons donc pas pu trouver de solutions définitives malgré nos nombreux essais.

Notre étude de la tâche sombre se fait pour 4 angles d'inclinaison ( $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $150^\circ$  et  $180^\circ$ ), voir [l'animation](#)) pour lesquels nous avons représenté l'évolution des spectres simulés sous forme de gifs.

### 5.3 Etoile avec pulsation

Pour le cas d'une étoile pulsante, le profil des raies va être directement influencé par la variation de luminosité de l'étoile au cours de sa période. Cette luminosité oscille autour d'une position d'équilibre. Nous pouvons aisément identifier ces oscillations sur [l'animation](#). Cette animation représente le cas d'une pulsation radiale, ces dernières sont observées d'une part via l'élargissement des profils et d'autre part par le décalage de la position maximale de ces raies.

Nous pouvons aussi constater l'influence d'un mode non radial de pulsation sur ces spectres (voir [l'animation](#)). Nous constatons l'apparition d'extrema cassant le profil sinusoïdal de la courbe. Ces variations locales sont donc le reflet du mode de pulsation de l'étoile.

Nous pouvons aussi constater que quelque soit la pulsation, les variations sont affectées par l'angle d'inclinaison. A l'équateur, les profils sont les plus plats, cela concorde avec le fait que l'effet Doppler y est plus intense et la vitesse plus élevée. A l'inverse, les profils sont les plus intenses aux pôles car l'influence de l'effet Doppler est minimale. Ces variations de largeur sont dûes à la conservation de l'énergie totale, si le profil s'aplatit, il faut aussi qu'il s'élargisse afin que l'aire sous la courbe reste constante.

## 6 Interprétation des moments

### 6.1 Etoile pulsante

Dans cette partie, nous allons voir comment le mode de pulsation peut être retrouvé par l'analyse des moments de l'étoile. En effet, la modification des nombres

quantiques  $l$  et  $m$  se traduit par un changement dans la géométrie de la pulsation créant un nouveau motif spécifique à chaque mode.

Nous pouvons d'emblée parler du moment d'ordre 0 ([FIGURE 15](#) en annexe). En effet, ce moment, quelque soit le mode de pulsation, doit être constant. Cela nous permet donc de l'utiliser comme test pour vérifier si nos simulations sont correctes. Cette constance est dû au fait que notre code ne prend pas en compte les variations de température et donc de luminosité occurants réellement pour une étoile pulsante, la surface du profil d'absorption ne varie donc pas dans notre cas. Ainsi, nous retrouvons pour chaque moment d'ordre 0 une valeur autour de 2,3 km/s.

Concernant les moments d'ordres supérieurs, nous pourrons constater à chaque fois leur variation périodique, en accord avec le fait qu'une étoile pulse de façon périodique.

### 6.1.1 Moment d'ordre 1

Nous pouvons constater que tous les moments d'ordre 1 (voir [FIGURE 17](#) en annexe) oscillent autour de zéro, ce qui est attendu car ils représentent la vitesse radiale moyenne, ces variations traduisent les oscillations de l'étoile autour de sa position d'équilibre. De plus, concernant l'influence de l'inclinaison, nous voyons clairement que pour chaque mode de pulsation  $(l,m)$ , l'amplitude du moment d'ordre 1 diminue systématiquement avec l'augmentation de l'inclinaison d'observation. Nous pouvions là aussi nous attendre à ce résultat car les pulsations ont un effet Doppler maximal au niveau de l'équateur ( $i=90^\circ$ ) et minimal au niveau des pôles ( $i=180^\circ$  pour le pôle nord). Enfin, nous pouvons remarquer que les amplitudes des courbes varient significativement avec les valeurs de  $l$  et  $m$ . Plus les modes de pulsation sont "élevés" (plus grande valeur de  $l$  et  $m$ ), plus les amplitudes sont faibles. Cela suggère que plus le mode est grand, moins la pulsation de l'étoile est marquée et donc moins elle se déforme au cours de ses oscillations.

### 6.1.2 Moment d'ordre 2

Comme pour le moment d'ordre 1 et aussi pour les mêmes raisons, nous constatons les mêmes variations globales sur ces moments d'ordre 2 (voir [FIGURE 19](#) en annexe) au niveau de l'influence de l'inclinaison et des valeurs de  $l$  et  $m$ . Nous pouvons tout de même observer que l'influence du mode de pulsation se fait encore plus sentir pour ce moment. En effet, les courbes présentent des variations nettes d'amplitudes pour de "petits" modes de pulsations. Cependant, plus les modes grandissent, plus les courbes se lisent, au point que pour le mode  $l=4, m=-4$ , les variations deviennent imperceptibles sur les tracés. Cette particularité suggère que la dispersion des vitesses n'est que très peu affectée pour de grands modes (dans le sens où elle est constante), alors qu'au contraire, pour de petits modes tel que  $l=2, m=-1$ , les oscillations de la dispersion, bien visibles, sont en phase avec la pulsation de l'étoile.

### 6.1.3 Moment d'ordre 3

Encore une fois, les amplitudes d'oscillation diminuent avec l'augmentation de l'angle d'observation, c'est cohérent sachant l'effet Doppler minimal aux pôles (voir FIGURE 21 en annexe). Egalement, les oscillations de ce moment pour différents angles traduisent la variation périodique de l'asymétrie des raies spectrales, en phase avec le cycle de pulsation de l'étoile. Nous pouvons aussi remarquer que les modes  $l=2$ ,  $m=-1$  et  $l=4$ ,  $m=-2$  présentent des motifs plus complexes que les autres.

## 6.2 Géométrie des modes de pulsation

Dans cette partie, nous allons visualiser l'influence du mode de pulsation sur les moments d'une étoile. Le moment d'ordre 0 étant constant, il ne permet pas de gagner d'information quant au mode de pulsation, contrairement aux moments d'ordre 1, 2 et 3.

### 6.2.1 Modes de pulsation : ( $l=2$ , $m=-2$ ), ( $l=3$ , $m=-3$ ), ( $l=4$ , $m=-4$ )

Ces trois modes de pulsation sont appelés modes sectoriels ou tranche d'orange (illustrations animées : mode ( $l=2$ ,  $m=-2$ ), mode ( $l=3$ ,  $m=-3$ ), mode ( $l=4$ ,  $m=-4$ )). Nous les comparons en plus au mode radial ( $l=0$ ,  $m=0$ ) pour constater les variations des moments selon l'augmentation des nombres quantiques  $l$  et  $m$  en partant donc de 0. Voici les illustrations :

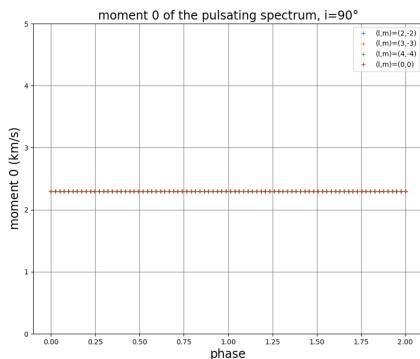


FIGURE 2 – Comparaison des moments d'ordre 0

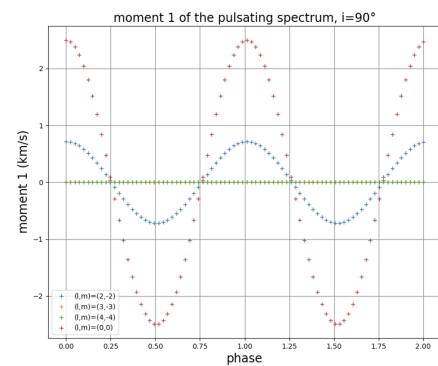


FIGURE 3 – Comparaison des moments d'ordre 1

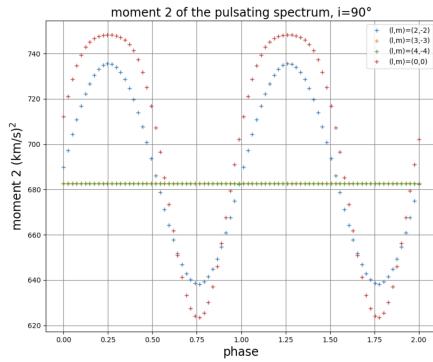


FIGURE 4 – Comparaison des moments d'ordre 2

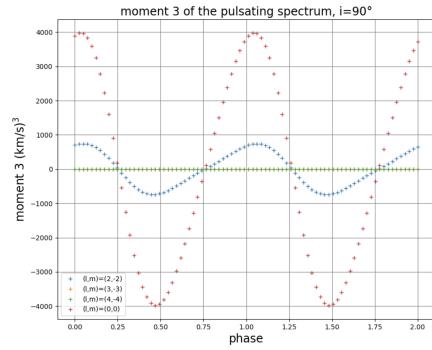


FIGURE 5 – Comparaison des moments d'ordre 3

Nous constatons bien une différence de profil du moment selon le mode. Cependant, les modes ( $l=3, m=-3$ ) et ( $l=4, m=-4$ ) sont ici indiscernables, cela est dû à la diminution d'amplitude avec l'augmentation du mode. Voyons, si nous zoomons sur ces modes, s'ils se différencient bien :

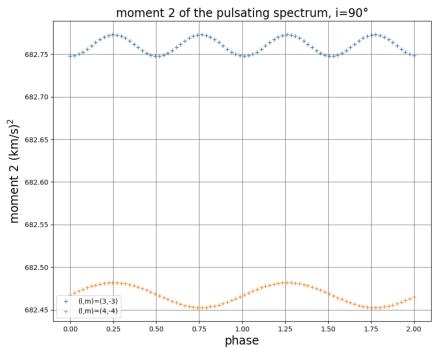


FIGURE 6 – Zoom sur les moments d'ordre 2

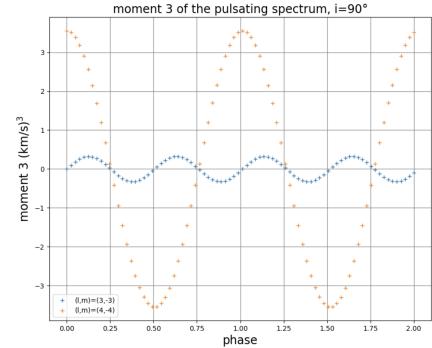


FIGURE 7 – Zoom sur les moments d'ordre 3

Effectivement, cette fois ci, ces deux modes sont bel et bien différenciables grâce aux moments d'ordre 2 et 3. Nous pouvons aussi confirmer que leurs variations sont bien plus petites que celles des modes inférieurs : pour le moment 3 par exemple, les variations de ( $l=3, m=-3$ ) et ( $l=4, m=-4$ ) sont (maximum) de 3 à -3  $(km/s)^3$  alors que pour les modes inférieurs ces mêmes variations vont de 4000 à -4000  $(km/s)^3$ .

### 6.2.2 Modes de pulsation : ( $l=0, m=0$ ),( $l=1, m=0$ ),( $l=2, m=0$ ),( $l=2, m=-2$ )

Maintenant, passons à la comparaison de modes plus faibles (afin de clairement observer les variations de chacun) avec 2 modes axysymétriques ( $l=1, m=0$ ),( $l=2, m=0$ ) dont les illustrations animées sont disponibles ici : ([\(l=1, m=0\)](#), [\(l=2, m=0\)](#)).

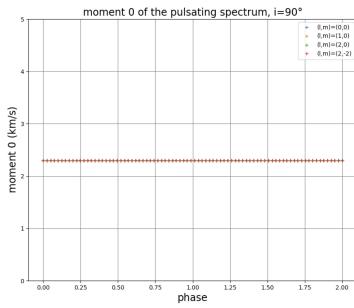


FIGURE 8 – Moment d'ordre 0

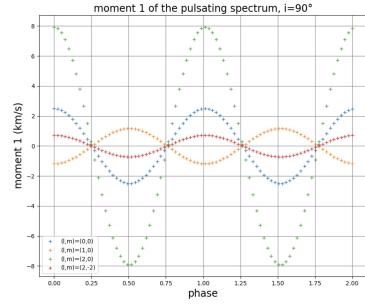


FIGURE 9 – Moment d'ordre 1

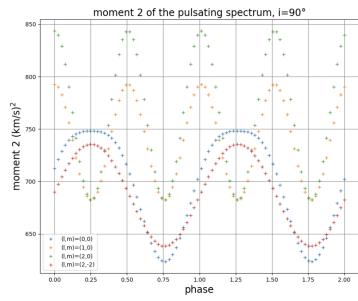


FIGURE 10 – Moment d'ordre 2

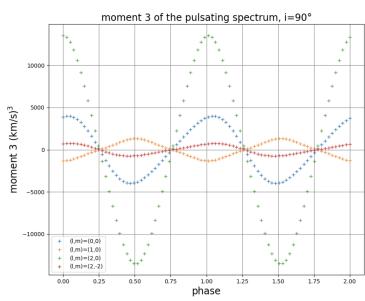


FIGURE 11 – Moment d'ordre 3

Nous voyons encore une fois l'existence d'un profil propre à chaque mode de pulsation, de plus, nous constatons l'augmentation de l'amplitude de variation avec l'augmentation du nombre 1 pour les modes axysymétriques. Ces modes là possèdent des profils, pour le moment d'ordre 2 en particulier, inobservés jusqu'à présent : plus de périodes sont présentes par phase, mais surtout, les minima correspondent sans que les maxima aussi. Cela renforce encore l'idée que chaque mode de pulsation est identifiable par l'analyse de ses moments.

### 6.2.3 Bilan

Cette étude de la géométrie des modes de pulsation se limite à la constatation de l'existence d'un profil de moment spécifique à chaque mode car il est difficile d'approfondir l'analyse sans commettre d'erreur ou devoir aller trop loin. Nous avons donc choisi de synthétiser ces comparaisons car elles permettent déjà de nous confirmer la pertinence des recherches de ces moments en astronomie.

## 6.3 Etoile présentant une tâche à sa surface

### 6.3.1 Moments d'ordre 0

La [FIGURE 16](#) en annexe, montre le tracé du moment d'ordre 0 pour les différents angles d'inclinaison. La variation l'aire du profil nous permet de bien repérer

quand est-ce que notre tâche est visible ou non.

Pour  $i=90^\circ$ , nous avons des plateaux indiquant que la tâche est sur la surface non visible de l'étoile (l'aire du profil est maximale et constante tant que la tache n'est pas visible), puis elle apparaît et elle est en plein centre quand l'aire est à sa valeur minimale.

Les mêmes tendances peuvent être vues pour  $i=120^\circ$ , la courbe s'approche plus d'une sinusoïde à même aire maximale, mais sa surface moyenne est plus faible que pour l'angle d'inclinaison précédent. Cela signifie que la tâche est invisible seulement lors d'un très court espace de temps. Si l'on augmente encore l'angle d'inclinaison, la surface moyenne continue de diminuer.

Pour  $i=150^\circ$ , nous remarquons que la tâche est désormais toujours visible puisque l'aire maximale est plus faible que pour les angles précédents.

Finalement, au pôle sud ( $i=180^\circ$ ) l'aire moyenne est à sa valeur minimum et on pourrait même dire qu'elle est constante. Ce n'est pas surprenant car dans cette configuration, la tâche est tout le temps visible et surtout, visible de la même manière. En d'autres mots, la diminution de la surface de notre profil due à la tâche est constante.

On peut également remarquer que certains points ne collent pas à l'apparence globale des courbes. Ces anomalies sont causées par des problèmes de programmation liés à la simulation de la tâche et mentionnés précédemment. Ils seront aussi présents pour les moments d'ordre supérieur.

### 6.3.2 Moments d'ordre 1

Ensuite, nous avons tracé le moment d'ordre 1 (voir [FIGURE 18](#) en annexe). Comme, on le rappelle, ce moment traduit l'évolution de la vitesse radiale de notre tâche au cours de la rotation de l'étoile. En se plaçant dans le référentiel de l'étoile, nous pouvons suivre le mouvement de notre tâche le long de la surface stellaire en tenant en compte de la manière dont sa vitesse radiale change dans le temps ( $v_{rad} < 0$  et décroissante signifie que la tâche s'éloigne, et inversement) .

La différence majeure entre les résultats à différents angles d'inclinaison est dans les amplitudes maximales et minimales de la vitesse radiale de la tâche. En effet, il est normal d'avoir une amplitude plus grande de cette vitesse lorsque l'on regarde de face l'intervalle de latitudes dans lequel la tâche se meut. Par exemple, si notre tâche était située à l'équateur, on remarquerait que l'amplitude de la vitesse radiale serait maximale pour  $i=90^\circ$ . Or ici, d'après les angles tracés, l'amplitude maximale est trouvée pour un angle  $i=120^\circ$  et diminue légèrement pour  $i=150^\circ$ . Il semble alors que pour un angle de  $i=120^\circ$ , la couche de latitude où se situe notre tâche soit au centre de la surface visible observée.

En définitive, nous observons qu'au pôle sud, la vitesse radiale est toujours nulle. En effet, la rotation de l'étoile se fait dans un plan perpendiculaire au plan de l'observateur quand on regarde une étoile depuis un de ses pôles, il n'y donc pas de composante s'approchant ou s'éloignant de l'observateur.

### 6.3.3 Moments d'ordre 2

Passons à présent au moment d'ordre 2 (voir [FIGURE 20](#) en annexe). Tout d'abord, nous pouvons voir que le moment 2 a une valeur plus élevée à l'équateur, et que sa valeur diminue au fur et à mesure que l'angle d'inclinaison stellaire augmente. En effet, pour  $i=90^\circ$  l'observateur voit l'étoile de depuis son équateur. La dispersion des vitesses reste relativement constante à cette inclinaison, ce qui est prévisible si la tâche est relativement petite par rapport à la surface totale de l'étoile.

Puis, pour  $i=120^\circ$ , la dispersion en vitesses est légèrement inférieure et montre une variation plus perceptible avec la phase. Cela pourrait indiquer que l'effet de la tâche sur le spectre est plus visible à cette inclinaison.

Ensuite, pour  $i=150^\circ$ , la dispersion est encore plus réduite, et les variations avec la phase sont plus prononcées. Cela peut être dû au fait que la tâche est plus visible, elle aurait alors un effet plus puissant sur le spectre à cette inclinaison.

Puis, pour  $i=180^\circ$ , la dispersion est la plus faible et montre des variations minimes. À cette inclinaison, nous voyons l'étoile depuis son pôle sud, ce qui signifie que la tâche n'a presque pas d'effet sur le spectre observé depuis la Terre.

En résumé, l'effet de la tâche sur le graphe se voit notamment dans les variations avec la phase de rotation. Ces variations augmentent quand  $i$  augmente mais deviennent nulles au pôle sud car la tâche est alors constamment visible et sa forme n'évoluant pas, elle occupe toujours la même surface sur la partie visible de l'étoile. Finalement, la grande différence dans les valeurs du moment 2 est à nouveau dûe au fait que l'on observe plus ou moins de composantes de la vitesse radiale selon l'angle d'inclinaison.

### 6.3.4 Moments d'ordre 3

Finalement, nous nous sommes intéressés au moment d'ordre 3 (voir [FIGURE 22](#) en annexe).

Dans ce graphe, une valeur positive indique une asymétrie vers les vitesses positives (décalage vers le rouge), tandis qu'une valeur négative indique une asymétrie vers les vitesses négatives (décalage vers le bleu).

Pour  $i=90^\circ$ , la tâche traverse le disque stellaire de manière purement latérale par rapport à l'observateur. Bien que cela crée des variations significatives dans le moment d'ordre 3, ces variations sont limitées par le passage symétrique de la tâche de l'avant à l'arrière du disque.

Cependant, pour  $i=120^\circ$ , l'inclinaison permet une vue où la tâche a une composante de mouvement à la fois latérale et légèrement radiale par rapport à l'observateur, amplifiant les effets Doppler perçus. Cette inclinaison optimise la projection des vitesses de la tâche dans la ligne de visée de l'observateur, créant ainsi des asymétries spectrales plus marquées.

Puis pour  $i=150^\circ$ , les variations sont toujours visibles mais moins prononcées qu'à  $120^\circ$ , car l'angle diminue l'effet de projection.

Et finalement pour  $i=180^\circ$ , le troisième moment reste proche de zéro. Cela signifie

que l'asymétrie dans le spectre est minimale. À cette inclinaison, la tâche est tout le temps visible avec la même intensité et tourne dans un plan perpendiculaire à l'observateur, entraînant peu, ou pas de décalage Doppler asymétrique.

En résumé, les résultats montrent que l'inclinaison à  $120^\circ$  produit les variations les plus marquées dans le troisième moment du spectre, suggérant que cette inclinaison optimise la combinaison des effets Doppler radiaux et tangents. Cette interprétation indique que la tâche a une dynamique complexe et que l'inclinaison joue un rôle crucial dans l'amplitude des asymétries spectrales observées.

### 6.3.5 Bilan

En définitive, le moment d'ordre 0 nous permet à lui seul de déterminer si une tâche est présente, en observant une diminution du flux total reçu par l'observateur et donc de l'aire du profil d'absorption. Il est à remarquer cependant, que nous avons modélisé une tâche sombre avec une taille angulaire grande par rapport aux tâches habituellement rencontrées, l'effet peut donc être plus subtil en réalité. Par conséquent, il peut être utile de faire l'étude du moment d'ordre 2 qui souligne la diminution de la largeur de la raie d'absorption localement. Des changements périodiques dans la courbe du moment d'ordre 2 peuvent donc indiquer l'existence d'une tâche en rotation.

## 7 Conclusion

L'analyse poussée des moments de notre étoile nous a permis de conclure la chose suivante : il est effectivement possible d'identifier la présence de caractéristiques sur un astre, et chacun des ordres des moments a son utilité. Le moment d'ordre 0 s'est révélé pertinent pour identifier une tâche, mais inutile pour vérifier la présence d'une pulsation. Pour identifier la pulsation et son mode, ce sont les moments d'ordre 1 et 3 qui se sont montrés les plus adaptés.

### 7.1 Application réelle

Enfin, nous avons essayé d'appliquer notre code d'analyse sur le spectre d'une étoile réelle variable de type A9, appelée AI Velorum.

Comme nous avons eu des difficultés à obtenir des figures cohérentes et que le projet arrivait à sa fin, notre tuteur nous a partagé la [FIGURE 27](#). Nous n'avons pas eu le temps de bien l'analyser, mais les variations du moment d'ordre 1 rappellent les variations correspondant au phénomène de pulsation. Si le moment d'ordre 0 peut sembler surprenant pour ce phénomène (nous avions un moment constant avec nos spectres simulés), cela peut être expliqué par le fait que nos simulations ne prennent pas en compte les variations de température et donc de luminosité causées par le phénomène de pulsation.

Cependant, nous ne pouvons rien dire quant à la présence de tâche car nous avons vu qu'en réalité, l'effet de la tâche sur les moments est plus subtil, de fait, les variations induites sont supplantes par celles de la pulsation.

## 7.2 Bilan du projet

Ce projet a été marqué par un début difficile dû au manque de compréhension du code STARS de l'an dernier qu'il a fallu décrypter, ainsi qu'à la difficulté de compréhension et de saisie des objectifs de nos travaux. Cependant, les réunions avec notre tuteur M.Mathias et sa réactivité pour répondre à nos questions nous ont toujours permis d'avancer et de gagner en clarté. Cela a été une réelle source de motivation. (diagrammes gestion de projet en annexe : comparaison des heures par **tâches**, par **semaines**, **gantt simplifié**) Finalement, nous sommes heureux d'avoir pu travailler sur un sujet si intéressant et surtout en lien avec nos aspirations futures.

## 8 Bibliographie

Lien vers les fiches de lecture : [cliquer ici](#)

### Document utiles à la compréhension du contexte :

Étoiles variables : Qu'est-ce qu'une étoile variable ? [cliquer ici](#) Gianni ROMANO et Kevin BERNARDINI, "Les étoiles variables", 2015

Mécanismes de pulsation : Explication du phénomène de pulsation. [cliquer ici](#) Gianni ROMANO et Kevin BERNARDINI, "Mécanismes de pulsation", 2015

Informations sur la spectroscopie stellaire : Qu'est-ce que la spectroscopie ? Qu'est-ce qu'un spectre ? Comment est-ce que la spectroscopie fonctionne ? À quoi sert la spectroscopie ? [cliquer ici](#) Gouvernement du Canada, "Qu'est-ce que la spectroscopie?", 2022

Thèse sur les tâches solaires : (elles sont dûes au champ magnétique, pas mal pour le contexte/détail calculatoire pour appliquer l'imagerie Doppler / p73 résumé caractéristique des raies s'il y a des tâches froides ou chaudes (importance de choisir les bonnes raies) / p95 formules géométriques pour la tâche) [cliquer ici](#) Isabelle Joncour, "Imagerie Doppler des étoiles T Tauri", 2012

Rapport STARS : [cliquer ici](#) Ekaterina SIVKOVA, Teddy WALTHER, "Mesure de la rotation stellaire et impacts des pulsations/anisotropies de brillance", 2023

### Documents utiles au code de simulation

Imagerie Doppler Description de l'imagerie Doppler, son intérêt : avec une bonne résolution spectrale on peut résoudre finement la surface de l'étoile. [cliquer ici](#) Isabelle Joncour, "Imagerie Doppler des étoiles T Tauri", 2012

Étoiles variables : Le document fournit des informations sur les tâches mais surtout des données sur les étoiles pulsantes précises pour la modélisation. [cliquer ici](#) Gianni ROMANO et Kevin BERNARDINI, "Les étoiles variables", 2015

Rapport STARS : [cliquer ici](#) Ekaterina SIVKOVA, Teddy WALTHER, "Mesure de la rotation stellaire et impacts des pulsations/anisotropies de brillance", 2023

### Documents utiles au code du calcul des moments

Raie spectrale : la largeur d'une raie spectrale est proportionnelle à la racine carrée de la température (donc on pourrait évaluer la présence de tâche en fonction de la largeur des raies spectrales) [cliquer ici](#) H. BUISSON, Ch. FABRY, "La largeur des raies spectrales et la théorie cinétique des gaz", 2008

Rapport STARS : [cliquer ici](#) Ekaterina SIVKOVA, Teddy WALTHER, "Mesure de la rotation stellaire et impacts des pulsations/anisotropies de brillance", 2023

## 9 Annexes

### 9.1 Annexe A

— **Paramètres non variables :**

Il s'agit de caractéristiques propres de notre étoile (les paramètres pour lesquels nous n'avons pas étudié les variations).

- Résolution spectrale : 623 750
- Période de pulsation : 0,26 jours
- Amplitude de pulsation : 30 km/s
- Déphasage de pulsation : 0 radian
- Vitesse équatoriale : 30 km/s
- Paramètre de pulsation  $k=0,15$
- Bornes inférieure et supérieure pour le traçage du profil d'absorption : 499,8 nm à 500,2 nm
- Longueur d'onde du laboratoire : 500 nm
- Coefficient d'assombrissement centre-bord :  $\beta = 0,56$
- Intensité du profil intrinsèque : 0,7
- Amplitude maximale de vitesse différentielle : 10km/s (utilisée seulement lors de l'étude rapide de la vitesse différentielle)
- Rayon de l'étoile : 700 000 km
- Coordonnées de la tâche selon  $\phi$  :  $\phi_{\min}=25^\circ$  et  $\phi_{\max}=35^\circ$
- Coordonnées de la tâche selon  $\theta$  :  $\theta_{\min}=25^\circ$  et  $\theta_{\max}=35^\circ$
- Nombre de points de calcul sur la période de rotation : 41

— **Paramètres variables :**

Il s'agit des paramètres que l'on a fait varier pour faire l'étude des différents phénomènes influençant notre spectre.

- Nombre d'éléments élémentaires de la surface de l'étoile : initialement 5000, puis 11 250 en raison des problèmes informatiques pour la tache.
- Paramètres définissant le mode de pulsation :
  - le degré angulaire :  $l \leq 5$  (des valeurs de  $l$  supérieures ne sont pas réalistes pour des rotateurs lents)
  - le nombre azimutal :  $-l \leq m \leq l$
- Angle d'inclinaison stellaire :  $90 \leq i \leq 180$  (car notre tâche se situe dans l'hémisphère sud)
- SNR (Signal to Noise Ratio) : valeurs entre 10 et 100
- FWHM : 0,010 nm si le point se trouve dans la tâche et 0,015 nm ailleurs

[Retour à l'explication des codes](#)

## 9.2 Annexe B

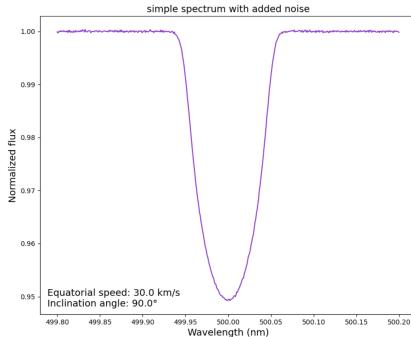


FIGURE 12 – Effet d'un faible bruit sur un spectre (SNR = 80)

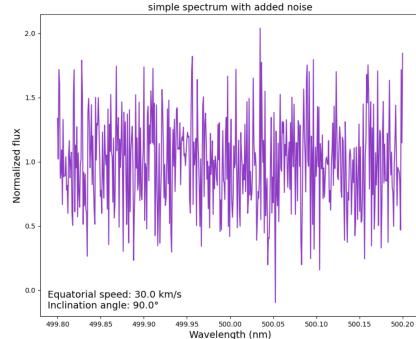


FIGURE 13 – Effet d'un bruit très élevé sur un spectre (SNR = 10)

**le bruit :** Ces deux figures nous montrent l'effet du bruit sur notre spectre simple. Un faible bruit produit de faibles oscillations tout au long du profil, tandis qu'un bruit plus important peut totalement écraser le profil du spectre.

Étant donné que l'étude du bruit ne faisait pas partie de nos principaux objectifs pour ce projet et en raison de contraintes de temps, nous n'avons pas poussé l'analyse de ce facteur, présent dès qu'on parle d'observation, que ce soit en astrophysique ou dans tout autre domaine. De plus, le bruit astrophysique est complexe à modéliser du fait qu'il tient compte de beaucoup de facteurs différents. Ainsi, la fonction Python que nous avons utilisée pour modéliser le bruit n'est pas la plus adaptée. Pour coller au mieux aux modèles, il aurait fallu que l'on utilise une méthode proche de celle utilisée en astronomie observationnelle : le rapport signal sur bruit, obtenu avec l'inverse de l'écart-type sur le continu. Cependant, cela s'avère difficile dans la mesure où nous n'obtenons l'écart type qu'à posteriori.

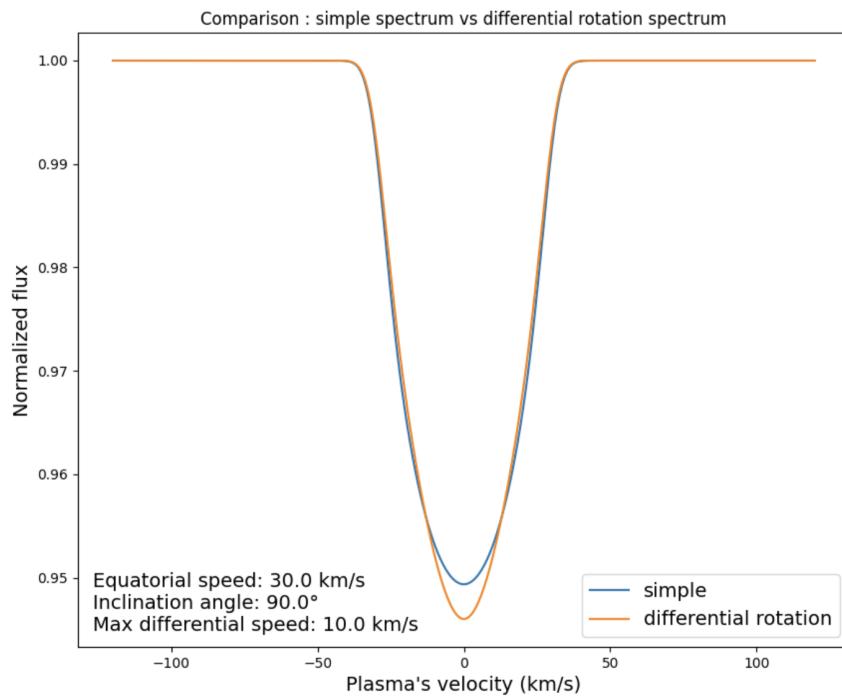


FIGURE 14 – Modification du profil d’absorption dû à la rotation différentielle

**la rotation différentielle :** En comparant notre spectre simple avec celui nouvellement obtenu, nous constatons que la largeur du profil d’absorption est légèrement réduite, ce qui semble suggérer que la rotation différentielle diminue légèrement l’effet Doppler par rapport à une étoile tournant de façon uniforme. En raison de la conservation du flux total reçu, nous obtenons également un profil légèrement plus profond.

Puisque que ce phénomène introduit relativement peu de changements sur notre profil d’absorption, nous n’avons pas approfondi notre analyse.

De fait dans la suite, nous avons étudié la tâche et la pulsation comme des phénomènes isolés sans ajouter de bruit ou de rotation différentielle.

[Retour aux résultats du code de simulation](#)

### 9.3 Annexe C

#### 9.3.1 Moment 0

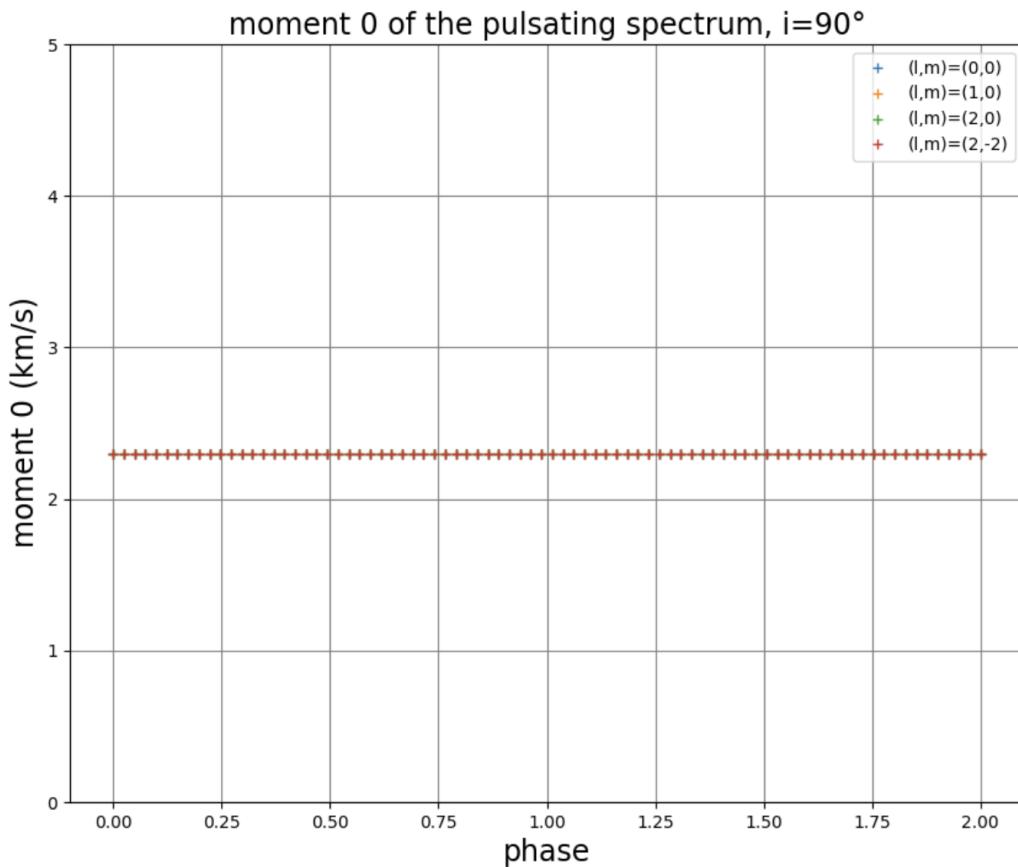


FIGURE 15 – Comparaison des moments d'ordre 0 de différents modes de pulsation

[Retour à la lecture de l'interprétation du moment 0](#)

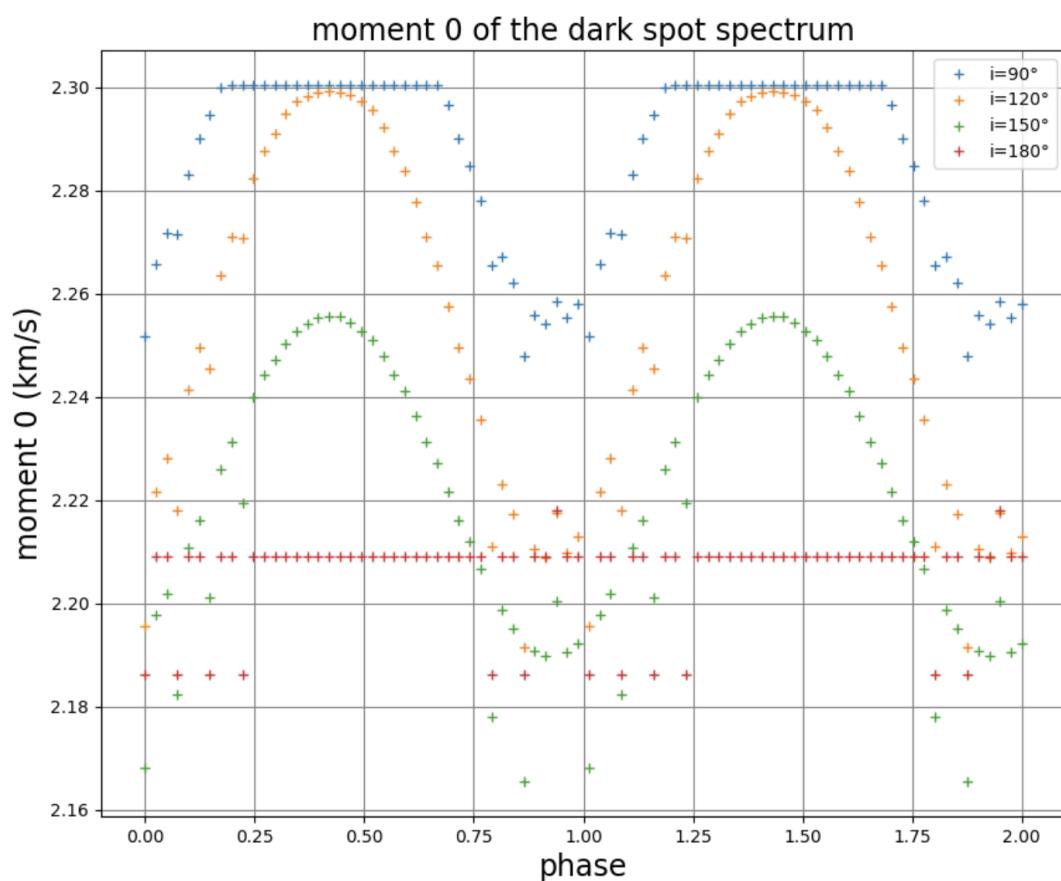


FIGURE 16 – Moments d'ordre 0 pour différents angles d'inclinaison

[Retour à la lecture de l'interprétation du moment 0](#)

### 9.3.2 Moment 1

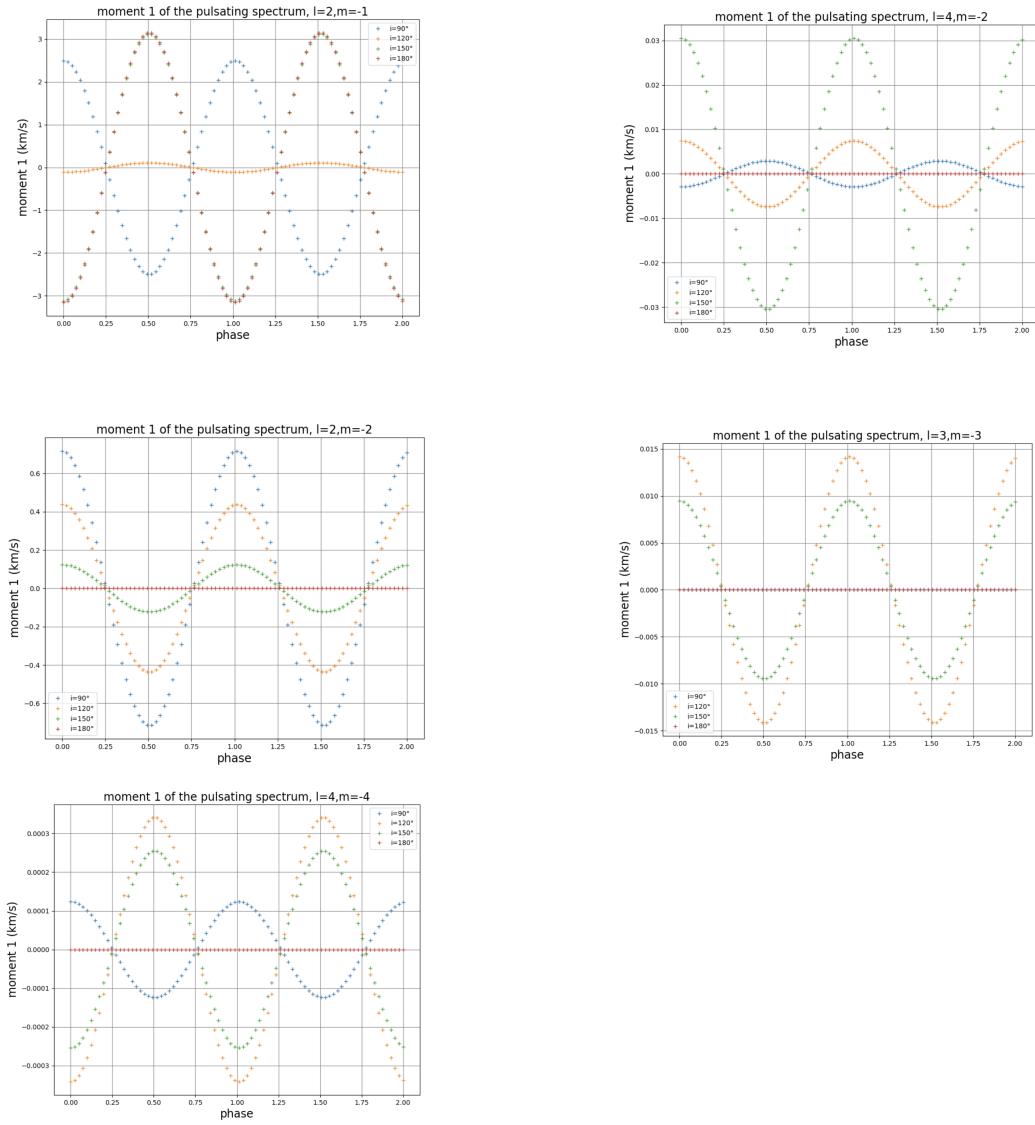


FIGURE 17 – Comparaison des moments d'ordre 1 pour différents modes de pulsation

[Retour à la lecture de l'interprétation du moment 1](#)

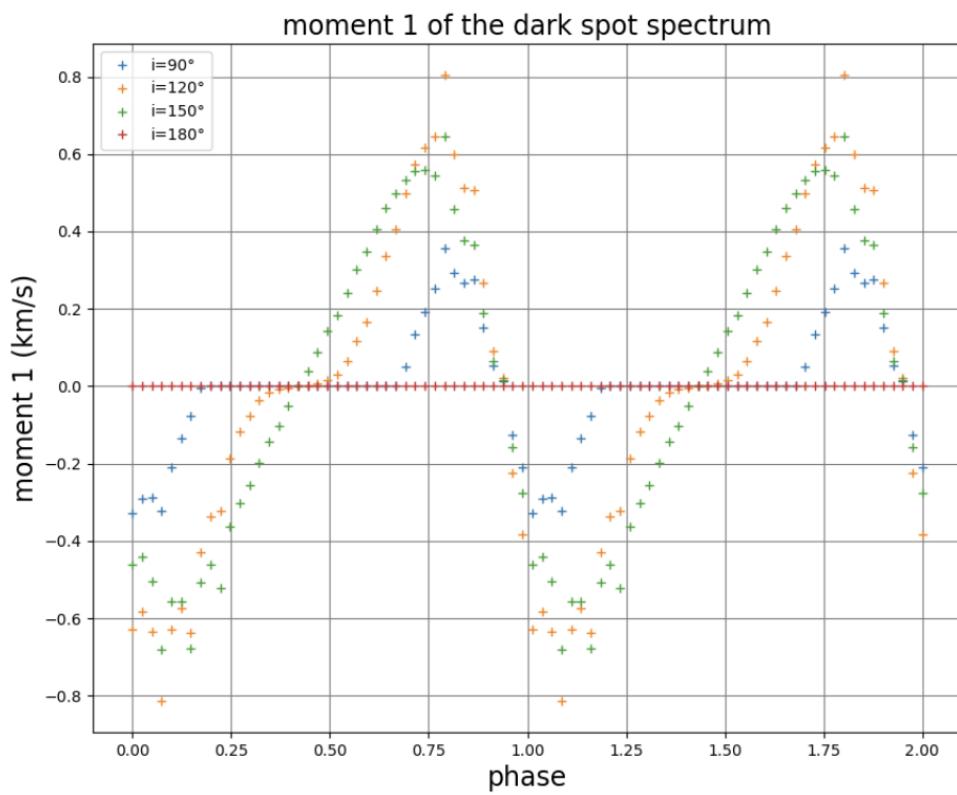


FIGURE 18 – Moments d'ordre 1 pour différents angles d'inclinaison

[Retour à la lecture de l'interprétation du moment 1](#)

### 9.3.3 Moment 2

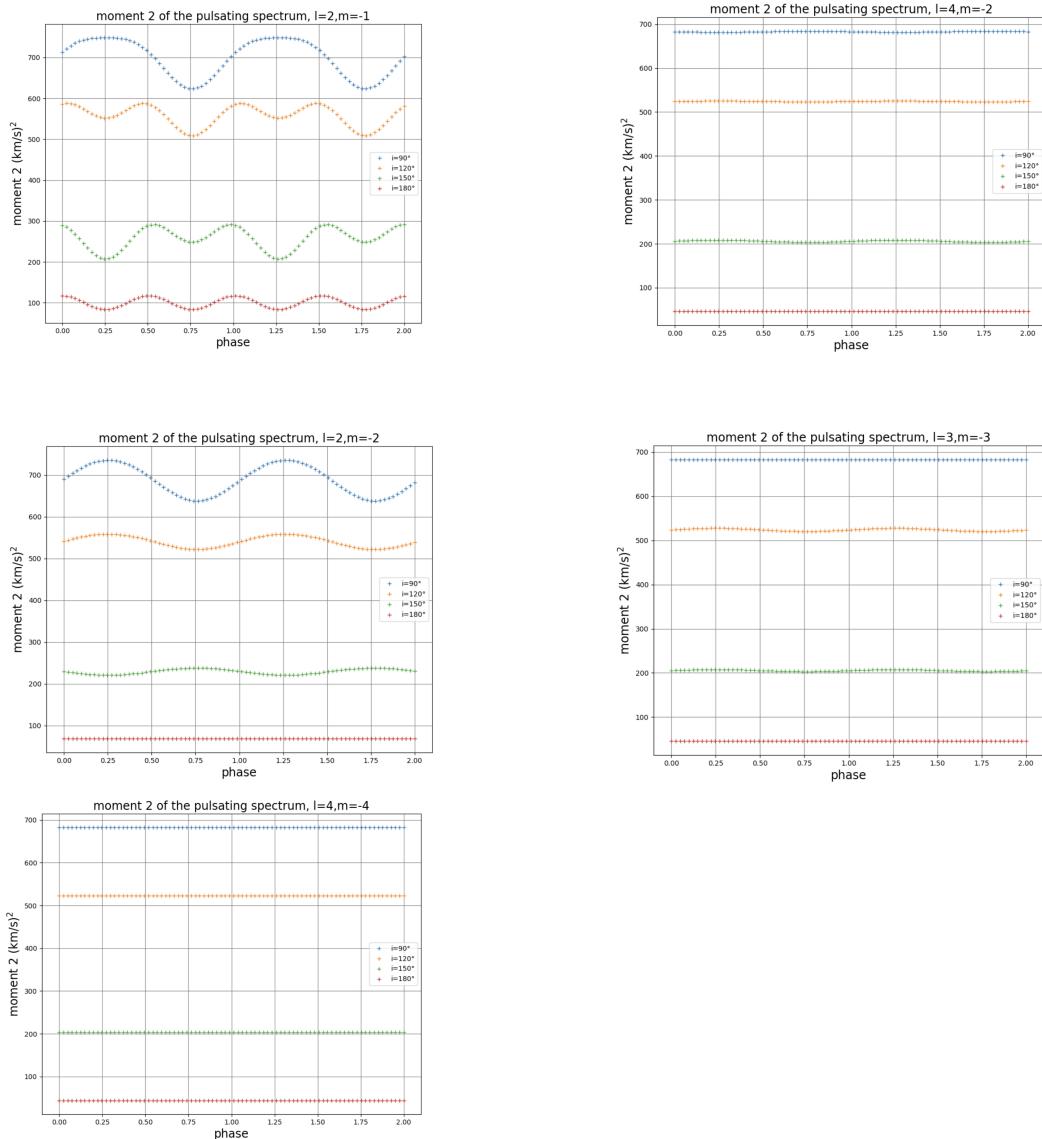


FIGURE 19 – Comparaison des moments d’ordre 2 pour différents modes de pulsation

[Retour à la lecture de l’interprétation du moment 2](#)

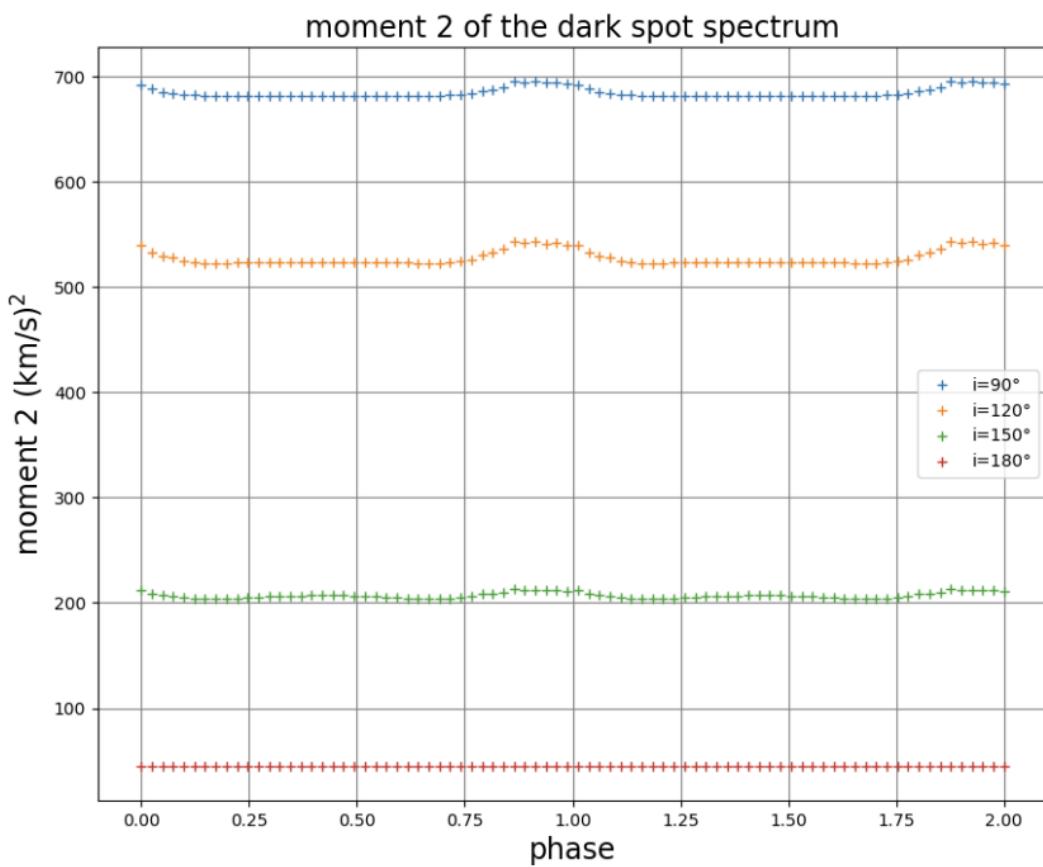


FIGURE 20 – Moments d'ordre 2 pour différents angles d'inclinaison

[Retour à la lecture de l'interprétation du moment 2](#)

### 9.3.4 Moment 3

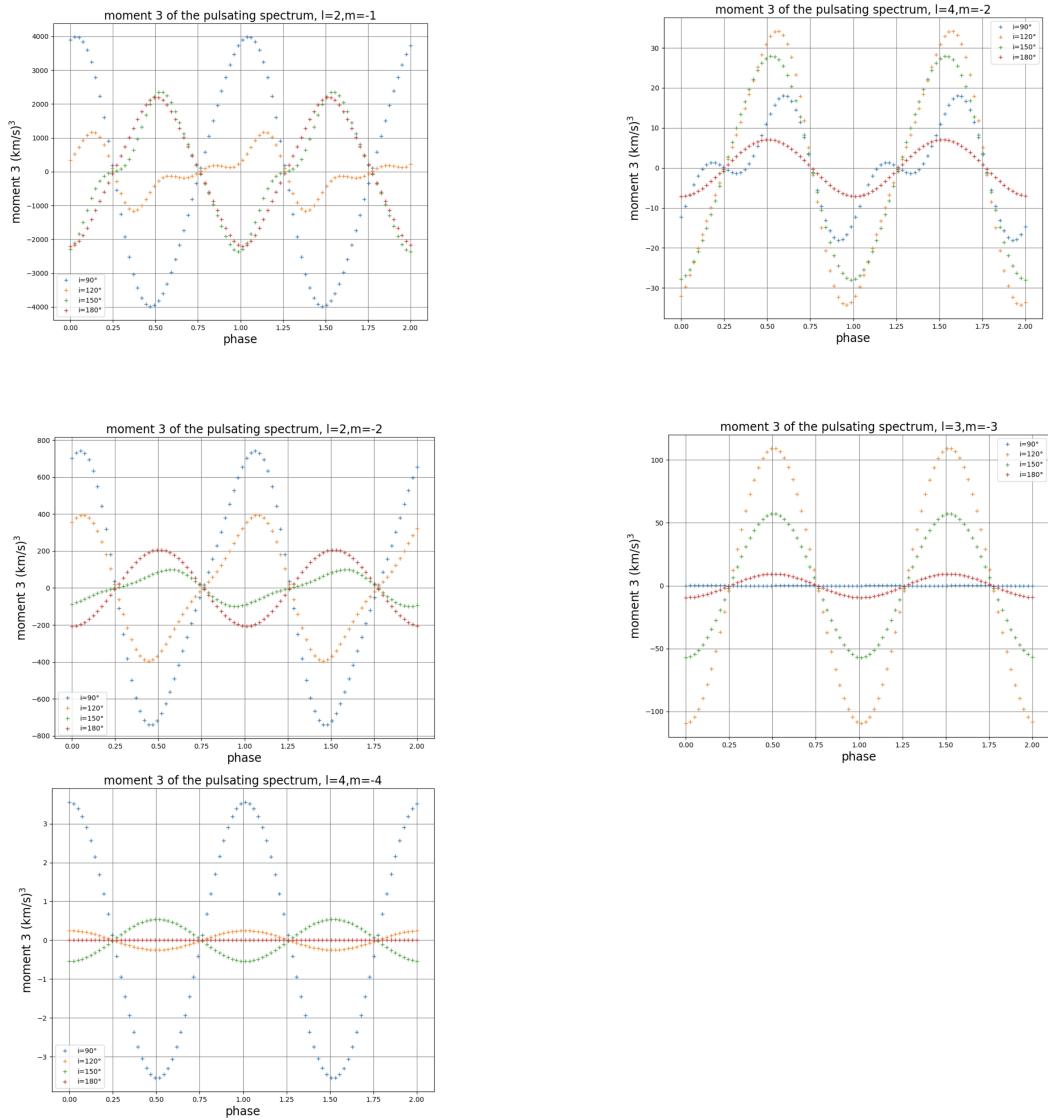


FIGURE 21 – Comparaison des moments d'ordre 3 pour différents modes de pulsation

[Retour à la lecture de l'interprétation du moment 3](#)

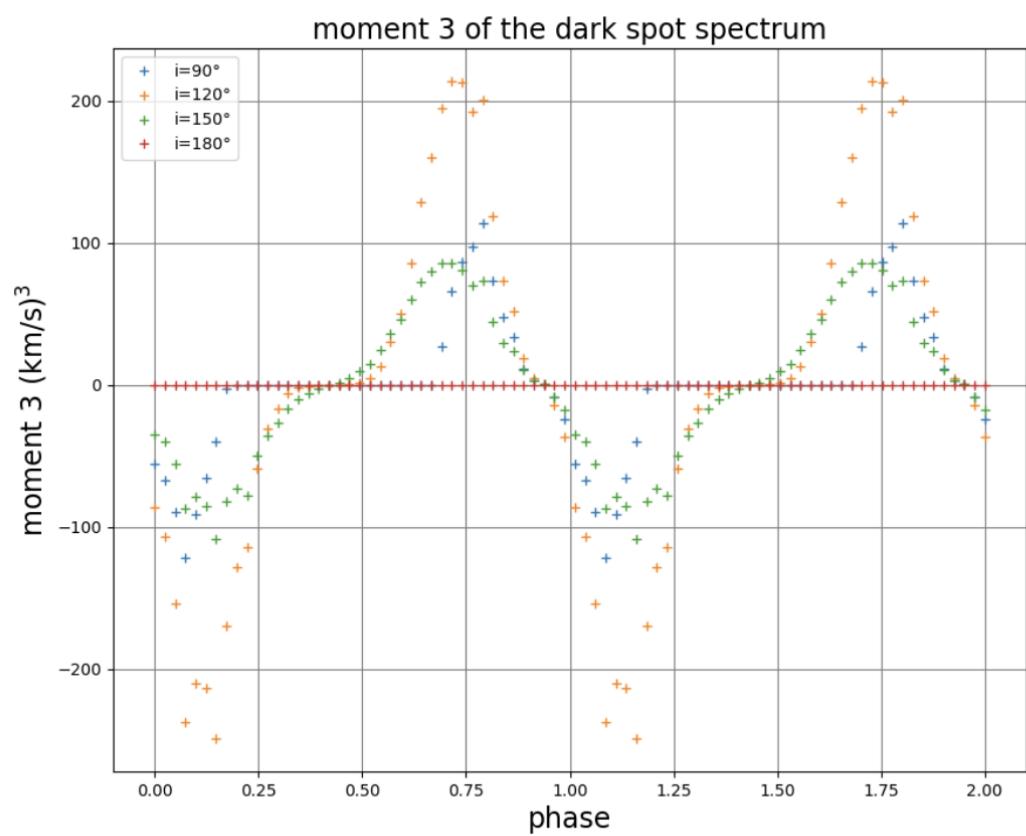


FIGURE 22 – Moments d’ordre 3 pour différents angles d’inclinaison

[Retour à la lecture de l’interprétation du moment 3](#)

## 9.4 Figures

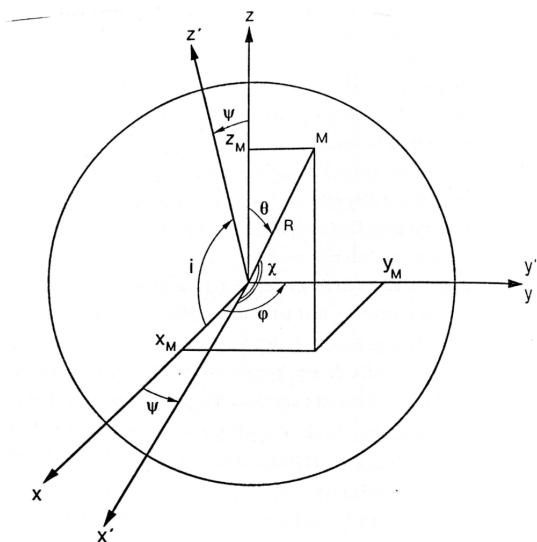


FIGURE 23 – Systèmes de coordonnées

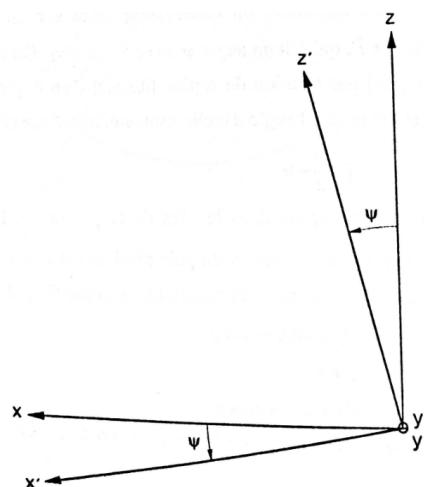


FIGURE 24 – Repères  $(O, x, y, z)$  et  $(O, x', y', z')$

[Retour à la lecture de la théorie de notre code de simulation](#)

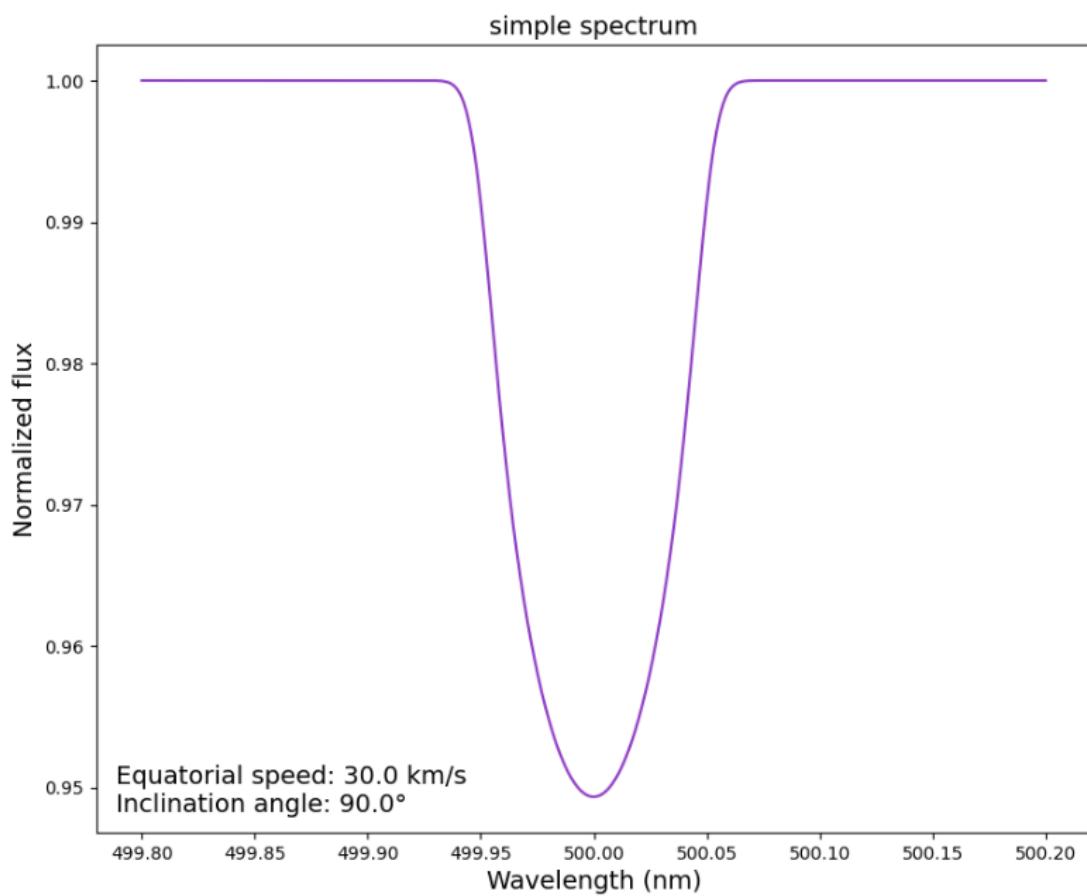


FIGURE 25 – Spectre de base de notre étoile

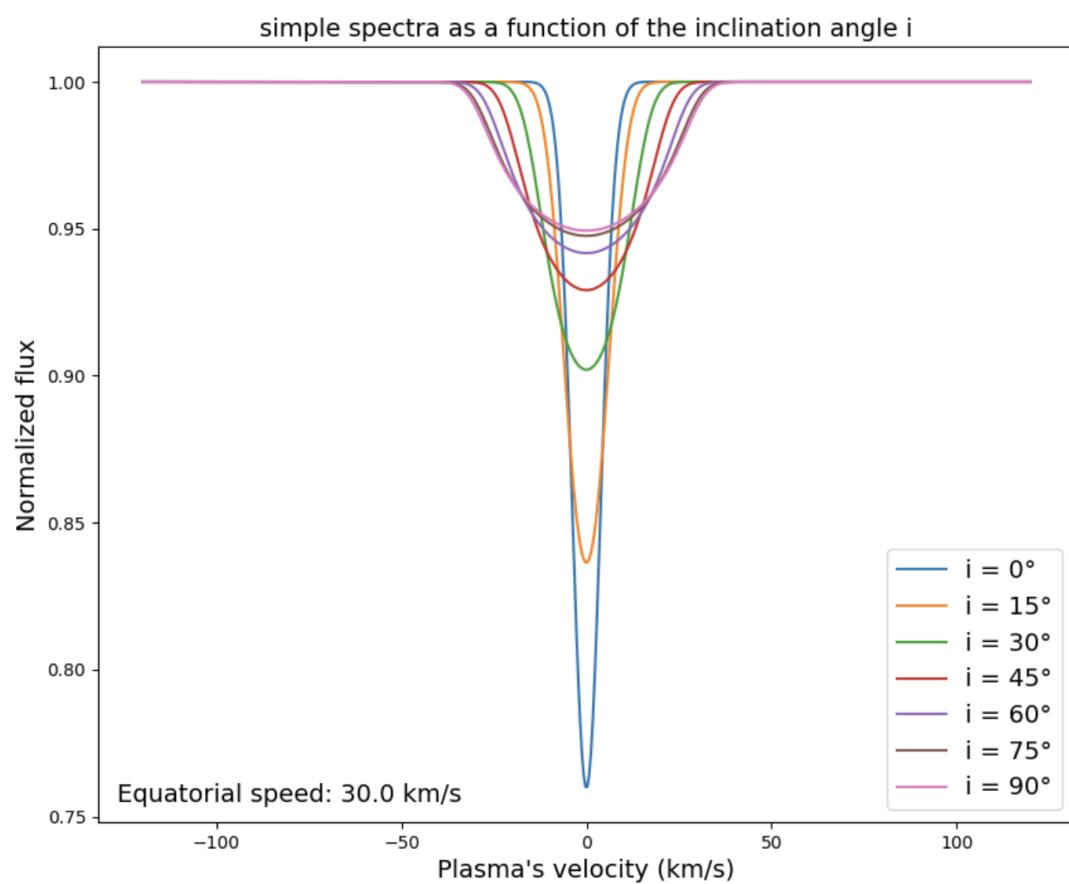


FIGURE 26 – Evolution du spectre en fonction de l’angle d’inclinaison

[Retour à la lecture des résultats du code de simulation](#)

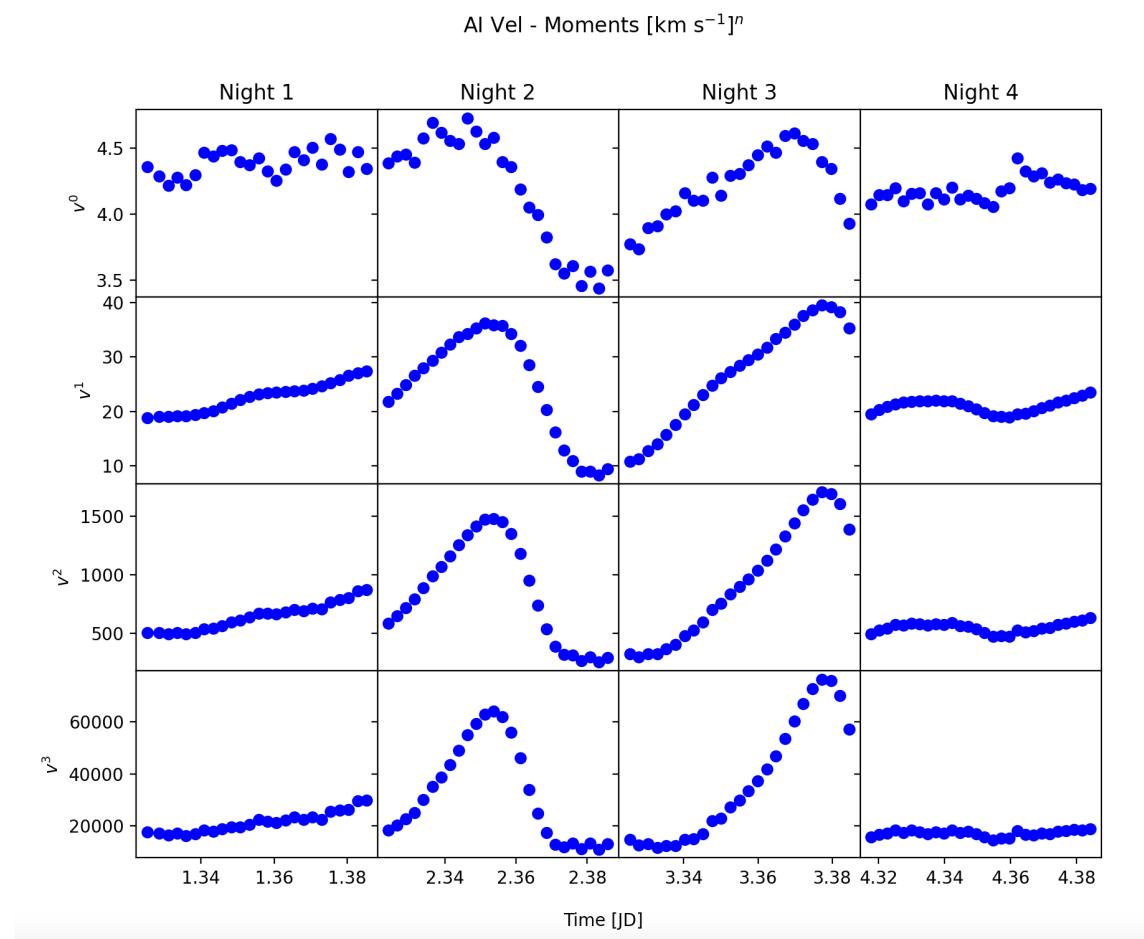


FIGURE 27 – Moments d'ordre 0, 1, 2, 3 de AI Velorum en fonction du temps

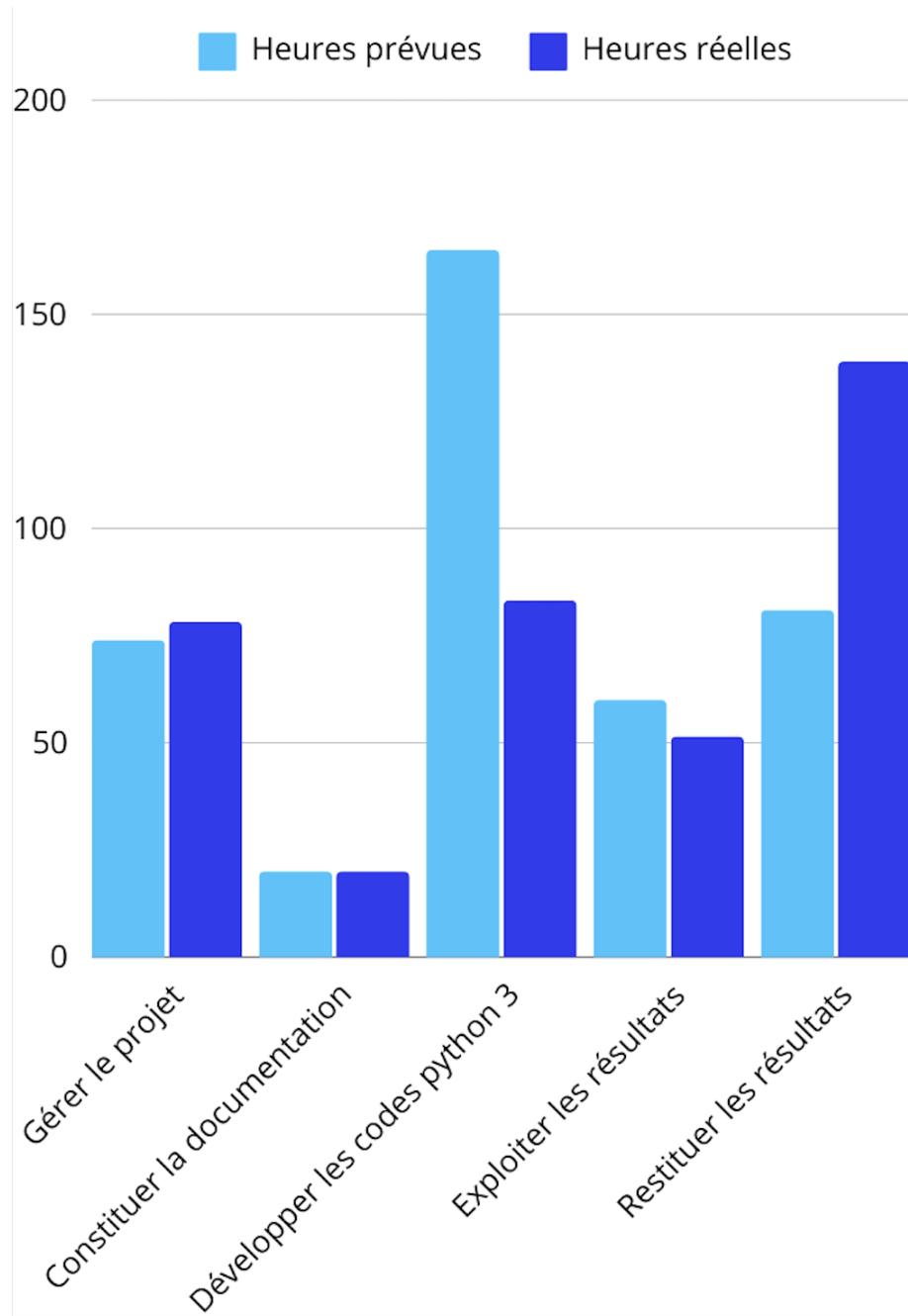


FIGURE 28 – Comparaison des heures prévues et heures réelles par tâches

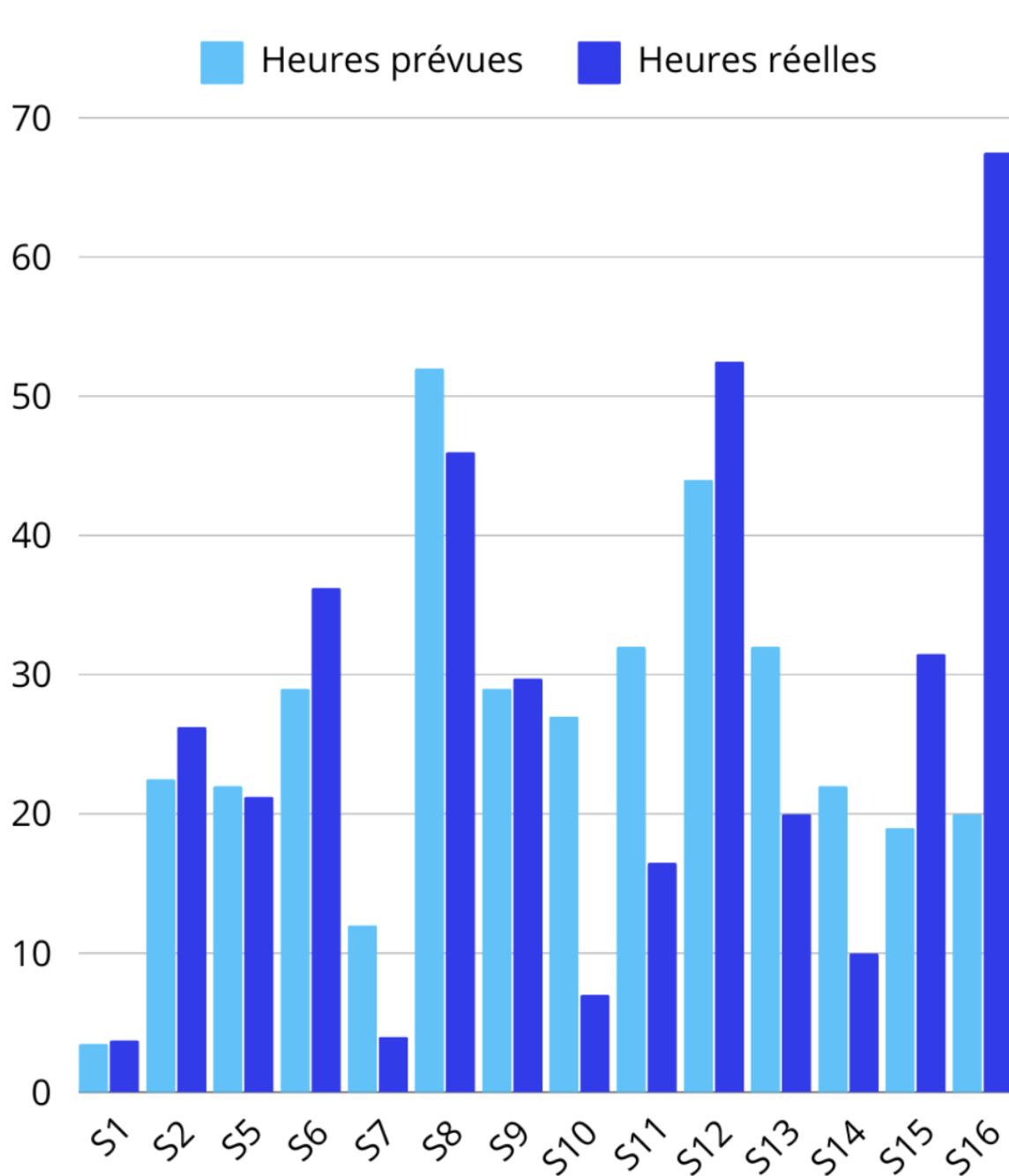


FIGURE 29 – Comparaison des heures prévues et heures réelles par semaine

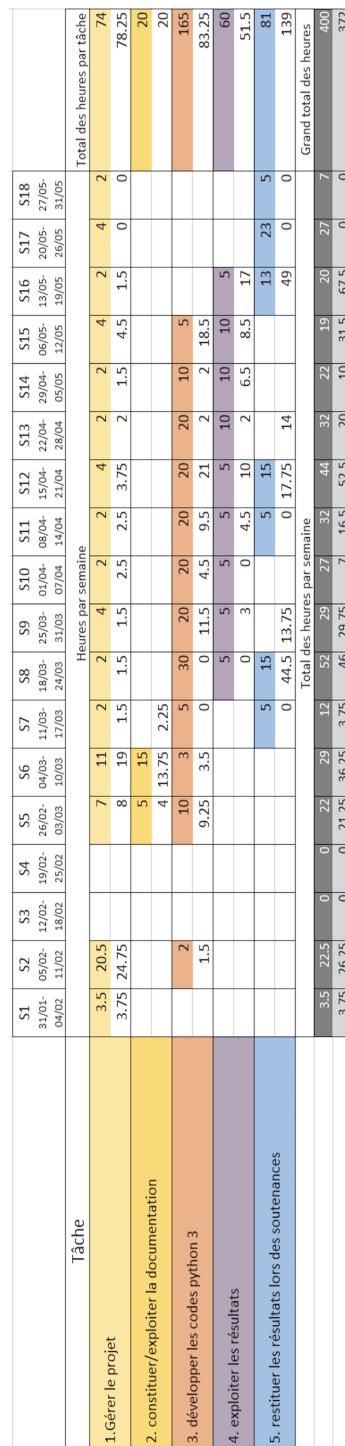


FIGURE 30 – Gantt simplifié