

Modelos Lineares e Aplicações

Teste - 24/04/2013

Duração: 2h

Departamento de Matemática e Aplicações

Nome: _____ Número: _____

1. Diga, justificando, se os seguintes modelos são (ou podem ser transformados) em modelos lineares. Caso sejam linearizáveis, identifique a respetiva transformação.

(a) $\log(Y) = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon$

(b) $Y = \beta_0 \times \exp(\beta_1 x + \epsilon)$

(c) $Y = \frac{\epsilon}{\exp(\beta_0 + \beta_1 x)}$

2. Suponha que um automóvel, para analisar o seu consumo de combustível, efectuou 7 viagens, tendo-se registado a distância percorrida (km) e o consumo (l), obtendo-se, então, os 7 pares de valores seguintes:

| | | | | | | | |
|------------------|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| X consumo (l) | 2 | 3 | 5 | 9 | 12 | 14 | 18 |
| Y distância (km) | 20 | 40 | 80 | 120 | 160 | 200 | 250 |

- (a) Suponhamos que Z é a distância medida em milhas (em vez de quilómetros) percorrida pelo automóvel. **Sem fazer cálculos**, indique o coeficiente de correlação de Pearson entre Y e Z (r_{YZ}).
- (b) Como medida de associação linear entre as variáveis X e Y,
- (i) calcule o respetivo coeficiente de correlação r_{XY} ;
- (ii) qual a desvantagem de medir essa associação através da covariância entre X e Y (em vez de usar r_{XY}) ?
- (c) Utilize um teste de hipótese para validar se a associação linear entre X e Y é significativa.

Nota: $t_{0.025;5} = 2.57$

3. Considere os dados do exercício anterior sobre o “consumo de combustível de um dado automóvel”.

- (a) Represente as observações num diagrama de dispersão.
- (b) Escreva a equação da recta de regressão estimada. Interprete os valores obtidos como estimativas dos coeficientes de regressão.
- (c) Obtenha um intervalo de confiança a 90% para $\hat{\beta}_0$. Comente o significado do resultado obtido.

Nota: $t_{0.05;5} = 2.015048$

- (d) Comente a qualidade da reta obtida, utilizando um teste F (ANOVA).
- (e) (i) Obtenha um intervalo de confiança a 99% para a distância que se espera que seja percorrida com 10 litros de combustível, ou seja calcule $E[Y|x = 10]$.
- (ii) **Sem fazer cálculos**, explique se a amplitude do intervalo anterior para $E[Y|x = \bar{x}]$ irá diminuir ou aumentar?

Nota: $t_{0.005;5} = 4.032143$

4. Realiza-se um estudo para tentar confirmar se os resultados da avaliação da unidade curricular “Probabilidade e Estatística II” (variável Y), na escala 0-20, poderá ser em parte explicada pela classificação final obtida em “Análise de Matemática EE” (variável X). Para uma amostra de 10 alunos, obtiveram-se os seguintes resultados:

$$\sum x_i = 114.4 \quad \sum y_i = 122 \quad \sum x_i y_i = 1453.4 \quad \sum x_i^2 = 1388.64 \quad \sum y_i^2 = 1535.76$$

- (a) Escreva a equação da recta de regressão estimada. Interprete o resultado $\hat{\beta}_1$ obtido para o declive da reta, validando a qualidade da regressão.
- (b) Um aluno obteve 13 em “Análise Matemática”, mas faltou ao exame de “Probabilidade e Estatística II”. Qual o valor esperado para a nota no exame da UC em Estatística?
- (c) Quantifique a qualidade do ajuste, à custa do coeficiente de determinação, e interprete o valor obtido.
- (d) Por último efetue uma análise aos resíduos (excluindo a “homocedasticidade”) obtidos como $\epsilon_i = Y_i - \hat{Y}_i$ e com os seguintes valores

$$0.28 \quad -0.49 \quad -0.60 \quad -1.16 \quad -0.22 \quad 0.23 \quad -1.49 \quad -0.83 \quad 0.06 \quad -1.27$$

confirmando que obedecem aos pressupostos considerados num modelo de regressão (considere $\alpha = 1\%$).

Nota: Poderá usar a função `acf` do R para testar a independência.