## Temas de Álgebra

exame - parte pratica ————————————————————————————————————	exame - parte prática —	8 de fevereiro de 2023
--	-------------------------	------------------------

Sejam q primo e E uma curva elíptica sobre  $\mathbb{Z}_q$  com N=#E. Apresenta-se, de seguida, uma variante do sistema de assinatura digital Nyberg-Rueppel. Suponha que Alice pretende assinar a mensagem  $M\in E$  e enviá-la, juntamente com a assinatura, a Bob. Alice escolhe  $A\in E$  e  $a\in\mathbb{Z}_N$ . Determina B=aA. Torna públicos A e B e mantém privado a. Escolhe ainda uma função  $f:E\to\mathbb{Z}_N$ , que torna pública. Vai assinar a mensagem da seguinte forma:

- Escolhe k aleatório tal que (k, N) = 1.
- Calcula R = M kA.
- Calcula  $s = k^{-1} (1 f(R)a) \mod N$ .
- A mensagem assinada é (M, R, s).

Bob verifica a assinatura fazendo:

- Calcula  $V_1 = sR f(R)B \in V_2 = sM A$ .
- Declara válida a assinatura se  $V_1 = V_2$ .
- 1. Mostre que de facto é uma assinatura digital (ou seja, mostre que de facto  $V_1 = V_2$ ).
- 2. Displemente o protocolo no sagemath.