

## Lógica da Programação

2º mini-teste Coq

11.01.23

(Duração: 45m)

Construa uma script Coq para resolver as três questões que se seguem, criando uma secção para apresentar a(s) resposta(s) a cada uma das questões.

1. Prove a seguinte proposição em Coq:  $\text{forall } n \ m, (n=0 \wedge 0=m) \rightarrow S \ n = S \ m$ .
2. Considere a seguinte definição em Coq, relativa ao segundo numeral de Church:

`Definition c_2:= fun f:nat->nat=> fun x:nat=> f (f x).`

- a) Considere o termo Coq `(c_2 S 0)`. Utilize o Coq para determinar o tipo e a forma normal deste termo. Na script, em comentário, explique os resultados observados.
  - b) Prove em Coq a proposição:  $\text{forall } n, c\_2 \ S \ n = S \ (S \ n)$ . (Observação: não é necessário recorrer a indução.)
  - c) Prove em Coq a proposição:  $\text{forall } m \ n, c\_2 \ S \ (m+n) = m+(S \ (S \ n))$ .
3. Considere a seguinte definição indutiva em Coq do predicado `impar`:

`Inductive impar : nat->Prop :=  
 imp_1: impar 1 | imp_n: forall n, impar n -> impar (S (S n)).`

- a) Formalize e prove em Coq a afirmação “3 é ímpar e 4 não é ímpar”.
- b) Prove em Coq a proposição:  $\text{forall } n, \text{impar } n \leftrightarrow \text{impar } (S \ (S \ n))$ . (Observação: não é necessário recorrer a indução.)
- c) Prove em Coq a proposição:  $\text{forall } n, \text{impar } n \rightarrow \sim \text{impar } (S \ n)$ .

**Cotações:** **1.** 4 valores; **2.** 8 valores; **3.** 8 valores.

**Nota 1:** Pode substituir a resolução da alínea **c)** da Questão **2** ou da Questão **3** pela construção de um prova em Coq da seguinte proposição:

$\text{forall } p \ q \ r:\text{Prop}, (p \rightarrow (q \rightarrow r)) \leftrightarrow ((p \wedge q) \rightarrow r)$

Neste caso, a cotação da respetiva questão será 6 valores.

**Nota 2:** Nas formalizações em Coq, não poderão ser utilizadas as táticas “auto”, “tauto” ou outras táticas de prova automática.