

ElGamal sobre \mathbb{Z}_p

Seja r uma raiz primitiva de p ; ou seja,

$$\mathbb{Z}_p^* = \langle r \rangle.$$

Ou seja, para todo $b \in \mathbb{Z}_p^*$, existe um único k com $1 \leq k \leq p - 1$ para o qual $b = r^k \pmod p$.

```
In [26]: p = next_prime(10000)
Zp=IntegerModRing(p)
r = primitive_root(p)
r = Zp(r)
p, r
```

Out[26]: (10007, 5)

```
In [14]: a = 17
b=Zp(r^a)
b
```

Out[14]: 9093

```
In [15]: ChPub = (p, r, b)
ChPriv = a
```

```
In [16]: mens = 1234
```

```
In [32]: k = 1004
gama, delta = mens * b^k, r^k
```

```
In [33]: gama, delta
```

Out[33]: (104, 3091)

```
In [34]: delta^(-a)*gama
```

Out[34]: 1234

Para cifrar $mens$, Bob usa a chave pública de Alice; escolhe um k aleatoriamente, e calcula

$$(\gamma, \delta) = (mens \cdot b^k, r^k).$$

Alice, para decifrar o par (γ, δ) , calcula

$$(\delta^{-1})^a \cdot \gamma.$$

In []: