Relatório 2º projecto ASA 2025/2026

Grupo: AL130

Aluno(s): André Sá (ist1109904) e Joana Melo (ist1114255)

Descrição da Solução

- Descrição do grafo construído:
  O grafo é representado por lista de adjacências. Cada vértice é uma estrutura contendo um vetor de sucessores (vértices diretamente acessíveis) e uma flag visited para a travessia DFS. Durante a leitura, para cada aresta (A,B), adiciona-se B ao vetor de sucessores de A, construindo assim o grafo orientado acíclico.

- Descrição dos algoritmos aplicados:
  1. Ordem topológica por DFS:
     Aplica-se DFS recursivo. Ao visitar um vértice e os seus sucessores, adiciona-se ao vetor ordered. A ordem reversa deste vetor garante que cada vértice aparece antes dos seus sucessores.
  2. Contagem de caminhos por programação dinâmica:
     Para cada vértice A na ordem topológica reversa. Para cada vértice B processado a partir de A, propaga-se o número de caminhos aos sucessores,subtraindo M incrementalmente para evitar overflow. Após este processo, cada par (A,B) com caminhos entre A->B é registado na lista do camião correspondente:
  3. Ordenação lexicográfica:
     Os pares de cada camião são ordenados usando sort do C++.

Análise Teórica da Solução Proposta

- Leitura dos dados de entrada: O(N+K)
  Leitura sequencial dos parâmetros N, M, m1, m2, K e iteração sobre as K arestas para popular os vetores de sucessores.
- Construção do grafo: O(N+K)
  Criação de N estruturas de vértices (O(N)) e inserção de K arestas nos vetores de sucessores (O(K)).
- Ordem topológica: O(N+K)
  DFS visita cada vértice exatamente uma vez (O(N)) e percorre cada aresta exatamente uma vez ao explorar sucessores (O(K)).
- Contagem de caminhos: $O(N^3)$ no pior caso
  O algoritmo possui três ciclos aninhados: Sobre A (N iterações), sobre B (até N-1 iterações por iteração de A), e sobre sucessores de B (grau_saída(B) iterações).

  O número total de operações é $\sum_{\alpha=1}^{N} \sum_{\beta=1}^{A}$ grau_saída(B). No pior caso, para grafos densos onde cada vértice tem até n-1 sucessores ($K \approx N^2$), esta

Relatório 2º projecto ASA 2025/2026

Grupo: AL130

Aluno(s): André Sá (ist1109904) e Joana Melo (ist1114255)

---

soma aproxima-se de $\sum_{\alpha=1}^{N} \sum_{\beta=1}^{A} O(N) = O(N^3)$. Os pares A-B são depois inseridos no vetor dos camiões, com complexidade $O(N^2)$. A complexidade global é $O(N^3) + O(N^2) = O(N^3)$

- Ordenação e output: $O(N^2 \log N)$
  Itera-se sobre todos os camiões e ordenam-se os pares desse camião. Como o número de pares total é independente do número de camiões, o pior caso de ordenação varia com o número de pares, que varia quadraticamente com N, e com o algoritmo de ordenação, logN. O output tem complexidade $O(N^2 + T)$, sendo T o número de camiões. A complexidade global é $O(N^2 \log N) + O(N^2 + T) = O(N^2 \log N)$.

Complexidade global da solução: $O(N+K) + O(N+K) + O(N+K) + O(N^3) + O(N^2 \log N) = O(N^3)$ para grafos densos ($K \approx N^2$).

Avaliação Experimental da Solução Proposta

Foram geradas 23 instâncias com n entre 10 e 3300 (e m=1000, densidade=50% constantes).

	10	50	100	150	250	350	450	500	700	900	1000	1200	1500	1750	2000	2250	2500	2700	2800	3000	3100	3200	3300
o (s)	0.015	0.008	0.009	0.021	0.064	0.095	0.236	0.351	1.003	1.329	1.853	2.770	8.072	10.466	12.698	24.348	26.037	32.024	34.529	39.876	44.924	58.190	61.365

Observa-se ruído significativo para $n<200$. A partir de $n \geq 1000$, o comportamento $O(n^3)$ torna-se evidente, com o tempo a crescer linearmente com n^3 (coeficiente $\approx 2{,}11\times10^{-9}$), conforme verificável no gráfico normalizado onde os pontos acompanham a linha y=x. Para $n > 3000$, os tempos excedem 1 minuto, revelando limitações práticas para grafos extensos.