

PROPAGAÇÃO E RADIAÇÃO DE ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS (PROE)

RADIAÇÃO

Custódio Peixeiro

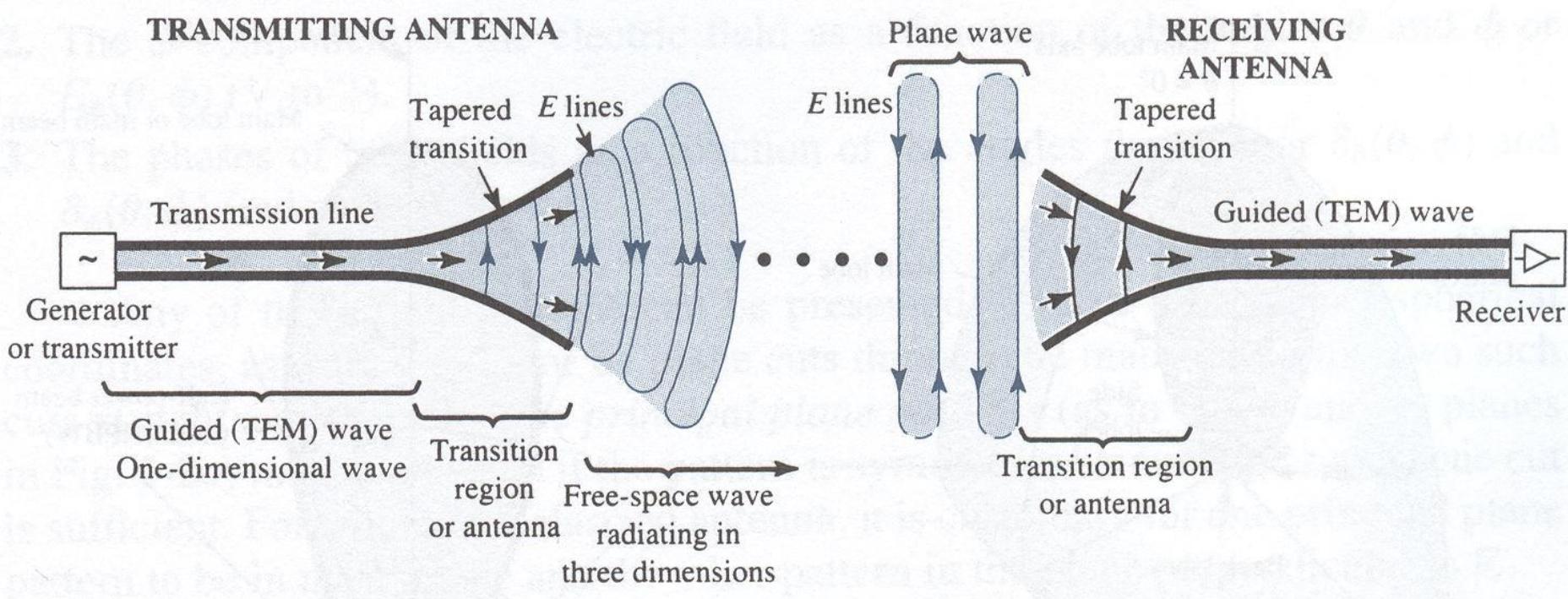
Janeiro 2022

Este documento foi concebido para servir de guia nas aulas e apenas como tal deverá ser utilizado no estudo da matéria.

- Introdução (8)
- Campos do Dipolo Elementar (7)
- Campos da Espira Elementar (4)
- Zonas de Radiação (3)
- Parâmetros Fundamentais das Antenas (18)
- Dipolo Linear (12)
- Agregados (20)
- Teoria das Imagens e Monopolos (5)
- Interação entre Antenas (7)
- Aplicações (6)

Introdução (1)

3/92



Já estudámos as ondas eletromagnéticas guiadas

Já estudámos as ondas eletromagnéticas em meios ilimitados

A antena é uma interface entre uma onda eletromagnética guiada e uma onda eletromagnética em espaço livre (emissão) ou vice-versa (recepção).

Introdução (2)

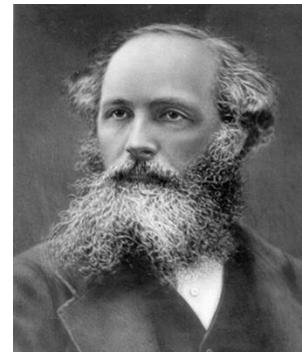
4/92

Heinrich Hertz provou experimentalmente (1887) a existência de ondas eletromagnéticas previstas teoricamente por James Clerk Maxwell (1861).

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

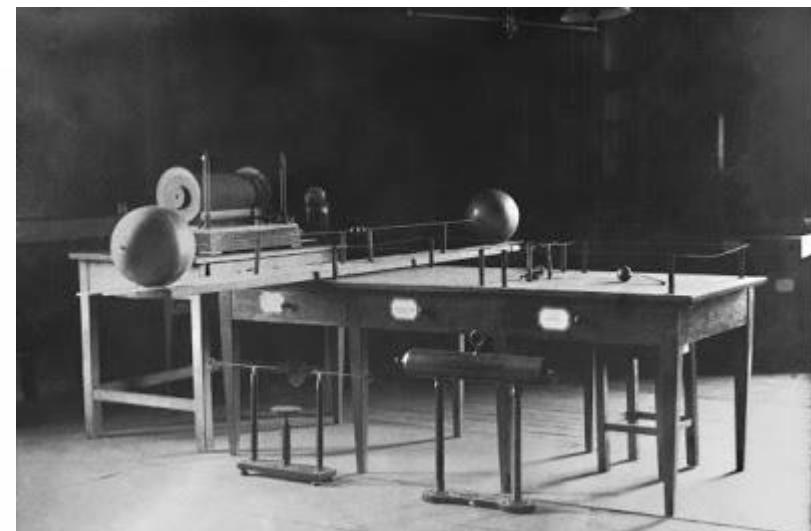
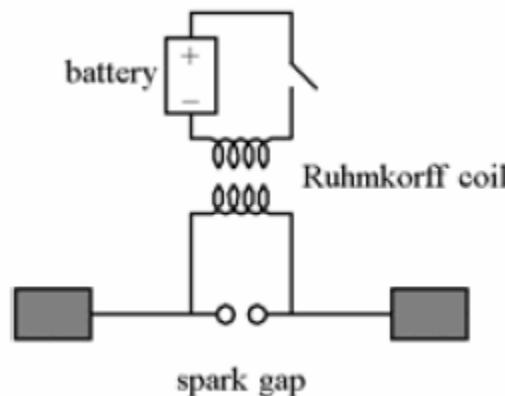
$$\nabla^2 \begin{Bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{Bmatrix} + \omega^2 \mu \epsilon \begin{Bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{Bmatrix} = 0$$



Maxwell (1831-1879)



Hertz (1857-1894)



Introdução (3)

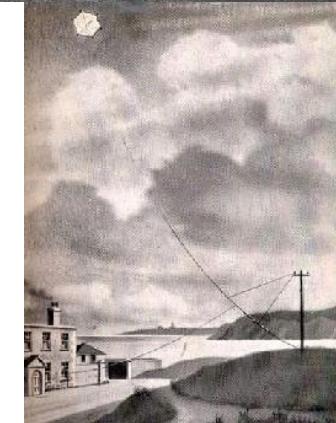
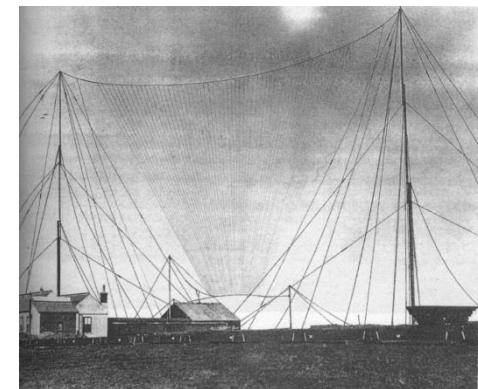
5/92

Guglielmo Marconi foi o grande pioneiro das radiocomunicações nas vertentes do desenvolvimento técnico e tecnológico e também comercial. Foi prémio Nobel da Física em 1909.



Marconi (1874-1937)

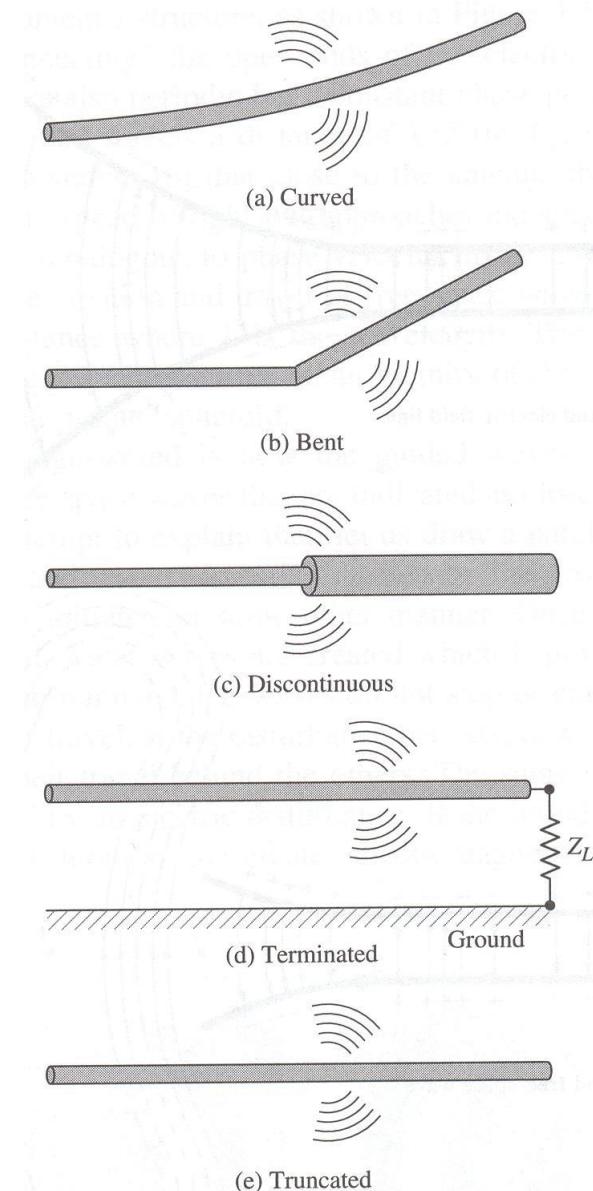
- 1895 – primeira experiências com comunicações sem fios
- 1896 - primeira patente de TSF
- 1899 – comunicação sem fios através do Canal da Mancha
- 1901 – primeira comunicação sem fios transatlântica (entre Poldhu, Cornualha e S. João da Terra Nova)
- 1912 – assinou com o governo Português um contrato para construção da rede radiotelegráfica internacional e colonial do país



Mecanismo da Radiação

A radiação é originada em **cargas aceleradas**, ou (dizendo de outra forma) em **correntes variáveis no tempo**.

1. Uma carga estática não radia
2. Uma carga com velocidade constante
 - Fio retilíneo e infinito não radia
 - Há radiação se o fio for curvo, descontínuo, terminado ou truncado
3. Uma carga com movimento oscilatório radia mesmo que o fio seja retilíneo



Antena em Emissão/Receção



Para o emissor a **antena** é uma carga que absorve potência. $Z_a(f)$ é a impedância de entrada da antena.

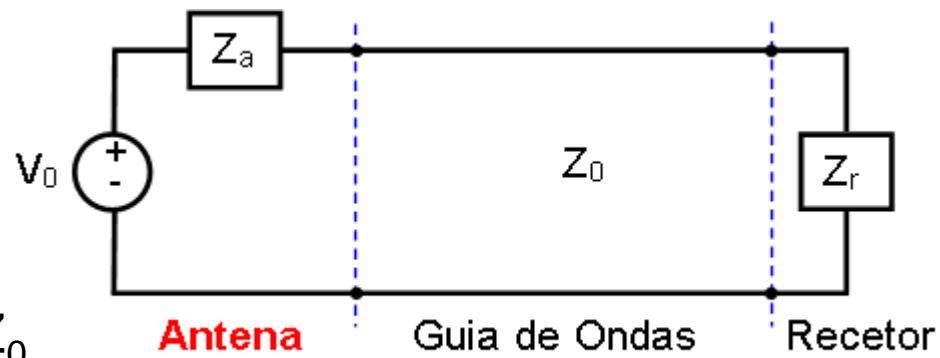
$$P_a = C_i P_{\max} \quad P_{\max} = \frac{V_0^2}{8Z_0} \quad Z_a = Z_g = Z_0$$

$$C_i = 1 - k^2 \quad C_i \in [0, 1]$$

Em emissão/recepção a antena deve distribuir/captar espacialmente a potência de acordo com as especificações da aplicação.

Para o receptor a **antena** é o elemento activo que fornece potência. V_0 depende da onda incidente e da antena de receção.

$$P_r = C_i P_{\max} \quad P_{\max} = \frac{V_0^2}{8Z_0} \quad Z_a = Z_r = Z_0$$



Principais Parâmetro da Antena

- Diagrama de radiação – a forma como a antena distribui/capta espacialmente a potência
- Diretividade – relação entre a densidade de potência máxima e a densidade de potência média
- Impedância de entrada – impedância aos terminais da antena
- Polarização – carácter vectorial dos campos
- Rendimento – relação entre a potência emitida e de alimentação
- Ganho – produto do rendimento pela directividade
- Largura de Banda – gama de frequências onde as características da antena satisfazem as especificações (exemplos: 15%, 2:1)

Tipos de Antenas

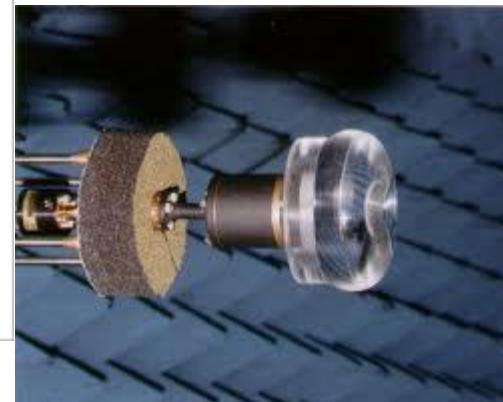
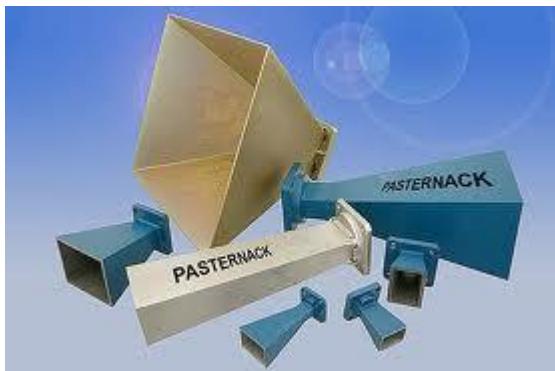
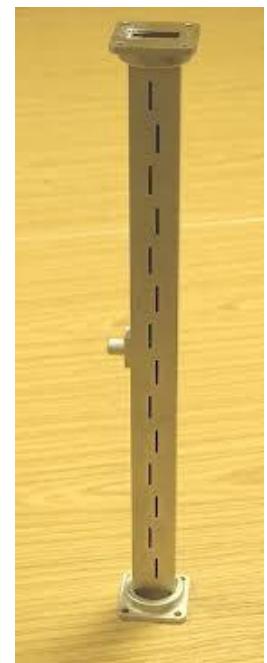
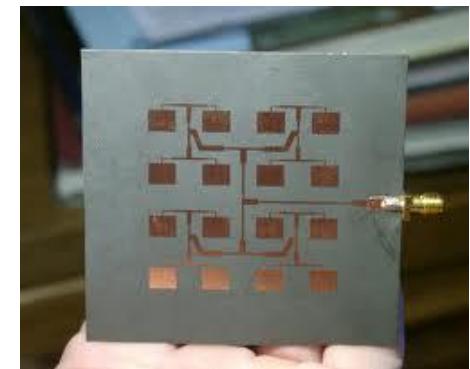
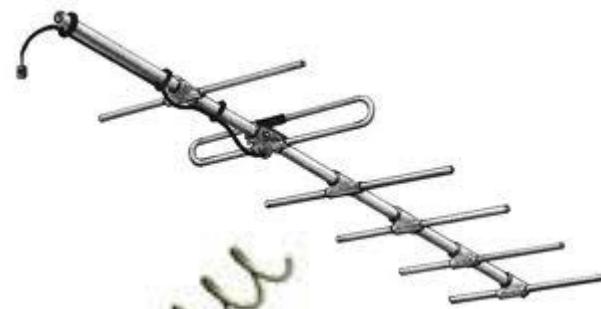
Há muitas formas de “classificar” as antenas

- Banda de frequência (comprimento de onda)
Antenas de onda longa, onda média, onda curta,
- Tipo de onda que suportam
Antenas de onda estacionária, onda progressiva,
- Diretividade
Antenas omnidirecionais, setoriais, diretivas
- Desempenho em função da frequência
Antenas pequenas, ressonantes, de banda larga
- Configuração física
Antenas lineares, helicoidais, impressas, de abertura, com refletor, fendas, lentes,

Introdução (8)

10/92

Exemplos de Antenas



Campos do Dipolo Elementar (1)

11/92

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{B}} = 0 \rightarrow \bar{\mathbf{B}} = \nabla \times \bar{\mathbf{A}}$$

$$\nabla \times \bar{\mathbf{E}} = -j\omega \bar{\mathbf{B}} \quad \nabla \times (\bar{\mathbf{E}} + j\omega \bar{\mathbf{A}}) = 0 \rightarrow \bar{\mathbf{E}} + j\omega \bar{\mathbf{A}} = -\nabla \bar{\phi}$$

$\bar{\mathbf{A}}$ – Potencial vetor (magnético) $\bar{\phi}$ - Potencial escalar (elétrico)

Entrando com esta definições na equação de Ampére obtém-se

$$\nabla^2 \bar{\mathbf{A}} + \omega^2 \mu \epsilon \bar{\mathbf{A}} = -\mu \bar{\mathbf{J}} + \nabla \nabla \cdot \bar{\mathbf{A}} + j\omega \mu \epsilon \nabla \bar{\phi}$$

Impondo a condição de Lorentz $\nabla \cdot \bar{\mathbf{A}} + j\omega \mu \epsilon \bar{\phi} = 0$

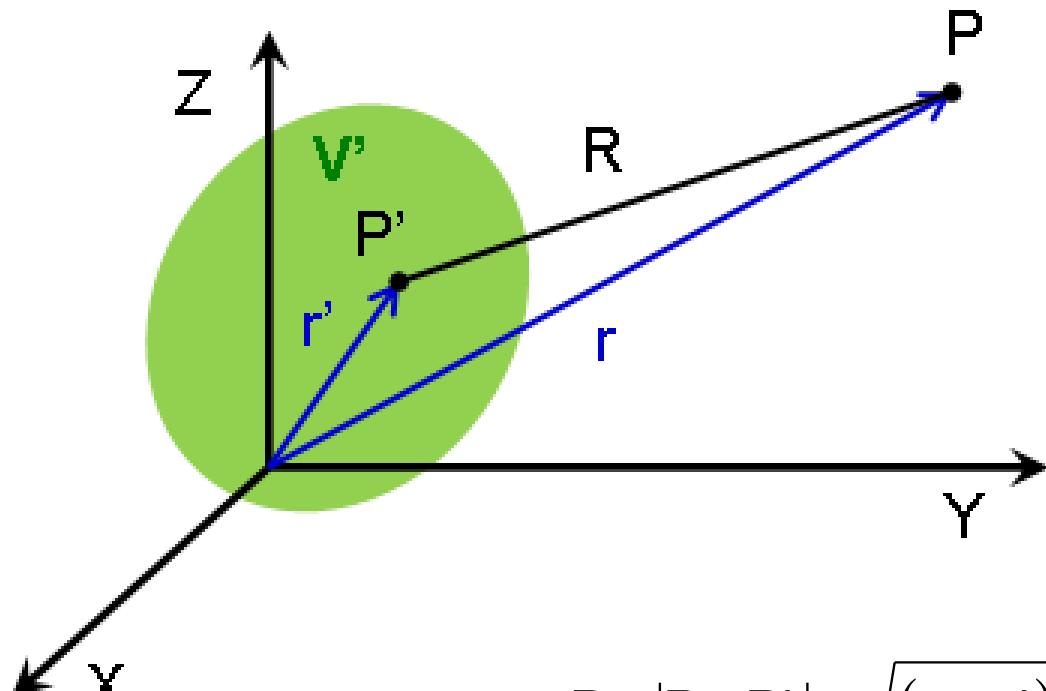
$$\nabla^2 \bar{\mathbf{A}} + \omega^2 \mu \epsilon \bar{\mathbf{A}} = -\mu \bar{\mathbf{J}}$$

$$\bar{\mathbf{E}} = \frac{\nabla \nabla \cdot \bar{\mathbf{A}}}{j\omega \mu \epsilon} - j\omega \bar{\mathbf{A}} \quad \bar{\mathbf{H}} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \bar{\mathbf{A}}$$

Campos do Dipolo Elementar (2)

12/92

$$\bar{A}(P) = \frac{\mu}{4\pi} \iiint \bar{J}(P') \frac{e^{-jkR}}{R} dV'$$

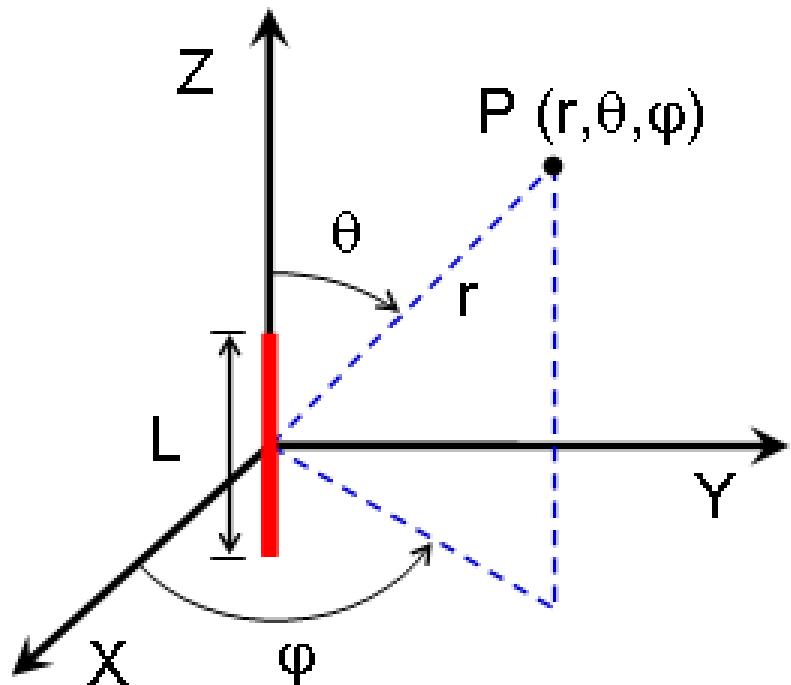


$$R = |P - P'| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$

Campos do Dipolo Elementar (3)

13/92

Dipolo Elétrico de Hertz – DEH



$$L = 2\ell \ll \lambda$$

$$\bar{I}(z') = \bar{I}_0 \hat{z}$$

$$\bar{\mathbf{A}}(P) = \bar{A}_z(P) \hat{z} = \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \bar{\mathbf{N}}_i$$

$\bar{\mathbf{N}}_i$ – Momento eletrodinâmico

$$\bar{\mathbf{N}}_i = \int_{-\ell}^{\ell} \bar{I}_0(z') \hat{z} dz' = \bar{I}_0 L \hat{z}$$

$$\bar{A}_z(P) = \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \bar{I}_0 L$$

$$\bar{A}_r = \bar{A}_z \cos \theta$$

$$\bar{A}_\theta = -\bar{A}_z \sin \theta$$

$$\bar{A}_\phi = 0$$

Campos do Dipolo Elementar (4)

14/92

$$\bar{\mathbf{E}} = \frac{\nabla \nabla \cdot \bar{\mathbf{A}}}{j\omega\mu\epsilon} - j\omega \bar{\mathbf{A}} \quad \bar{\mathbf{H}} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \bar{\mathbf{A}}$$

Usando coordenadas esféricas em $\bar{\mathbf{A}}$, $\nabla \nabla \cdot \bar{\mathbf{A}}$ e $\nabla \times \bar{\mathbf{A}}$ obtém-se

$$\bar{E}_r = \frac{Z \bar{I}_0 L}{2\pi r} \left(1 + \frac{1}{jkr}\right) \frac{e^{-jkr}}{r} \cos\theta$$

$$\bar{E}_\theta = j \frac{Z k \bar{I}_0 L}{4\pi} \left[1 + \frac{1}{jkr} + \frac{1}{(jkr)^2}\right] \frac{e^{-jkr}}{r} \sin\theta$$

$$\bar{E}_\phi = \bar{H}_r = \bar{H}_\theta = 0$$

$$\bar{H}_\phi = j \frac{k \bar{I}_0 L}{4\pi} \left(1 + \frac{1}{jkr}\right) \frac{e^{-jkr}}{r} \sin\theta$$

$$Z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad k = \frac{\omega}{c} = \omega \sqrt{\mu\epsilon}$$

Campos do Dipolo Elementar (5)

15/92

Na zona distante $kr \gg 1$

$$\bar{E}_r = \bar{E}_\phi = \bar{H}_r = \bar{H}_\theta = 0$$

$$\bar{E}_\theta = j \frac{Z \bar{I}_0 L}{2\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \theta \quad \bar{H}_\phi = \frac{\bar{E}_\theta}{Z}$$

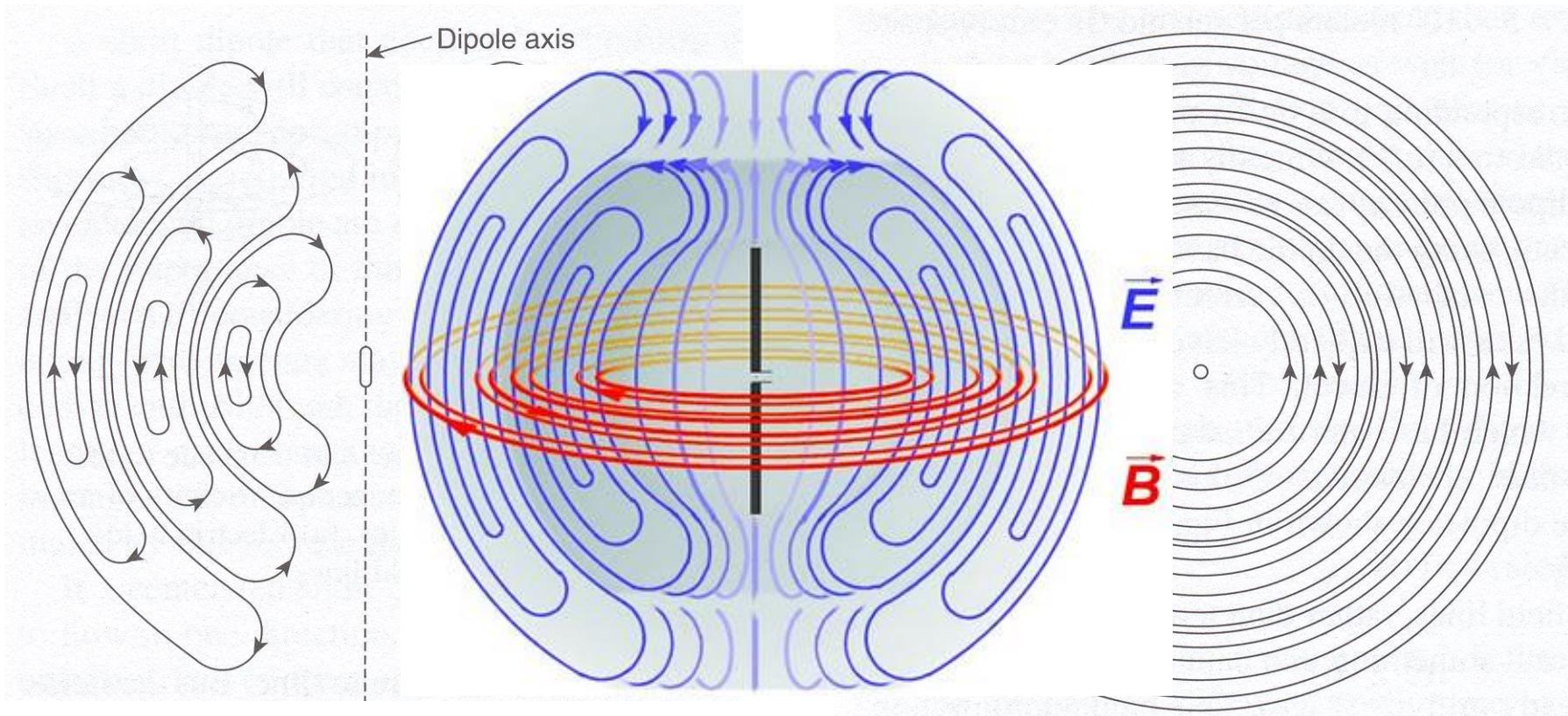
- Campo elétrico perpendicular ao campo magnético
- Campos perpendiculares à direção de propagação
- Amplitudes dos campos relacionadas por Z
- Campos em fase nos meios sem perdas
- No ar $Z=Z_0=120\pi \Omega \approx 377 \Omega$
- Onda esférica (localmente plana)
- Amplitudes proporcionais a $1/r$

Condições das ondas planas estudadas na propagação em meios ilimitados

Campos do Dipolo Elementar (6)

16/92

Linhas de Força dos Campos do DEH



Campo elétrico

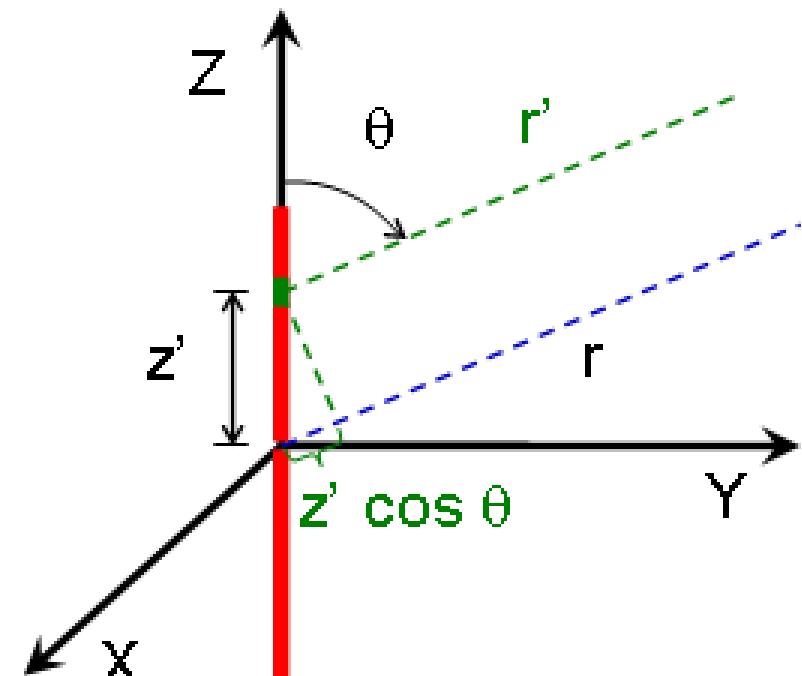
Campo magnético

Campos do Dipolo Elementar (7)

17/92

O DEH tem especial importância por ser o “bloco elementar” a partir do qual se podem obter os campos de qualquer antena filiforme.

No caso particular de dipolos lineares (zona distante)



$$r' = r - z' \cos \theta$$

$$\bar{E}_{\theta_{DEH}}(r, \theta, z') = j \frac{Z \bar{I}_0 dz'}{2\lambda} \frac{e^{-jk(r-z'\cos\theta)}}{r} \sin \theta$$

$$\bar{E}_{\theta}(r, \theta) = \int_{-\ell}^{\ell} \bar{E}_{\theta_{DEH}}(r, \theta, z') \bar{I}(z') dz'$$

$$\bar{E}_{\theta}(r, \theta) = j \frac{Z}{2\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \theta \int_{-\ell}^{\ell} \bar{I}(z') e^{j k z' \cos \theta} dz'$$

Campos da Espira Elementar (1)

18/92

Equações duais para fontes elétrica (\mathbf{J}) e magnética (\mathbf{M})

$$\mathbf{J} \neq 0, \mathbf{M} = 0$$

$$\nabla \times \bar{\mathbf{E}}_A = -j\omega\mu\bar{\mathbf{H}}_A$$

$$\nabla \times \bar{\mathbf{H}}_A = \mathbf{J} + j\omega\epsilon\bar{\mathbf{E}}_A$$

$$\nabla^2 \bar{\mathbf{A}} + k^2 \bar{\mathbf{A}} = -\mu \bar{\mathbf{J}}$$

$$\bar{\mathbf{A}} = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_V \bar{\mathbf{J}} \frac{e^{-jkR}}{R} dV$$

$$\bar{\mathbf{H}}_A = \frac{1}{\mu} \nabla \times \bar{\mathbf{A}}$$

$$\bar{\mathbf{E}}_A = -j\omega \bar{\mathbf{A}} - j \frac{\nabla(\nabla \cdot \bar{\mathbf{A}})}{\omega\mu\epsilon}$$

$$\mathbf{J} = 0, \mathbf{M} \neq 0$$

$$\nabla \times \bar{\mathbf{H}}_F = j\omega\epsilon\bar{\mathbf{E}}_F$$

$$-\nabla \times \bar{\mathbf{E}}_F = \mathbf{M} + j\omega\mu\bar{\mathbf{H}}_F$$

$$\nabla^2 \bar{\mathbf{F}} + k^2 \bar{\mathbf{F}} = -\epsilon \bar{\mathbf{M}}$$

$$\bar{\mathbf{F}} = \frac{\epsilon}{4\pi} \iiint_V \bar{\mathbf{M}} \frac{e^{-jkR}}{R} dV$$

$$\bar{\mathbf{E}}_F = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \bar{\mathbf{F}}$$

$$\bar{\mathbf{H}}_F = -j\omega \bar{\mathbf{F}} - j \frac{\nabla(\nabla \cdot \bar{\mathbf{F}})}{\omega\mu\epsilon}$$

Grandezas duais para fontes elétrica (\mathbf{J}) e magnética (\mathbf{M})

$$\mathbf{J} \neq 0, \mathbf{M} = 0$$

$$\bar{\mathbf{E}}_A$$

$$\bar{\mathbf{H}}_A$$

$$\bar{\mathbf{J}}$$

$$\bar{\mathbf{A}}$$

$$\epsilon$$

$$\mu$$

$$k$$

$$Z_0$$

$$Y_0$$

$$\mathbf{J} = 0, \mathbf{M} \neq 0$$

$$\bar{\mathbf{H}}_F$$

$$-\bar{\mathbf{E}}_F$$

$$\bar{\mathbf{M}}$$

$$\bar{\mathbf{F}}$$

$$\mu$$

$$\epsilon$$

$$k$$

$$Z_0$$

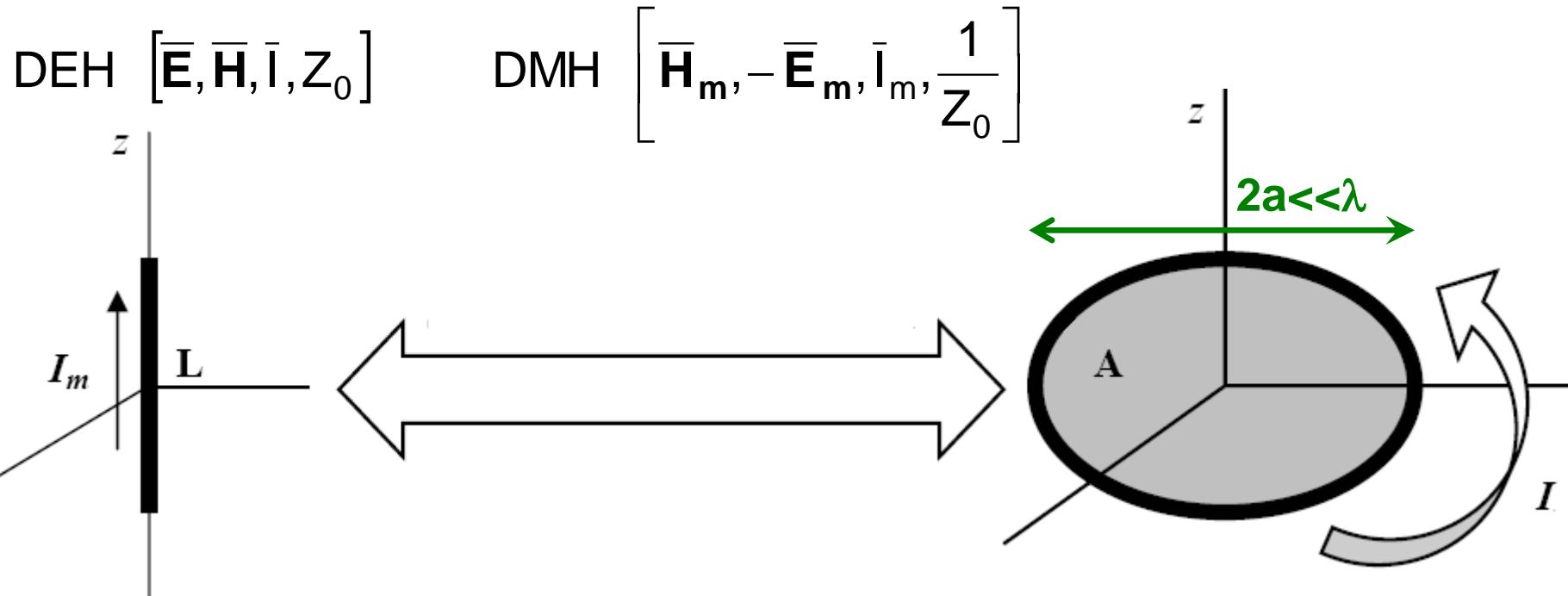
$$Y_0$$

Campos da Espira Elementar (2)

19/92

Por analogia com o DEH podemos imaginar um elemento de corrente magnética (fictícia) uniforme de comprimento $L \ll \lambda$.

Pelo princípio da dualidade



O dipolo magnético (de Hertz) é equivalente a n espiras (pequenas) se se verificar (igualdade dos momentos magnéticos)

$$\mu n \bar{I} A = \frac{\bar{I}_m L}{j\omega}$$

Campos da Espira Elementar (3)

20/92



$$(\bar{E}_\theta, \bar{I}, Z_0)$$

$$\left(\bar{H}_\theta, \bar{I}_m, \frac{1}{Z_0} \right)$$

$$\bar{H}_\theta = j \frac{\bar{I}_m L}{2 Z_0 \lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \theta$$

$$\bar{I}_m L = j \omega \mu n \bar{I} A$$

$$(\bar{H}_\phi, \bar{I}, Z_0)$$

$$\left(-\bar{E}_\phi, \bar{I}_m, \frac{1}{Z_0} \right)$$

$$-\bar{E}_\phi = j \frac{\bar{I}_m L}{2 \lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \theta$$

$$\bar{H}_\theta = -\frac{k^2}{4\pi} n \bar{I} A \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \theta$$

$$\bar{I}_m L = j \omega \mu n \bar{I} A$$

$$\bar{E}_\phi = \frac{k^2 Z}{4\pi} n \bar{I} A \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \theta$$

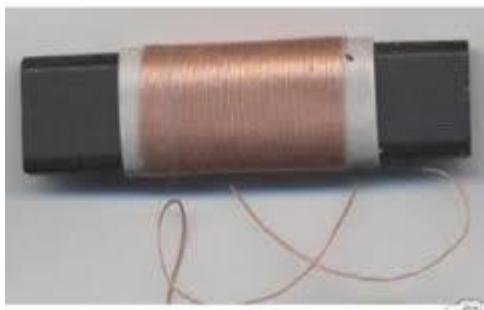
$$\bar{E}_\phi = -Z \bar{H}_\theta$$

Campos da Espira Elementar (4)

21/92

As espiras pequenas são muito usadas como antenas de receção de radiodifusão em AM nos pequenos rádios portáteis (e nos rádios antigos).

Usa-se um conjunto elevado de espiras enroladas num núcleo de ferrite.



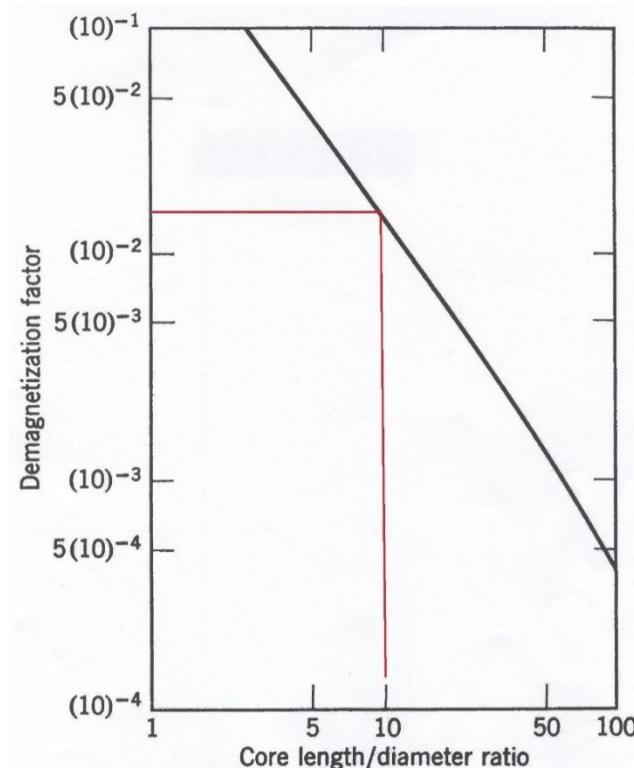
$$R_{r0} = 20 (k_0^2 A)^2$$

$$R_r = 20 (k^2 n A)^2 = R_{r0} (\mu_{re} n)^2$$

$$\mu_{re} = \frac{\mu_e}{\mu_0} = \frac{\mu_r}{1 + D_m (\mu_r - 1)}$$

Exemplo (f=1 MHz)

200 espiras com 1 cm de diâmetro enroladas num núcleo cilíndrico de ferrite ($\mu_r=1000$) com 10 cm de comprimento ($D_m \approx 0,015$).



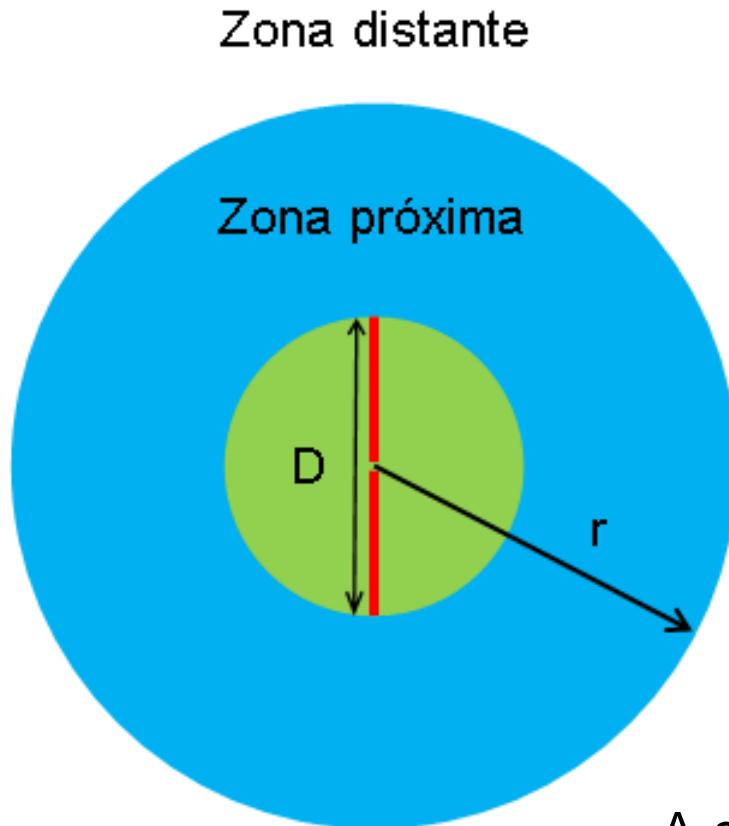
$$R_{r0} = 2,4 \times 10^{-14} \Omega$$

$$R_r = 1,56 \times 10^8 R_{r0} \approx 3,7 \mu\Omega$$

Zonas de Radiação (1)

22/92

Na zona distante os campos de uma antena têm as relações simples das ondas planas.



Condições de zona distante

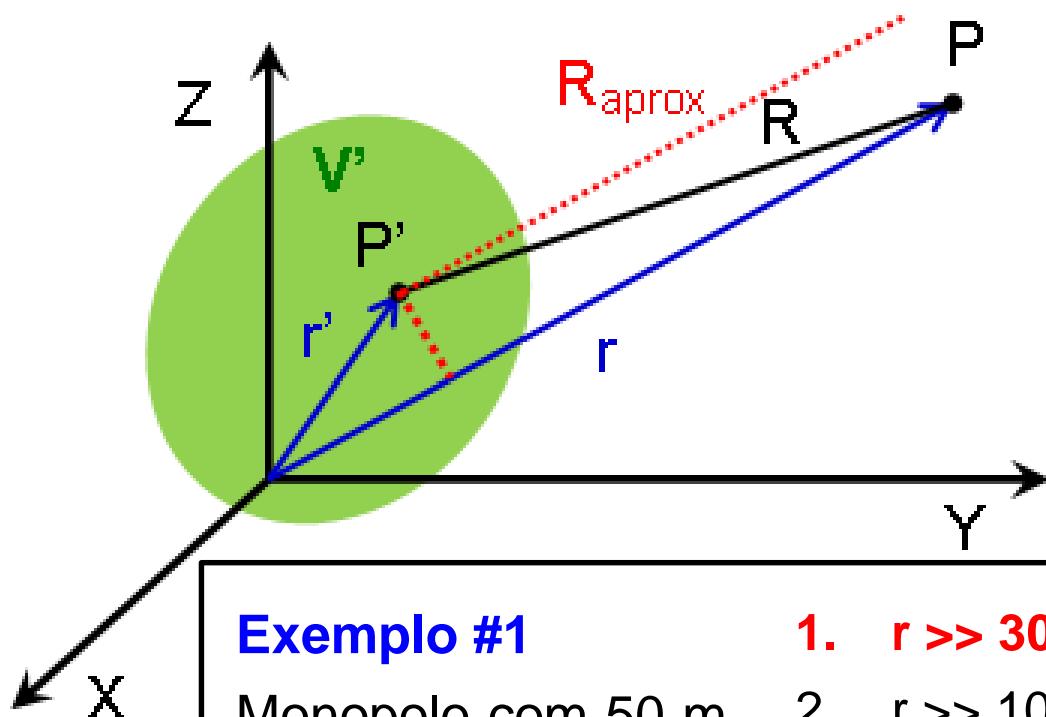
1. $r \gg \lambda$ ($kr \gg 1$)
2. $r \gg L$
3. $r > \frac{2D^2}{\lambda}$

A condição 1 proporciona só se reterem os termos dos campos em $1/r$

A condição 2 permite aproximar $1/R$ por $1/r$ (na amplitude dos campos)

Zonas de Radiação (2)

23/92



Exemplo #1

Monopolio com 50 m
de altura ($f = 1 \text{ MHz}$)

1. $r > 300 \text{ m}$

2. $r > 100 \text{ m}$
3. $r > 67 \text{ m}$

Exemplo #3

Antena parabólica
com 2 m de diâmetro
($f = 12 \text{ GHz}$)

1. $r >> 2,5 \text{ cm}$
2. $r >> 2 \text{ m}$
3. $r > 320 \text{ m}$

A condição 3 resulta de se admitir um erro de fase de $\pi/8$ ao aproximar R por

$$R_{\text{aprox}} = r - r' \cdot \hat{r}$$

(raios paralelos)

Exemplo #2

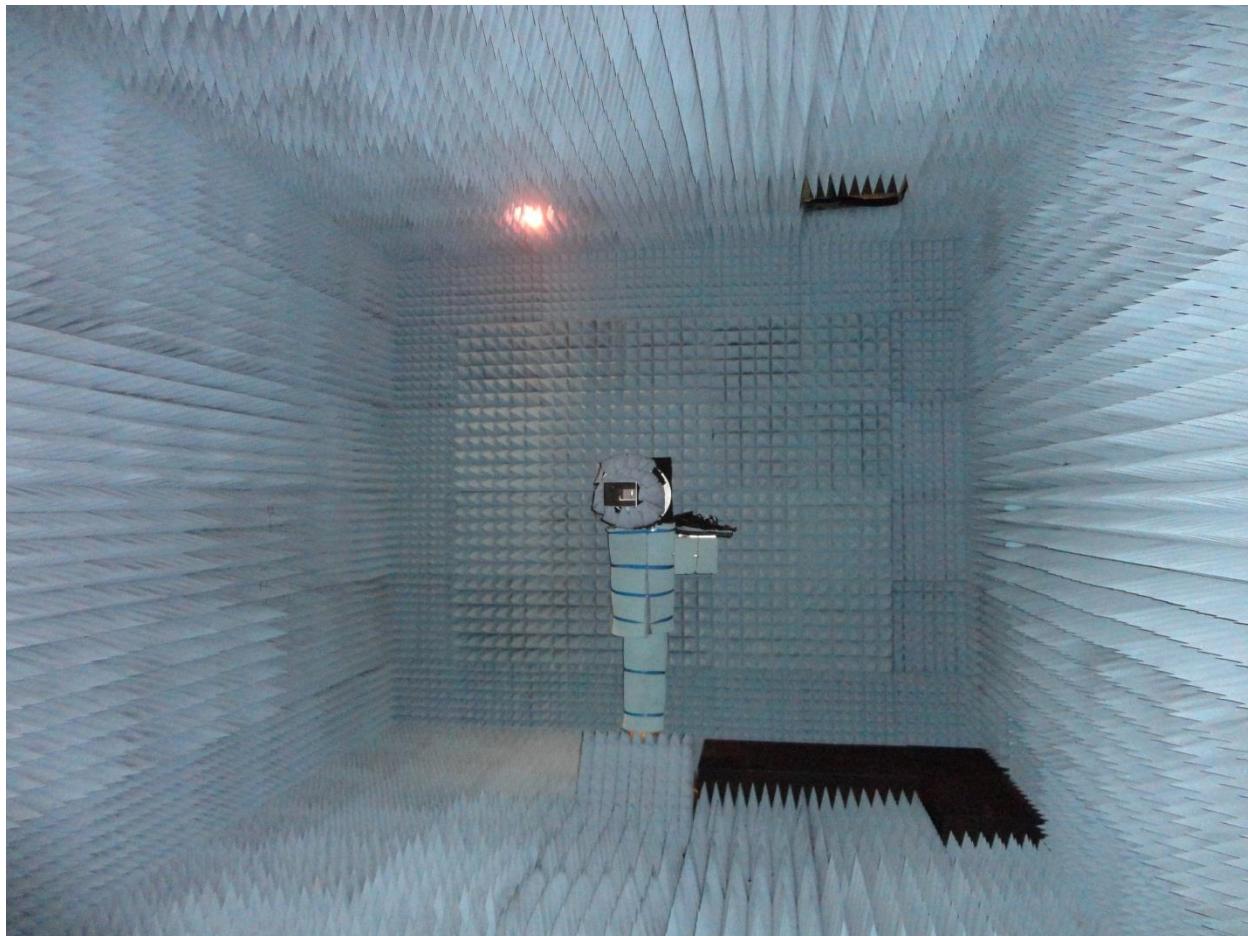
Antena impressa com
6 cm ($f = 5 \text{ GHz}$)

1. $r >> 6 \text{ cm}$
2. $r >> 6 \text{ cm}$
3. $r > 12 \text{ cm}$

Zonas de Radiação (3)

24/92

A ACTele tem um câmara anecóica ($4 \times 4 \times 8 \text{ m}^3$, em campo distante) para medir antenas, em que a distância entre os pontos de medida (AET e sonda) é cerca de 5 m.



Exemplo # 1

Não cabe na câmara e não temos condições de zona distante

Exemplo # 2

Podemos medir

Exemplo # 3

Não temos condições de zona distante

Factor Direcional

$$f_D(\theta, \varphi) = \frac{|\bar{\mathbf{E}}(\theta, \varphi)|}{|\bar{\mathbf{E}}(\theta, \varphi)|_{\max}}$$

Intensidade de Radiação

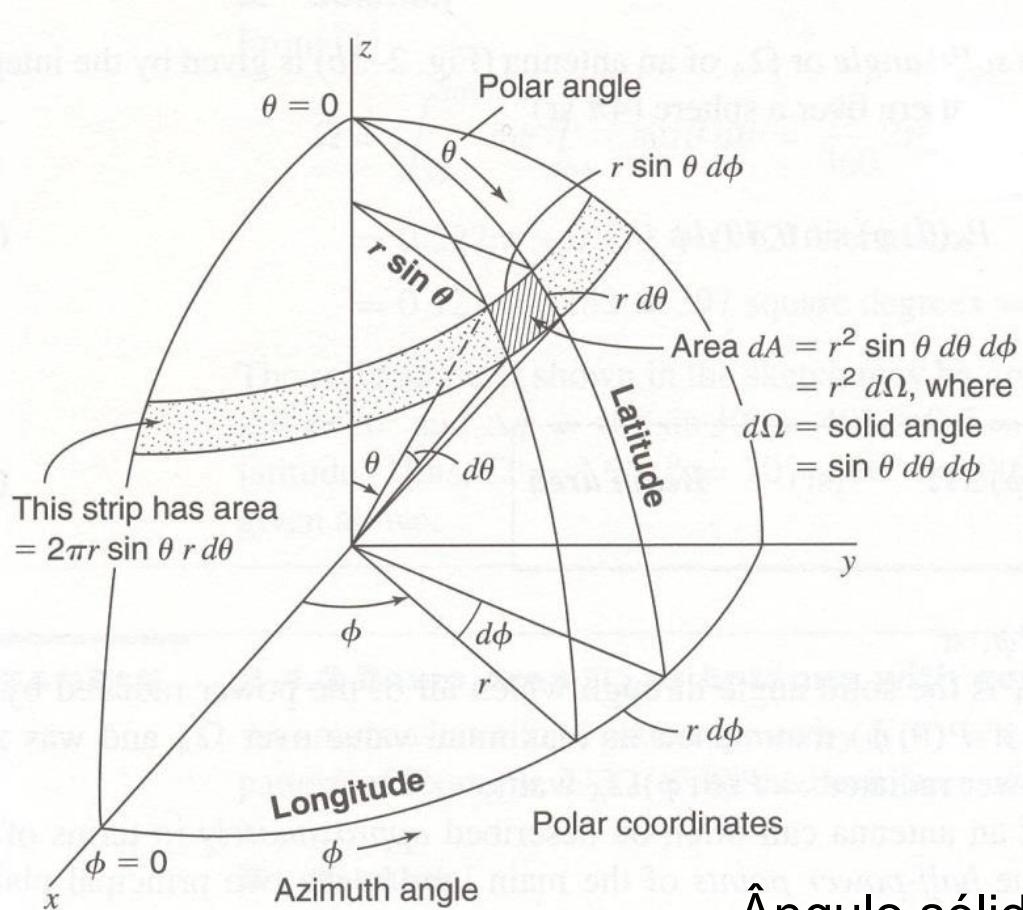
$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re} (\bar{\mathbf{E}} \times \bar{\mathbf{H}}^*) = S(r, \theta, \varphi) \hat{\mathbf{r}} \quad S(r, \theta, \varphi) = \frac{|\bar{\mathbf{E}}(r, \theta, \varphi)|^2}{2Z} = Z \frac{|\bar{\mathbf{H}}(r, \theta, \varphi)|^2}{2}$$

$$U(\theta, \varphi) = r^2 S(r, \theta, \varphi)$$

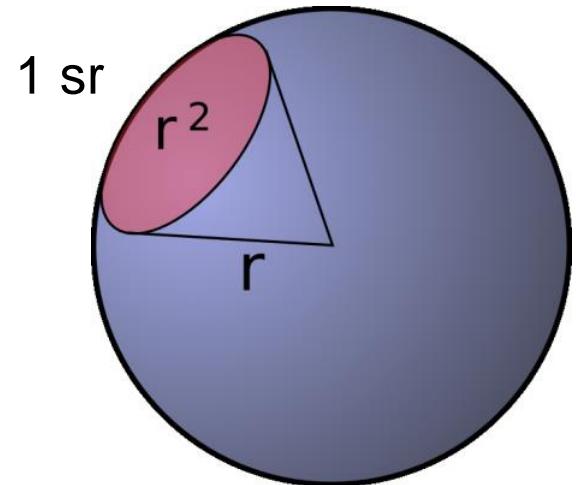
A intensidade de radiação $U(\theta, \varphi)$ representa a potência emitida (ou radiada) por unidade de ângulo sólido.

$$P_r = \iint S(r, \theta, \varphi) dA = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi S(r, \theta, \varphi) r^2 \sin \theta d\theta d\varphi = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi U(\theta, \varphi) \underbrace{\sin \theta d\theta d\varphi}_{d\Omega}$$

Ângulo Sólido



O ângulo sólido exprime-se em esterradiano (sr).



$$\Omega_1 = \int_{\phi_1}^{\phi_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

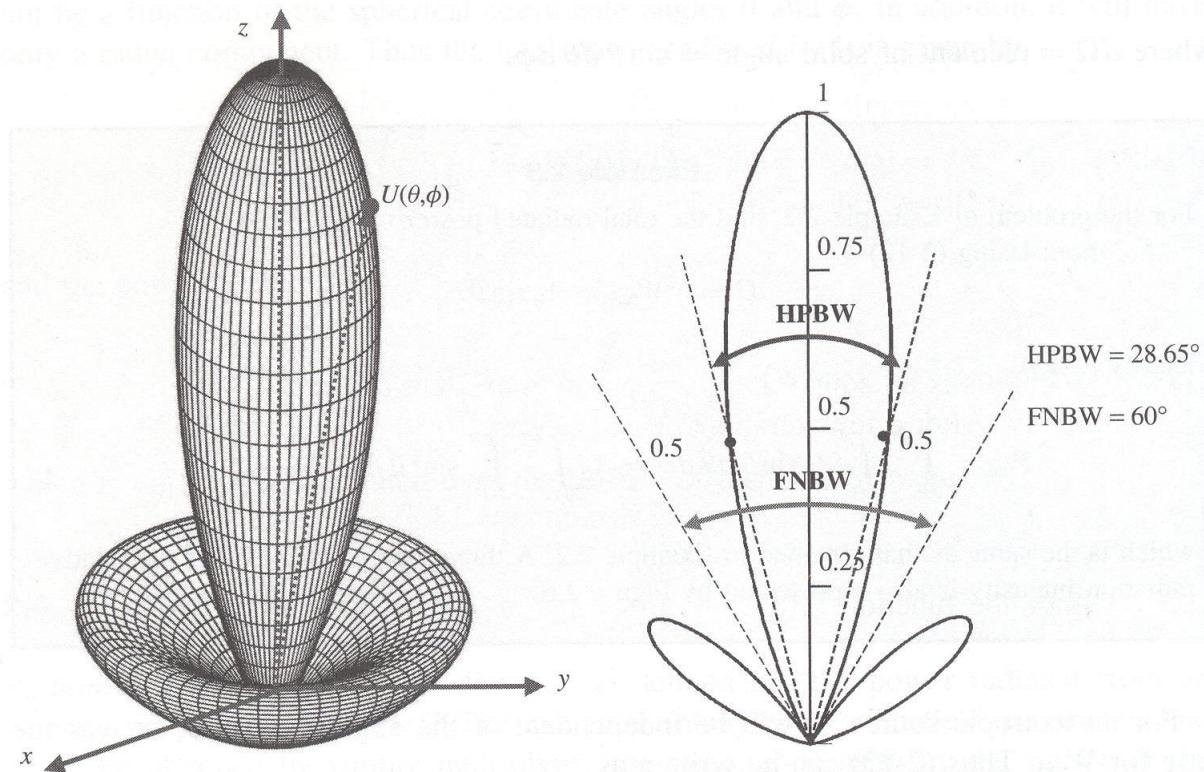
Ângulo sólido total

$$4\pi = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

Diagrama de Radiação

$$\frac{U(\theta, \phi)}{U_M} = \frac{|\bar{\mathbf{E}}(\theta, \phi)|^2}{|\bar{\mathbf{E}}(\theta, \phi)|_{\max}^2} = f_D^2(\theta, \phi)$$

Figura 3D que representa a forma como a antena distribui espacialmente a potência emitida.



Dada a dificuldade de fazer representações 3D escolhem-se cortes em planos representativos.

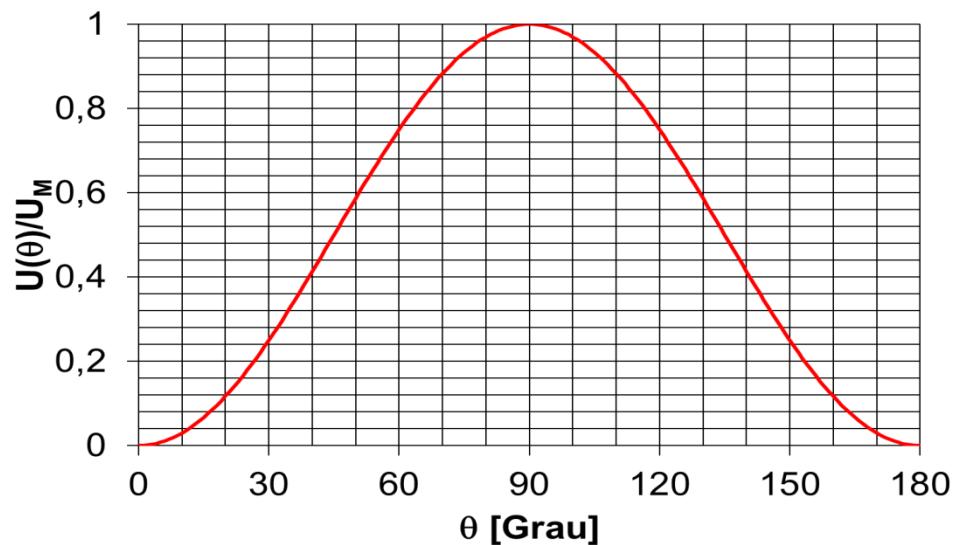
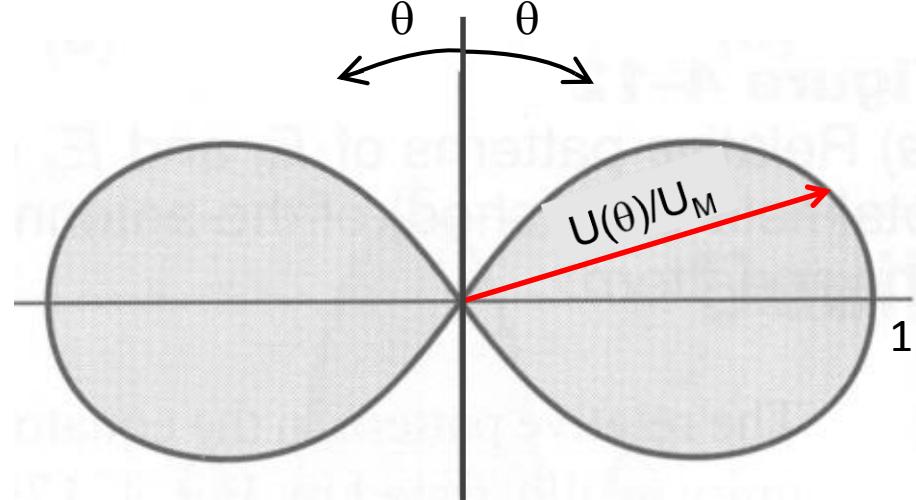
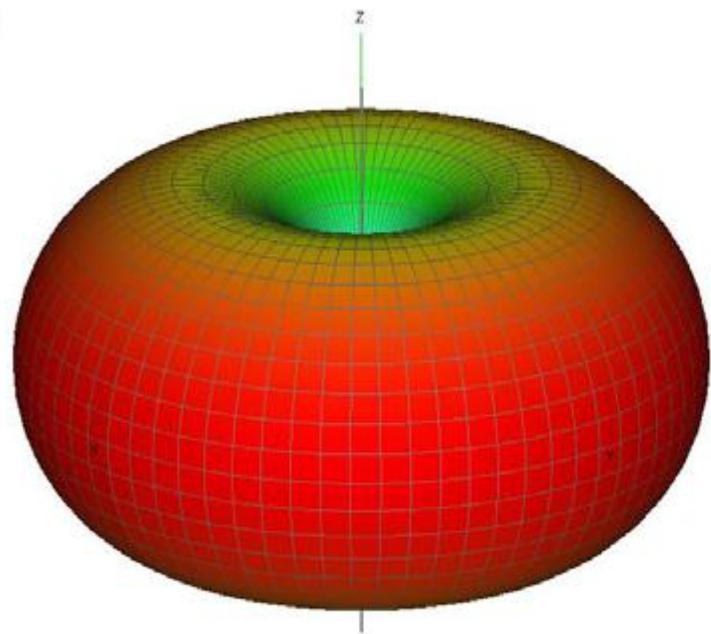
- Planos E e H
- Planos V e H
- Planos principais XZ, YZ, XY

Parâmetros Fundamentais das Antenas (4)

28/92

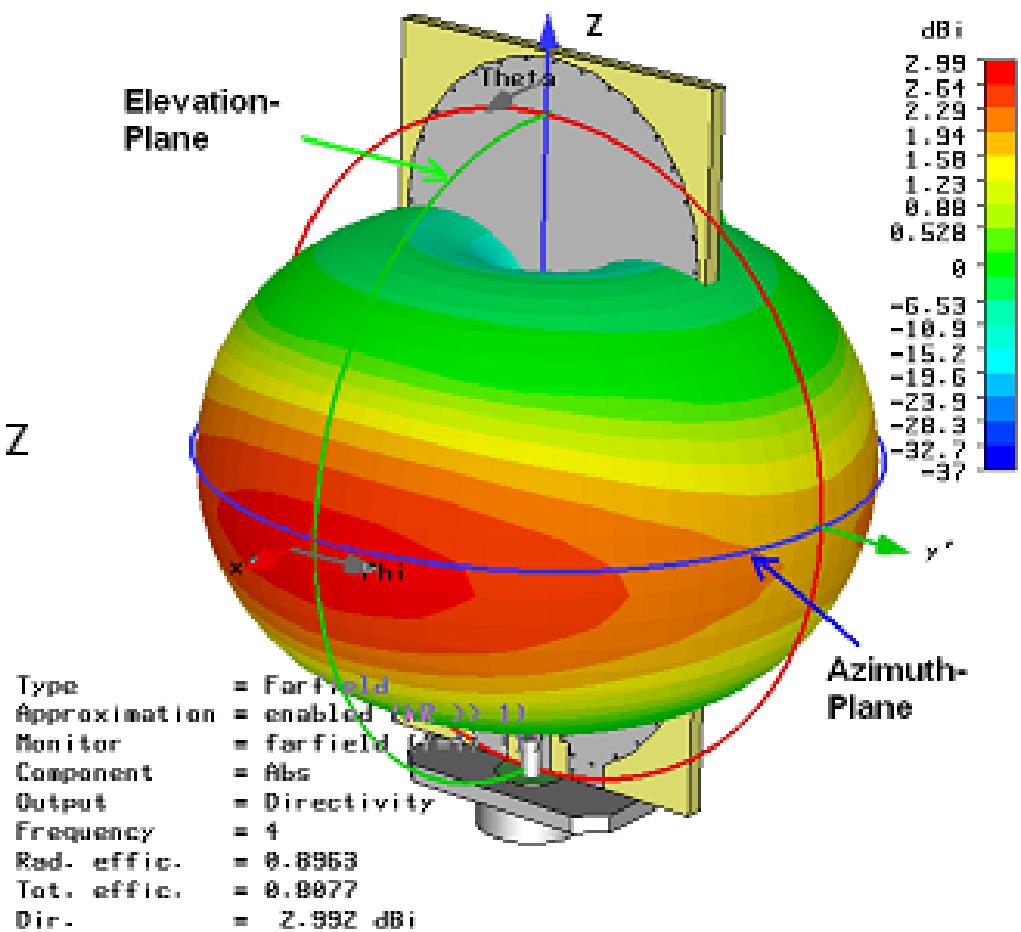
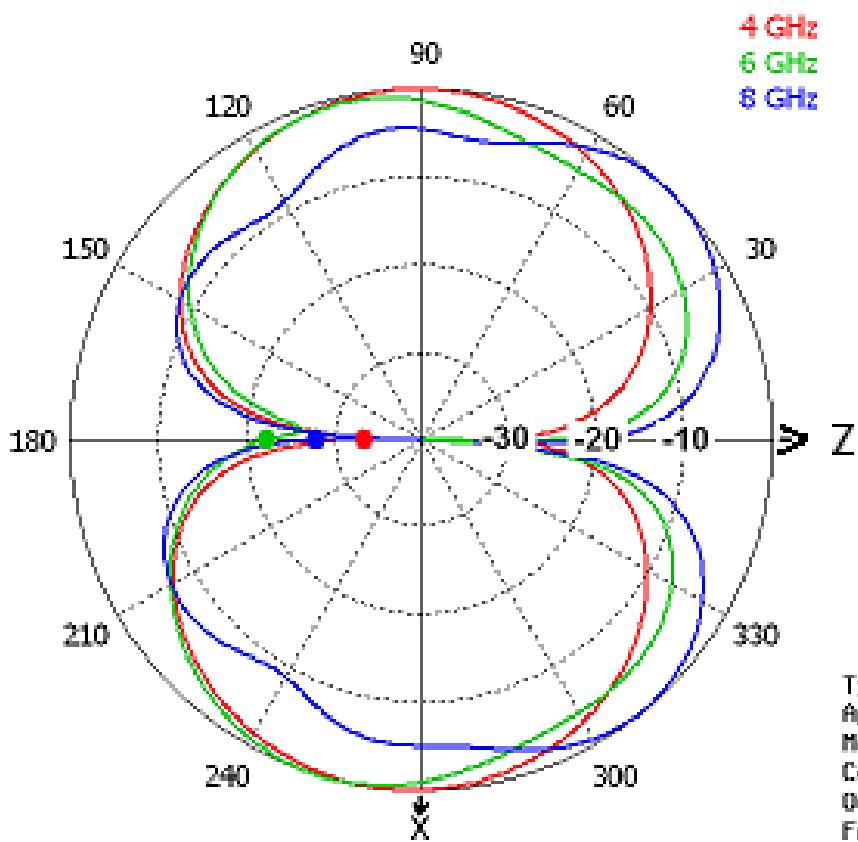
Representação 2D em coordenadas polares ou retangulares e em unidades lineares ou dB

Exemplo DEH $\frac{U(\theta, \varphi)}{U_M} = \sin^2 \theta$



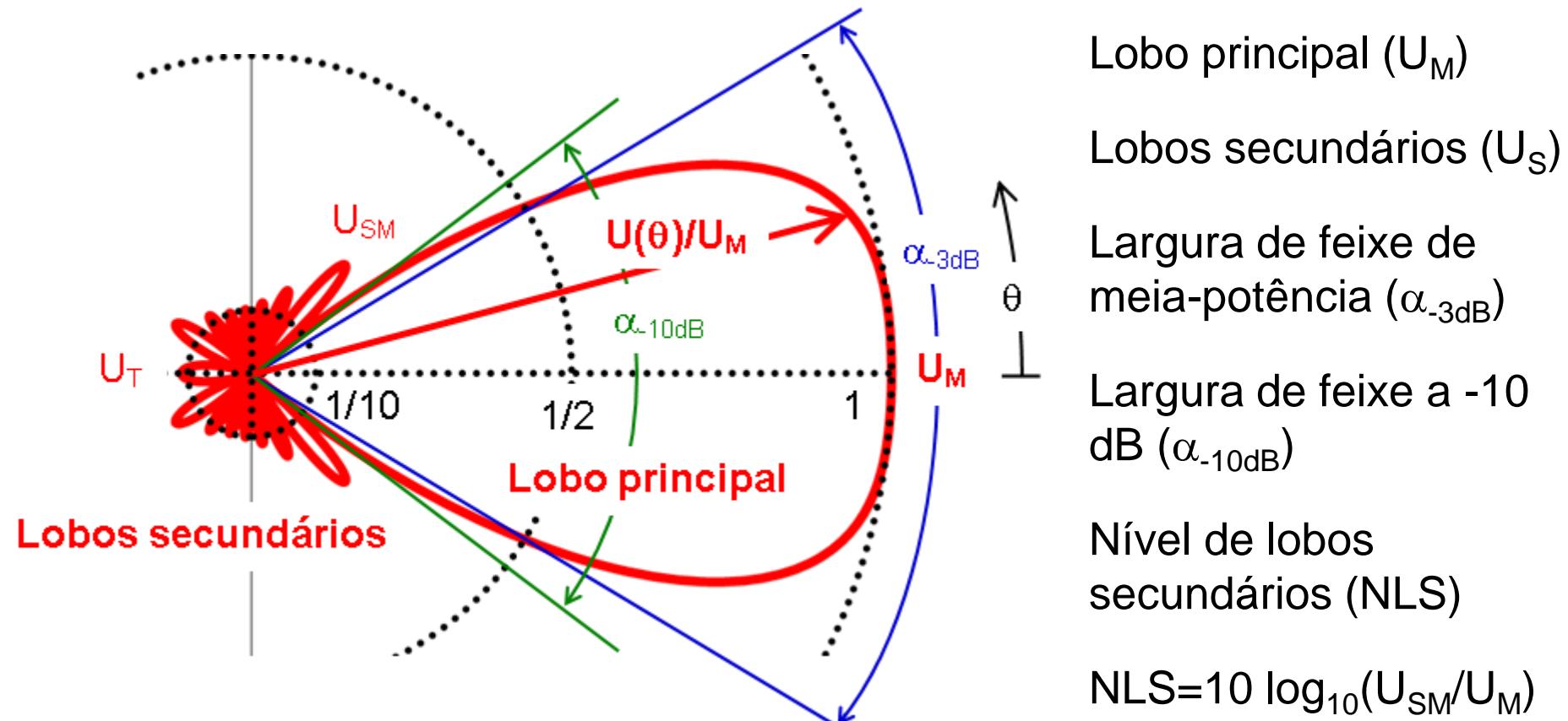
Parâmetros Fundamentais das Antenas (5)

29/92



Parâmetros Fundamentais das Antenas (6)

30/92



Relação Frente-Trás (RFT)

$$RFT = 10 \log_{10}(U_M/U_T)$$

Potência de Alimentação, Emitida e de Perdas

$$P_r = \frac{1}{2} R_r I_0^2 = \int_{4\pi} U(\theta, \phi) d\Omega$$

R_r – Resistência de Radiação

$$P_p = \frac{1}{2} R_p I_0^2$$

R_p - Resistência de Perdas

$$P_a = \frac{1}{2} R_a I_0^2 \quad R_a = R_r + R_p$$

R_a - Resistência de Entrada

$$\eta = \frac{P_r}{P_a} = \frac{R_r}{R_r + R_p}$$

η - Rendimento

Exemplo

R_r do DEH

$$U(\theta, \phi) = r^2 S(r, \theta, \phi) = \frac{Z_0 I_0^2}{8} \left(\frac{L}{\lambda} \right)^2 \sin^2 \theta$$

$$P_r = \frac{1}{2} R_r I_0^2 = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{Z_0 I_0^2}{8} \left(\frac{L}{\lambda} \right)^2 \sin^3 \theta d\theta d\phi = \frac{\pi Z_0}{3} \left(\frac{L}{\lambda} \right)^2 I_0^2$$

$$R_r = 80 \pi^2 \left(\frac{L}{\lambda} \right)^2$$

Diretividade e Ganho

$$D = \frac{U_M}{\langle U \rangle} = 4\pi \frac{U_M}{P_r}$$

Para antenas com diretividade elevada pode considerar-se a aproximação

$$P_r = U_M \alpha_V \alpha_H \Rightarrow D \approx \frac{4\pi}{\alpha_V \alpha_H}$$

$$G = \frac{U_M}{U_i} = 4\pi \frac{U_M}{P_a} = \eta D \quad G = \frac{(r E_M)^2}{60 P_a} \quad E_M = \frac{\sqrt{60 P_a G}}{r}$$

O ganho é adimensional, em unidade logarítmicas exprime-se em dB_i. Também se exprime em dB_d (quando o dipolo de meia-onda é referência).

Exemplo

DEH

$$P_r = \frac{\pi Z_0}{3} \left(\frac{L}{\lambda} \right)^2 I_0^2$$

$$U_M = \frac{Z_0 I_0^2}{8} \left(\frac{L}{\lambda} \right)^2$$

$$D = \frac{3}{2} = 1,76 \text{ dB}$$

Área Efetiva e Comprimento Efetivo

A área efetiva A_e duma antena [m^2] caracteriza a capacidade da antena captar energia da onda incidente.

$$P_{r\max} = S A_e$$

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

$$\bar{V} = \bar{E}_i \cdot h_e = \bar{E}_i h_e \sqrt{C_p}$$

$$\bar{E} = j \frac{Z_0 \bar{I}}{2\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} h_e$$

$$h_e = \lambda \sqrt{\frac{DR_r}{\pi Z_0}}$$

A área efetiva é um parâmetro com significado físico em antenas de abertura. Define-se a eficiência da abertura como a razão (≤ 1) entre a área efetiva e a área física da abertura.

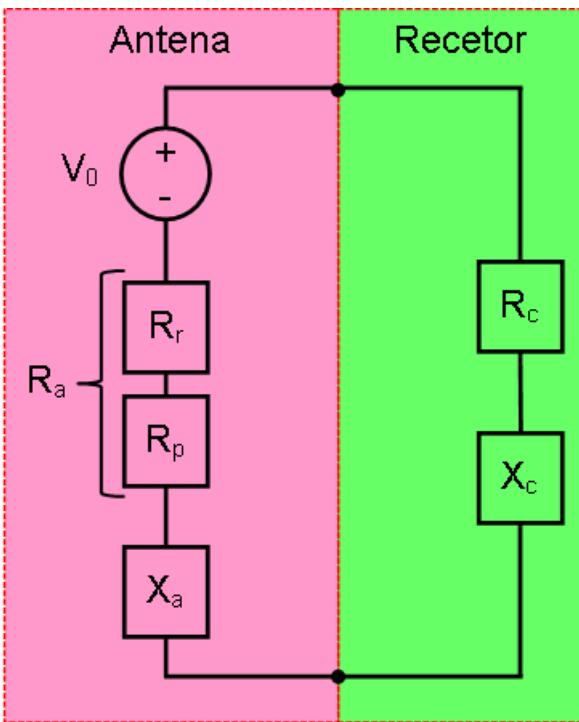
O comprimento efetivo é um parâmetro com significado físico em antenas lineares pois é uma fração (≤ 1) do comprimento físico.

Exemplo

DEH

$h_e = L \hat{\theta}$

Antena em Re却是ão



$$P_c = \frac{1}{2} R_c I^2 = \frac{R_c V_0^2}{2[(R_a + R_c)^2 + (X_a + X_c)^2]}$$

$$V_0 = E_i h_e \sqrt{C_p} \quad P_c = S A_e C_p C_i$$

$$P_{cmax} = \frac{V_0^2}{8R_a} \quad Z_c = Z_a^* \quad \begin{cases} R_c = R_a \\ X_c = -X_a \end{cases}$$

C_p – Coeficiente de adaptação de polarizações

C_i – Coeficiente de adaptação de impedâncias

$$C_i = \frac{P_c}{P_{cmax}} = \frac{4R_a R_c}{(R_a + R_c)^2 + (X_a + X_c)^2}$$

Nas condições ideais de adaptação de impedâncias ($C_i=1$) apenas metade da potência captada pela antena é entregue ao receptor.

A outra metade é reradiada ($P_r=R_r I^2/2$) e dissipada ($P_p=R_p I^2/2$).

Generalização de D, G, A_e e h_e

Podem-se definir diretividade, ganho, área efetiva e comprimento efetivo numa direcção qualquer

$$D(\theta, \varphi) = \frac{U(\theta, \varphi)}{\langle U \rangle} = D f_D^2(\theta, \varphi)$$

$$G(\theta, \varphi) = \frac{U(\theta, \varphi)}{U_i} = G f_D^2(\theta, \varphi)$$

$$A_e(\theta, \varphi) = A_e f_D^2(\theta, \varphi)$$

$$h_e(\theta, \varphi) = h_e f_D(\theta, \varphi)$$

Exemplo

DEH

$$D(\theta, \varphi) = \frac{3}{2} \sin^2 \theta$$

$$G(\theta, \varphi) = \frac{3}{2} \eta \sin^2 \theta$$

$$A_e(\theta, \varphi) = \frac{3\lambda^2}{8\pi} \eta \sin^2 \theta$$

$$h_e(\theta, \varphi) = L \sin \theta \hat{\theta}$$

Polarização

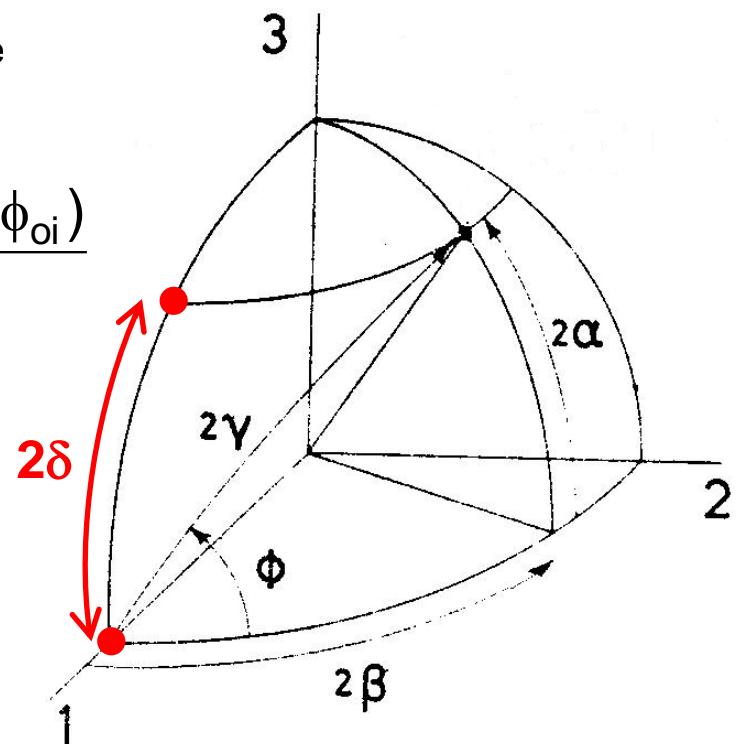
Polarização de antena em emissão é a polarização da onda emitida pela antena. Polarização da antena em recepção é a polarização da onda incidente que maximiza a potência recebida (ou seja que está adaptada, do ponto de vista da polarização, à antena).

$$p_{ae} = P_{ae} e^{j\phi_{ae}} \quad p_{ar} = P_{ar} e^{j\phi_{ar}} \quad p_{ar}^* = -p_{ae}^*$$

$$C_p = \frac{|\bar{\mathbf{E}}_i \cdot \mathbf{h}_e|^2}{|\bar{\mathbf{E}}_i|^2 |\mathbf{h}_e|^2} = \frac{1 + P_{ar}^2 P_{oi}^2 + 2 P_{ar} P_{oi} \cos(\phi_{ar} - \phi_{oi})}{(1 + P_{ar}^2)(1 + P_{oi}^2)}$$

$$C_p = \cos^2 \delta$$

2δ é a distância angular entre p_{ar} e p_{oi} marcados na esfera de Poincaré.



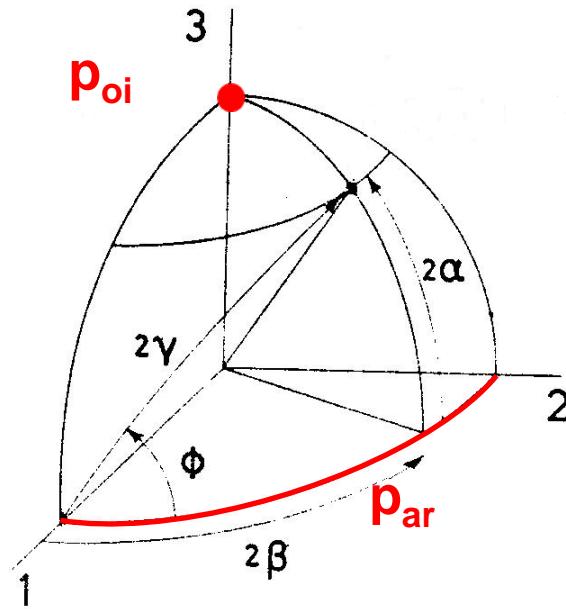
Exemplos de Cálculo de C_p

Onda incidente com PCE

Antena com polarização linear

$$p_{oi} = e^{j\pi/2}$$

$$p_{ar} = P_{ar} e^{j0, \pi}$$



$$2\delta = \pi/2$$

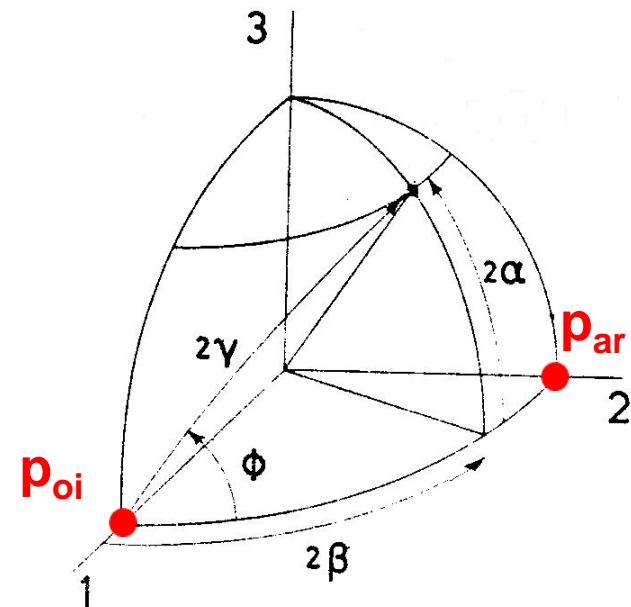
$$C_p = \cos^2 \delta = 1/2$$

Onda incidente com PH

Antena com polarização linear a 45°

$$p_{oi} = \infty$$

$$p_{ar} = 1 e^{j0}$$



$$2\delta = \pi/2$$

$$C_p = \cos^2 \delta = 1/2$$

Temperatura de Ruído

$$N_a = K T_a \Delta f \quad K = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$$

$$T_a = T_{ai} + T_{ae}$$

$$T_{ai} = (1 - \eta) T_0 \quad T_{ae} = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} T(\theta, \varphi) G(\theta, \varphi) d\Omega$$

$T(\theta, \varphi)$ é a temperatura equivalente de ruído (externo) do meio que rodeia a antena. Há três tipos principais de ruído externo:

- ruido atmosférico
- ruido artificial
- ruido cósmico

Estes tipos de ruido dependem fortemente da frequência.

Largura de Banda

A largura de banda de uma antena é a gama de frequências onde (todas) as suas características cumprem as especificações de utilização.

A largura de banda é normalmente definida percentualmente.

Exemplo

$$f_{\max} = 2,5 \text{ GHz}, f_{\min} = 2,4 \text{ GHz} \quad f_0 = \frac{f_{\max} + f_{\min}}{2} = 2,45 \text{ GHz} \quad LB = 100 \frac{f_{\max} - f_{\min}}{f_0} = 4,1\%$$

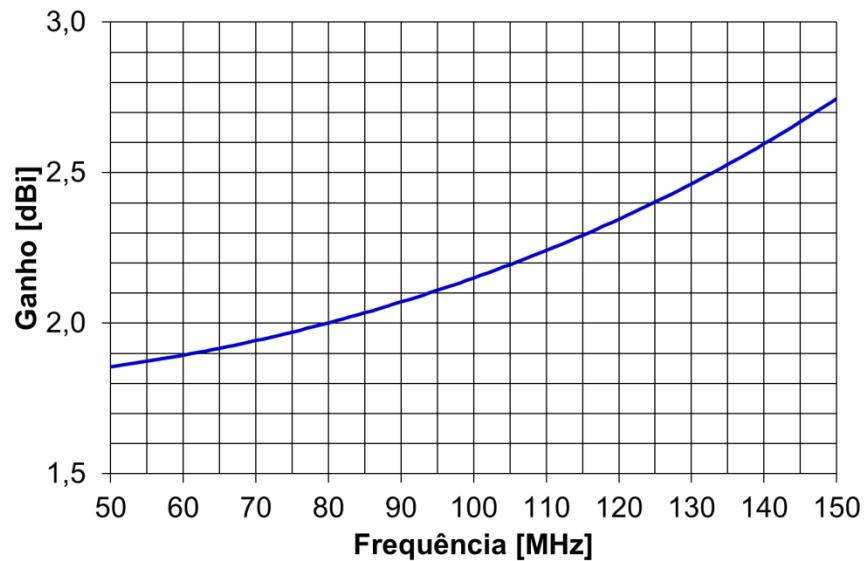
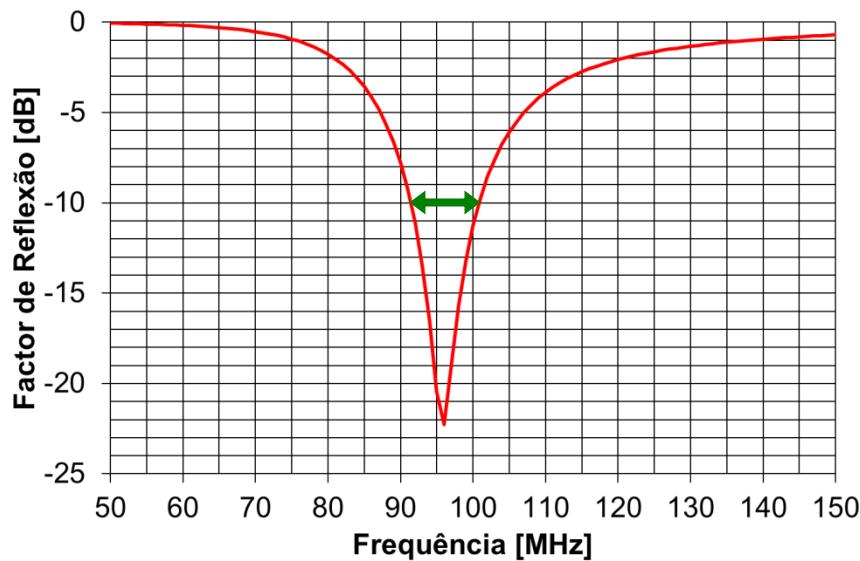
No entanto para antenas de banda muito larga esta é normalmente definida como o quociente entre as frequências máxima e mínima.

Exemplo $f_{\max} = 12 \text{ MHz}, f_{\min} = 4 \text{ MHz} \quad LB 3:1$

Qualquer um dos parâmetros de uma antena pode impor a LB. Dependendo do tipo de antena assim se pode antecipar qual o parâmetro (ou parâmetros) mais crítico. Por exemplo, no caso dos dipolos é normalmente a variação da impedância de entrada que limita a LB, variando pouco (comparativamente) o diagrama de radiação.

Exemplo: Largura de Banda de um Dipolo

Fator de reflexão na linha de alimentação ($Z_0=75 \Omega$) e ganho de um dipolo cilíndrico (sem perdas) com $L=1,5$ m de comprimento e $a=3$ mm de raio



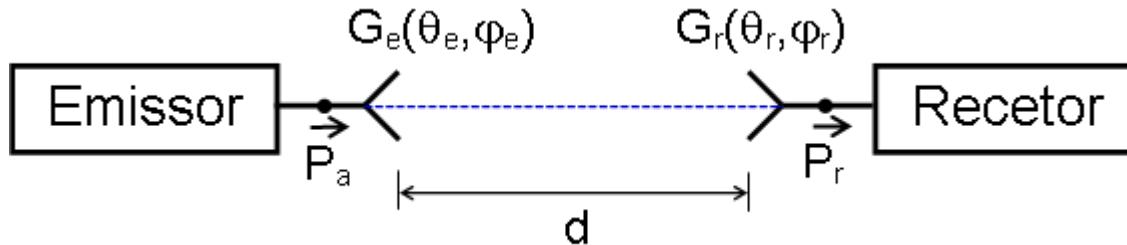
LB (Fator de reflexão < -10 dB) ≈ 10 MHz = 10,4%

O ganho varia pouco (menos que 0,9 dB entre 50 e 150 MHz)

O diagrama de radiação varia muito pouco

A polarização é constante (só E_θ)

Fórmula de Friis (Generalizada)



$$P_r = S(\theta_r, \varphi_r) A_e(\theta_r, \varphi_r) C_p(\theta_r, \varphi_r) C_i$$

$$S(\theta_r, \varphi_r) = \frac{P_a G_e(\theta_e, \varphi_e)}{4\pi d^2}$$

$$A_e(\theta_r, \varphi_r) = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r(\theta_r, \varphi_r)$$

$$P_r = \frac{P_a G_e(\theta_e, \varphi_e) G_r(\theta_r, \varphi_r) C_p(\theta_r, \varphi_r) C_i}{A_{el}(A_s)}$$

$$A_{el} = \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2$$

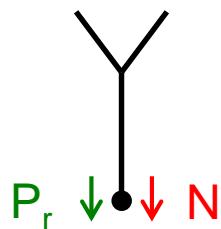
$$\frac{P_r}{P_a} [\text{dB}] = G_e [\text{dB}] + G_r [\text{dB}] + C_p [\text{dB}] + C_i [\text{dB}] - A_{el} [\text{dB}] - (A_s [\text{dB}])$$

A_s – Atenuação suplementar

$$A_{el} = 10 \log_{10} \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2$$

Parâmetros Fundamentais das Antenas (18)

42/92



P_r – Potência de sinal (portadora) aos terminais da antena

N - Potência de ruído aos terminais da antena

P_r/N – Relação sinal (portadora) – ruído

Admitindo ruído branco equivalente ao gerado por uma resistência térmica à temperatura (física) ambiente T_a

$K = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ – Constante de Boltzmann

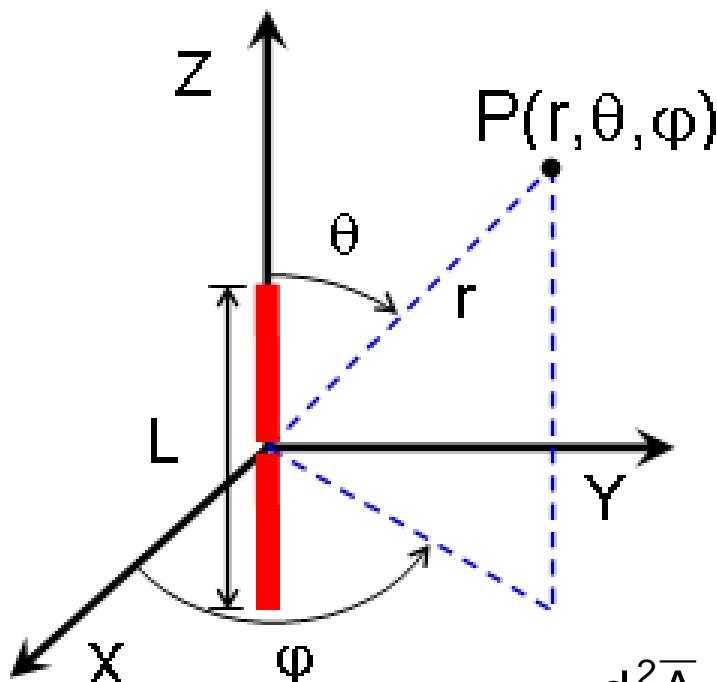
$N = K T_a \Delta f$ T_a – Temperatura equivalente de ruído da antena [K]

Δf – Largura de banda [Hz]

$$\frac{P_r}{N} = \frac{P_a G_e(\theta_e, \varphi_e) G_r(\theta_r, \varphi_r) C_p C_i}{A_{el}(A_s) K T_a \Delta f}$$

Dipolo Linear (1)

43/92



Cilindro de raio a , condutor perfeito, fino ($a \ll L$ e $a \ll \lambda$), de comprimento $L=2\ell$

Só existem $I_z(z')$ e $A_z(z)$ (ambas as grandezas são simétricas)

$$\bar{E}_z^t = -j\omega \bar{A}_z + \frac{\nabla \nabla \cdot \bar{A}_z}{j\omega \mu \epsilon} = -\frac{j}{\omega \mu \epsilon} \left(\frac{d^2 \bar{A}_z}{dz^2} + k^2 \bar{A}_z \right)$$

Impondo a cnf $\bar{E}_z^t(\rho = a) = 0$

$$\frac{d^2 \bar{A}_z}{dz^2} + k^2 \bar{A}_z = 0 \Rightarrow \bar{A}_z(z) = \bar{A} \cos(kz) + \bar{B} \sin(k|z|)$$

$$\int_{-\ell}^{\ell} \bar{I}_z(z') \frac{e^{-jkR}}{R} dz' = \bar{A} \cos(kz) + \bar{B} \sin(k|z|) \quad \text{Equação Integral de Hallén}$$

$$R = \sqrt{a^2 + (z - z')^2}$$

A e B são obtidas impondo o anulamento da corrente nos topo $I_z(z'=\pm\ell)=0$ e a tensão na origem V_0 .

Dipolo Linear (2)

44/92

A equação integral de Hallén tem uma solução iterativa

$$\bar{I}_z(z) = j \frac{2\pi \bar{V}_0}{Z\Omega} \left\{ \frac{\sin[k(\ell - |z|)] + \frac{a_1}{\Omega} + \frac{a_2}{\Omega^2} + \dots}{\cos(k\ell) + \frac{b_1}{\Omega} + \frac{b_2}{\Omega^2} + \dots} \right\}$$

a_i e b_i são funções
(complexas) de z, ℓ e a

Parâmetro de Hallén

$$\Omega = 2 \ln\left(\frac{2\ell}{a}\right)$$

$$2\ell = 1 \text{ m} \quad 2a = 2 \text{ mm} \quad 2\ell/a = 1000 \quad \Omega = 13,8$$

$$2\ell = 1 \text{ m} \quad 2a = 2 \text{ cm} \quad 2\ell/a = 100 \quad \Omega = 9,2$$

$$Z_a = R_a + j X_a = \frac{\bar{V}_0}{\bar{I}_z(0)} = -j \frac{Z\Omega}{2\pi} \left\{ \frac{\cos(k\ell) + \frac{b_1}{\Omega} + \frac{b_2}{\Omega^2} + \dots}{\sin(k\ell) + \frac{a_1}{\Omega} + \frac{a_2}{\Omega^2} + \dots} \right\}$$

$$\lim_{\Omega \rightarrow \infty} \begin{cases} \bar{I}_z(z) = \bar{I}_M \sin[k(\ell - |z|)] \\ Z_a = -j \frac{Z\Omega}{2\pi} \cot(k\ell) \end{cases}$$

$$\bar{I}_M = j \frac{2\pi \bar{V}_0}{Z\Omega \cos(k\ell)}$$

Dipolo Linear (3)

45/92

A aproximação de ordem zero da solução iterativa da equação integral de Hallén é a distribuição sinusoidal de corrente

$$\bar{I}_z(z) = \bar{I}_M \sin[k(\ell - |z|)]$$

Os campos na zona distante podem ser obtidos a partir dos campos do DEH e da distribuição de corrente (ver página 17)

$$\bar{E}_r = \bar{E}_\phi = \bar{H}_r = \bar{H}_\theta = 0$$

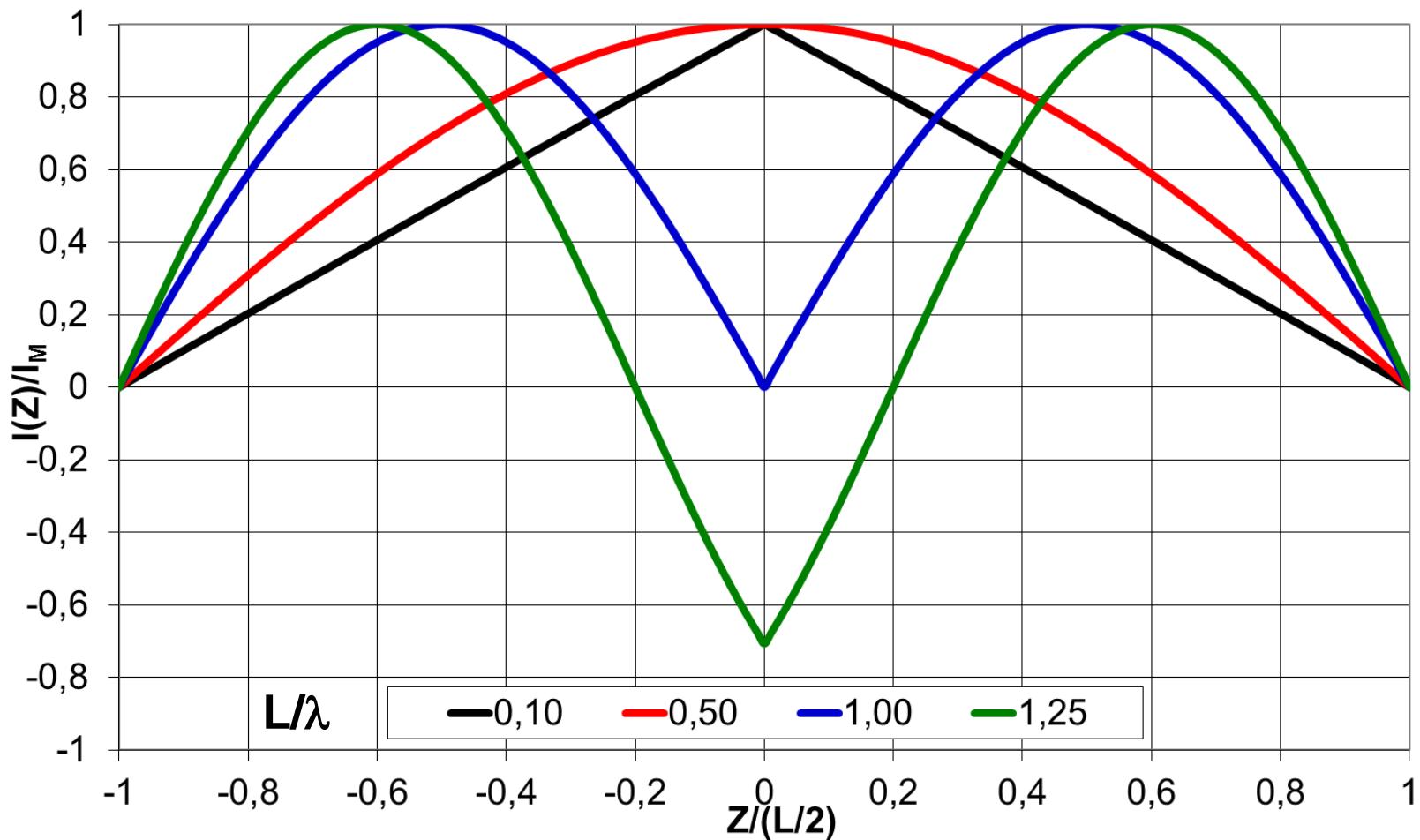
$$\bar{E}_\theta = Z \bar{H}_\phi = j \frac{Z \bar{I}_M}{2\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{\cos(k\ell \cos\theta) - \cos(k\ell)}{\sin\theta}$$

O diagrama de radiação tem o máximo no plano equatorial ($\theta=\pi/2$) para $L < 1,44\lambda$). Nesse caso

$$f_D(\theta) = \frac{\cos(k\ell \cos\theta) - \cos(k\ell)}{[1 - \cos(k\ell)] \sin\theta}$$

$$h_e = \frac{\lambda}{\pi} [1 - \cos(k\ell)]$$

Exemplos de distribuição de corrente em dipolos lineares (finos)

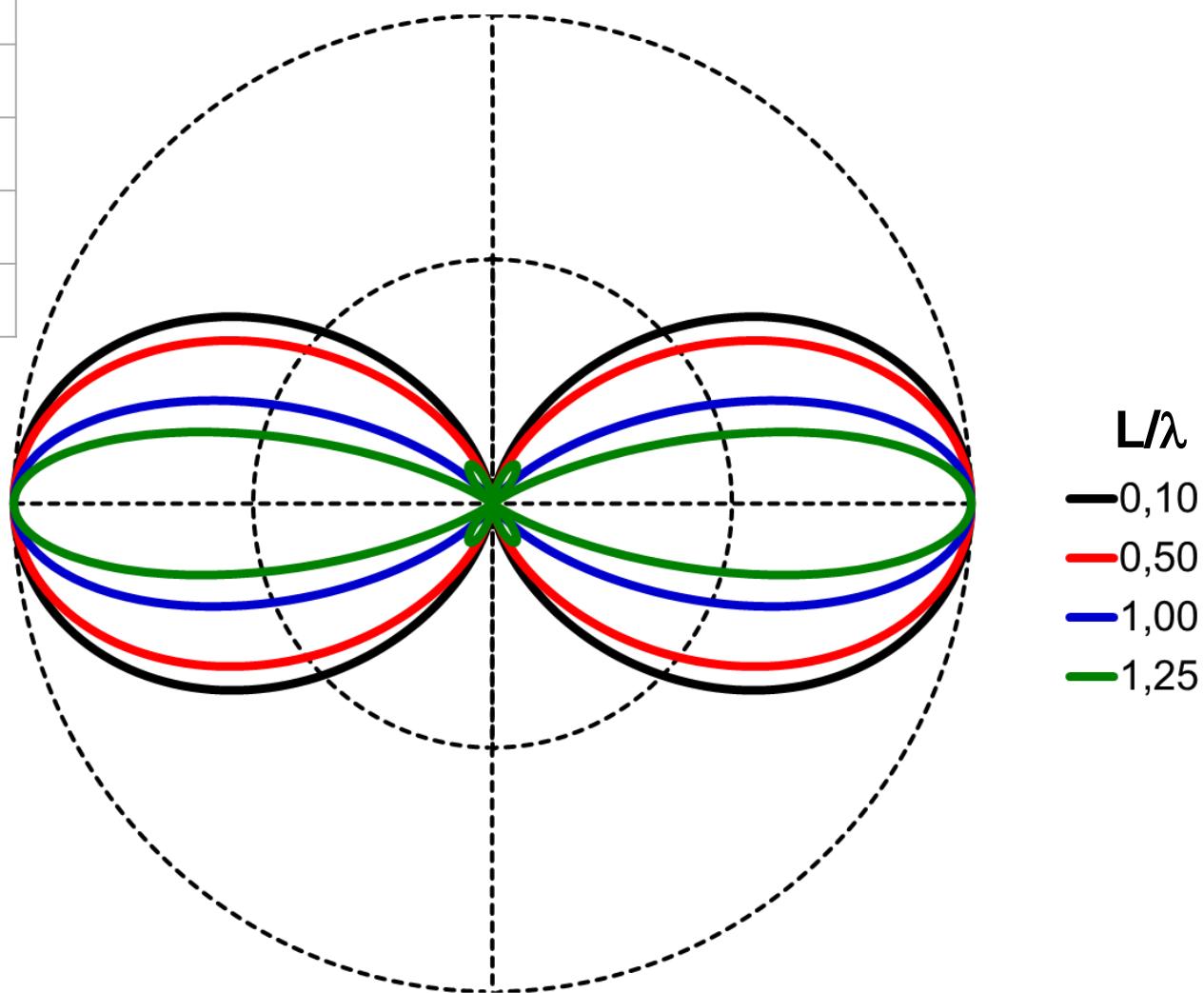


Dipolo Linear (5)

47/92

Exemplos do diagrama de radiação dos mesmos dipolos

L/λ	D [dB]	$\alpha_{-3\text{dB}} [\text{°}]$
0,1	1,76	90
0,5	2,15	78
1,0	3,90	48
1,25	5,19	33



Cálculo da resistência de radiação

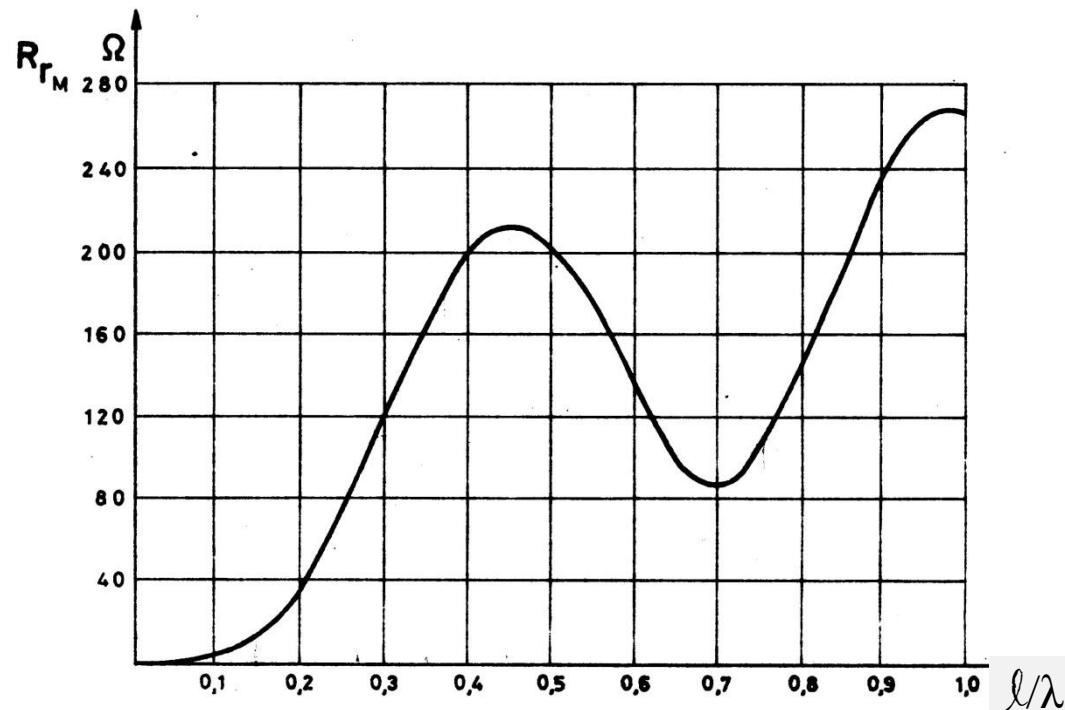
$$P_r = \frac{1}{2} R_r I_0^2 = \frac{1}{2} R_{rM} I_M^2 = \int U d\Omega = \int r^2 \frac{E^2}{2Z} d\Omega = I_M^2 \frac{Z}{4\pi} \int_0^\pi \frac{[\cos(kl \cos \theta) - \cos(kl)]^2}{\sin \theta} d\theta$$

$$R_{rM} = \frac{Z}{2\pi} \int_0^\pi \frac{[\cos(kl \cos \theta) - \cos(kl)]^2}{\sin \theta} d\theta$$

$$R_{rM} (L = \lambda/2) = 73,1 \Omega$$

$$R_{rM} (L = \lambda) = 199,1 \Omega$$

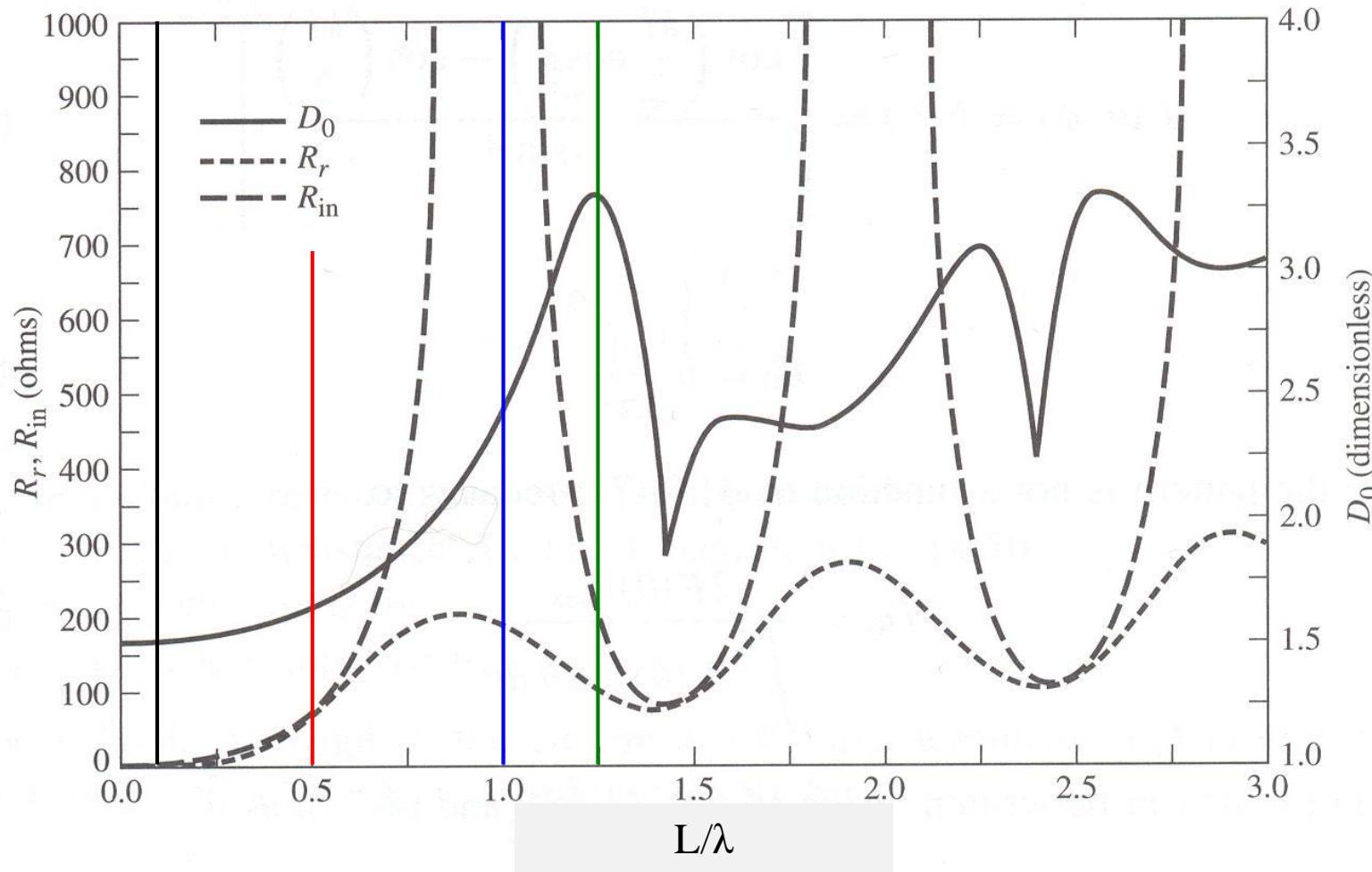
$$R_{rM} (L = 5\lambda/4) = 106,5 \Omega$$



Dipolo Linear (7)

49/92

Diretividade e resistência de radiação do dipolo linear



$$P_r = \frac{1}{2} R_r I_0^2 = \frac{1}{2} R_{rM} I_M^2$$

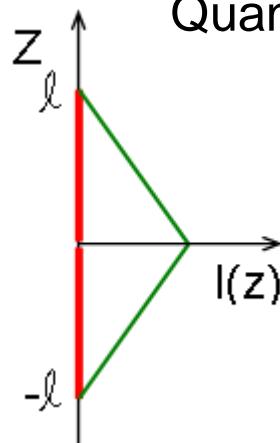
$$I_0 = I_z(z=0) = I_M \sin(kl)$$

$$R_r = \frac{R_{rM}}{\sin^2(kl)}$$

Dipolo Linear (8)

50/92

Dipolo Curto

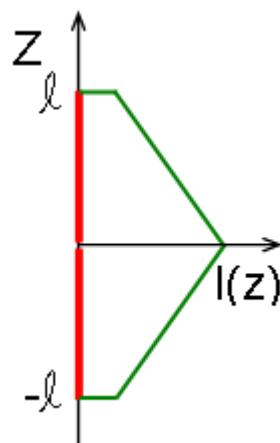


Quando $k\ell \ll \pi$ a distribuição sinusoidal origina a distribuição triangular

$$\bar{I}(z) = \bar{I}_0 \left(1 - \frac{|z|}{\ell}\right) \quad \bar{N}_i = \bar{I}_0 \frac{\ell}{2}$$

$$R_r = \frac{R_{rDEH}}{4} = 20 \pi^2 \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 \quad f_D(\theta) = \sin \theta$$

Dipolo Curto Carregado



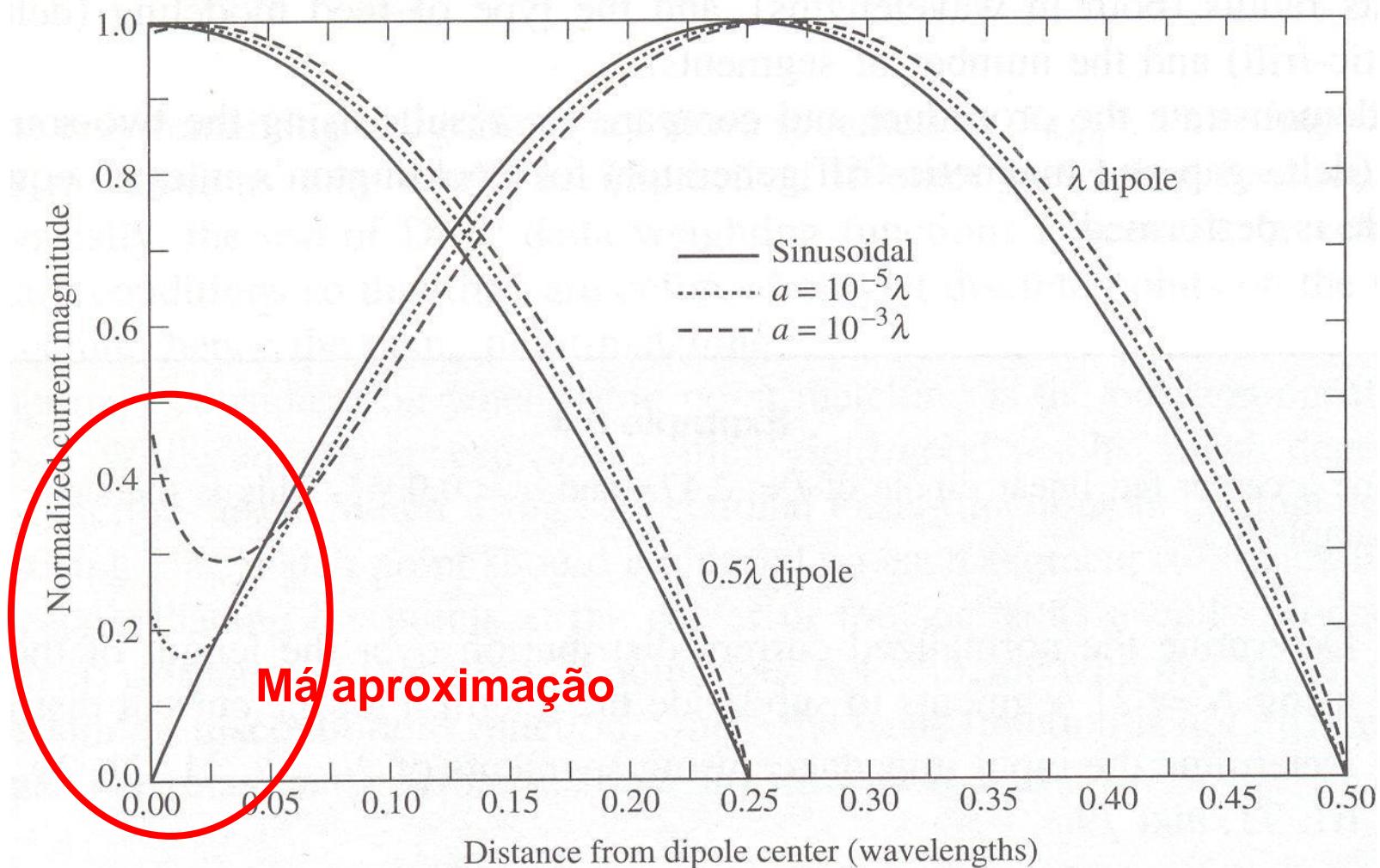
$$\bar{N}_i = (m+1) \bar{I}_0 \frac{\ell}{2}$$

$$\bar{I}(z) = \bar{I}_0 \left[1 + (m-1) \frac{|z|}{\ell}\right] \quad m = \frac{\bar{I}(z=\ell)}{\bar{I}_0}$$

$$\bar{E}_\theta = j \frac{Z_0 (m+1) \bar{I}_0}{4} \left(\frac{\ell}{\lambda}\right) \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \theta$$

$$R_r = \left[\frac{(m+1)}{2}\right]^2 R_{rDEH} = 20 (m+1)^2 \pi^2 \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2$$

Qualidade da Distribuição de Corrente Sinusoidal Resolução Numérica da Equação Integral de Hallén



Dipolo Linear (10)

52/92

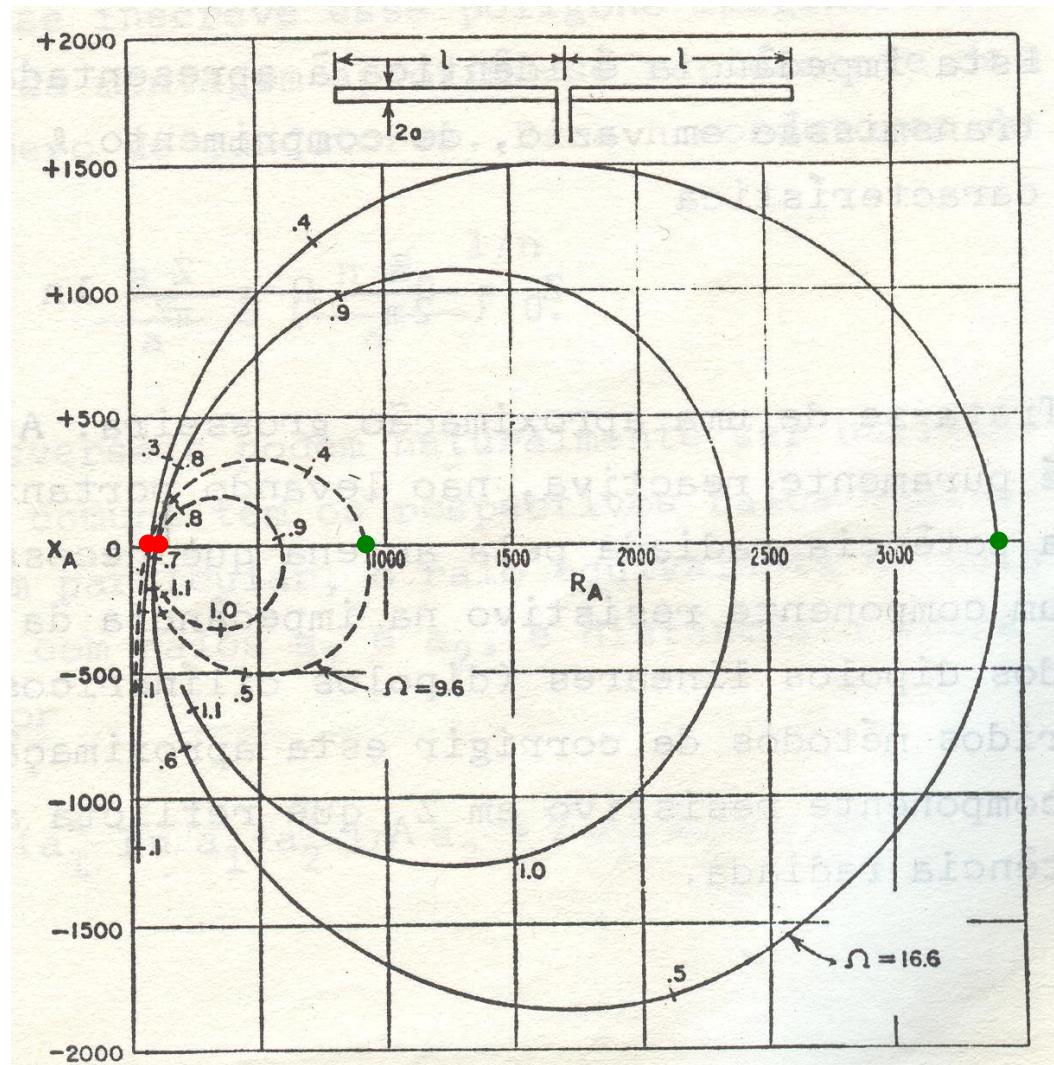
Impedância de entrada do dipolo linear (sem perdas)
Resolução Numérica da Equação Integral de Hallén

$$2l/a = 4000, \Omega = 16,6$$

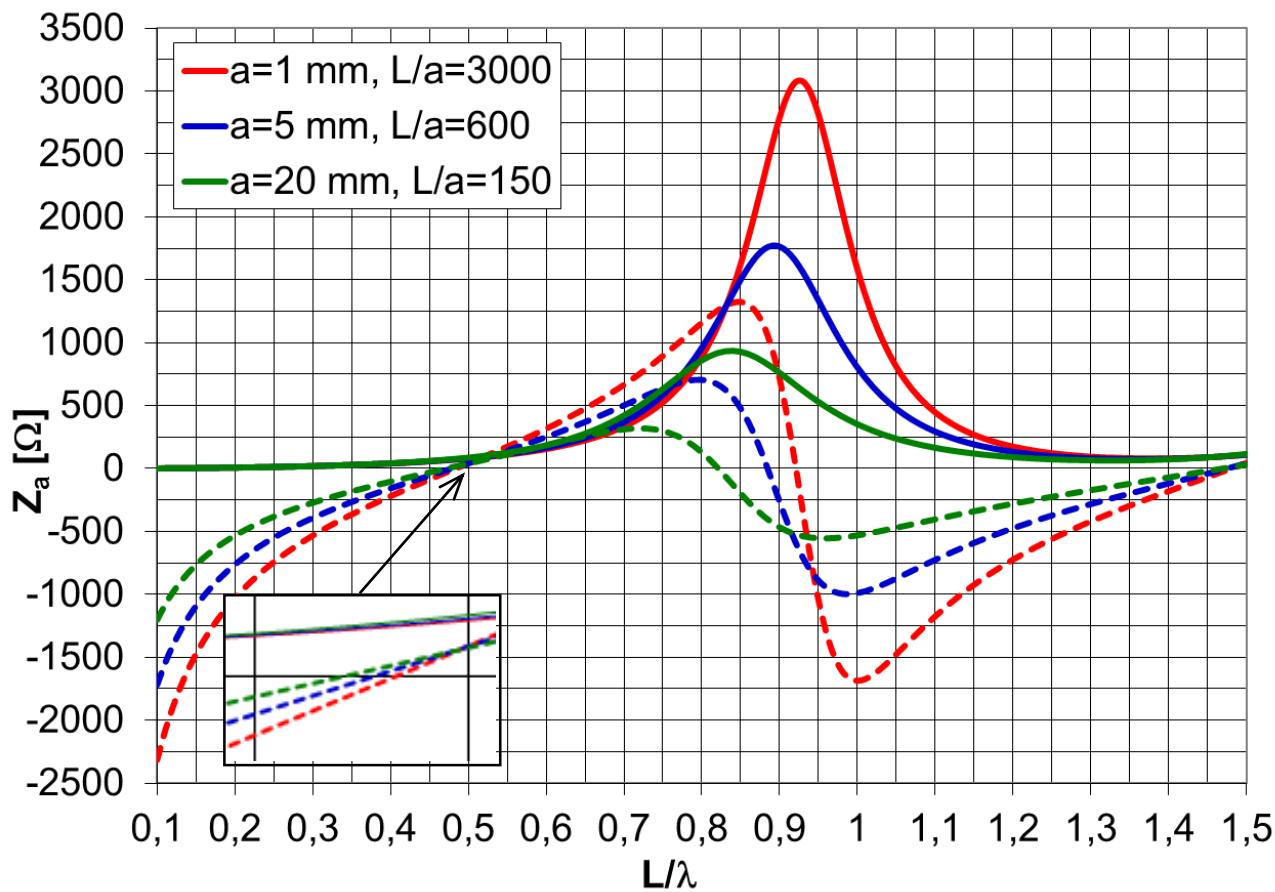
$$2l/a = 120, \Omega = 9,6$$

- Dipolos curtos ($R_a \ll |X_a| >> X_a$ negativo)
- 1ª ressonância $2l \approx \lambda/2$
- 2ª ressonância $2l \approx \lambda$

A impedância de entrada dos **dipolos mais grossos** varia menos com a frequência, ou seja, **têm maior largura de banda**.



Impedância de entrada do dipolo linear ($L=3\text{ m}$, sem perdas) Resolução Numérica da Equação Integral de Hallén



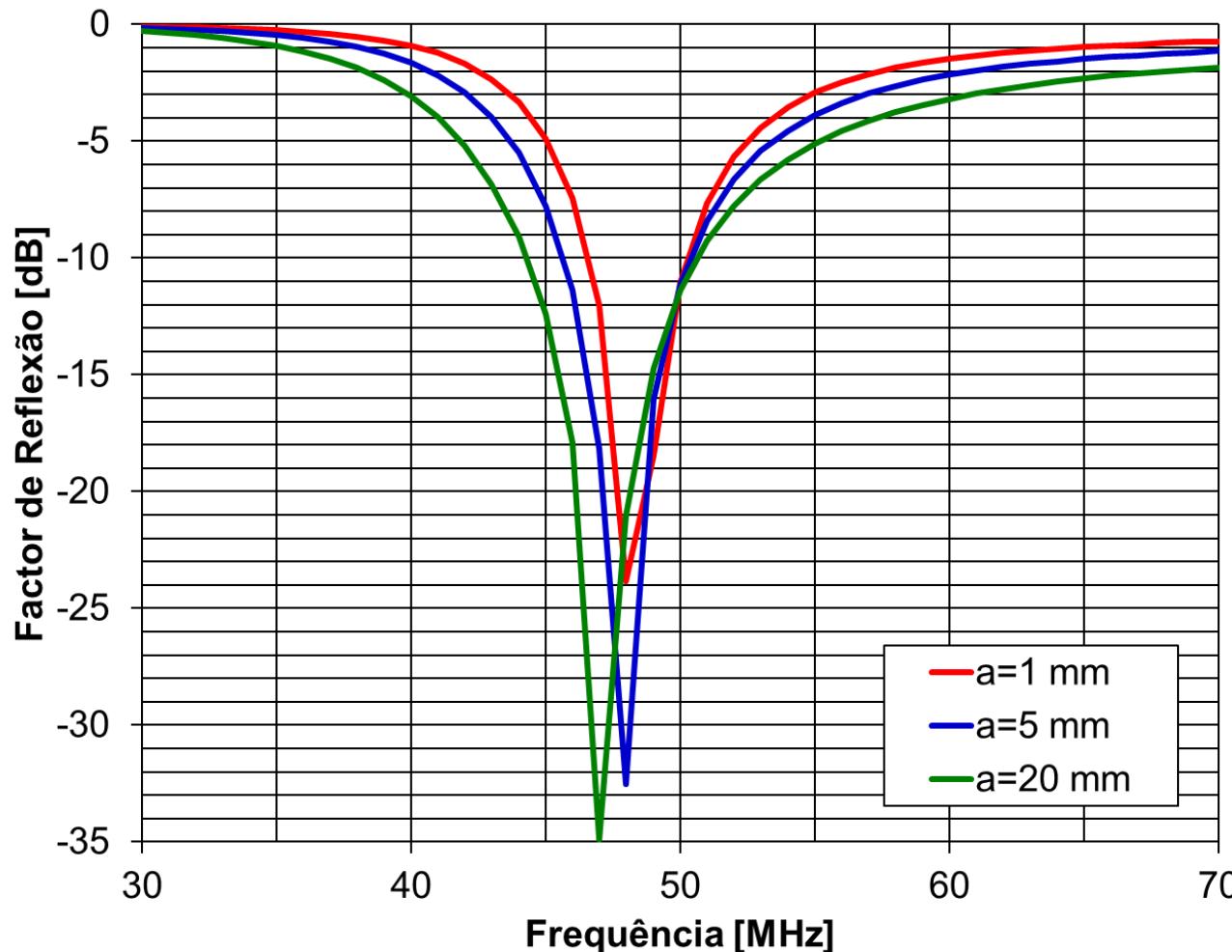
1ª ressonância ($L/\lambda \approx 0,5$)
quase independente do
raio

R_a quase independente
do raio para $L/\lambda \leq 0,8$

Z_a dos dipolos mais
grossos varia menos –
maior largura de banda

Dipolos curtos mais
grossos têm $|X_a|$ menor

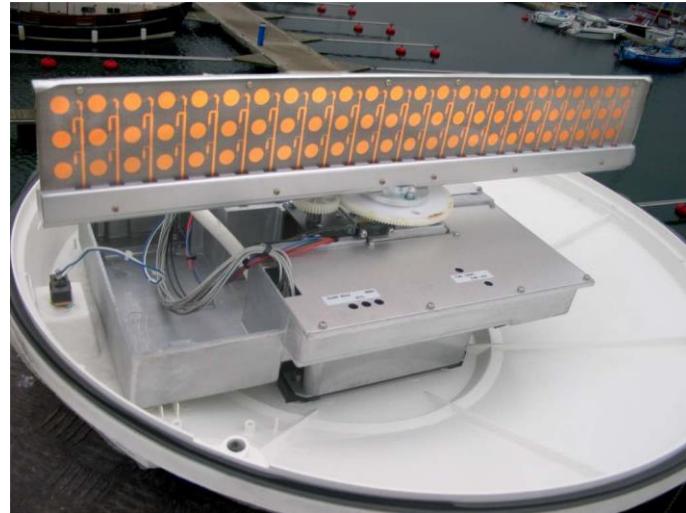
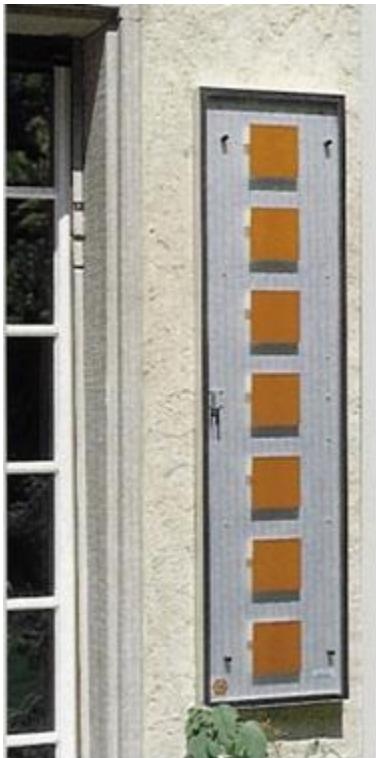
Fator de Reflexão na Linha de Alimentação ($Z_0=70 \Omega$) do Dipolo Linear
($L=3$ m, sem perdas)
Resolução Numérica da Equação Integral de Hallén



Agregados (1)

55/92

Porque se Usam Agregados ?



Radar Marítimo
(3x24 elementos)

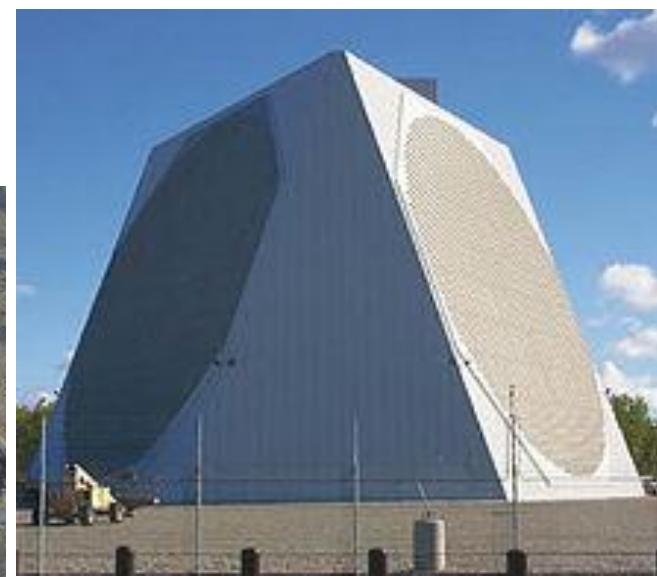
Estação Base de
Comunicações Móveis



VLA, 27 antenas com 25 m



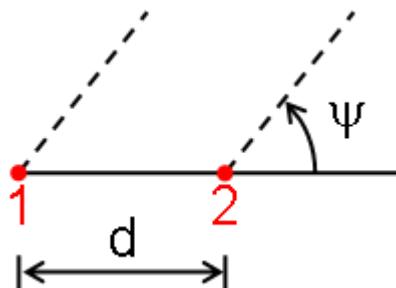
Agregado omnidireccional



Radar Tático 3D

Agregados de 2 elementos

A única restrição é os elementos (antenas) serem iguais e terem igual orientação espacial.



$$\bar{E}_{ag} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 = \bar{E}_1 \left(1 + \frac{\bar{E}_2}{\bar{E}_1} \right)$$

$$\bar{E}_n(r, \theta, \phi) \propto \bar{I}_n \frac{e^{-jkr_n}}{r_n} f_D(\theta, \phi)$$

$$\frac{\bar{I}_2}{\bar{I}_1} = \left| \frac{\bar{I}_2}{\bar{I}_1} \right| e^{j\delta}$$

Casos Particulares

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_1$$

$$F_m(\gamma) = 2 |\cos(\gamma/2)|$$

$$\gamma = k d \cos \psi$$

$$\bar{I}_2 = -\bar{I}_1$$

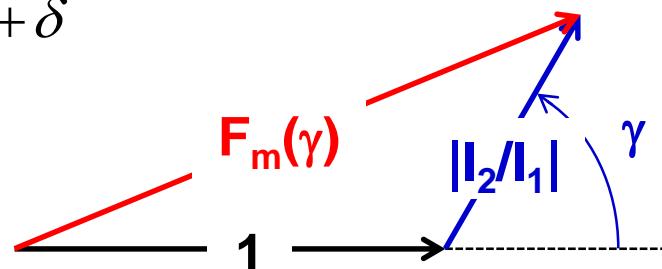
$$F_m(\gamma) = 2 |\sin(\gamma/2)|$$

$$\gamma = k d \cos \psi$$

F – Factor espacial do agregado

$$F = 1 + \frac{\bar{E}_2}{\bar{E}_1} = 1 + \frac{\bar{I}_2}{\bar{I}_1} e^{jk d \cos \psi} = 1 + \left| \frac{\bar{I}_2}{\bar{I}_1} \right| e^{j\gamma}$$

$$\gamma = k d \cos \psi + \delta$$



Campo de um Agregado (N Elementos)

Caso Geral $\bar{E}_{ag} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 + \bar{E}_3 + \dots + \bar{E}_N$

1ª Restrição – Elementos idênticos com Igual Orientação

$$\bar{E}_{ag} = \bar{E}_1 \left(1 + \underbrace{\frac{\bar{E}_2}{\bar{E}_1} + \frac{\bar{E}_3}{\bar{E}_1} + \dots + \frac{\bar{E}_N}{\bar{E}_1}}_{F - \text{Factor espacial do agregado}} \right)$$

F – Factor espacial do agregado

$$F = \sum_{n=1}^N \frac{\bar{E}_n}{\bar{E}_1}$$

Na zona distante $\bar{E}_n(r, \theta, \varphi) \propto \bar{I}_n \frac{e^{-jkr_n}}{r_n} f_D(\theta, \varphi)$

$E_{ag}(\theta, \varphi) \propto f_D(\theta, \varphi) F(\theta, \varphi)$  Multiplicação de diagramas

$$F(\theta, \varphi) = \sum_{n=1}^N \frac{\bar{I}_n}{\bar{I}_1} \underbrace{\frac{r_1(\theta, \varphi)}{r_n(\theta, \varphi)}}_{\approx 1} e^{-jk[r_n(\theta, \varphi) - r_1(\theta, \varphi)]}$$

2^a Restrição – Geometria do Agregado

3D – Exemplo: Agregado Esférico

2D – Exemplo: Agregado Plano

1D – Exemplo: Agregado Linear

3^a Restrição – Equiespaçamento

4^a Restrição – Correntes de amplitude e desfasagem constante

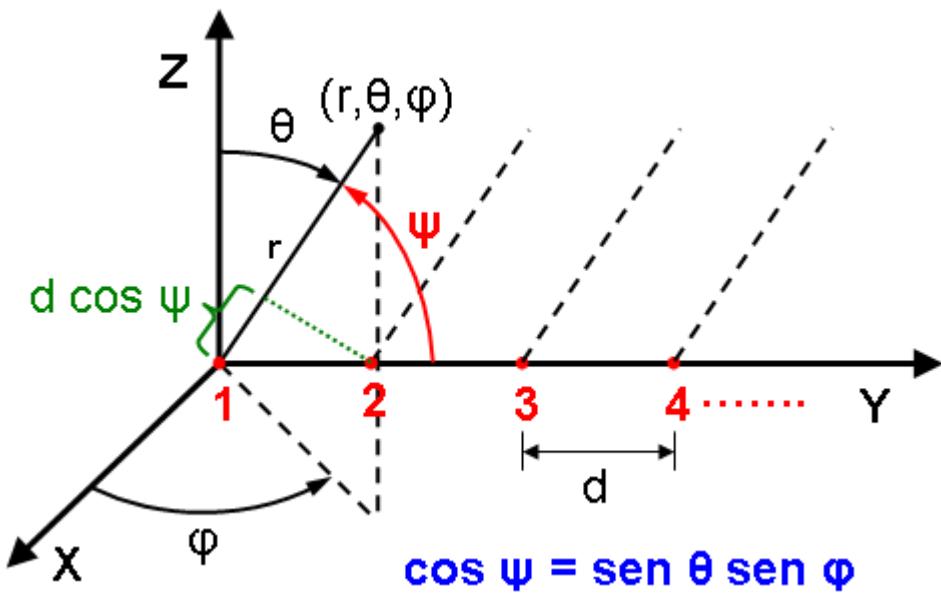
Agregado Uniforme – agregado linear de N elementos, equiespaçados (d), com excitação de amplitude e desfasagem (δ) constantes

$$d_n - d_{n-1} = d$$

$$\frac{\bar{I}_n}{\bar{I}_1} = 1 e^{j(n-1)\delta}$$

Agregados (5)

59/92



$$r_1(\theta, \varphi) - r_n(\theta, \varphi) = (n-1)d \cos \psi$$

$$F(\theta, \varphi) = \sum_{n=1}^N e^{j(n-1)\delta} e^{jk(n-1)d \cos \psi}$$

$$\gamma = k d \cos \psi + \delta$$

$$F(\gamma) = \sum_{n=1}^N e^{j(n-1)\gamma}$$

$F(\gamma)$ é a soma dos N primeiros termos de uma progressão geométrica de 1º termo 1 e razão $\exp(j\gamma)$.

$$F(\gamma) = e^{j \frac{(N-1)\gamma}{2}} \frac{\operatorname{sen}(N\gamma/2)}{\operatorname{sen}(\gamma/2)}$$

$$F_m(\gamma) = \left| \frac{\operatorname{sen}(N\gamma/2)}{\operatorname{sen}(\gamma/2)} \right|$$

$F_m(\gamma)$ é uma função periódica de período 2π .

Máximo de $F_m(\gamma)$ (em $\gamma=0$) é N.

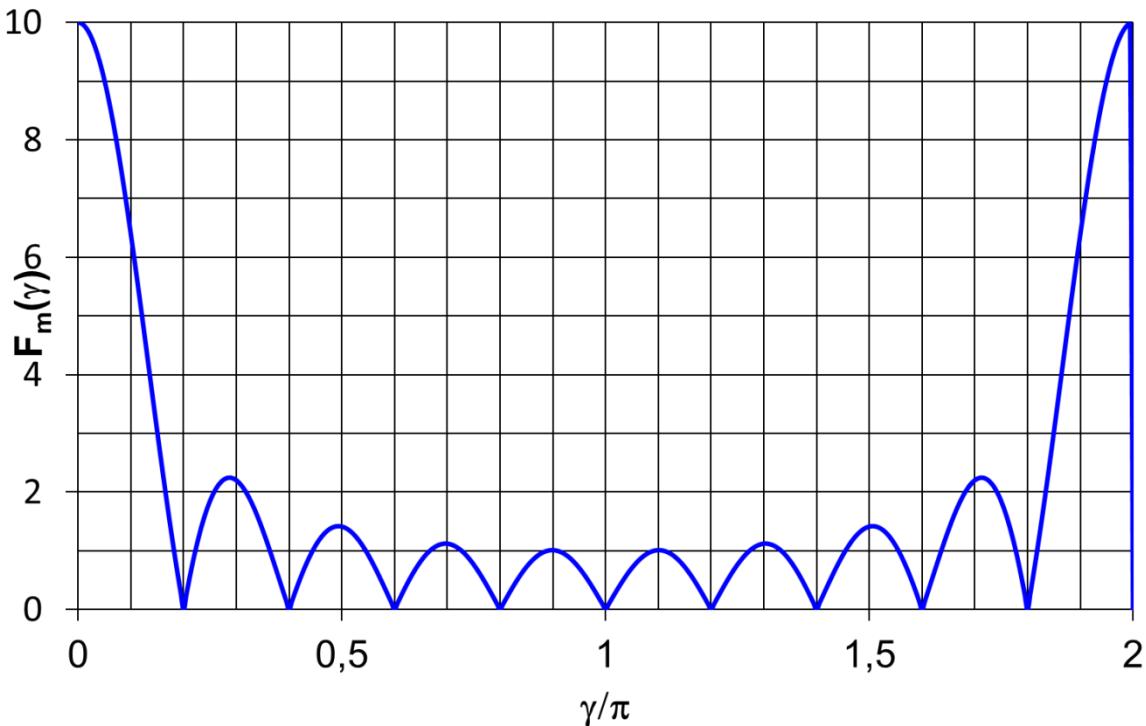
Nulos de $F_m(\gamma)$ em $\gamma_i = \pm \frac{2\pi}{N} i$ $i = 1, 2, 3, \dots, (N-1)$

Intervalo visível [em $F_m(\psi)$] $\psi \in [0, \pi]$ $\gamma \in [-kd+\delta, kd+\delta]$

Exemplo de $F_m(\gamma)$

N=10

$$\gamma_i = \frac{\pi}{5} i \quad i = 1, 2, \dots, 9$$



Agregados (7)

$$NLS = \frac{U_{LS}}{U_M} = \left(\frac{E_{LS}}{E_M} \right)^2 = \left(\frac{F_{mLS}}{F_{mMax}} \right)^2 = \left(\frac{F_{mLS}}{N} \right)^2$$

$$N \gg F_{mLS} \approx F_m \left(\frac{\gamma_{i=1} + \gamma_{i=2}}{2} \right) = \left| \frac{\sin \left[\frac{N}{4} \left(\frac{2\pi}{N} + \frac{4\pi}{N} \right) \right]}{\sin \left[\frac{1}{4} \left(\frac{2\pi}{N} + \frac{4\pi}{N} \right) \right]} \right| = \left| \frac{1}{\sin \left(\frac{3\pi}{2N} \right)} \right| \approx \frac{2N}{3\pi}$$

$$NLS \approx \left(\frac{2}{3\pi} \right)^2 = -13,5 \text{ dB}$$

$F_m(\gamma) \quad \rightarrow \quad F_m(\Psi)$

Exemplo

$$N = 6$$

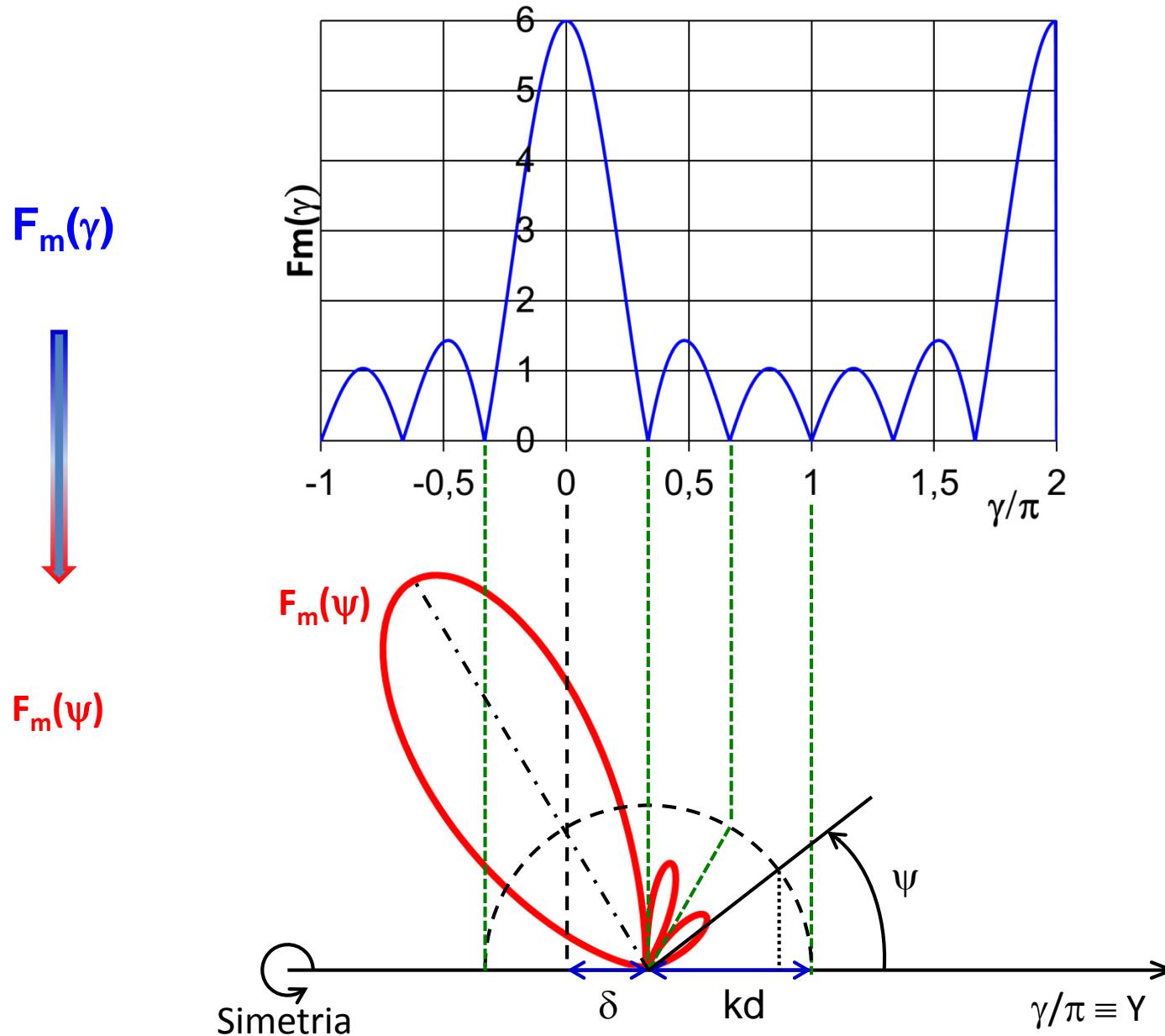
$$d = \lambda/3, kd = 2\pi/3$$

$$\delta = \pi/3$$

$$\gamma = kd \cos \psi + \delta = (2\pi/3) \cos \psi + \pi/3$$

Agregados (8)

62/92

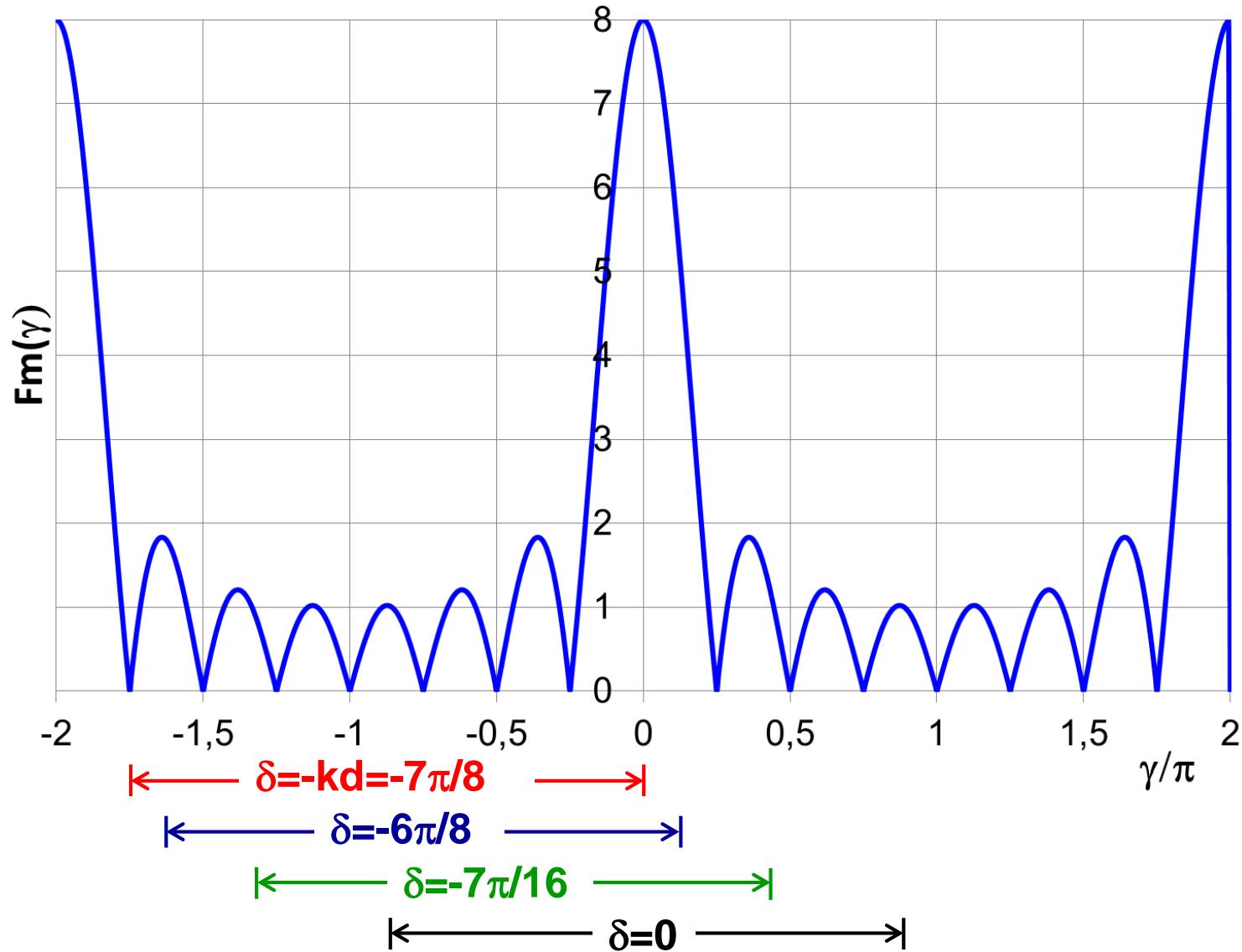


Agregados (9)

63/92

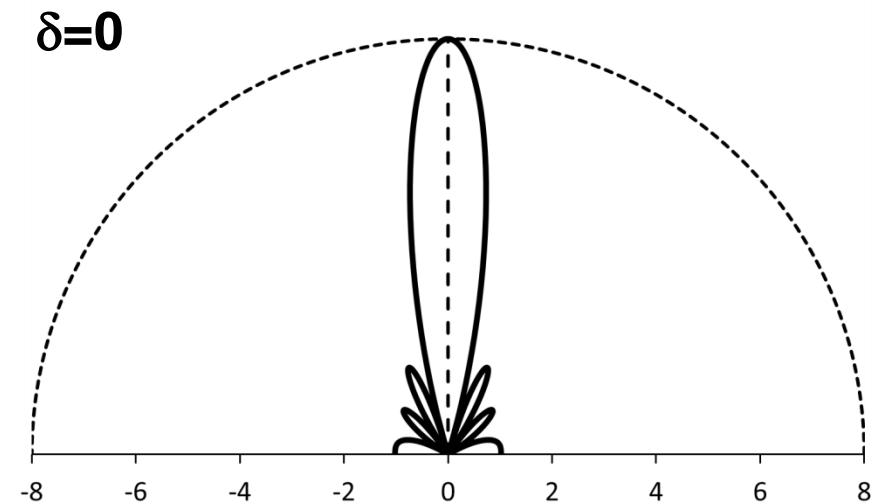
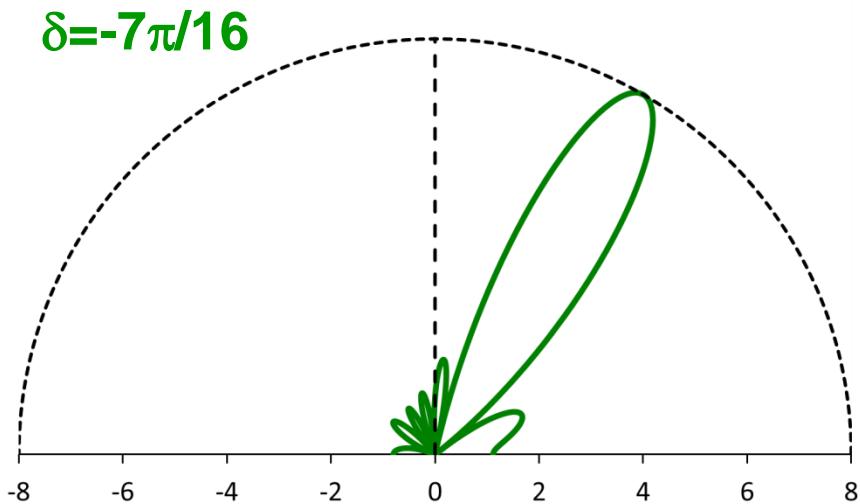
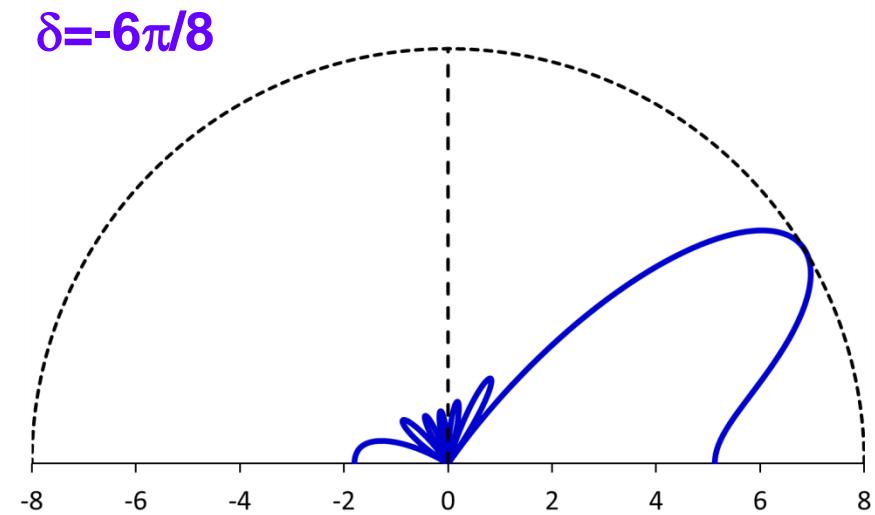
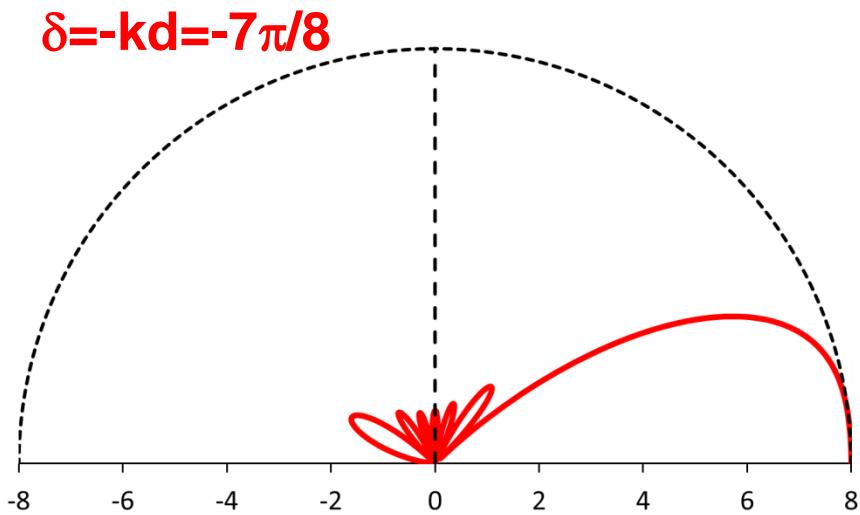
Exemplo: $N=8$, $kd=7\pi/8$

Largura do Intervalo Visível= $2kd=7\pi/4$



Agregados (10)

64/92

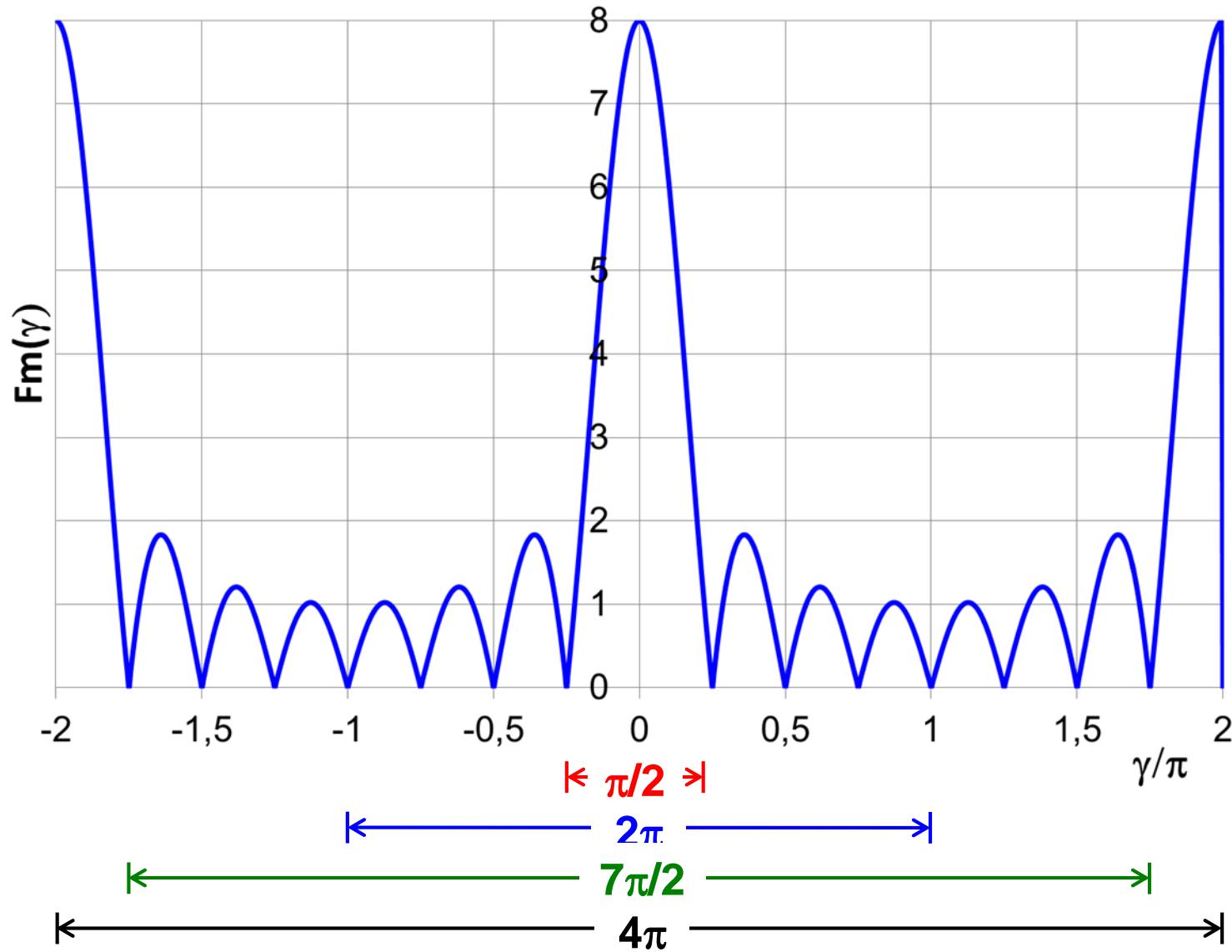


Agregados (11)

65/92

Exemplo: $N=8, \delta=0$

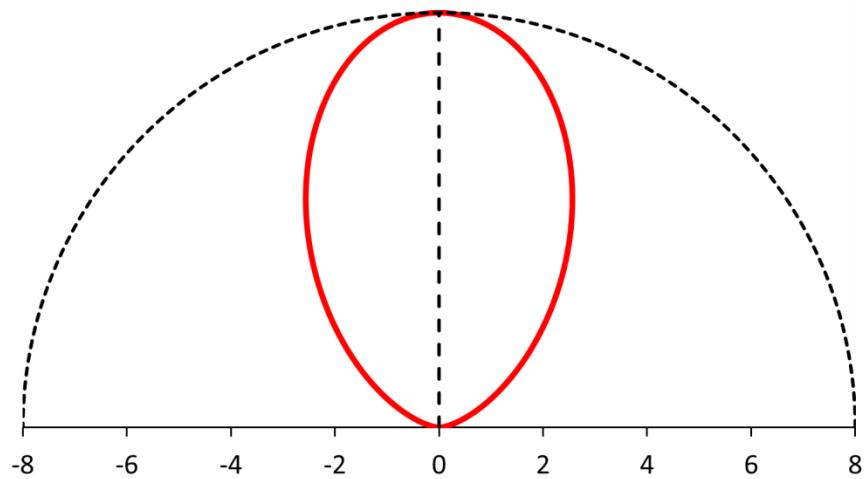
Intervalo Visível $[-kd, kd]$



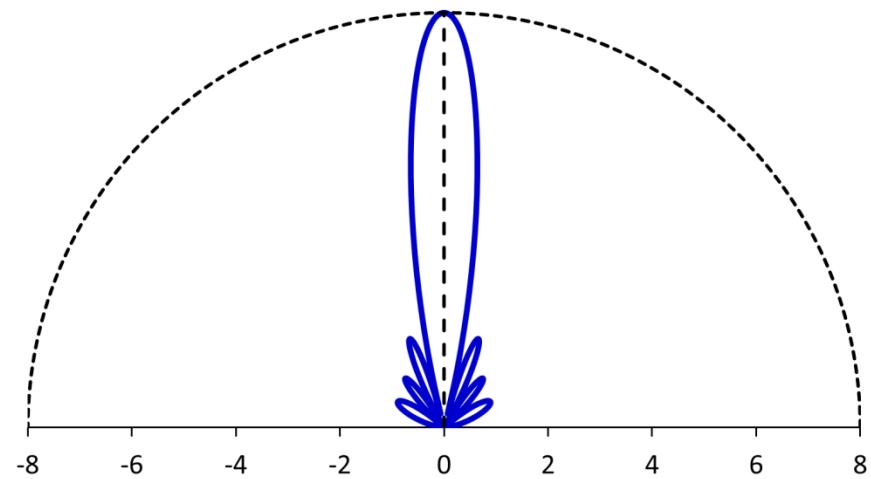
Agregados (12)

66/92

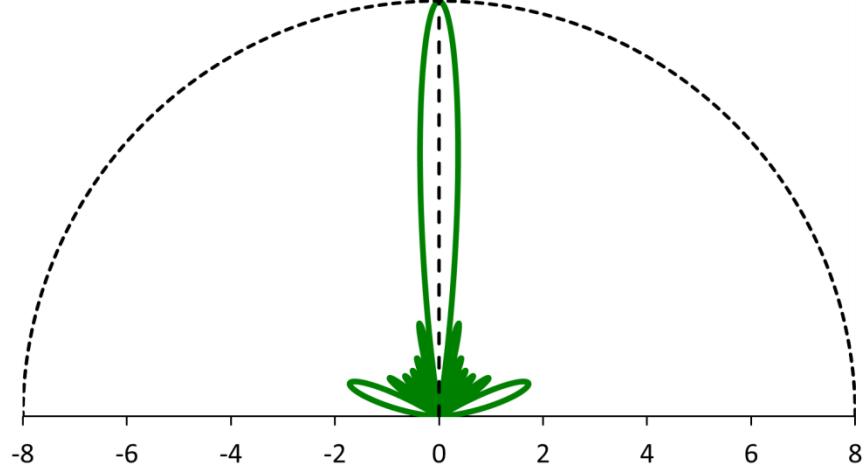
$kd = \pi/4$ ($d = \lambda/8$)



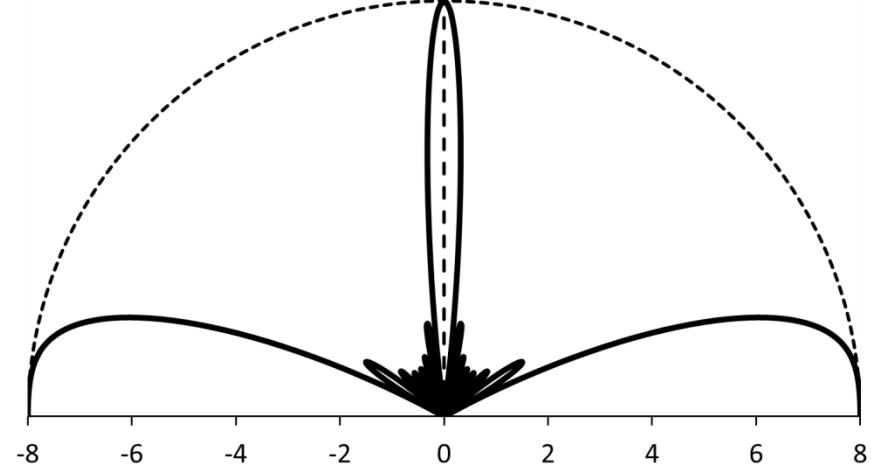
$kd = \pi$ ($d = \lambda/2$)



$kd = 14\pi/8$ ($d = 7\lambda/8$)



$kd = 2\pi$ ($d = \lambda$)



Agregados (13)

67/92

Agregado Transversal ($\psi_0=\pi/2$)

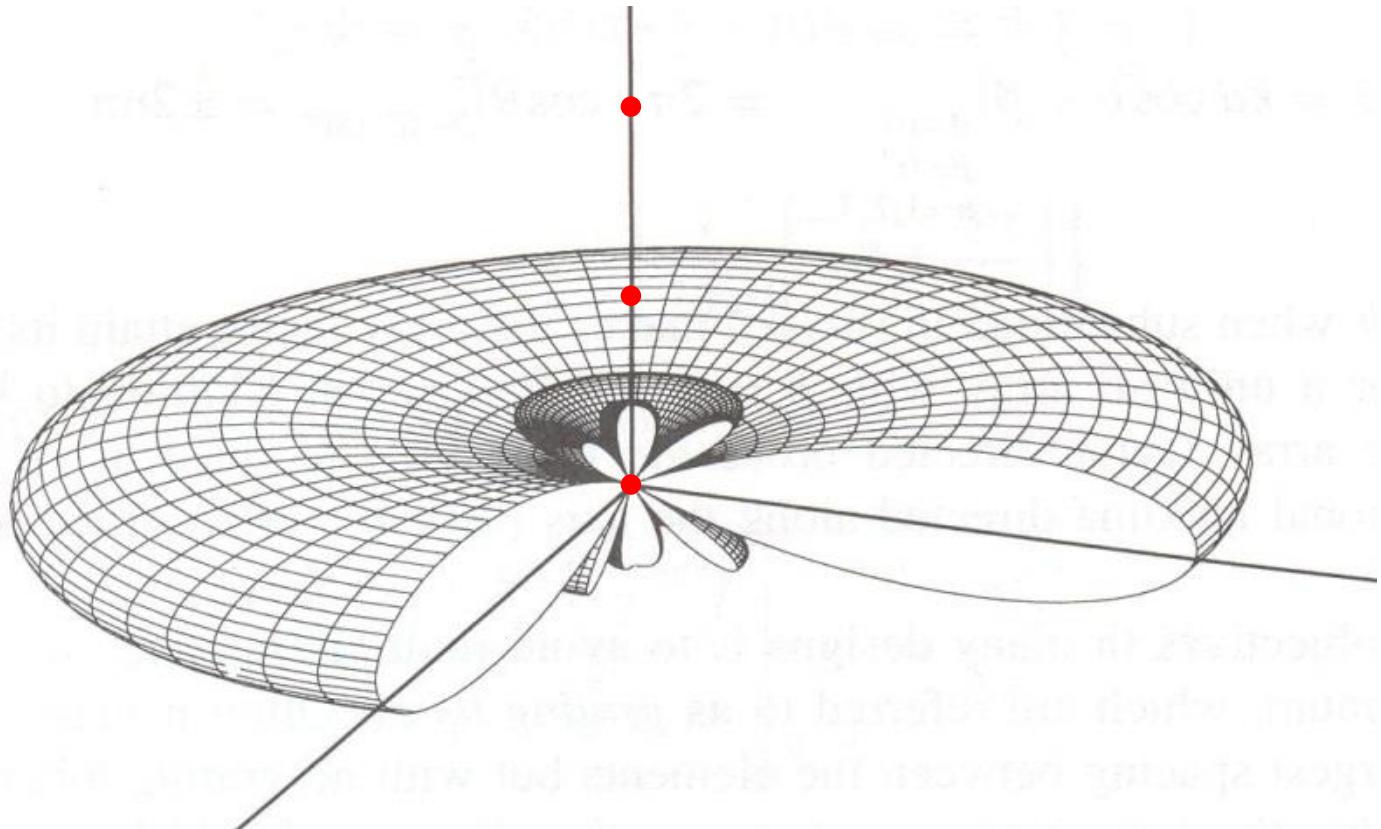
$$kd \cos \psi_0 + \delta = 0 \Rightarrow \delta = 0$$

$$N \gg \alpha_{nulos} \simeq \frac{2}{N(d/\lambda)}$$

Exemplo

$$N=10$$

$$Kd=\pi/2$$



Agregado Longitudinal ($\psi_0=0,\pi$)

$$kd \cos \psi_0 + \delta = 0 \Rightarrow \delta = -kd (kd)$$

$$N \gg \quad \alpha_{nulos} \cong 2 \sqrt{\frac{2}{N(d/\lambda)}}$$

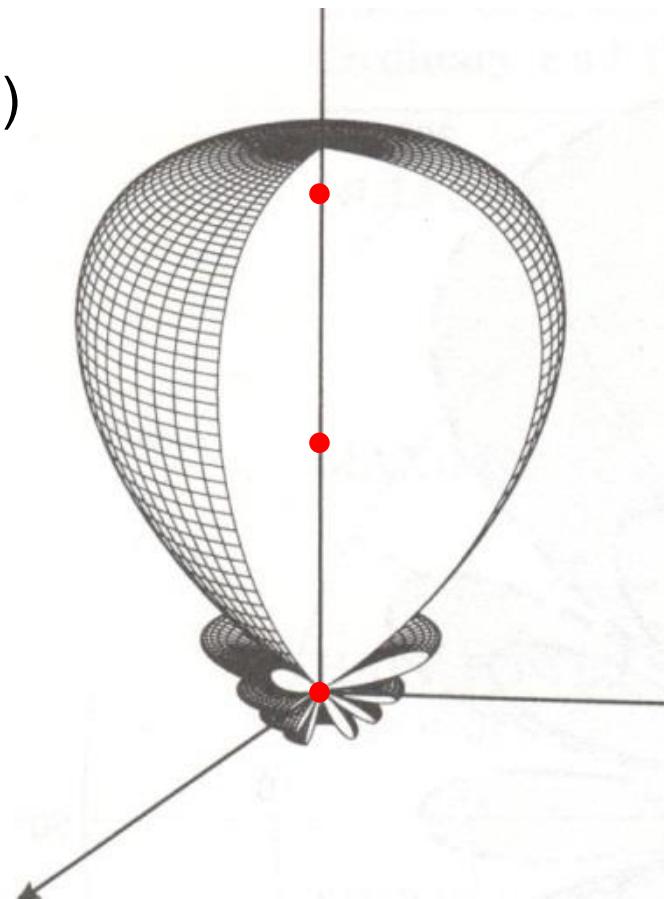
Clássico $\delta = -kd (kd)$

Woodyard – Hansen $\delta = -kd - \frac{\pi}{N} (kd + \frac{\pi}{N})$

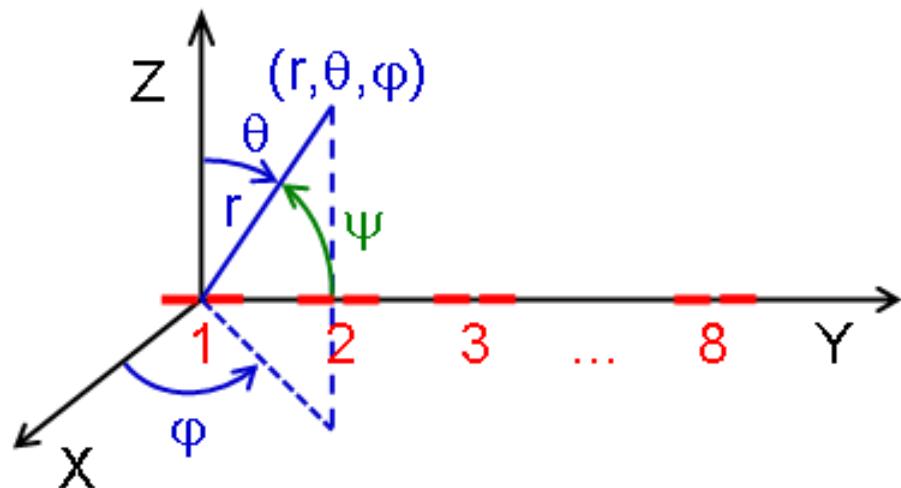
Exemplo

$$N=10$$

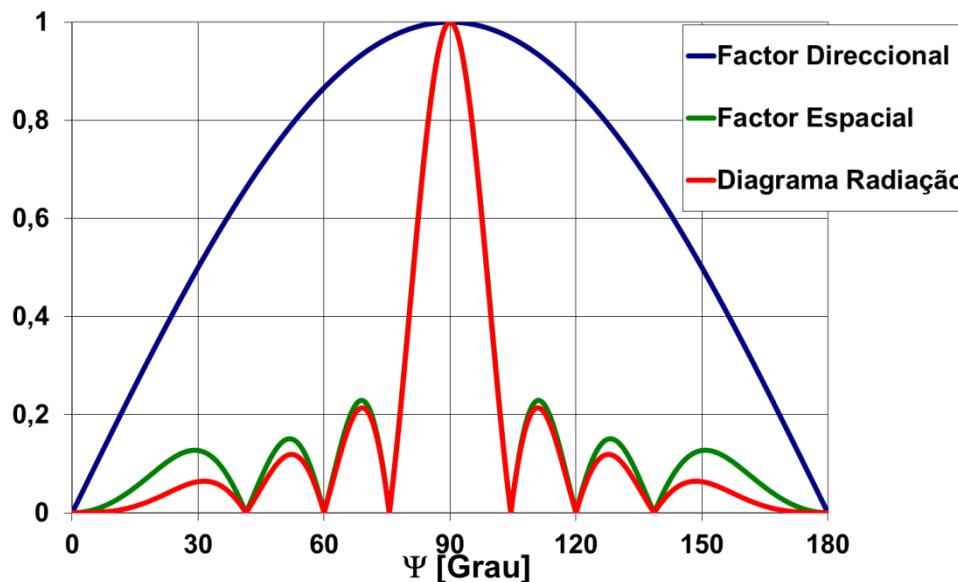
$$\delta = -Kd = -\pi/2$$



Multiplicação de Diagramas – Exemplo 1 (Agregado Transversal)



Planos XY e YZ



Agregado transversal
8 dipolos curtos
 $Kd = \pi$ ($d = \lambda/2$), $\delta = 0$

No plano XZ ($\psi = \pi/2$) $f_D(\psi)$ e $F_m(\psi)$ são máximos

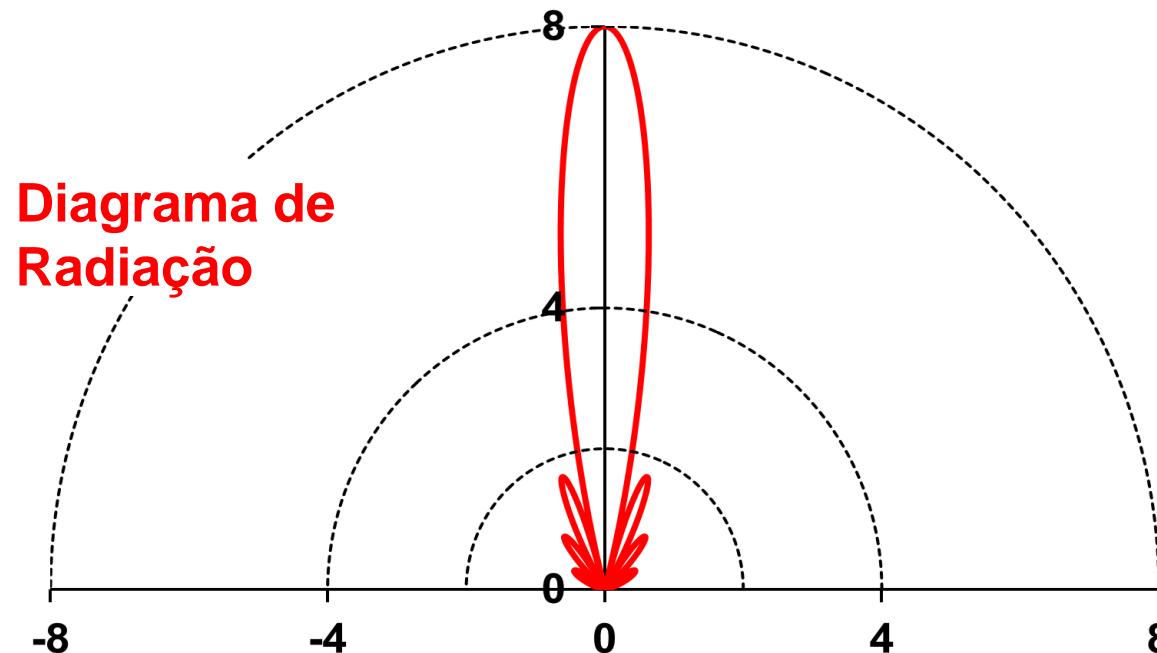
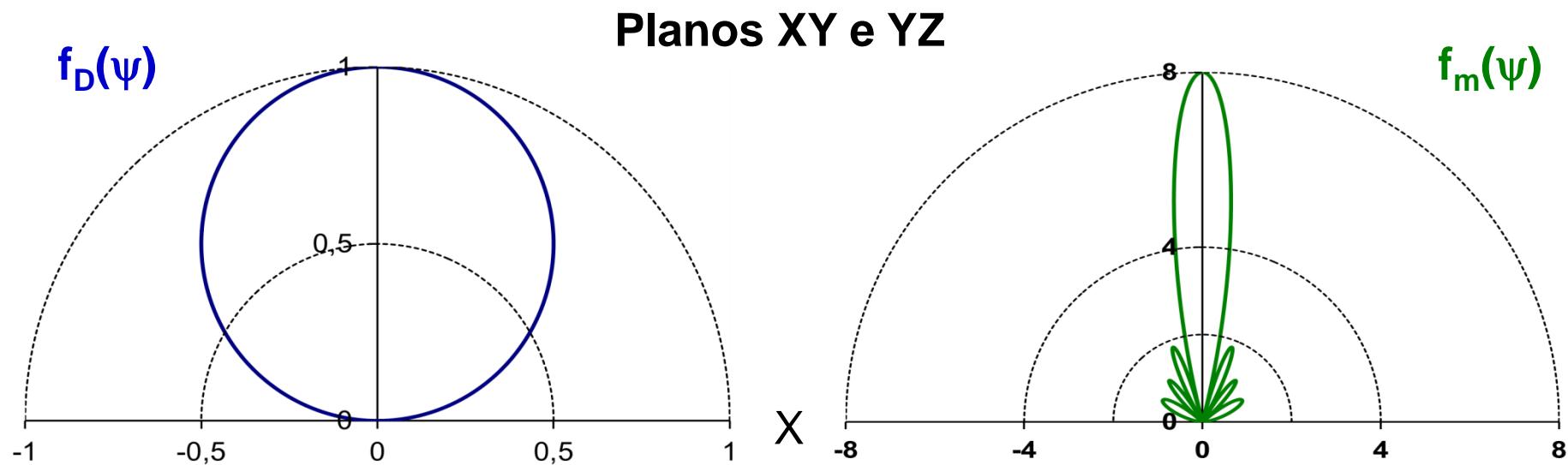
$$f_D(\psi) = \sin \psi$$

$$\gamma = \pi \cos \psi$$

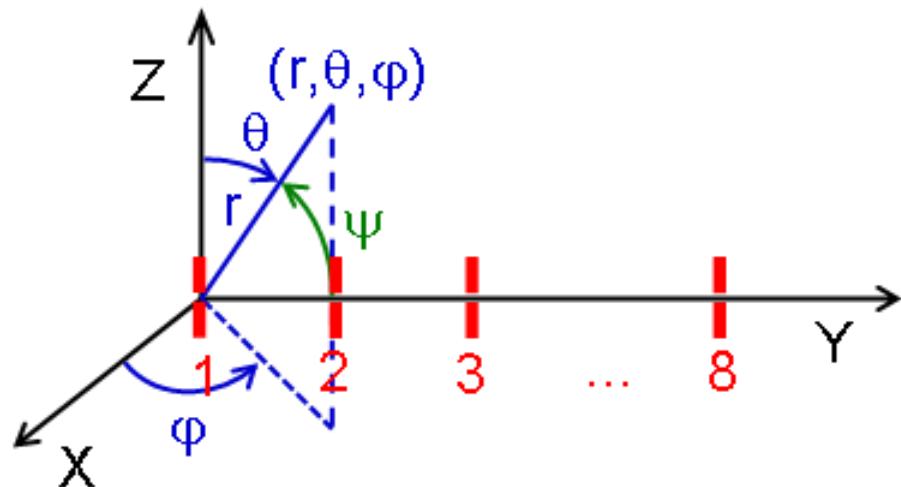
$$F_m(\gamma) = \left| \frac{\sin(8\gamma/2)}{\sin(\gamma/2)} \right|$$

Agregados (16)

70/92



Multiplicação de Diagramas – Exemplo 2 (Agregado Longitudinal)

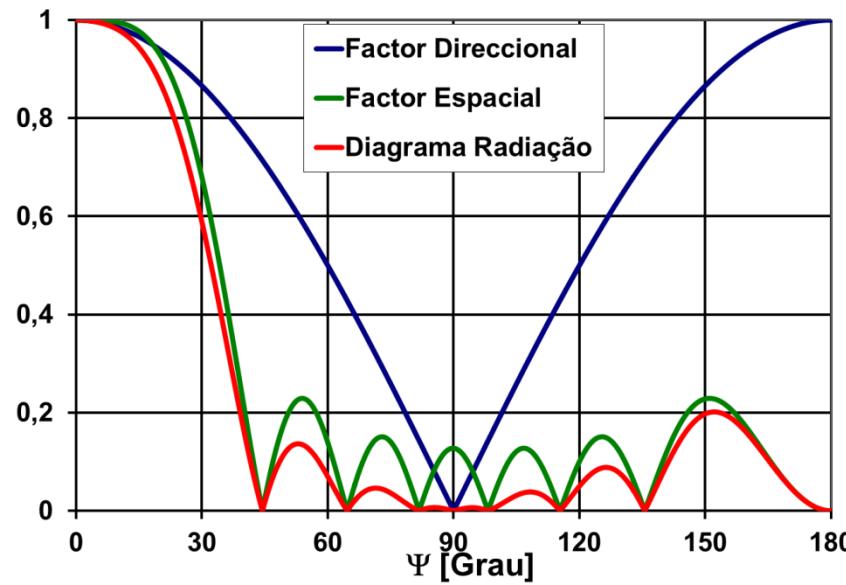


Agregado longitudinal
8 dipolos curtos
 $K_d = -7\pi/8$ ($d = 7\lambda/16$), $\delta = -kd$

No plano XY ($\theta = \pi/2$) $f_D(\theta) = 1$

No plano XZ ($\psi = \pi/2$) $F_m(\psi) = 1,02$

Plano YZ



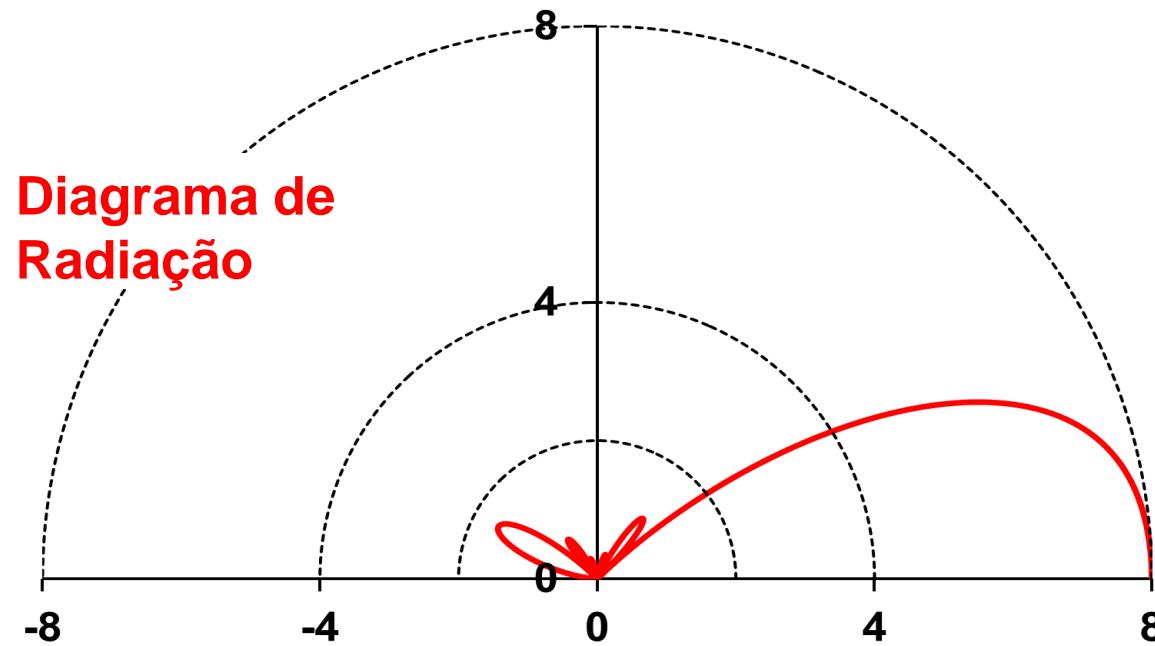
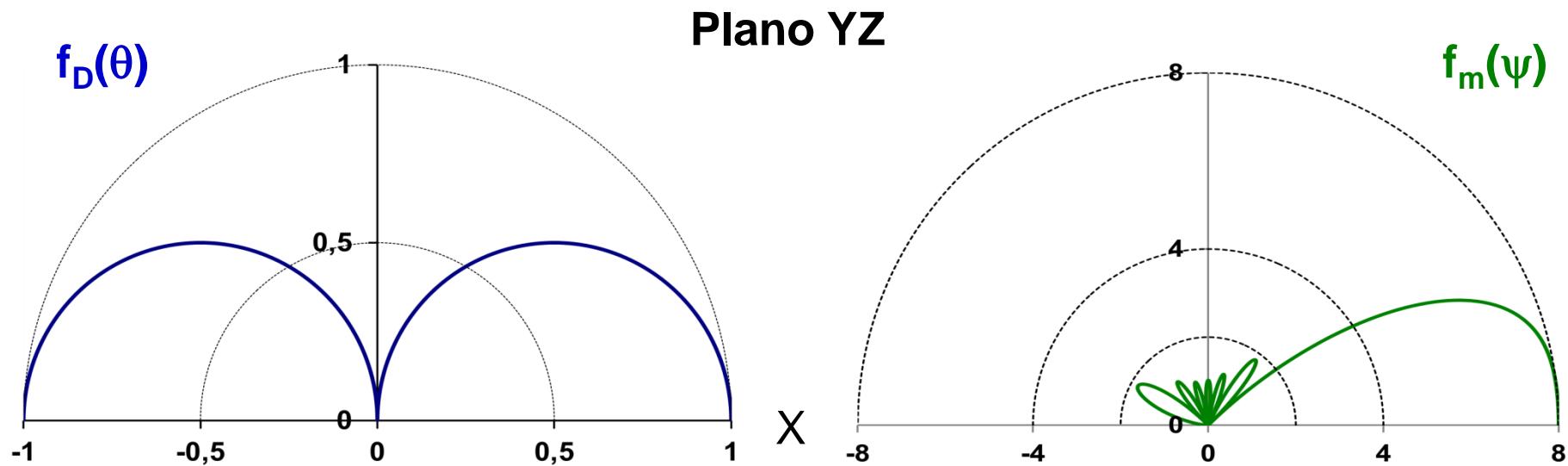
$$f_D(\theta) = \sin \theta$$

$$\gamma = \frac{7\pi}{8} (\cos \psi - 1)$$

$$F_m(\gamma) = \left| \frac{\sin(8\gamma/2)}{\sin(\gamma/2)} \right|$$

Agregados (18)

72/92

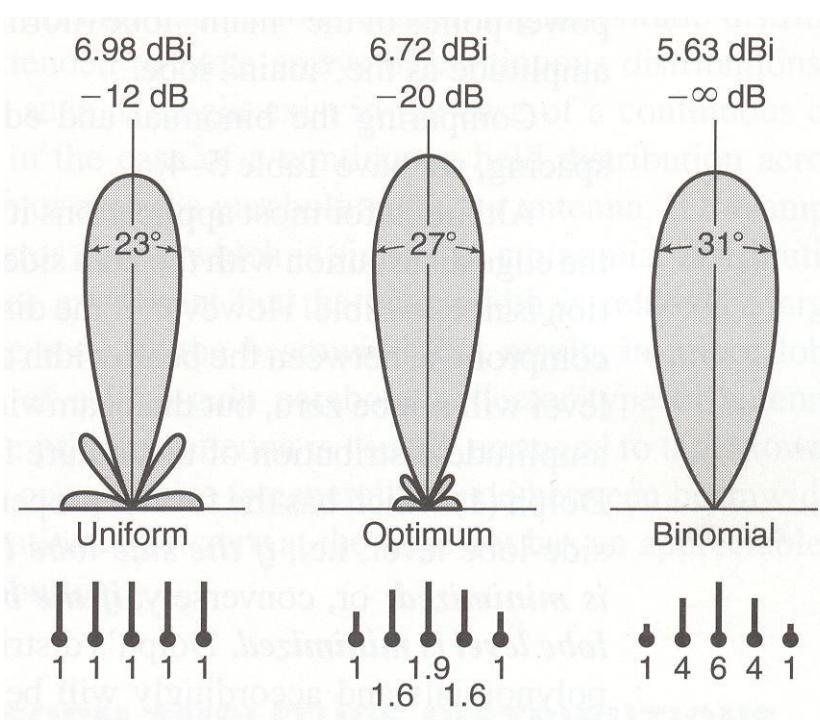


Compromisso NLS – Largura de Feixe

Usam-se distribuições não uniformes para diminuir o NLS (-13,5 dB no caso do agregado uniforme com $N \gg$)

Exemplo – Agregado transversal

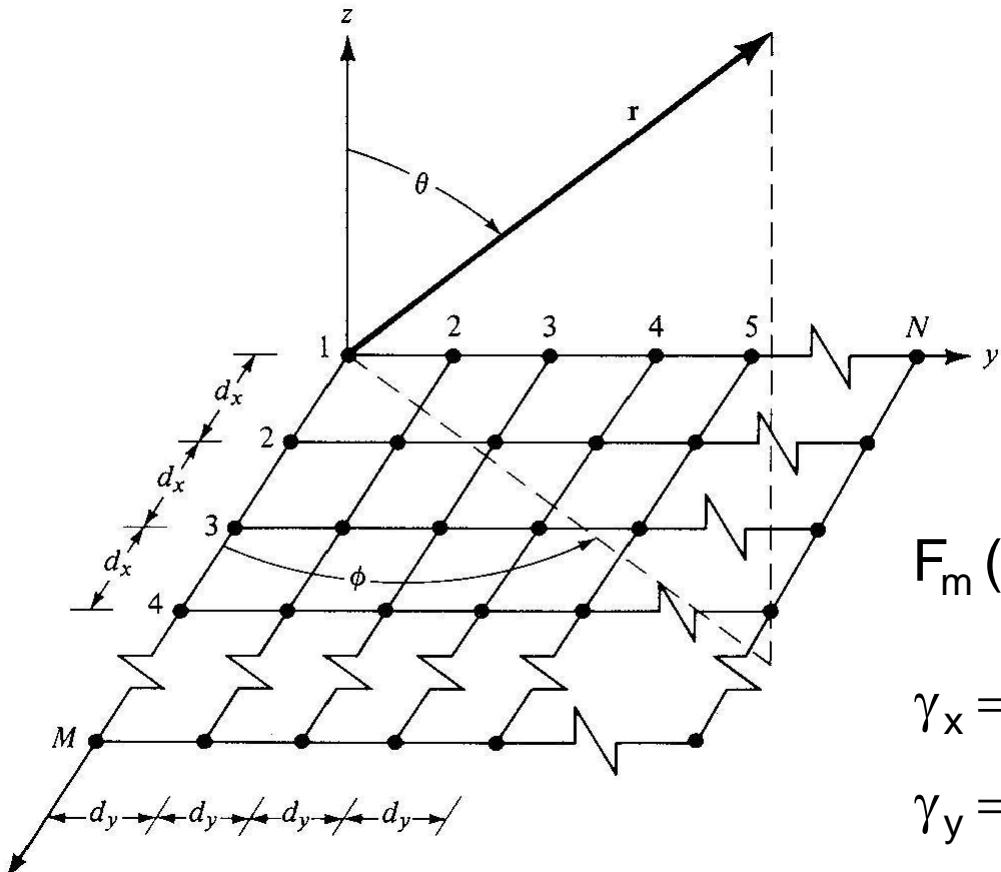
$$N=5, kd=\pi, \delta=0$$



As oscilações (lobos secundários) estão associadas à descontinuidade na distribuição das excitações (fenómeno de Gibbs das séries de Fourier).

Os agregados de Dolph-Chebyshev (com lobos secundários todos iguais) permitem optimizar o compromisso entre o NLS e a largura de feixe.

Agregados Planos Uniformes (Exemplo)



Grelha rectangular (d_x, d_y)

Excitação de amplitude e desfasagem (δ_x, δ_y) constantes

Agregado linear uniforme de agregados lineares uniformes

$$F_m(\theta, \varphi) = \left| \frac{\sin(M\gamma_x/2)}{\sin(\gamma_x/2)} \right| \left| \frac{\sin(N\gamma_y/2)}{\sin(\gamma_y/2)} \right|$$

$$\gamma_x = k d_x \sin \theta \cos \varphi + \delta_x$$

$$\gamma_y = k d_y \sin \theta \sin \varphi + \delta_y$$

Para um máximo na direcção (θ_0, φ_0)

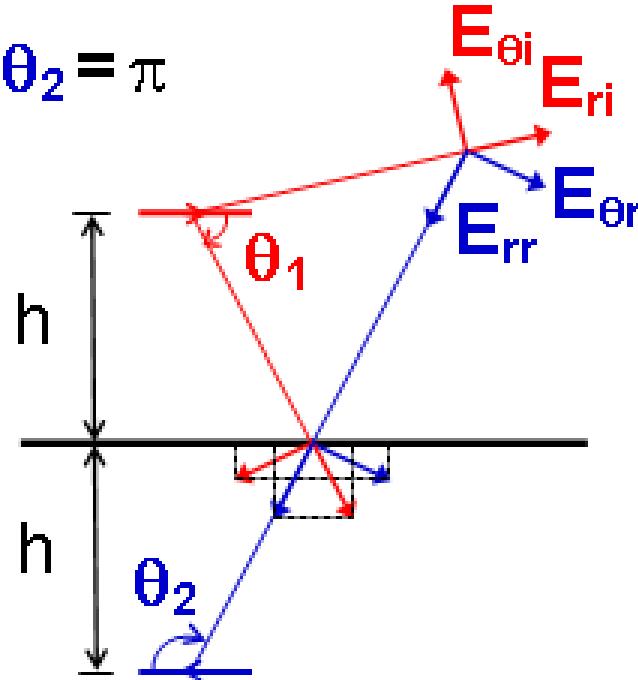
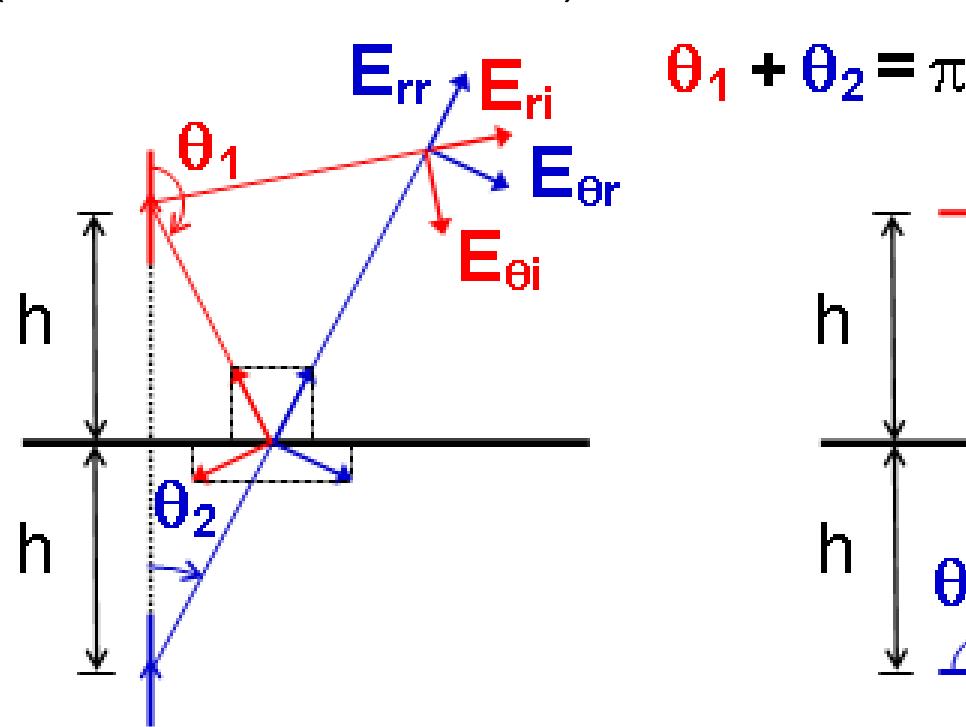
$$F_m(\theta_0, \varphi_0) = MN$$

$$\delta_x = -k d_x \sin \theta_0 \cos \varphi_0$$

$$\delta_y = -k d_y \sin \theta_0 \sin \varphi_0$$

Teoria das Imagens

O problema de uma fonte de corrente (elétrica) sobre um plano condutor perfeito (elétrico) é transformado num problema equivalente (do ponto de vista dos campos no meio onde está a fonte real) constituído pela fonte real e por uma fonte fictícia (imagem). A orientação da imagem deve conduzir à verificação do anulamento do campo elétrico tangencial sobre o plano (onde estava o condutor).



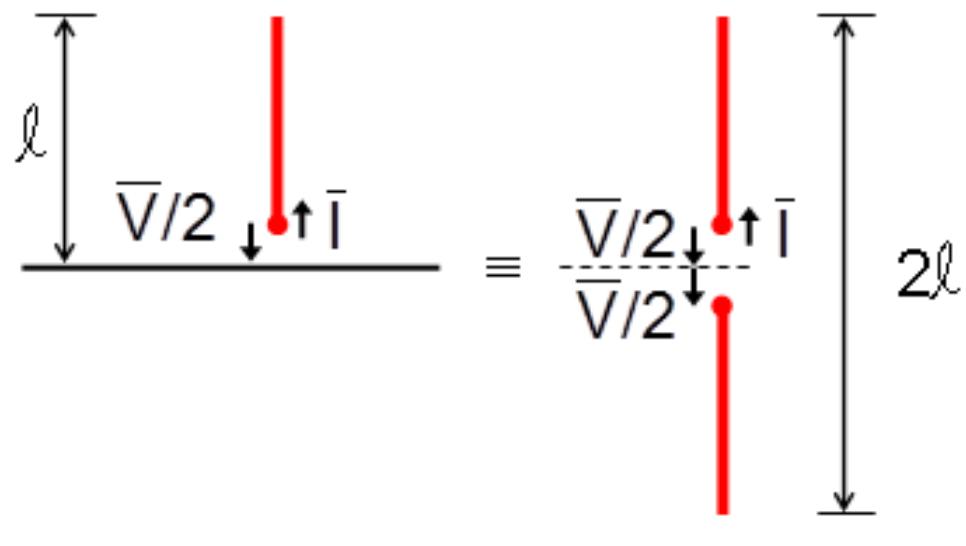
Teoria das Imagens e Monopolos (2)

76/92

$$\bar{I}_{vi} = \bar{I}_v \quad \bar{I}_{hi} = -\bar{I}_h$$

Esta conclusão generaliza a mesma conclusão que se obteve para o caso da reflexão de ondas planas numa superfície plana condutora perfeita (ver CF, página 33)

$$\sigma_2 = \infty \rightarrow R_{TM}(PV) = 1 \quad \text{e} \quad R_{TE}(PH) = -1$$



$$E_{mon} = E_{dip}$$

$$Z_{amon} = Z_{adip}/2 \quad R_{rmon} = R_{rdip}/2$$

$$P_{rmon} = P_{rdip}/2$$

$$D_{mon} = 2D_{dip}$$

$$\eta_{mon} = \eta_{dip}$$

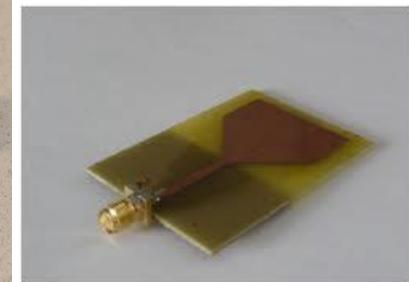
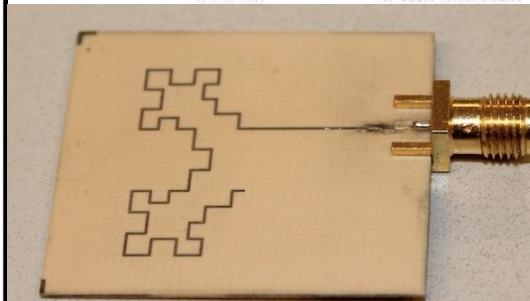
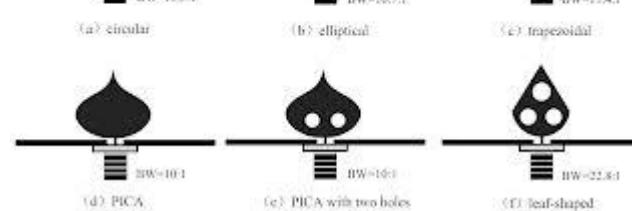
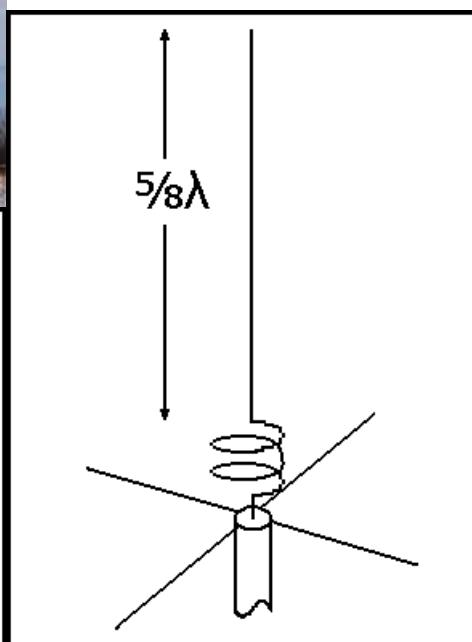
$$G_{mon} = 2G_{dip}$$

$$h_{emon} = h_{edip}$$

Teoria das Imagens e Monopolos (3)

77/92

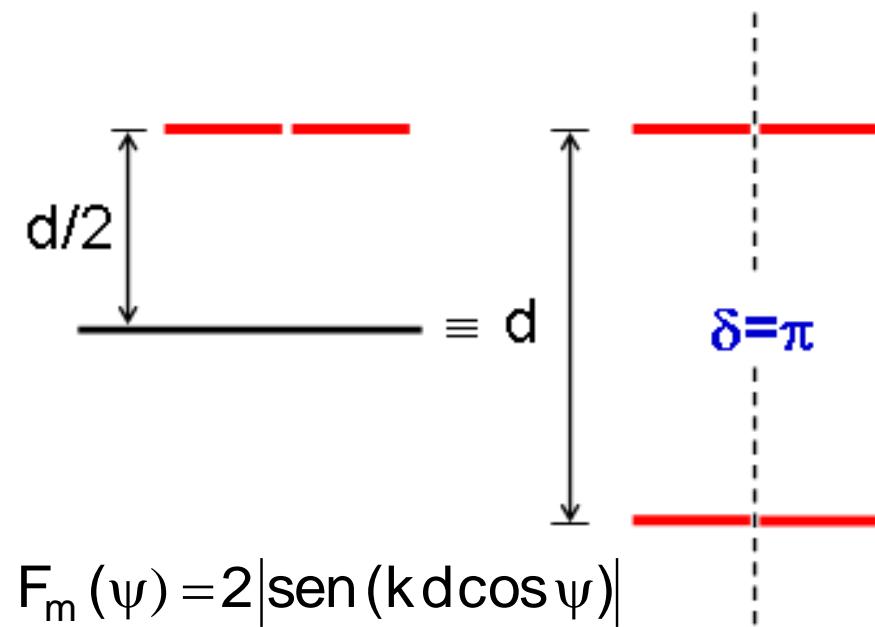
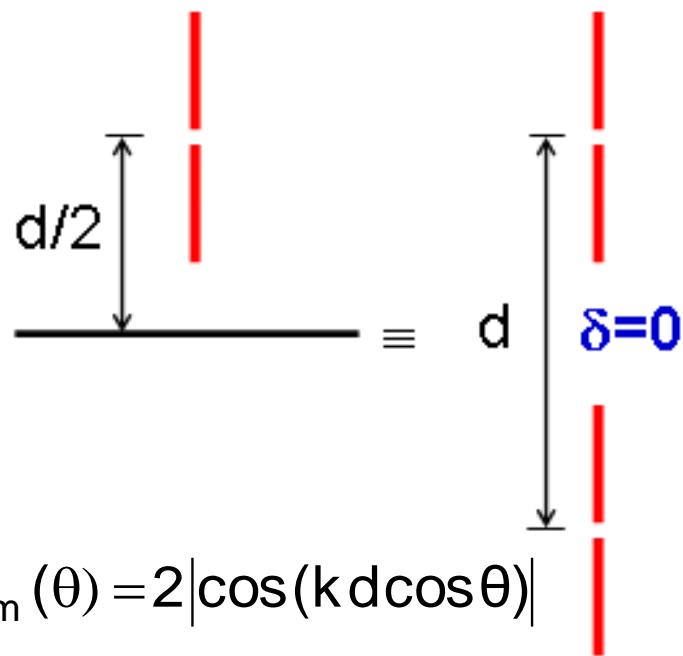
Exemplos de Monopolos



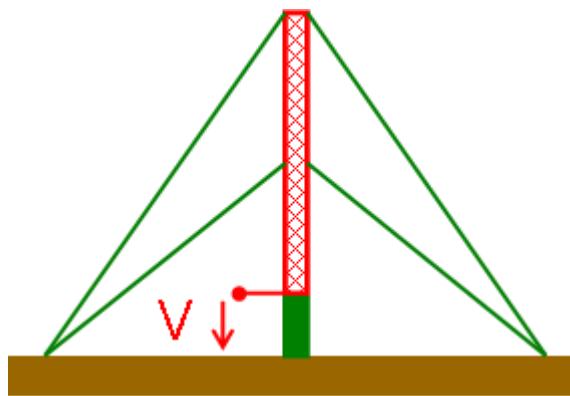
Coaxial
Feeder

No caso geral uma antena colocada sobre um plano condutor perfeito pode ser estudada como o problema equivalente (do ponto de vista do semi-espacô onde se encontra a antena real) formado pelo agregado de antena real e antena imagem.

No agregado equivalente, as corrente na antena real e imagem tem igual amplitude e estão em fase ($\delta=0$) quando a corrente é perpendicular ao plano, e em oposição de fase ($\delta=\pi$) quando a corrente é paralela ao plano reflector.



Em muito baixa frequência usam-se quase exclusivamente monopolos verticais sobre a Terra.



$$E_{ag} = E_{mon-iso} 2\cos(kd\cos\psi) \approx 2E_{mon-iso}$$

No caso das correntes horizontais a reflexão na Terra conduz ao (quase) anulamento do campo total.

$$d \ll \lambda \rightarrow kd \ll 2\pi \rightarrow \sin(kd\cos\psi) \approx kd\cos\psi$$

Exemplo – fio horizontal suspenso a 30 m de altura (f=15 kHz)

$$\frac{d}{\lambda} = \frac{3}{2000} \rightarrow kd\cos\psi \leq \frac{3\pi}{1000} \rightarrow E_{ag} \leq E_{AReal-iso} - 34,5 \text{ dB}$$

Interação Entre Antenas (1)

80/92

Num agregado de N antenas as tensões e as correntes à entrada das antenas estão relacionadas pela matriz de impedâncias Z.

$$[\bar{V}] = [Z][\bar{I}]$$

$$[\bar{V}] = \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \dots \\ \bar{V}_N \end{bmatrix}$$

$$[\bar{I}] = \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \dots \\ \bar{I}_N \end{bmatrix}$$

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \dots & Z_{NN} \end{bmatrix}$$

$$Z_{ij} = \frac{\bar{V}_i}{\bar{I}_j} \text{ com } \bar{I}_n = 0, \forall n \neq j$$

Z_{ii} – Impedância própria da antena i

Z_{ij} – Impedância mútua entre a antena i e a antena j

No caso geral as antenas estão nas zonas próximas das outras antenas pelo que as impedâncias mútuas podem tomar valores comparáveis às impedâncias próprias.

Por reciprocidade $Z_{ij} = Z_{ji}$ ($[Z]$ é simétrica)

No caso dum agregado linear $d_{ij} = | i - j | d$

No estudo da interação entre as antenas de um agregado linear é comum fazerem-se as seguintes aproximações:

- Z_{ii} é igual à impedância de entrada da antena isolada. Desta forma os elementos da diagonal de $[Z]$ são todos iguais;
- Z_{ij} depende apenas da presença das antenas i e j . Desta forma a impedância mútua entre duas antenas depende apenas da distância entre elas. Duas antenas com diferentes posições no agregado têm a mesma impedância mútua desde que tenham a mesma distância.

Estas aproximações podem ser utilizadas se a distância entre antenas não for muito pequena.

$$G_{\text{rel}} = \frac{G_{\text{ag}}}{G_{\text{ele}}} = \frac{U_{\text{Mag}}}{U_{\text{Mele}}} \frac{P_{\text{aele}}}{P_{\text{aag}}}$$

$$P_{\text{aag}} = \sum_{i=1}^N P_{ai}$$

Interação Entre Antenas (3)

82/92

No caso do agregado linear uniforme (amplitude das correntes iguais)

$$P_{aele} = \frac{1}{2} R_{aele} I^2 \quad P_{aag} = \frac{1}{2} R_{aag} I^2$$

$$R_{aag} = \sum_{i=1}^N R_{ai} \quad R_{ai} = \operatorname{Re} \left(\frac{\bar{V}_i}{\bar{I}_i} \right) = \operatorname{Re} \left(\sum_{j=1}^N Z_{ij} \frac{\bar{I}_j}{\bar{I}_i} \right)$$

$$G_{rel} = \frac{U_{Mag}}{U_{Mele}} \frac{R_{aele}}{R_{aag}}$$

$$\frac{U_{Mag}}{U_{Mele}} = \frac{|F_m(\psi) f_D(\theta, \varphi)|_{max}^2}{|f_D(\theta, \varphi)|_{max}^2}$$

Se as direções máximas de F_m e f_D coincidirem

$$\frac{U_{Mag}}{U_{Mele}} = |F_m(\psi)|_{max}^2$$

Se o máximo absoluto de F_m for atingido

$$\frac{U_{Mag}}{U_{Mele}} = N^2$$

Interação Entre Antenas (4)

83/92

$$G_{rel} = N^2 \frac{R_{aele}}{R_{aag}}$$

No caso das antenas estarem suficientemente afastadas para se poder desprezar a interação

$$R_{aag} = NR_{aele}$$

$$G_{rel} = N$$

$$G_{ag} = NG_{ele}$$

Agregado de 2 Antenas

Neste caso a relação entre corrente pode tomar qualquer valor

$$R_{aag} = R_{a1} + R_{a2}$$

$$R_{a1} = \operatorname{Re} \left(\frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_1} \right) = R_a + \operatorname{Re} \left(Z_M \frac{\bar{I}_2}{\bar{I}_1} \right)$$

$$R_{a2} = \operatorname{Re} \left(\frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_2} \right) = R_a + \operatorname{Re} \left(Z_M \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} \right)$$

$$G_{rel} = \frac{\left| F_m(\psi) f_D(\theta, \varphi) \right|_{max}^2}{\left| f_D(\theta, \varphi) \right|_{max}^2} \frac{R_a}{R_{aag}}$$

Exemplo – Dois dipolos de meia-onda paralelos e alinhados ($d=0,7\lambda$)

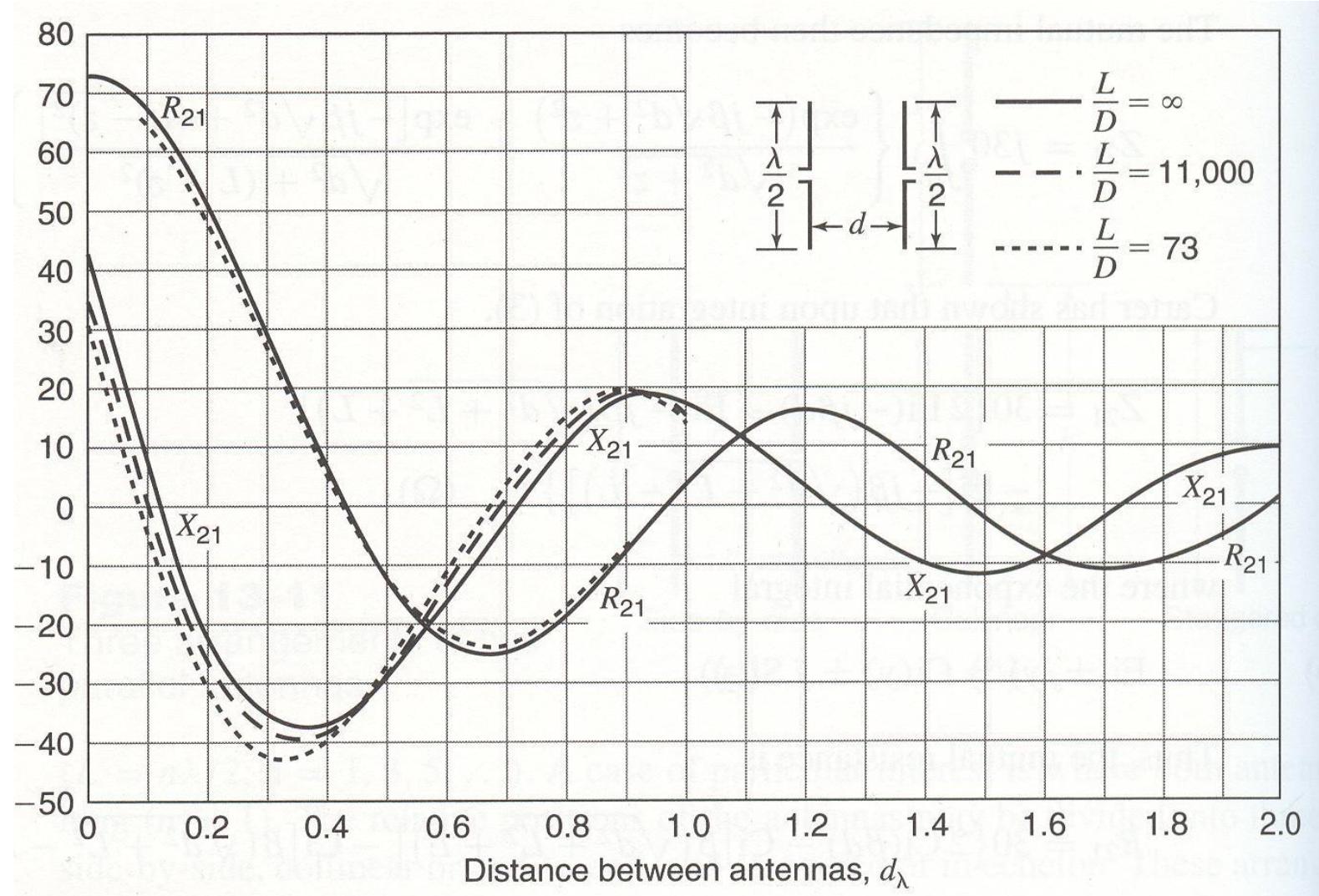
$$\bar{I}_2 = \bar{I}_1 \rightarrow \frac{\left| F_m(\psi) f_D(\theta, \varphi) \right|_{max}^2}{\left| f_D(\theta, \varphi) \right|_{max}^2} = 4$$

$$R_{a1} = R_{a2} = R_a + R_M$$

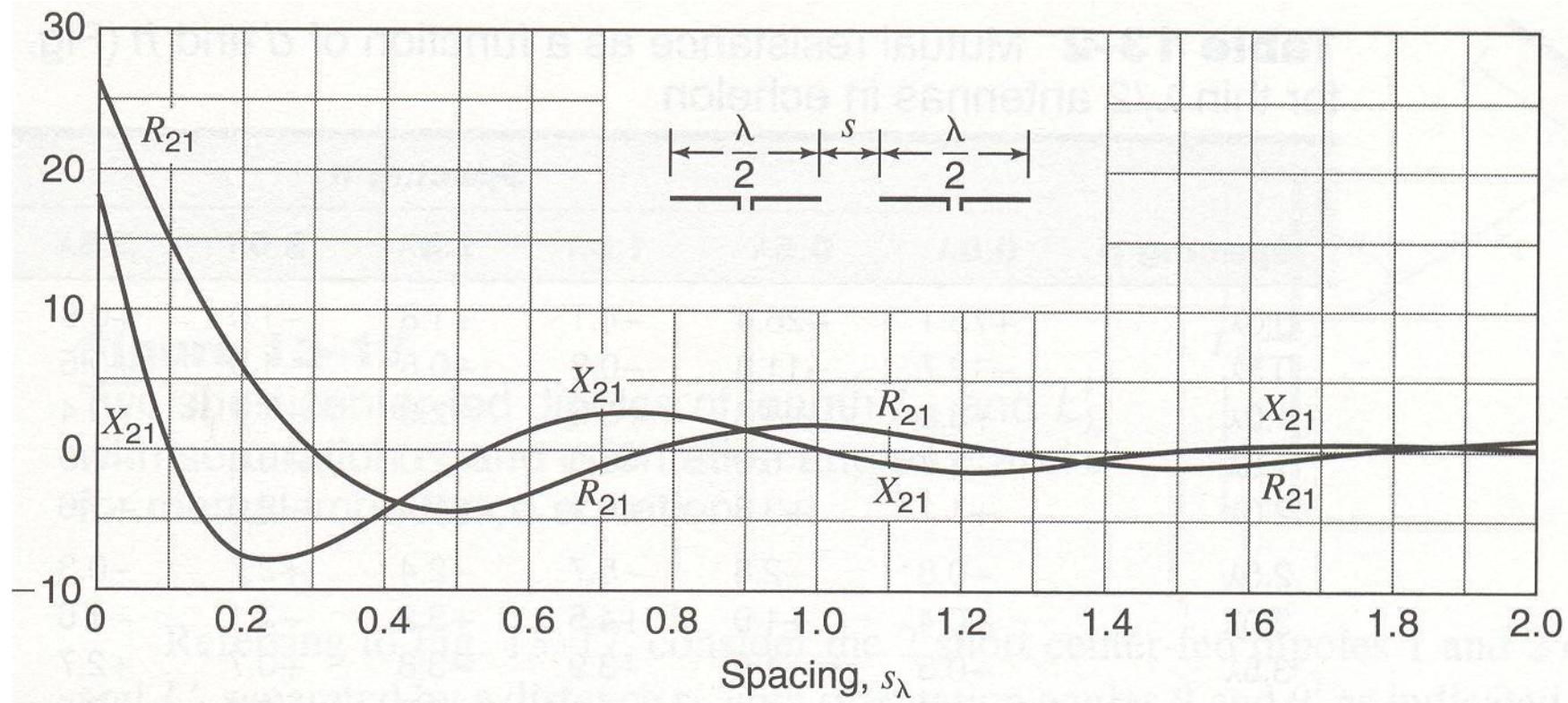
$$G_{rel} = 4 \frac{73,1}{2(73,1 - 25)} = 3,04 = 4,83 \text{ dB}$$

$$G_{ag} = 4,99 = 6,98 \text{ dBi} = 4,83 \text{ dBd}$$

Impedância Mútua entre Dipolos de Meia-Onda (Paralelos e Alinhados)



Impedância Mútua entre Dipolos de Meia-Onda (Colineares)

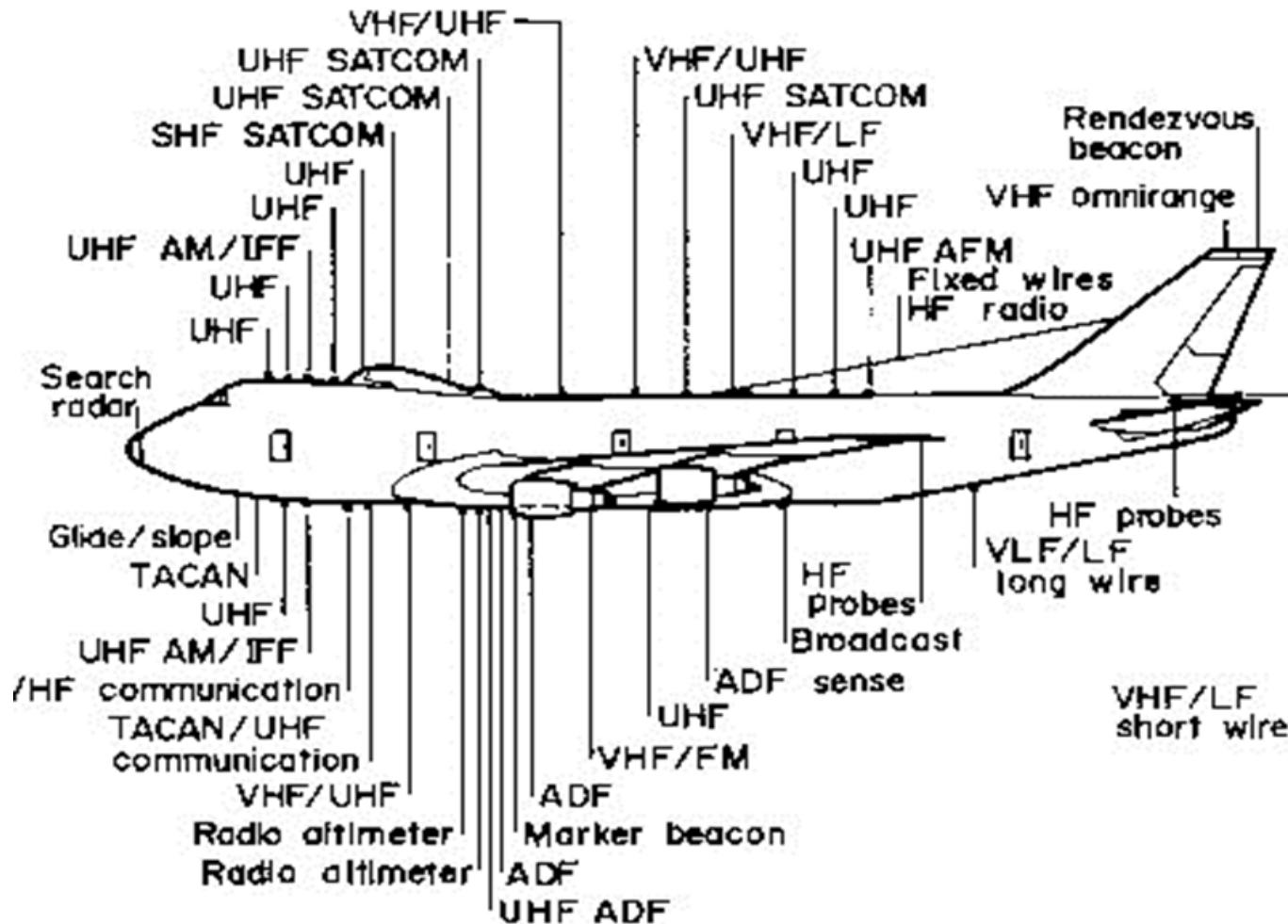


Aplicações (1)

87/92

As radiocomunicações são vitais para todo o tipo de aeronaves

Exemplo: Sistemas de comunicações e radar do Boeing 747

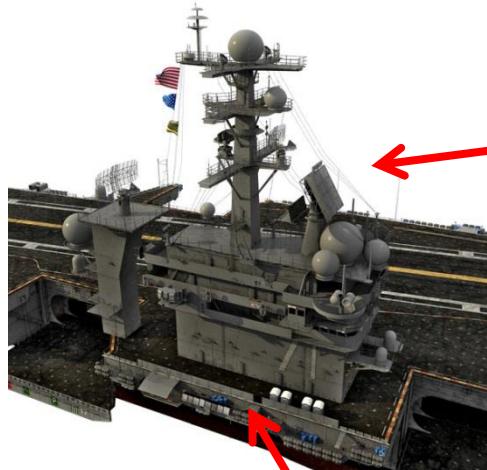


Aplicações (2)

88/92

O mesmo acontece com os navios e submarinos

Exemplo: Porta-aviões USS Roosevelt e Fragata NRP Corte Real



Radiocomunicações

- Comunicações com submarinos (ELF, VLF e LF)
- Ajudas à navegação (MF e HF)
- Radiodifusão (AM e FM) (MF, HF e VHF)
- Radioamadores
- Teledifusão (TDT) (UHF)
- GPS (UHF)
- Comunicações móveis (UHF)
- Comunicações vias-satélite (SHF)
- Feixes hertzianos

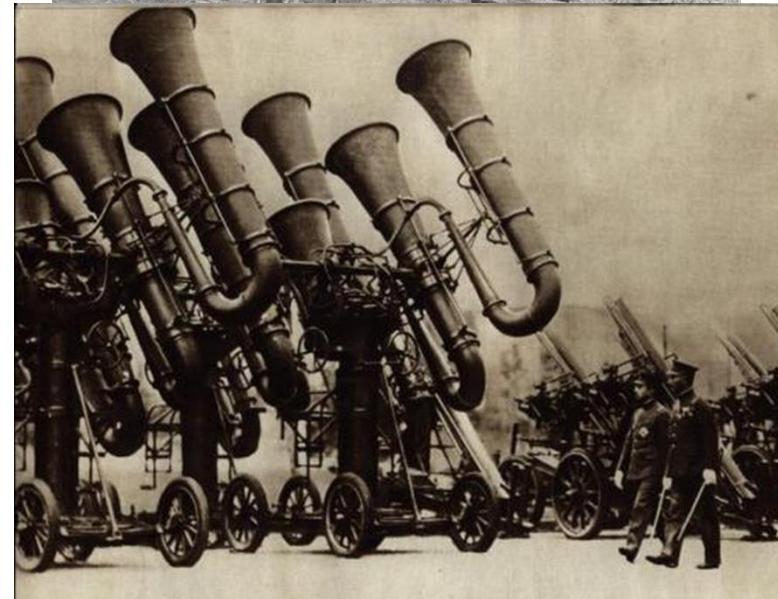
Outras Aplicações

- Radar (Civil e militar)
- Medicina (exemplos)
 - Imagens médicas
 - Hipertermia
 - Sistemas implantáveis
 - Sistemas ingeríveis
- RFID (exemplos)
 - Controle de veículos (Exemplo: Via-Verde)
 - Segurança
 - Identificação animal
 - Controle de “stocks”
- Redes de sensores (sem fios)
- Radioastronomia

Aplicações (5)

91/92

Curiosidade – Como se detetavam aviões antes de haver radar



Wireless is better !?

92/92

