Usando a TI-83/84, você pode encontrar as probabilidades usadas no Exemplo 1 automaticamente.

Exemplo 1

Encontrando probabilidades ao usar a distribuição geométrica

Por experiência, você sabe que a probabilidade de que você fará uma venda em qualquer telefone dado é 0,23. Encontre a probabilidade de que sua primeira venda, em qualquer dia dado, ocorra na quarta ou quinta ligação.

Solução

Para encontrar a probabilidade de que sua primeira venda aconteça na quarta ou quinta ligação, encontre primeiro a probabilidade de que a venda ocorra na quarta ligação e a probabilidade de que ela ocorra na quinta ligação. Então, encontre a soma das probabilidades resultantes. Usando $p = 0{,}23$, $q = 0{,}77$ e $x = 4$, você tem:

$P(4) = 0{,}23 \cdot (0{,}77)^3 \approx 0{,}105003.$

Usando $p = 0{,}23$, $q = 0{,}77$ e $x = 5$, você tem:

$P(5) = 0{,}23 \cdot (0{,}77)^4 \approx 0{,}080852.$

Então, a probabilidade de que sua primeira venda ocorra na quarta ou quinta ligação é:

$$\begin{aligned} P\text{ (venda na quarta ou quinta ligação)} &= P(4) + P(5) \\ &\approx 0{,}105003 + 0{,}080852 \\ &\approx 0{,}186. \end{aligned}$$

Tente você 1 Encontre a probabilidade de que sua primeira venda ocorra antes da quarta ligação.

a. *Use a distribuição geométrica* para encontrar $P(1)$, $P(2)$ e $P(3)$.

b. *Encontre a soma* de $P(1)$, $P(2)$ e $P(3)$.

c. *Escreva* o resultado em forma de sentença.

Resposta na p. A40

Embora um sucesso possa, teoricamente, nunca ocorrer, a distribuição geométrica é uma distribuição de probabilidade discreta porque os valores de x podem ser listados — 1, 2, 3, ... Perceba que conforme x se torna maior, $P(x)$ se aproxima de zero. Por exemplo:

$$\begin{aligned} P(50) &= 0{,}23(0{,}77)^{49} \\ &\approx 0{,}0000006306. \end{aligned}$$

A distribuição de Poisson

Em um experimento binomial, você está interessado em descobrir a probabilidade de um número específico de sucessos em um dado número de tentativas. Suponha que, em vez disso, você queira a probabilidade de que um número específico de ocorrência aconteça dentro de uma dada unidade de tempo ou espaço. Por exemplo, para determinar a probabilidade de que um funcionário fique doente por 15 dias dentro de um ano, você pode usar a distribuição de Poisson.

Definição

A **distribuição de Poisson** é uma distribuição de probabilidade discreta de uma variável aleatória x que satisfaça as seguintes condições:

1. O experimento consiste em calcular o número de vezes, x, que um evento ocorre em um dado intervalo. O intervalo pode ser de tempo, área ou volume.

2. A probabilidade de o evento acontecer é a mesma para cada intervalo.
3. O número de ocorrências em um intervalo é independente do número de ocorrências em outro intervalo.

A probabilidade de exatas x ocorrências em um intervalo é:

$$P(x) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!},$$

onde e é um número irracional aproximadamente igual a 2,71828 e μ é a média dos números de ocorrências por intervalo de unidade.

Exemplo 2

Usando a distribuição de Poisson

A média do número de acidentes por mês em certa interseção é três. Qual é a probabilidade de que, em qualquer mês dado, quatro acidentes ocorram nessa interseção?

Solução

Usando $x = 4$ e $\mu = 3$, a probabilidade que 4 acidentes aconteçam em qualquer mês dado na interseção é:

$$P(4) = \frac{3^4(2{,}71828)^{-3}}{4!}$$
$$\approx 0{,}168.$$

Tente você 2 Qual é a probabilidade que mais de quatro acidentes ocorram em um dado mês na interseção?

a. *Use a distribuição de Poisson* para encontrar $P(0)$, $P(1)$, $P(2)$, $P(3)$ e $P(4)$.

b. *Encontre a soma* de $P(0)$, $P(1)$, $P(2)$, $P(3)$ e $P(4)$.

c. *Subtraia* a soma de 1.

d. *Escreva* o resultado em forma de sentença.

Resposta na p. A40

No Exemplo 2 você usou uma fórmula para determinar uma probabilidade de Poisson. Você também pode usar uma tabela para encontrar as probabilidades de Poisson. A Tabela 3 do Apêndice B lista a probabilidade de Poisson para valores selecionados de x e μ. Você também pode usar ferramentas tecnológicas, como MINITAB, Excel e a TI-83/84, para encontrar as probabilidades de Poisson. Usando a TI-83/84, por exemplo, o Menu DISTR pode ser usado para encontrar probabilidades binomiais, geométricas ou de Poisson. Você pode verificar a solução para o Exemplo 2 na margem.

Exemplo 3

Usando uma tabela para encontrar probabilidades de Poisson

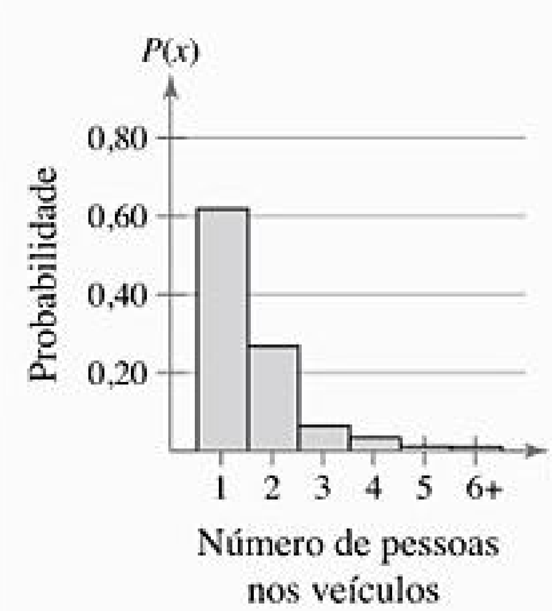
Uma estimativa populacional mostra que existe uma média de 3,6 coelhos por acre morando em um campo. Use uma tabela para encontrar a probabilidade de que dois coelhos sejam encontrados em qualquer acre dado, dentro do campo.

Solução

Uma parte da Tabela 3 do Apêndice B pode ser vista aqui. Usando a distribuição para $\mu = 3{,}6$ e $x = 2$, você pode encontrar a probabilidade de Poisson conforme visto nas áreas destacadas da tabela.

Retratando o mundo

A primeira ponte suspensa construída com sucesso nos EUA, a Ponte Tacoma Narrows, passa por cima do Tacoma Narrows no estado de Washington. A ocupação média dos veículos que passam pela ponte é de 1,6. A seguinte distribuição de probabilidade representa a ocupação de veículos durante um período de 5 dias. (*Fonte: Washington State Department of Transportation.*)



Qual é a probabilidade de que um veículo selecionado aleatoriamente tenha dois ocupantes ou menos?

	μ						
x	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7
0	0,0450	0,0408	0,0369	0,0334	0,0302	0,0273	0,0247
1	0,1397	0,1304	0,1217	0,1135	0,1057	0,0984	0,0915
2	0,2165	0,2087	0,2008	0,1929	0,1850	0,1771	0,1692
3	0,2237	0,2226	0,2209	0,2186	0,2158	0,2125	0,2087
4	0,1734	0,1781	0,1823	0,1858	0,1888	0,1912	0,1931
5	0,1075	0,1140	0,1203	0,1264	0,1322	0,1377	0,1429
6	0,0555	0,0608	0,0662	0,0716	0,0771	0,0826	0,0881
7	0,0246	0,0278	0,0312	0,0348	0,0385	0,0425	0,0466
8	0,0095	0,0111	0,0129	0,0148	0,0169	0,0191	0,0215
9	0,0033	0,0040	0,0047	0,0056	0,0066	0,0076	0,0089
10	0,0010	0,0013	0,0016	0,0019	0,0023	0,0028	0,0033

Então, a probabilidade de que dois coelhos sejam encontrados em um dado acre é de 0,1771.

Tente você 3 Duas mil trutas marrons são colocadas em um pequeno lago. O lago tem um volume de 20.000 metros cúbicos. Use a tabela para encontrar uma probabilidade de que três das trutas sejam encontradas em um mesmo metro cúbico do lago.

a. *Encontre o número médio* de trutas marrons por metro cúbico.

b. *Identifique* μ e x.

c. *Use a Tabela 3* do Apêndice B para encontrar a probabilidade de Poisson.

d. *Escreva* o resultado em forma de sentença.

Resposta na p. A40

Resumo das distribuições de probabilidade discretas

A tabela a seguir resume as distribuições de probabilidade discretas discutidas no capítulo.

Distribuição	Resumo	Fórmulas
Distribuição binomial	Um experimento binomial é um experimento de probabilidade que preencha os seguintes critérios: 1. O experimento é repetido por um número fixo de tentativas (n), onde cada tentativa é independente das outras. 2. Há apenas dois resultados possíveis de interesse para cada tentativa. Os resultados podem ser classificados como sucesso (S) ou fracasso (F). 3. A probabilidade de um sucesso $P(S)$ é a mesma para cada tentativa. 4. A variável aleatória x contabiliza o número de tentativas com sucesso do total de tentativas (n). Os parâmetros de uma distribuição binomial são n e p.	x = o número de sucessos em n tentativas p = probabilidade de sucesso em uma única tentativa q = probabilidade de fracasso em uma única tentativa $q = 1 - p$ A probabilidade de exatos x sucessos em n tentativas é: $P(x) = {}_nC_x p^x q^{n-x}$ $P(x) = \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x q^{n-x}$.
Distribuição geométrica	Uma distribuição geométrica é uma distribuição de probabilidade discreta de uma variável aleatória x que satisfaça as seguintes condições: 1. Uma tentativa é repetida até que o sucesso ocorra. 2. As tentativas repetidas são independentes umas das outras. 3. A probabilidade de sucesso p é constante para cada tentativa. 4. A variável aleatória x representa o número de tentativas nas quais o primeiro sucesso ocorre. O parâmetro de uma distribuição geométrica é p.	x = o número de tentativas nas quais o primeiro sucesso ocorre p = probabilidade de sucesso em uma única tentativa q = probabilidade de fracasso em uma única tentativa $q = 1 - p$ A probabilidade de que o primeiro sucesso ocorra em uma tentativa de número x é: $P(x) = p(q)^{x-1}$.

Distribuição de Poisson	A distribuição de Poisson é uma distribuição de probabilidade discreta de uma variável aleatória x que satisfaça as seguintes condições: **1.** O experimento consiste em calcular o número de vezes, x, que um evento ocorre em um dado intervalo. O intervalo pode ser intervalo de tempo, área ou volume. **2.** A probabilidade de o evento acontecer é a mesma para cada intervalo. **3.** O número de ocorrências em um intervalo é independente do número de ocorrências em outro. O parâmetro para uma distribuição de Poisson é μ.	x = o número de ocorrências em um dado intervalo μ = o número médio de ocorrências em uma dada unidade de tempo ou espaço A probabilidade de exatas x ocorrências em um intervalo é: $P(x)=\frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!}$.

4.3 Exercícios

Construindo habilidades básicas e conceitos

Nos exercícios de 1 a 4, a distribuição geométrica se aplica. Use as probabilidades de sucesso dadas p para encontrar a probabilidade indicada.

1. Encontre $P(2)$ quando $p = 0{,}60$.
2. Encontre $P(1)$ quando $p = 0{,}25$.
3. Encontre $P(6)$ quando $p = 0{,}09$.
4. Encontre $P(5)$ quando $p = 0{,}38$.

Nos exercícios de 5 a 8, a distribuição de Poisson se aplica. Use a média μ dada para encontrar a probabilidade indicada.

5. Encontre $P(3)$ quando $\mu = 4$.
6. Encontre $P(5)$ quando $\mu = 6$.
7. Encontre $P(2)$ quando $\mu = 1{,}5$.
8. Encontre $P(4)$ quando $\mu = 8{,}1$.
9. Com suas próprias palavras, descreva as diferenças entre o valor de x em uma distribuição binomial e em uma distribuição geométrica.
10. Com suas próprias palavras, descreva as diferenças entre o valor de x em uma distribuição binomial e em uma distribuição de Poisson.

Decidindo por uma distribuição

Nos exercícios de 11 a 16, decida qual distribuição de probabilidade — binomial, geométrica ou de Poisson — se aplica à questão. Você não precisa responder à pergunta. Em vez disso, justifique sua escolha.

11. **Teste de piloto** *Dados*: a probabilidade de que um aluno seja aprovado no teste escrito para uma licença particular de piloto é de 0,75. *Pergunta*: qual é a probabilidade de um aluno reprovar no teste na primeira tentativa e passar na segunda?
12. **Precipitação** *Dados:* na cidade Rapidy, Dakota do Sul, o número médio de dias com nível 0,01 polegada ou mais de precipitações para o mês de maio, é 12. *Pergunta:* qual é a probabilidade de que a cidade Rapidy tenha 18 dias com nível 0,01 polegada, ou mais de precipitação, no próximo mês de maio. (*Fonte: National Climatic Data Center.*)
13. **Petroleiros** *Dados:* o número médio de navios petroleiros que chegam a um porto diariamente é 8. O porto tem capacidade de lidar com 12 petroleiros por dia. *Pergunta:* qual é a probabilidade de que, em um dado dia, cheguem mais petroleiros do que o porto tem capacidade de receber?
14. **Exercícios** *Dados:* quarenta por cento dos adultos nos Estados Unidos se exercitam pelo menos trinta minutos por semana. Em uma pesquisa de 120 adultos escolhidos aleatoriamente, as pessoas responderam à pergunta: "Você se exercita pelo menos 30 minutos por semana?" *Pergunta:* qual é a probabilidade de exatamente 50 pessoas tenham respondido sim?
15. **Colas** *Dados:* de alunos entre 16 e 18 anos, com médias A e B e que planejam fazer faculdade depois de se formarem, 78% colaram para conseguir notas maiores. Dez alunos escolhidos de forma aleatória com médias A e B que planejam cursar uma faculdade responderam à pergunta: "Você colou para conseguir notas mais altas?" *Pergunta:* qual é a probabilidade de que exatamente dois alunos tenham respondido não? (*Fonte: Who's Who Among American High School Students.*)
16. **Sem carne?** *Dados:* cerca de 21% dos norte-americanos dizem que não conseguiriam passar uma semana sem comer carne. Você escolhe, aleatoriamente, 20 norte-americanos. *Pergunta:* qual é a probabilidade de que a primeira pessoa que responderá que não conseguiria ficar sem carne por uma semana seja a quinta pessoa escolhida? (*Fonte: Reuters/Zogby.*)

Usando e interpretando conceitos

Usando uma distribuição geométrica para encontrar probabilidades

Nos exercícios de 17 a 20, encontre as probabilidades indicadas usando a distribuição geométrica. Se for conveniente, use tecnologia para encontrar as probabilidades.

17. **Vendas por telefone** Suponha que a probabilidade de que você faça uma venda durante qualquer um dos telefonemas feitos é 0,19. Encontre a probabilidade de que você (a) faça sua primeira venda durante a quinta ligação, (b) faça sua primeira venda durante a primeira, segunda ou terceira ligação e (c) não faça uma venda durante as três primeiras ligações.
18. **Lances livres** O jogador de basquete Shaquille O'Neal faz lances livres cerca de 52,6% do tempo. Encontre a probabilidade de que (a) a primeira cesta que O'Neal faz seja no segundo lance, (b) a primeira cesta seja convertida no primeiro ou segundo lance e (c) O'Neal não faça duas cestas. (*Fonte: National Basketball Association.*)
19. **Produtor de vidro** Um produtor de vidro descobre que 1 em cada 500 itens de vidro está torcido. Encontre a probabilidade de (a) o primeiro item de vidro torcido ser o décimo item produzido, (b) o primeiro item de vidro torcido ser o primeiro, o segundo ou o terceiro a ser produzido e (c) nenhum dos dez itens de vidro estar imperfeito.
20. **Ganhando um prêmio** Uma fábrica de cereais coloca um jogo na caixa de seus cereais. A probabilidade de ganhar um prêmio no