

Progetto Bayes + Computational

INTRO

• modello problema differenziale: $u(\underline{x}) = F(\underline{\theta}, \underline{x})$, $\underline{x} \in D$

• dati: osservazioni di u soluzione in diversi punti del dominio + errore di misurazione

$$\{y_i = F(\underline{\theta}, \underline{x}_i) + \varepsilon_i\}_{i=1}^n, \quad \underline{x}_i \in D$$

• se assumiamo $\varepsilon_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$

\Downarrow

likelihood: $y_i | \underline{\theta} \stackrel{ind}{\sim} N(F(\underline{\theta}, \underline{x}_i), \sigma^2)$

• obiettivo: trovare $\underline{\theta} | y$

• approccio bayesiano: fissiamo prior per $\underline{\theta}$, stima posterior $\underline{\theta} | y$

MULTI-LEVEL MCMC

• approccio MCMC: problema!

a ogni iterazione risolve problema diff.

$$u(\underline{x}) = F(\underline{\theta}^*, \underline{x}) \quad (\underline{\theta}^* \text{ proposto})$$

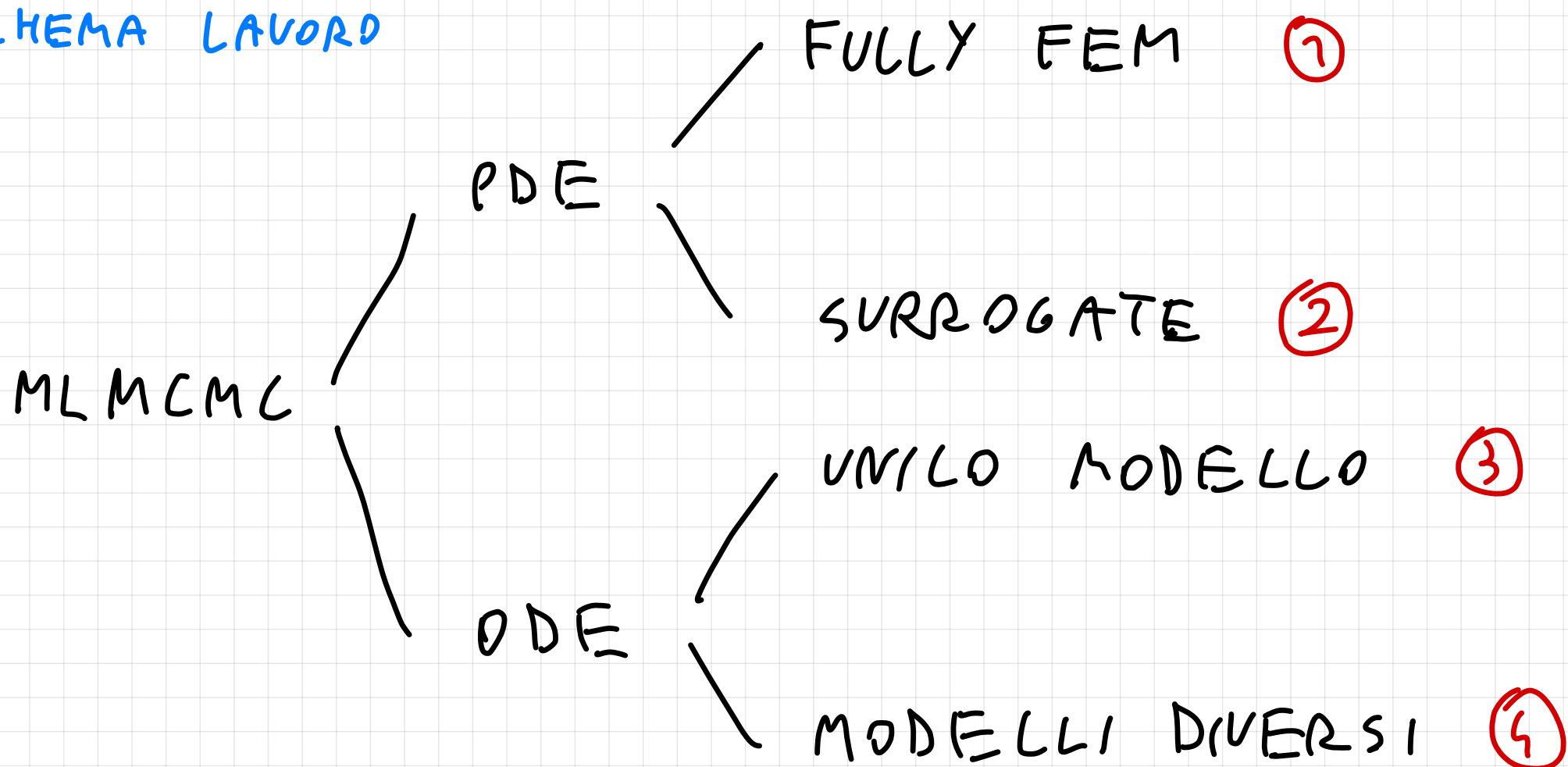
\Rightarrow molto oneroso!

• MLMCMC:
 / LIVELLO COARSE: veloce | poco accurato
 \ LIVELLO FINE: lento | molto accurato

risolvono problema a diversi livelli di precisione

• i sample generati dal coarse sono proposti al fine
 \Rightarrow aumentare prob. accettazione / ESS del fine
 (sampling più efficiente)

SCHEMA LAVORO



PDE

Equazione Comelt (Diffusione / Trasporto)

img 01 (equazione) img 02 (soluzione)

a) μ : DIFFUSIONE  vs 

b) θ : DIREZIONE TRASPORTO

1) COARSE: FEM Solver griglia 16×16
 FINE: FEM Solver griglia 32×32

indagini: 1) campionamento dati (numero & posizione)

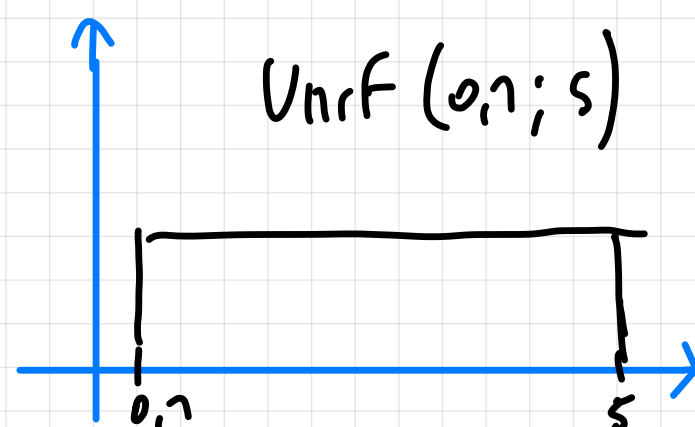
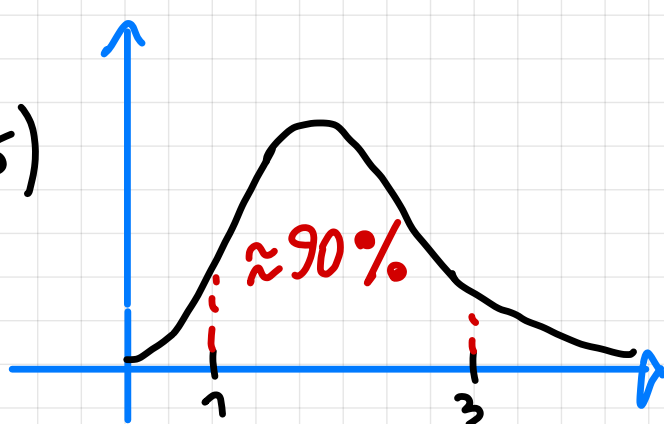
2) setting likelihood (σ coarse vs Fine)

3) setting prior (μ, θ)

img 03 / img 04
(likelihood)

$\Gamma(10, 5)$

img 05 / img 06



problema: soluzione coarse troppo onerosa
img 07 (Barre)

soluzione:

② { COARSE: SURROGATE (NEURAL NETWORK)
FINE: FEM solver griglia 32×32
img 08 (Barre)

ODE

Modello Epidemiologico Compartmentale

SIR img 09 SEIR img 10

③ { COARSE: $\Delta t = T$
FINE: $\Delta t = T/2$ (img 11)

indagini: 1) griglie diverse
2) setting prior
3) varianza nota vs incognita (parametro)
4) range funzionamento

④ { COARSE: SIR (img 12)
FINE: SEIR

trasformazione parametri (SEIR) (σ, σ, β) \rightarrow parametri (SIR) $(\tilde{\sigma}, \tilde{\beta})$

tali che:

- a) stesso tempo di max contagi
- b) stessi valori asintotici

indagini: 1) range funzionamento / competitività SIR/SEIR
2) setting prior
3) guadagno computazionale