T1_Classificacao_binaria_RNA_rasa

March 20, 2023

1 Trabalho #1 - Classificação binária de pontos no plano com RNA rasa

Nesse trabalho, iremos construir uma RNA rasa com uma única camada intermediária para classificar pontos de duas classes diferentes no plano. O objetivo desse trabalho é entender como funciona uma RNA e o seu treinamento usando o método do Gradiente Descendente.

Nesse trabalho você irá aprender como:

- Implementar uma RNA rasa para realizar classificação binária
- Calcular a função de custo logistica (entropia cruzada)
- Implementar a propagação para frente e a retro-propagação usando uma codificação simples sem vetorização nos exemplos

1.1 Coloque o seu nome e RA:

Aluno: André Carnevale

RA: 20.83998-7

1.2 1 - Pacotes

Em primeiro lugar é necessário importar alguns pacotes do Python que serão usados nesse trabalho: - numpy pacote de cálculo científico com Python - sklearn fornece ferramentes eficientes e simples para análise de dados, usada nesse trabalho para gerar os dados de treinamento - matplotlib biblioteca para gerar gráficos em Python

[2]:
```
# Importação dos pacotes inicial
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import sklearn.datasets

# Importação de outros pacotes
from math import exp

np.random.seed(1) # define uma semente para geração de números aleatórios
```

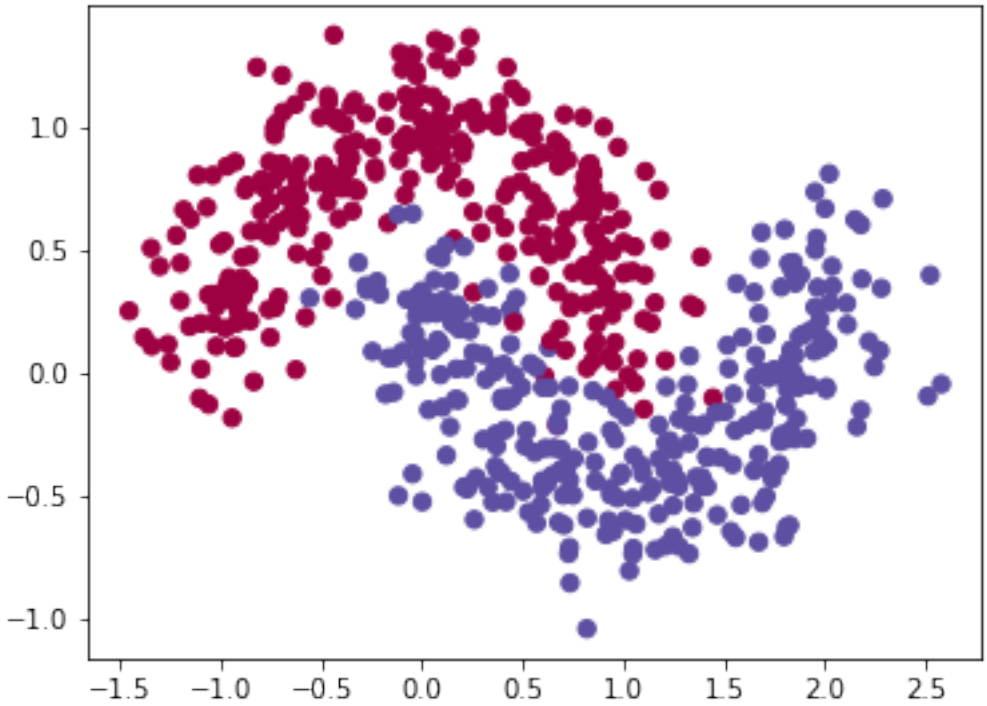
1.3 2 - Conjunto de dados

Execute a célula abaixo para carregar o conjunto de dados de pontos no plano com um formato de de duas luas novas entrelaçadas nas variáveis `X`e `Y`.

[3]:
```
# Define número de exemplos e chama a função para gerar os dados
m = 600
data = sklearn.datasets.make_moons(n_samples=m, noise=.2)

# Recupera dados de entrada e de saída do conjunto de dados
X, Y = data
X, Y = X.T, Y.reshape(1, Y.shape[0])
```

Execute a célula abaixo para fazer um gráfico dos dados.

[4]:
```
# Visualização dos dados
plt.figure(figsize=(6, 4.5))
plt.scatter(X[0, :], X[1, :], c=Y.ravel(), s=40, cmap=plt.cm.Spectral)
plt.show()
```



1.3.1 Exercício #1:

Os dados consistem em:

- um tensor Numpy (matriz) `X` que contém as coordenadas dos pontos (x1, x2) para todos os exemplos

- um tensor Numpy (vetor) `Y` que contém as classes (vermelho:0, azul:1) para todos os exemplos

Vamos primeiramente analisar os dados.

Na célula abaixo crie um código que verifica quantos exemplos de treinamento existem e as dimensões (`shape`) das variavéis `X` and `Y`.

Dica: Como obter as dimensões de um tensor numpy? (help)

[5]:
```
# PARA VOCÊ FAZER: Verificar dimensões do dados

# Insira seu programa aqui
shape_X = X.shape
shape_Y = Y.shape
#

print ('A dimensão de X é: ' + str(shape_X))
print ('A dimensão de Y é: ' + str(shape_Y))
print ('Existem m = %d exemplos de treinamento' % (m))
```

```
A dimensão de X é: (2, 600)
A dimensão de Y é: (1, 600)
Existem m = 600 exemplos de treinamento
```

1.4 3 - Codificação da RNA

1.4.1 3.1 - Definição da estrutura da RNA

1.4.2 Exercício #2:

Na célula abaixo modifique a função `layer_sizes` para definir três variáveis:

- `n_x` = número de entradas de cada exemplo
- `n_h` = número de neurônios da camada intermediária
- `n_y` = número de saídas da RNA

Dica: use as dimensões de `X` e `Y` para achar `n_x` e `n_y`. Além disso defina o número de neurônios da camada intermediária como sendo igual a 4.

[6]:
```
# PARA VOCÊ FAZER: dimensões da RNA

def layer_sizes(X, Y):
    """
    Argumentos:
    X = conjunto de dados de entrada (dimensão: número de entradas, numero de␣
 ↪exemplos))
    Y = classes dos dados (dimensão: número de saídas, numero de exemplos)

    Retorna:
    n_x = número de entradas
    n_h = número de neurônios da camada escondida
```

```
    n_y = número de saídas
    """
    # Insira seu programa aqui
    #
    n_x = X.shape[0]
    n_h = 4
    n_y = Y.shape[0]

    return (n_x, n_h, n_y)
```

Execute a célula abaixo para testar a sua função `layer_sizes`.

[7]:
```
n_x, n_h, n_y = layer_sizes(X, Y)
print("Número de entradas: n_x = ", n_x)
print("Número de neurônios da camada escondida: n_h = ", n_h)
print("Número de saídas: n_y = ", n_y)
```

```
Número de entradas: n_x =  2
Número de neurônios da camada escondida: n_h =  4
Número de saídas: n_y =  1
```

1.4.3 3.2 - Initialização dos parâmetros

1.4.4 Exercício #3:

Implemente a função `inicializa_parametros()` na célula abaixo.

Instruções: - Garanta que as dimensões dos seus parâmetros esteja correta. Veja as notas de aula. - Os pesos das ligações são inicializados com números aleatórios pequenos. - Multiplique os números aleatórios gerados por 0,01 para ter números pequenos. - Os vieses dos neurônios são inicializados com zeros. - Use a função `np.random.random` para gerar números aleatórios com distribuição uniforme. Multiplique os números aleatórios por 0,01 para ter números pequenos.

[8]:
```
# PARA VOCÊ FAZER: inicialização dos parâmetros da RNA

def inicializa_parametros(n_x, n_h, n_y):
    """
    Argumentos:
    n_x = número de entradas
    n_h = número de neurônios da camada escondida
    n_y = número de saídas

    Retorna:
    W1 = matriz de pesos de dimensão (n_h, n_x)
    b1 = vetor de vieses de dimensão (n_h, 1)
    W2 = matriz de pesos de dimensão (n_y, n_h)
    b2 = vetor de vieses de dimensão (n_y, 1)
    """
```

```
    np.random.seed(2) # define semente para geração de números aleatórios de␣
↪forma a uniformizar os resultados.

    # Insira seu programa aqui
    W1 = np.random.random_sample((n_h, n_x)) * 0.01
    W2 = np.random.random_sample((n_y, n_h)) * 0.01
    b1 = np.zeros((n_h, 1))
    b2 = np.zeros((n_y, 1))
    #


    assert (W1.shape == (n_h, n_x))
    assert (b1.shape == (n_h, 1))
    assert (W2.shape == (n_y, n_h))
    assert (b2.shape == (n_y, 1))

    return (W1, b1, W2, b2)
```

Execute a célula abaixo para testar a sua função

[9]:
```
W1, b1, W2, b2 = inicializa_parametros(n_x, n_h, n_y)
print("W1 = ", W1)
print("b1 = ", b1)
print("W2 = ", W2)
print("b2 = ", b2)
```

```
W1 =  [[0.00435995 0.00025926]
 [0.00549662 0.00435322]
 [0.00420368 0.00330335]
 [0.00204649 0.00619271]]
b1 =  [[0.]
 [0.]
 [0.]
 [0.]]
W2 =  [[0.00299655 0.00266827 0.00621134 0.00529142]]
b2 =  [[0.]]
```

1.4.5 3.3 - Propagação para frente

1.4.6 Exercício #4:

Implemente a função `sigmoide()` para usá-la como função de ativação da camada de saída da rede.

Essa função tem que estar preparada para receber um tensor como entrade de retornar um tensor.

[10]:
```
# PARA VOCÊ FAZER: função sigmoide

def sigmoide(x):
    """
```

```
    Argumentos: x = tensor de entrada
    Retorna: s = sigmoide(x)
    """

    # Insira seu programa aqui

    ## Criando array de zeros com o tamanho do array de entrada
    s = np.zeros(x.shape)

    ## Varrendo o array de entrada e substituindo valores de s por
    ## saídas da função sigmoide
    for i, z in enumerate(x):
      s[i] = 1 / (1 + exp(-z))
    #

    return s
```

Execute a célula abaixo para testar a sua função `sigmoide()`.

[11]:
```
t = np.linspace(-1.0, 1.0, num=5)
s = sigmoide(t)
print('Vetor de entrada =', t)
print('Sigmoide =', s)
```

```
Vetor de entrada = [-1.  -0.5  0.   0.5  1. ]
Sigmoide = [0.26894142 0.37754067 0.5        0.62245933 0.73105858]
```

1.4.7 Exercício #5:

Implemente a função `forward_propagation()` que processa um único exemplo de treinamento.

Instruções:

- Como função de ativação da camada de saída use a função `sigmoid()` que você criou no exercício #4.
- Como função de ativação da camada intermediária use a função `np.tanh()`, que faz parte da biblioteca Numpy.
- Codifique a propagação para frente, ou seja, calcule $z^{[1]}, a^{[1]}, z^{[2]}$ and $a^{[2]}$ para cada exemplo do conjunto de dados de treinamento.

Para auxiliar, as equações que implementam a propagação para frente vistas em aula estão repetidas abaixo. As equações não vetorizadas nos exemplos devem ser utilizadas no seu programa.

$$z^{[1](i)} = W^{[1]} x^{(i)} + b^{[1]}$$

$$a^{[1](i)} = g^{[1]}(z^{[1](i)})$$

$$z^{[2](i)} = W^{[2]} a^{[1](i)} + b^{[2]}$$

$$a^{[2](i)} = g^{[2]}(z^{[2](i)})$$

[12]:
```
# PARA VOCÊ FAZER: propagação para frente para cada exemplo de treinamento

def forward_propagation(x, W1, b1, W2, b2):
    """
    Argumentos:
    x = dados de entrada de um exemplo com dimensão (n_x, 1)
    W1 = matriz de pesos de dimensão (n_h, n_x)
    b1 = vetor de vieses de dimensão (n_h, 1)
    W2 = matriz de pesos de dimensão (n_y, n_h)
    b2 = vetor de vieses de dimensão (n_y, 1)

    Retorna:
    z1 = estados dos neurônios da camada intermediária de dimensão (n_h, 1)
    a1 = ativações dos neurônios da camada intermediária de dimensão (n_h, 1)
    z2 = estado do neurônio da camada de saída de dimensão (n_y ,1)
    a2 = ativação do neurônio da camada de saída (saída da rede) de dimensão␣
 ↪(n_y ,1)
    """
    # Garante que dimensões dos dados de entrada são de fato um vetor de nx␣
 ↪linhas e uma coluna
    n_x = x.shape[0]
    x = np.reshape(x, (n_x, 1))

    # Insira seu programa aqui
    z1 = np.matmul(W1, x) + b1
    a1 = np.tanh(z1)
    z2 = np.matmul(W2, a1) + b2
    a2 = sigmoide(z2)
    #

    # Verifica dimensão de a2
    assert(a2.shape == (1, x.shape[1]))

    return (z1, a1, z2, a2)
```

Execute a célula abaixo para testar a sua função `forward_propagation()`.

[13]:
```
z1, a1, z2, a2 = forward_propagation(X[:,0], W1, b1, W2, b2)

# Nota: usaremos a média somente para verificar os resultados.
print('z1 =', z1)
print('a1 =', a1)
print('z2 =', z2)
print('a2 =', a2)
```

```
z1 = [[ 0.00396995]
 [ 0.00239743]
 [ 0.00185025]
 [-0.00206823]]
a1 = [[ 0.00396993]
 [ 0.00239742]
 [ 0.00185025]
 [-0.00206823]]
z2 = [[1.88417269e-05]]
a2 = [[0.50000471]]
```

1.4.8 3.4 - Função de erro

Dado que a saída da RNA, $a^{[2]}$, já foi calculada e está na variável `a2`, que contém a saída $a^{[2](i)}$ de um exemplo de treinamento, a função de erro logística, conforme visto na aula, é calculada da seguinte forma:

$$L = -(y^{(i)} \log\left(a^{[2](i)}\right) + (1 - y^{(i)}) \log\left(1 - a^{[2](i)}\right))$$

1.4.9 Exercício #6:

Implemente a função `logistica()` para calcular L. Use a função numpy `np.log` da biblioteca numpy para calcular o logarítmo neperiano de um número real.

[14]:
```
# PARA VOCÊ FAZER: cálculo da função de erro logística

def logistica(a2, y):
    """
    Calcula o custo entropia-cruzada

    Argumentos:
    a2 = saída da RNA (escalar)
    y = classe real do exemplo (escalar)

    Retorna:
    erro = função logística
    """

    # Insira seu programa aqui
    erro = -y*np.log(a2) + (1-y)*np.log(1-a2)
    #

    erro = np.squeeze(erro) # para ter certeza de que as dimensões estão␣
 ↪corretas

    return erro
```

Execute a célula abaixo para testar a sua função `logistica()`.

[15]:
```
print("Erro = " + str(logistica(a2, Y[0][0])))
```

```
Erro = 0.6931377597408849
```

Saída esperada:

```
Erro = 0.6931377597408849
```

1.4.10 3.5 - Retro-propagação

Usando os resultados da propagação para frente para um exemplo de treinamento, pode-se implementar a retro propagação para esse exemplo.

1.4.11 Exercício #7:

Implemente a função `backward_propagation()`.

Instruções: A retro propagação é a parte mais difícil de se calcular nas RNAs. Para auxiliar, as equações que implementam a retro-propagação vistas em aula estão repetidas abaixo. As equações não vetorizadas nos exemplos devem ser utilizadas no seu programa.

$$dz^{[2](i)} = a^{[2](i)} - y^{(i)}$$

$$dW^{[2](i)} = dz^{[2](i)} a^{[1](i)T}$$

$$db^{[2](i)} += dz^{[2](i)}$$

$$dz^{[1](i)} = W^{[2]T} dz^{[2](i)} * \frac{dg^{[1]}(z^{[1](i)})}{dz}$$

$$dW^{[1](i)} = dz^{[1](i)} x^{(i)T}$$

$$db^{[1](i)} = dz^{[1](i)}$$

- Note que o símbolo "$*$" denota multiplicação elemento por elemento.
- Dicas:
  - Para calcular $dz^{[1](i)}$ é necessário calcular $\frac{dg^{[1]}(z^{[1](i)})}{dz}$.
  - Como $g^{[1]}(.)$ é a função de ativação `tanh` e $a^{[1](i)} = g^{[1]}(z^{[1](i)})$, então $\frac{dg^{[1]}(z^{[1](i)})}{dz} = 1 - (a^{[1](i)})^2$.
  - Portanto, pode-se calcular $\frac{dg^{[1]}(z^{[1](i)})}{dz}$ usando `(1 - np.power(a1, 2))`.
- Note que no caso dessa função de retro-propagação você não precisa acumular as somas dos gradientes, pois esse cálculo é feito para um único exemplo de treinamento. A somatória é realizada posteriormente.

[16]:
```
# PARA VOCÊ FAZER: retro-propagação

def backward_propagation(x, y, z1, a1, z2, a2, W2):
    """
    Implemente a retro-propagação usando as equações acima.

    Argumentos:
    x = entrada de um exemplo com dimensão (2, 1)
    y = saída da classe real de um exemplo (escalar)
    z1 = estados dos neurônios da camada intermediária de dimensão (n_h, 1)
    a1 = ativações dos neurônios da camada intermediária e dimensão (n_h, 1)
    z2 = estado do neurônio da camada de saída de dimensão (n_y ,1)
    a2 = ativação do neurônio da camada de saída de dimensão (n_y ,1)
    W2 = matriz de pesos da camada de saída de dimensão (n_y, n_h)

    Retorna:
    dW1 = matriz de gradientes dos pesos de dimensão para um exemplo de␣
 ↪treinamento (n_h, n_x)
    db1 = vetor de gradientes dos vieses de dimensão para um exemplo de␣
 ↪treinamento (n_h, 1)
    dW2 = matriz de gradientes dos pesos de dimensão para um exemplo de␣
 ↪treinamento (n_y, n_h)
    db2 = vetor de gradientes dos vieses de dimensão para um exemplo de␣
 ↪treinamento (n_y, 1)
    """

    # Garante que dimensões de x estão corretas
    n_x = x.shape[0]
    x = np.reshape(x, (n_x, 1))

    # Insira seu programa aqui
    db2 = np.zeros((n_y, 1))

    dz2 = a2 - y
    dW2 = np.matmul(dz2, a1.T)
    db2 += dz2
    dz1 = np.matmul(W2.T, dz2) * (1 - np.power(a1, 2))
    dW1 = np.matmul(dz1, x.T)
    db1 = dz1
    #

    return dW1, db1, dW2, db2
```

Execute a célula abaixo para testar a sua função `backward_propagation()`.

[17]:
```
dW1, db1, dW2, db2 = backward_propagation(X[:,0], Y[0][0], z1, a1, z2, a2, W2)
print ("dW1 = ", dW1)
```

```
print ("db1 = ", db1)
print ("dW2 = ", dW2)
print ("db2 = ", db2)
```

```
dW1 =  [[-0.00142191  0.00097027]
 [-0.00126616  0.00086399]
 [-0.00294743  0.00201124]
 [-0.0025109   0.00171337]]
db1 =  [[-0.00149824]
 [-0.00133412]
 [-0.00310563]
 [-0.00264567]]
dW2 =  [[-0.00198495 -0.0011987  -0.00092512  0.0010341 ]]
db2 =  [[-0.49999529]]
```

1.4.12 3.6 - Atualização dos parâmetros

1.4.13 Exercício #8:

Implemente a atualização dos parâmetros. Deve-se usar `dJdW1`, `dJdb1`, `dJdW2` e `dJdb2` para atualizar `W1`, `b1`, `W2` e `b2`.

Equação geral do gradiente descendente:

$$\theta = \theta - \alpha \frac{\partial J}{\partial \theta}$$

onde α é a taxa de aprendizagem e θ representa um parâmetro genérico da rede.

[18]:
```
# PARA VOCÊ FAZER: atualização dos parâmetros

def update_parameters(W1, b1, W2, b2, dJdW1, dJdb1, dJdW2, dJdb2, learning_rate
 ↪= 1.2):
    """
    Atualização dos parâmetros usando a regra do gradiente descendente

    Argumentos:
    W1 = matriz de pesos de dimensão (n_h, n_x)
    b1 = vetor de vieses de dimensão (n_h, 1)
    W2 = matriz de pesos de dimensão (n_y, n_h)
    b2 = vetor de vieses de dimensão (n_y, 1)
    dJdW1 = matriz de gradientes dos pesos de dimensão para todos exemplos de
 ↪treinamento (n_h, n_x)
    dJdb1 = vetor de gradientes dos vieses de dimensão para todos exemplos de
 ↪treinamento (n_h, 1)
    dJdW2 = matriz de gradientes dos pesos de dimensão para todos exemplos de
 ↪treinamento (n_y, n_h)
    dJdb2 = vetor de gradientes dos vieses de dimensão para todos exemplos de
 ↪treinamento (n_y, 1)
```

```
    Retorna parametros atualizados:
    W1 = matriz de pesos de dimensão (n_h, n_x)
    b1 = vetor de vieses de dimensão (n_h, 1)
    W2 = matriz de pesos de dimensão (n_y, n_h)
    b2 = vetor de vieses de dimensão (n_y, 1)
    """

    # Insira seu programa aqui
    W1 -= learning_rate * dJdW1
    b1 -= learning_rate * dJdb1
    W2 -= learning_rate * dJdW2
    b2 -= learning_rate * dJdb2
    #

    return W1, b1, W2, b2
```

Execute a célula abaixo para testar a sua função `update_parameters()`.

[19]:
```
# Nesse momento utilizamos os gradientes dos parâmetros para um único exemplo␣
 ↪somente
# para podermos testar a função update parâmetros
dJdW1 = dW1
dJdb1 = db1
dJdW2 = dW2
dJdb2 = db2

W1_n, b1_n, W2_n, b2_n = update_parameters(W1, b1, W2, b2, dJdW1, dJdb1, dJdW2,␣
 ↪dJdb2)

print("W1 = ", W1_n)
print("b1 = ", b1_n)
print("W2 = ", W2_n)
print("b2 = ", b2_n)
```

```
W1 =  [[ 0.00606625 -0.00090507]
 [ 0.00701601  0.00331644]
 [ 0.00774059  0.00088986]
 [ 0.00505957  0.00413667]]
b1 =  [[0.00179788]
 [0.00160094]
 [0.00372676]
 [0.00317481]]
W2 =  [[0.00537848 0.00410671 0.00732148 0.0040505 ]]
b2 =  [[0.59999435]]
```

1.4.14 3.7 - Integração das tarefas 3.1 a 3.6 na função rna()

1.4.15 Exercício #9:

Programe a sua rede neural na função `rna()`. Inclua tanto a propagação para frente como a retro propagação. A sua rede deve seguir o Algoritmo 1 da Aula 4 - Classificação binária com RNA rasa, que em linhas gerais é o seguinte:

```
Inicializa parâmetros    for e=1 to n_epocas      zera gradientes      Iniciliza
função de custo com zero      for i=1 to m          Calcula a propagação para
frente para cada exemplo          Calcula função de erro          Atualiza
função de custo          Calcula a propagação para trás para cada exemplo
Acumula os gradientes de cada exemplo nos gradientes de cada parâmetro da rede
Atualiza os parâmetros
```

Instruções:

- A sua função `rna()` deve usar as funções programadas anteriormente.
- Um comando `for` em python para um contador `i` variando de `0` até `n-1` é implementado por: `for i in range(n):`
- Em python para acumular valores em uma variável `dx` pode-se usar `dx  += dx`.

[20]:
```
# PARA VOCÊ FAZER: programação da rede neural

def rna(X, Y, n_h, num_epocas = 10000, print_cost=False):
    """
    Argumentos:
    X = matriz de dados de entrada de dimensão (2, número de exemplos)
    Y = vetor com as classes dos exemplos de dimensão (1, número de exemplos)
    n_h = número de neurônios da camada escondida
    num_epocas = número de épocas
    print_cost = se for True, imprime o valor do custo a cada 1000 épocas

    Retorna parâmetros calculados no treinamento:
    W1 = matriz de pesos de dimensão (n_h, n_x)
    b1 = vetor de vieses de dimensão (n_h, 1)
    W2 = matriz de pesos de dimensão (n_y, n_h)
    b2 = vetor de vieses de dimensão (n_y, 1)
    """

    #np.random.seed(3)
    n_x = layer_sizes(X, Y)[0]
    n_y = layer_sizes(X, Y)[2]
    m = X.shape[1]

    # Inicializa parâmetros. Entradas: "n_x, n_h, n_y". Saídas: "parameters".
    # Insira seu programa aqui
    W1, b1, W2, b2 = inicializa_parametros(n_x, n_h, n_y)
    #
```

```
    # Iteração nas épocas
    for e in range(num_epocas):

        # No início de cada época, deve-se inicializar os gradientes dos␣
↪parâmetros para todos os exemplos com zeros
        # Insira seu programa aqui
        dJdW1 = np.zeros((n_h, n_x))
        dJdb1 = np.zeros((n_h, 1))
        dJdW2 = np.zeros((n_y, n_h))
        dJdb2 = np.zeros((n_y, 1))

        # Inicializa função de custo
        custo = 0

        # Iteração nos exemplos
        for i in range(m):
            # Propagação para frente. Entradas: X[:,i] e parameters. Saída: za.
            # Insira seu programa aqui
            z1, a1, z2, a2 = forward_propagation(X[:,i], W1, b1, W2, b2)
            #

            # Função de erro. Entradas: a2, Y[0][i]. Saída: erro.
            # Insira seu programa aqui
            erro = logistica(a2, Y[0][i])
            #

            # Atualiza função de custo somando o erro do exemplo "i" e␣
↪dividindo pelo número total de exemplos "m".
            # Insira seu programa aqui
            custo += abs(erro) / m
            #

            # Retro-propagação. Entradas: parameters, X[:,i], Y[0][i], za,␣
↪parameters. Saídas: gradientes.
            # Insira seu programa aqui
            dW1, db1, dW2, db2 = backward_propagation(X[:,i], Y[0][i], z1, a1,␣
↪z2, a2, W2)
            #

            # Acumula os gradientes de cada exemplo em dJdpar dividindo pelo␣
↪numero de exemplos.
            # Insira seu programa aqui
            dJdW1 += dW1 / m
            dJdb1 += db1 / m
            dJdW2 += dW2 / m
            dJdb2 += db2 / m
            #
```

```
        # Atualização dos parâmetros. Entradas: "parameters, dJ". Saídas:␣
↪"parameters".
        # Insira seu programa aqui
        W1, b1, W2, b2 = update_parameters(W1, b1, W2, b2, dJdW1, dJdb1, dJdW2,␣
↪dJdb2)
        #

        # iMPRESSÃO DO CUSTO A CADA 500 épocas
        if print_cost and e % 500 == 0:
            print ("Custo após época %i: %f" %(e, custo))

    return W1, b1, W2, b2
```

Execute a célula abaixo para testar a sua função `rna()`.

[21]:
```
W1, b1, W2, b2 = rna(X, Y, 4, num_epocas=1, print_cost=True)
print("W1 = ", W1)
print("b1 = ", b1)
print("W2 = ", W2)
print("b2 = ", b2)
```

```
Custo após época 0: 0.693143
W1 =  [[ 0.00526548 -0.00042846]
 [ 0.00630294  0.00374085]
 [ 0.00608072  0.00187783]
 [ 0.00364558  0.00497833]]
b1 =  [[-6.16413329e-08]
 [-5.38943520e-08]
 [-1.11947354e-07]
 [-5.67566995e-08]]
W2 =  [[0.00425463 0.00333027 0.00672357 0.00448863]]
b2 =  [[-1.48910483e-05]]
```

1.5 4 - Treinamento e teste da RNA

1.5.1 4.1 - Previsão das saídas

1.5.2 Exercício #10:

Use a sua rede neural para realizar previsões programando na célula abaixo o método `predict()`.

Use a propagação para frente para calcular as previsões. Como a saída da rede neural será um valor entre 0 e 1, para definir as classes faz-se:

$$previso = y_{prediction} = \begin{cases} 1 & \text{se } sada > 0,5 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Genericamente, na equação acima pode-se usar no lugar de 0,5 um valor de limiar genérico, assim, tem-se:

$$y_{prediction} = \begin{cases} 1 & \text{se } sada > limiar \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

[22]:
```
# PARA VOCÊ FAZER: função predict

def predict(W1, b1, W2, b2, X):
    """
    Usando os parâmetros calculados no treinamento, prevê a classe para todos␣
 ↪os exemplos na matriz X

    Argumentos:
    W1 = matriz de pesos de dimensão (n_h, n_x)
    b1 = vetor de vieses de dimensão (n_h, 1)
    W2 = matriz de pesos de dimensão (n_y, n_h)
    b2 = vetor de vieses de dimensão (n_y, 1)
    X = matriz de entradas de dimensão (n_x, m)

    Retorna
    predictions = vetor de previsões (vermelho: 0 / azul: 1)
    """
    # Inicializa vetor de previsões para os m exemplos
    m = X.shape[1]
    predictions = np.zeros((m, 1))

    # Calcula as probabilidades usando a propagação para frente e classifica␣
 ↪como 0/1 usando um limiar de 0,5.
    # utilize um comando de repetição for para percorrer todos os exemplos
    # Insira seu programa aqui
    for i in range(m):
      z1, a1, z2, a2 = forward_propagation(X[:,i], W1, b1, W2, b2)
      predictions[i] = a2 > 0.5
    #

    return predictions
```

Execute a célula abaixo para testar a sua função `predict()`.

[23]:
```
predictions = predict(W1, b1, W2, b2, X)
print("Média das previsões = " + str(np.mean(predictions)))
```

```
Média das previsões = 0.715
```

1.5.3 4.2 - Treinamento da RNA

Agora verifique o desempenho do seu modelo no conjunto de dados, após o treinamento da rede neural com 3.000 épocas. Execute o programa abaixo para testar o seu modelo de uma única camada intermediária com $n_h = 4$ neurônios.

[24]:
```
# Treinamento e excecução da rede neural de uma única camada
W1, b1, W2, b2 = rna(X, Y, n_h = 4, num_epocas = 3001, print_cost=True)
```

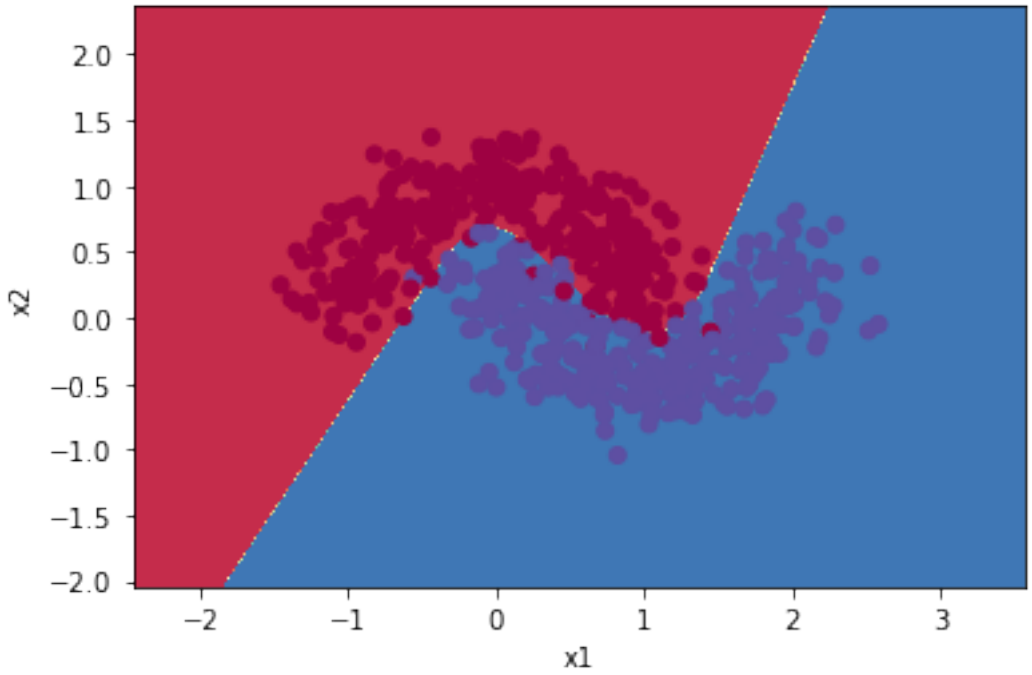
```
Custo após época 0: 0.693143
Custo após época 500: 0.278122
Custo após época 1000: 0.106389
Custo após época 1500: 0.067668
Custo após época 2000: 0.065335
Custo após época 2500: 0.064553
Custo após época 3000: 0.063936
```

1.5.4 4.3 - Resultados

Execute a célula abaixo para fazer o gráfico dos dados com a fronteira de decisão

[25]:
```
# Define função para fazer gráfico da fronteira de decisão
def plot_decision_boundary(model, **args):
    # Recupera dados de entrada da função
    X = args["X"]
    Y = args["Y"]
    W1 = args["W1"]
    b1 = args["b1"]
    W2 = args["W2"]
    b2 = args["b2"]

    # Define limites para o gráfico
    x_min, x_max = X[0, :].min() - 1, X[0, :].max() + 1
    y_min, y_max = X[1, :].min() - 1, X[1, :].max() + 1

    # Gera malha com pontos distanciados de h
    h = 0.01
    xx, yy = np.meshgrid(np.arange(x_min, x_max, h), np.arange(y_min, y_max, h))
    XX = np.c_[xx.ravel(), yy.ravel()].T

    # Calcula função predict para todos os pontos ds malha
    Z = model(W1, b1, W2, b2, XX)
    Z = Z.reshape(xx.shape)

    # Faz os gráficos do contorno da fronteira e dos exemplso de treinamento
    plt.contourf(xx, yy, Z, cmap=plt.cm.Spectral)
    plt.ylabel('x2')
    plt.xlabel('x1')
    plt.scatter(X[0, :], X[1, :], c=Y, cmap=plt.cm.Spectral)

# Executa função plot_decision_boundary
plot_decision_boundary(predict, X=X, Y=Y.ravel(), W1=W1, b1=b1, W2=W2, b2=b2)
print("Fronteira de decisão da RNA de uma camada escondida com número de␣
 ↪neurônios igual a: " + str(4))
```

```
Fronteira de decisão da RNA de uma camada escondida com número de neurônios
igual a: 4
```



1.5.5 Exercício #11:

Implemente na célula abaixo o cálculo da exatidão obtida para todos os exemplos de treinamento. A equação que implementa o cálculo da exatidão éa seguinte:

$$exatido = 100 * (1 - \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} |y_{real}^{(i)} - y_{previsto}^{(i)}|)$$

Use as funções `np.abs` e `np.sum` para calcular o módulo de um número e a somatória dos elementos de um vetor.

Cuidado com as dimensões das previsões e do vetor de saídas `Y`.

[26]:
```
# PARA VOCÊ FAZER: Calculo da exatidão

# Calcule as previsões da rede usando a função predict
# Insira seu programa aqui
predictions = predict(W1, b1, W2, b2, X)
#

# Calcule a exatidão obtida pela rede. Para acertar as dimensões use o␣
 ↪transposto de predictions
```

```
# Insira seu program aqui
acc = lambda Y, pred: 100 * (1 - np.sum(abs(Y - pred.T)) / m)

exatidao = acc(Y, predictions)
#

print('Exatidão: ' + str(exatidao) + ' %')
```

```
Exatidão: 98.0 %
```

Por esse resultado podemos conlcuir que a RNA foi capaz de aprender o padrão de luas! Redes neurais são capazes de aprender fronteiras de decisão muito complexas e não lineares, mesmo com poucos neurônios.

Você sabe como calcular o número total de parâmetros dessa RNA?

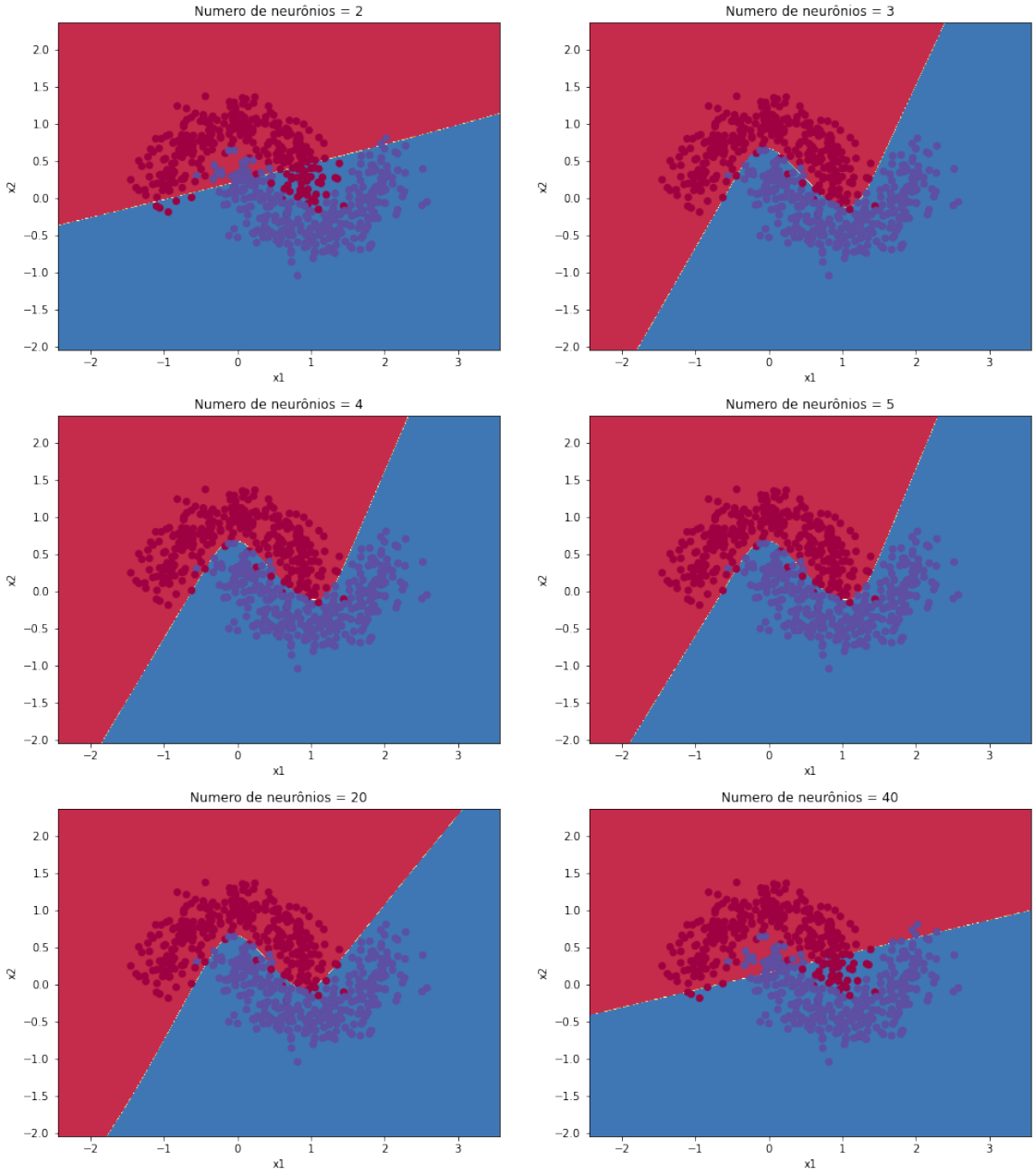
1.5.6 4.4 - Ajuste do número de neurônios da camada escondida

Agora, tente outros números de neurônios na camada escondida. Para isso, execute o seguinte programa. Pode levar alguns minutos para executar. Você deve observar comportamentos diferentes para cada número de neurônios na camada escondida.

A execução dessa célula vai demorar alguns minutos.

[27]:
```
plt.figure(figsize=(16, 32))
hidden_layer_sizes = [2, 3, 4, 5, 20, 40]
for i, n_h in enumerate(hidden_layer_sizes):
    plt.subplot(5, 2, i+1)
    plt.title('Numero de neurônios = %d' % n_h)
    W1, b1, W2, b2 = rna(X, Y, n_h, num_epocas = 2000)
    plot_decision_boundary(predict, X=X, Y=Y.ravel(), W1=W1, b1=b1, W2=W2,␣
 ↪b2=b2)
    predictions = predict(W1, b1, W2, b2, X)
    exatidao = 100*(1-np.sum(np.abs(Y-predictions.T))/m)
    print ("Exatidão para {} neurônios: {} %".format(n_h, exatidao))
```

```
Exatidão para 2 neurônios: 86.83333333333334 %
Exatidão para 3 neurônios: 98.16666666666667 %
Exatidão para 4 neurônios: 98.0 %
Exatidão para 5 neurônios: 98.0 %
Exatidão para 20 neurônios: 97.16666666666667 %
Exatidão para 40 neurônios: 86.5 %
```



Interpretação: - Quanto maior a RNA (maior o número de neurônios), melhor o seu desempenho para aprender os dados de treinamento, até que eventualmente um modelo muito grande apresenta sobre-ajuste dos dados. - O melhor número de camadas escondidas parece ser algo em torno de n_h igual a 3 e 4. - Veremos com mais detalhes como desenvolver RNAs grandes sem problemas de sobre-ajuste dos dados.

1.5.7 4.5 - Desempenho com outros padrões de dados

1.5.8 Exercício #12:

Treine novamente a sua RNA para cada um dos seguintes conjunto de dados. Após o treinamento execute a RNA para calcular as suas previsões e a sua exatidão.

Primeiramente execute a célula abaixo para gerar todos os padrões de dados.

[28]:
```
# Define função para carregar padrões de pontos no plano
def load_extra_datasets():
    N = 200
    noisy_circles = sklearn.datasets.make_circles(n_samples=N, factor=.5,␣
 ↪noise=.3)
    noisy_moons = sklearn.datasets.make_moons(n_samples=N, noise=.2)
    blobs = sklearn.datasets.make_blobs(n_samples=N, random_state=5,␣
 ↪n_features=2, centers=6)
    gaussian_quantiles = sklearn.datasets.make_gaussian_quantiles(mean=None,␣
 ↪cov=0.5, n_samples=N, n_features=2, n_classes=2, shuffle=True,␣
 ↪random_state=None)
    no_structure = np.random.rand(N, 2), np.random.rand(N, 2)

    return noisy_circles, noisy_moons, blobs, gaussian_quantiles, no_structure

# Conjunto de dados
noisy_circles, noisy_moons, blobs, gaussian_quantiles, no_structure =␣
 ↪load_extra_datasets()

datasets = {"noisy_circles": noisy_circles,
            "noisy_moons": noisy_moons,
            "blobs": blobs,
            "gaussian_quantiles": gaussian_quantiles}
```

Para treinar a sua RNA com outros padrões de pontos, modifique o programa abaixo para cada conjunto de dados de cada vez. Use 3001 épocas para cada padrão de dados.

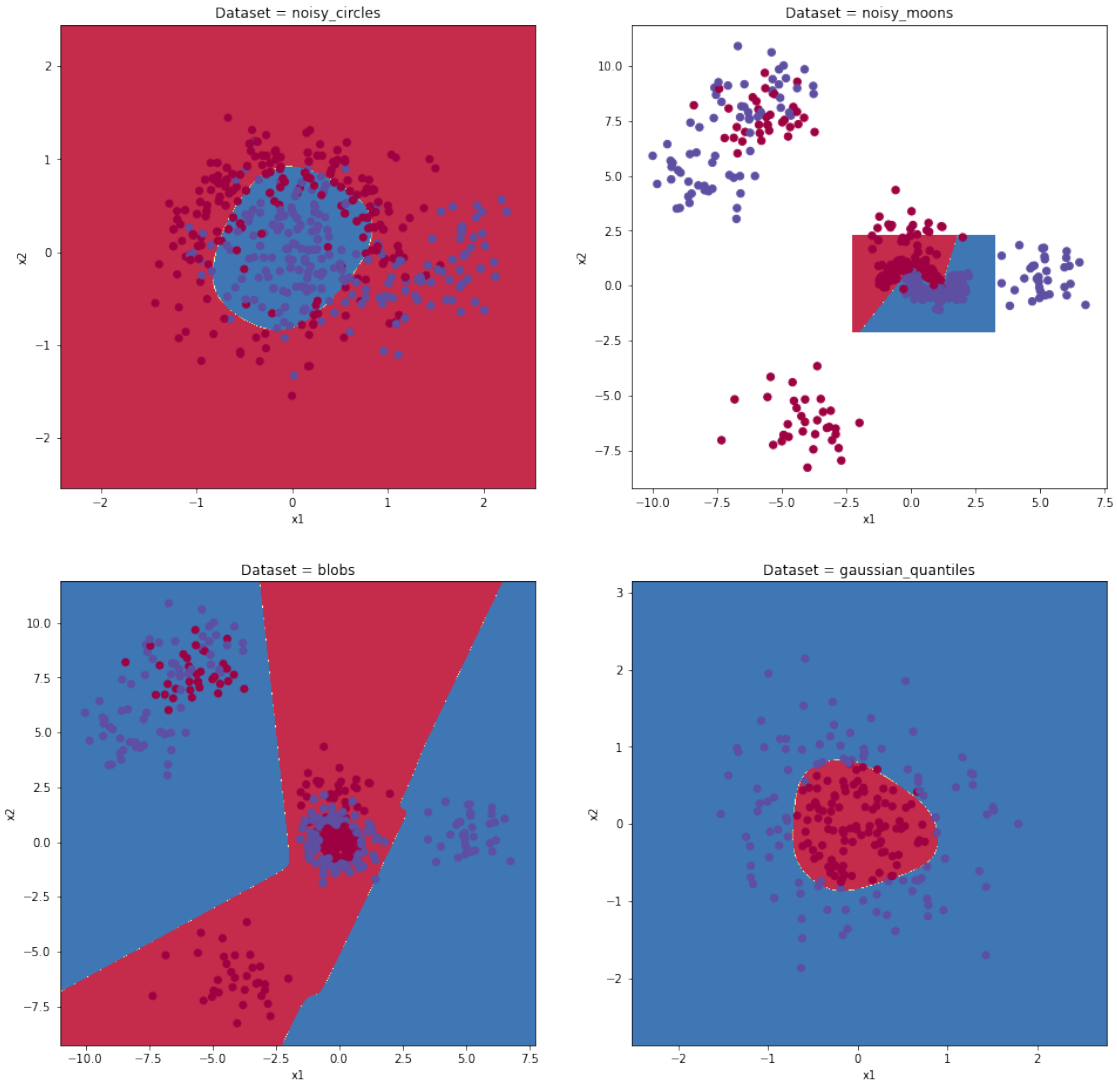
Dica: use como base parte do programa do item 4.4.

[30]:
```
# PARA VOCÊ FAZER: treinar e executar modelo com outros conjuntos de dados

plt.figure(figsize=(16, 16))

# Seleciona dataset
# Insira seu programa aqui
for i, dataset in enumerate(list(datasets.keys())):
#

  X, Y = datasets[dataset]
  X, Y = X.T, Y.reshape(1, Y.shape[0])
```

```
# make blobs binary
if dataset == "blobs":
    Y = Y%2

# Visualização dos dados
plt.scatter(X[0, :], X[1, :], c=Y.ravel(), s=40, cmap=plt.cm.Spectral);

# Número de neurônios da camada escondida
n_h = 5

# Calcula parâmetros, mostra fronteira de decisão, calcula previsões e exatidão
# Insira seu código aqui

## Calcula parâmetros com 3001 épocas
W1, b1, W2, b2 = rna(X, Y, n_h, num_epocas = 3001)

## Mostra fronteira de decisão
plt.subplot(2, 2, i+1)
plt.title('Dataset = %s' % dataset)
plot_decision_boundary(predict, X=X, Y=Y.ravel(), W1=W1, b1=b1, W2=W2, b2=b2)

## Calcula previsões
predictions = predict(W1, b1, W2, b2, X)

## Calcula exatidão
exatidao = acc(Y, predictions)
#

print ("Exatidão para {} neurônios no dataset {}: {} %".format(n_h, dataset, exatidao))
```

```
<ipython-input-30-4cca3cb80524>:30: MatplotlibDeprecationWarning: Auto-removal
of overlapping axes is deprecated since 3.6 and will be removed two minor
releases later; explicitly call ax.remove() as needed.
  plt.subplot(2, 2, i+1)
```

```
Exatidão para 5 neurônios no dataset noisy_circles: 92.33333333333333 %
Exatidão para 5 neurônios no dataset noisy_moons: 99.33333333333333 %
Exatidão para 5 neurônios no dataset blobs: 94.33333333333334 %
Exatidão para 5 neurônios no dataset gaussian_quantiles: 98.66666666666667 %
```



O que você aprendeu nesse trabalho:

- Construir uma RNA de uma única camada intermediária
- Implementar a propagação para frente e a retro propagação
- Treinar uma RNA
- Observar o impacto de variar o número de neurônios da camada intermediária

[ ]:
```
from google.colab import drive
drive.mount('/content/drive')
```

[ ]:
```
## Exportação para PDF
!pip install nbconvert
!sudo apt-get install texlive-xetex texlive-fonts-recommended␣
↪texlive-plain-generic
```

```
!jupyter nbconvert \
  '/content/drive/MyDrive/Colab Notebooks (1)/
 ↪9_-_Ferramentas_de_desenvolvimento_de_redes_neurais/
 ↪T1_Classificacao_binaria_RNA_rasa.ipynb' \
  --to=pdf \
  --output-dir='/content/drive/MyDrive/Jupyter to PDF'
```