Mestrado em Métodos Quantitativos para a Decisão Económica e Empresarial

U.C.: Simulação e Otimização

Trabalho 1B

Outubro 2022

Trabalho realizado por:

Acácio Rebocho nº48976

André Catarino nº56788

Dinis Duarte nº56540

Inês Caseiro nº48764

João Pinheiro nº50410

1B.1

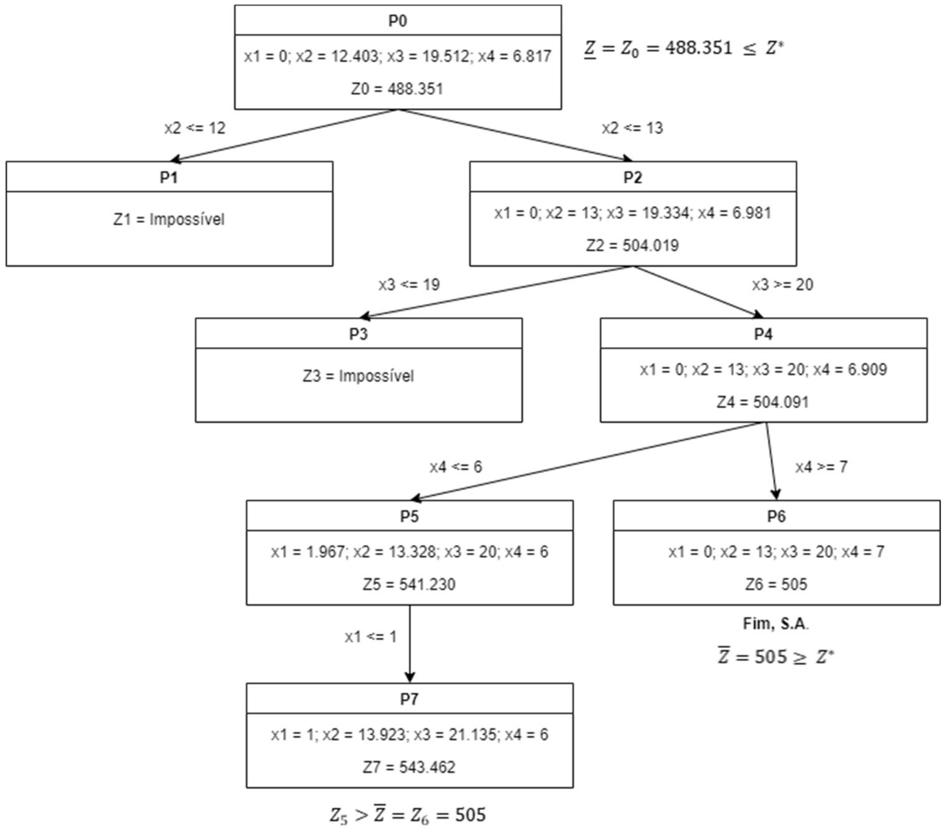

Figura 1 - Ramificações do Problema 1B.1

Resolvendo o problema recorrendo ao algoritmo Branch and Bound, foi encontrada a solução ótima para: x_1 = 0, x_2 = 13, x_3 = 20, x_4 = 7, com z_6 = 505, sendo esta a solução referente ao subproblema P6, a única solução admissível encontrada, respeitando o critério de paragem da resolução máxima de 7 subproblemas.

Analisando esta resolução, definimos como minorante $\underline{z} = z_{RL}$ = z_0 = 488.351, e como majorante $\overline{z} = z_6$ = 505, tal que 488.351 $\leq z^* \leq$ 505.

1B.2

Tendo em conta o enunciado do problema, este pode ser definido como um problema de maximização de lucro. Neste caso, o mesmo será representado como a diferença entre a Receita Líquida por avião e o custo inicial total, sendo definido custo inicial como o custo que a empresa incorre ao dar início à construção de um avião personalizado para determinada encomenda. Apresentamos de seguida a formulação do problema.

Definição das variáveis de decisão:

$x_i = n^{\underline{o}}\ de\ aviões\ a\ produzir\ referentes\ à\ encomenda\ do\ cliente\ i,\ \ i = 1{,}2{,}3$

$$y_j = \begin{cases} 1, se\ produz\ algum\ avião\ referente\ à\ encomenda\ do\ cliente\ j \\ 0, caso\ contrário \end{cases} \quad j = 1{,}2$$

Modelo de programação linear inteira:

$$Max\ Z = 2\ 000\ 000x_1 + 3\ 000\ 000x_2 + 800\ 000x_3 - (3\ 000\ 000y_1 + 2\ 000\ 000y_2) \quad \text{[lucro]}$$

$$s.a. \begin{cases} 0{,}2x_1 + 0{,}4x_2 + 0{,}2x_3 \leq 1 & \text{[capacidade de produção]} \\ x_1 \leq 3y_1 & \text{[nº máximo de aviões encomendados pelo cliente 1]} \\ x_2 \leq 2y_2 & \text{[nº máximo de aviões encomendados pelo cliente 2]} \\ x_3 \leq 5 & \text{[nº máximo de aviões encomendados pelo cliente 3]} \\ x_i \in \mathbb{Z}_0^+, i = 1{,}2{,}3 & \\ y_j \in \{0; 1\}, j = 1{,}2 & \end{cases}$$

De forma a encontrar a solução ótima para este problema iremos aplicar o algoritmo Branch & Bound utilizando como critérios de paragem:

1. Encontrar a solução ótima do subproblema;
2. Concluir que a solução ótima não irá melhorar com a continuação da ramificação;
3. O subproblema resultante de ramificação ser impossível.

Já o critério de ramificação definido consiste em escolher a variável mais fracionaria para ramificar sempre que haja alternativas.

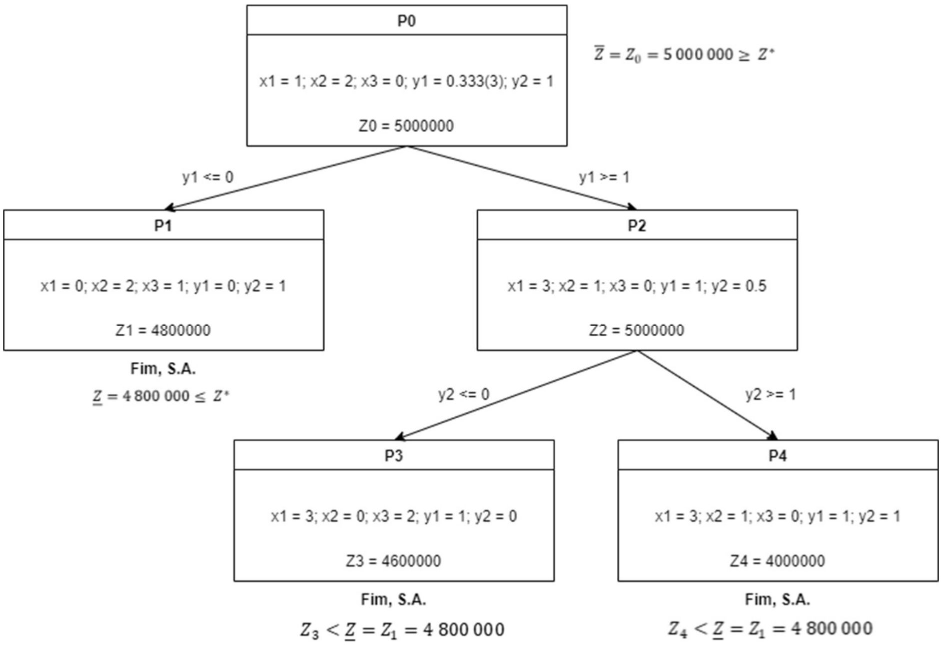

Figura 2 - Ramificações do Problema 1B.2

De forma a aplicar o algoritmo Branch & Bound, procedemos à relaxação linear da sexta restrição do problema, restrição que define as variáveis de decisão como sendo binárias. Desta forma, esta restrição é substituída por: $0 \leq y_j \leq 1$, $\boxed{j}$= 1,2

No processo de ramificação do problema, segundo os critérios de paragem enunciados, cancelamos a pesquisa em P1, P3 e P4 visto que a solução ótima destes subproblemas apresenta ser uma solução admissível do problema inicial.

Encontram-se 3 soluções admissíveis, na qual se obtém a seguinte solução ótima: x_1 = 0, $x_2 = 2$, $x_3 = 1$, $y_1 = 0$, $y_2 = 1$, o que resulta num lucro para a empresa de 4 800 000 unidades monetárias.

Encontrada a solução ótima, temos que: $\underline{z} = z1 = 4\ 800\ 000 \leq z^* \leq \overline{z} = z0$ = 5 000 000