



Universidade Federal de Uberlândia
FEELT – Faculdade de Engenharia Elétrica



DESENVOLVIMENTO E SIMULAÇÃO DE UM MODELO DE AERO PENDULO

Trabalho I da disciplina de Sistemas Embarcados II

André de Oliveira Águila Favotto – 11811EAU013

Alisson Carvalho Vasconcelos - 11511EMT016

Gabriel Medeiros Sollero – 11811EAU006

João Victor Luiz de Andrade - 11811EAU003

Rodrigo Santa Soares – 11821EAU013

Thiago Fernando Cuevas Mestanza – 11821EAU002

Orientador: Professor Éder Alves de Moura

Uberlândia

2022



Universidade Federal de Uberlândia
FEELT – Faculdade de Engenharia Elétrica



DESENVOLVIMENTO E SIMULAÇÃO DE UM MODELO DE AERO PENDULO

Relatório apresentado ao curso de Engenharia de Controle e Automação por meio da disciplina de Sistemas Embarcados II como requisito para a obtenção de conhecimentos na área de desenvolvimento em sistemas de controle e embarcados.

Orientador: Professor Éder Alves de Moura

Uberlândia
2022

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	3
2. OBJETIVOS.....	4
3. DESENVOLVIMENTO.....	4
3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA.....	4
3.2 DEFINIÇÃO DO CONTROLADOR.....	5
4. SIMULAÇÃO.....	8
5. CONCLUSÃO.....	12
6. CÓDIGOS.....	12
7. REFERENCIAS.....	23

1. INTRODUÇÃO

Sistemas de controle propiciam hoje, a otimização e a garantia de eficácia de processos industriais, mas além disso, de maneira geral, o controle, através de modelagens e simulações, permitem estudar, calcular e ter domínio do comportamento de sistemas de qualquer natureza. Um exemplo de sistema que usa desse recurso de controle é o aero pêndulo.

O aero pêndulo é bastante similar ao pêndulo simples, em que uma massa acoplada a um fio inextensível e fixo em uma extremidade a uma superfície. A diferença está no atuador, que no aero pêndulo é formado por um conjunto motor CC e hélice, que faz com que o eixo se movimente, produzindo uma força que atua de forma contrária à gravidade, dependendo da posição do motor. Aplicando um sistema de controle ao aero pêndulo, pode-se então determinar qual a intensidade da força produzida pelo motor para que o eixo assuma uma posição desejada. A figura 1 mostra um esquema de funcionamento de um aero pendulo:

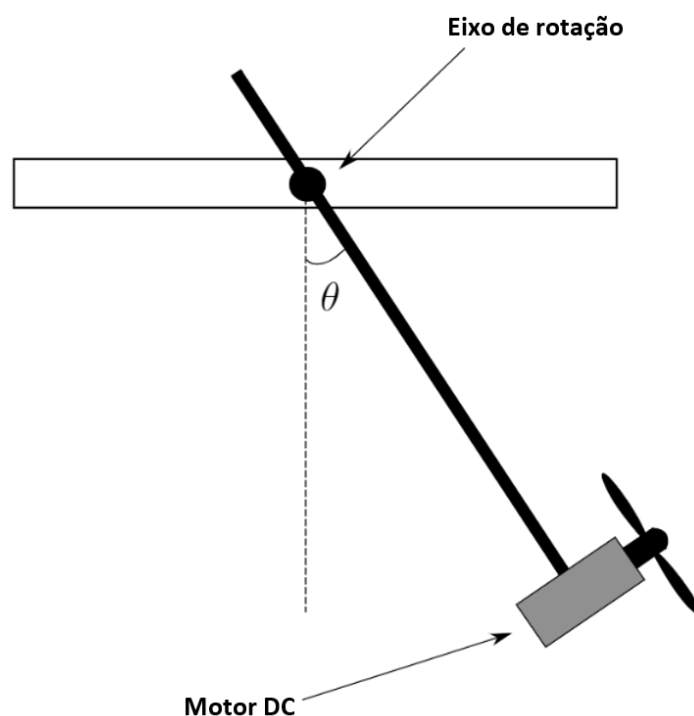


Figura 1 - Modelo genérico de um aero pêndulo.

A construção e implementação de um sistema aero pendulo envolve diversas áreas das ciências exatas, tais como mecânica (acionamentos e estrutura do sistema), eletrônica (sensores, circuitos de controle dos motores de corrente contínua), programação (algoritmo

para funcionamento em um microcontrolador) e controle de processos (ajuste dos parâmetros de controle do sistema). Nesse sentido, por se tratar de um tema multidisciplinar, o sistema de um aero pêndulo é uma oportunidade de demonstração física ou não de um controle de um sistema instável.

2. OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de um modelo simulado de um sistema de um aero pêndulo usando a linguagem de programação Python. O programa computacional deve possuir uma interface gráfica que permita o ajuste da posição do pêndulo de acordo com a referência definida pelo usuário.

3. DESENVOLVIMENTO

Nesta seção, toda a construção e organização dos requisitos para a implementação do aero pendulo simulado será detalhada.

3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

Para implementar a simulação do sistema em questão, é necessário modelar matematicamente seu comportamento, para posteriormente implementá-lo no algoritmo. Nota-se que pelo comportamento do aero pendulo caracterizar um sistema não linear, faz-se necessária a definição das condições de operação do mesmo e lineariza-lo nessa faixa de operação. Para isso, é importante conhecer o diagrama de forças envolvidas no sistema. A figura 2 representa o diagrama.

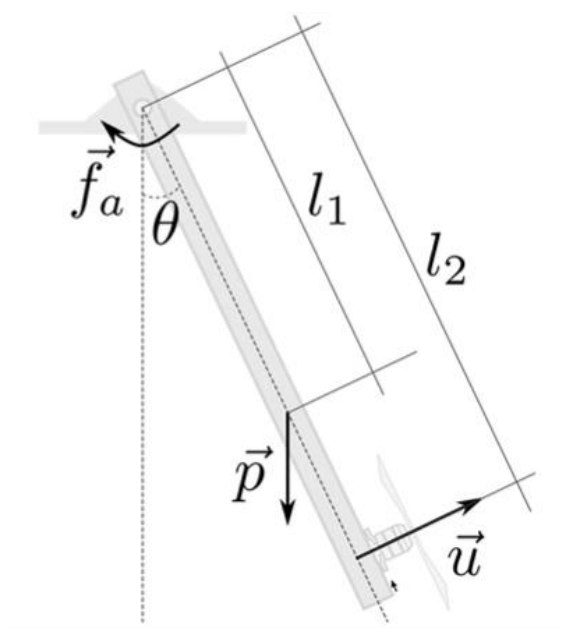


Figura 2 - Diagrama de forças do sistema

Onde:

\vec{u} é a força motriz de controle

\vec{p} é a força peso

l_2 é o comprimento total do braço

l_1 é a distância do eixo de rotação ao centro de massa do sistema.

Do diagrama de forças, aplica-se uma análise matemática no sistema. Da segunda lei de Newton, podemos escrever:

$$\sum T = J\ddot{\theta}$$

Onde T representa o torque, J é o momento de inércia e $\ddot{\theta}$ é a aceleração angular.

Assim, assumindo $\sin \theta(t) \approx \theta$:

$$J\ddot{\theta} + u_a * \dot{\theta} + p * l_1 * \theta = l_2 * u$$

Aplicando a Transformada de Laplace, obtém-se:

$$Js^2\Theta(s) + \mu_a s\Theta(s) + p * l_1\Theta(s) = l_2 * U(s)$$

Assim, isolando a relação saída/entrada, obtém-se a função de transferência:

$$\frac{\Theta(s)}{U(s)} = \frac{l_2}{Js^2 + \mu_a s + p * l_1}$$

E, isolando o maior expoente do denominador e expandindo a força peso, temos:

$$\frac{\Theta(s)}{U(s)} = \frac{\frac{l_2}{J}}{s^2 + \frac{\mu_a s}{J} + \frac{m \cdot g * l_1}{J}}$$

Obtemos, assim, a função de transferência que representa o sistema do aero pêndulo.

3.2 DEFINIÇÃO DO CONTROLADOR

A partir da função de transferência obtida, torna-se possível simular seu comportamento. Nessa perspectiva, simulou-se o sistema com o auxílio da ferramenta MATLAB.

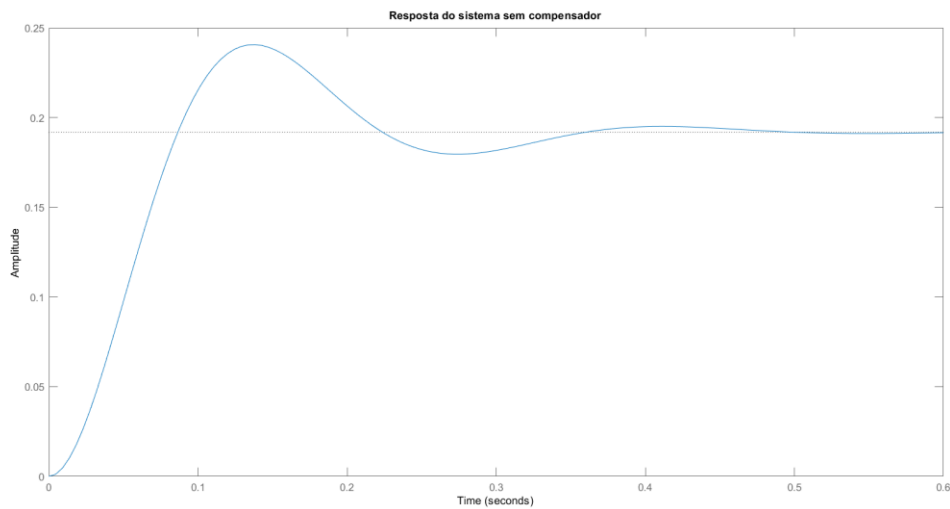


Figura 3-Resposta ao degrau unitário do sistema sem compensador.

Nota-se que para uma entrada unitária, o sistema transfere aproximadamente apenas 20% do valor de referência, bem como apresenta um *overshoot* considerável de aproximadamente 25% do valor em regime permanente. A fim de compreender melhor o sistema e propor uma técnica de projeto de controlador, esboçou-se o lugar das raízes do mesmo.

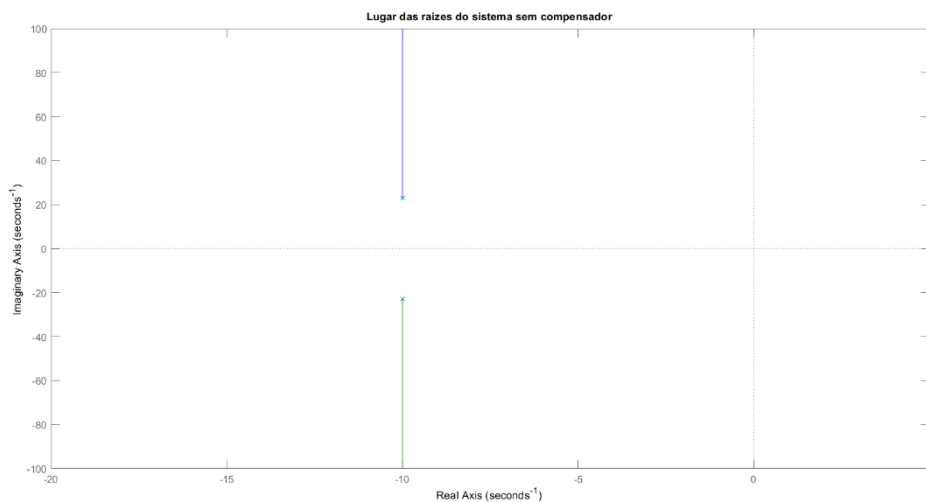


Figura 4-Lugar das raízes do sistema sem compensador.

A partir da resposta do sistema e de seu lugar das raízes, conclui-se que o sistema é estável e possui polos complexos conjugados $\lambda_{12} = -10 \pm 22.9j$.

Nesse sentido, com base nas informações obtidas, será utilizada a técnica de cancelamento de polos e zeros para o projeto de um compensador que proporcione um overshoot percentual

de 2% e um tempo de acomodação de cinco por cento máximo de 0,4 segundos. Buscando atingir tais requisitos, obteve-se o seguinte lugar das raízes.

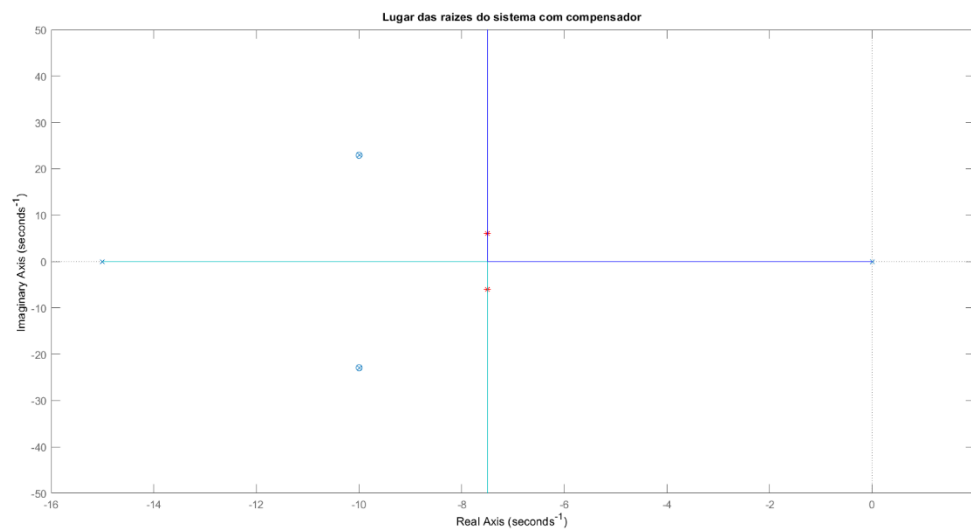


Figura 5-Lugar das raízes do sistema com compensador.

Finalmente, obteve-se a seguinte resposta para o sistema compensado:

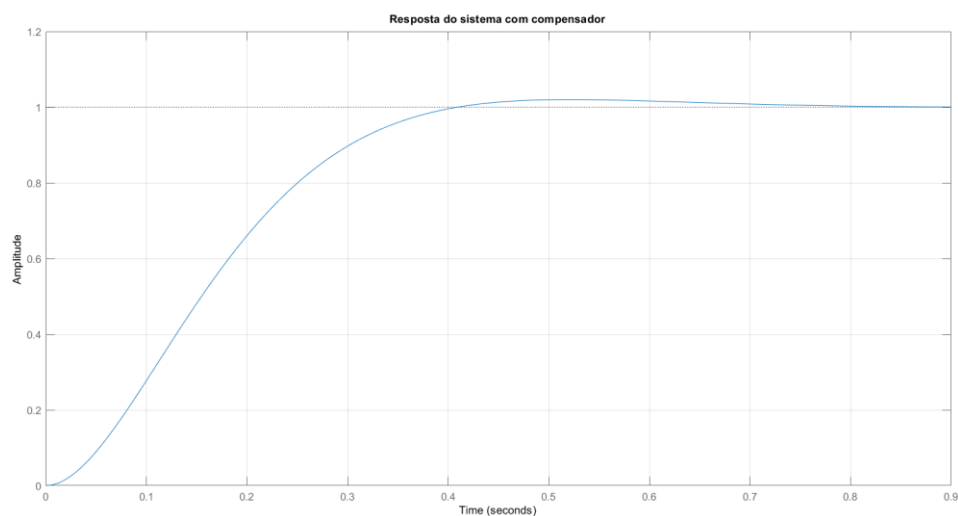


Figura 6-Resposta ao degrau unitário do sistema com compensador.

Dessa forma, a equação do controlador obtido, no domínio s , é dada por:

$$C(s) = \frac{0.7711s^2 + 15.42s + 482.2}{s^2 + 15s}$$

Em seguida, realiza-se a discretização do compensador através do método de Tustin. O tempo de amostragem escolhido foi $T_s = 0.1ms$

$$C(z) = \frac{0.7712z^2 - 1.541z + 0.7687}{z^2 - 1.999z + 0.9985}$$

A partir da equação obtida pode se obter a equação de diferenças para implementá-la em um sistema embarcado. Nesse viés, temos que:

$$C(z) = \frac{Y(z)}{E(z)} = \frac{0.7712z^2 - 1.541z + 0.7687}{z^2 - 1.999z + 0.9985}$$

Sabe-se que a equação do erro é dada por:

$$E(z) = Ref(z) - Y(z)$$

Logo:

$$z^2Y(z) - 1.999zY(z) + 0.9985Y(z) = 0.7712z^2E(z) - 1.541zE(z) + 0.7687E(z)$$

Essa equação não é causal e por consequência não pode ser implementada. Portanto, torna-se necessário realizar um deslocamento no tempo de 2 amostras. Para isso, basta multiplicar a equação por z^{-2} .

$$Y(z) - 1.999z^{-1}Y(z) + 0.9985z^{-2}Y(z) = 0.7712E(z) - 1.541z^{-1}E(z) + 0.7687z^{-2}E(z)$$

Aplicando a transformada Z inversa obtemos a seguinte equação no domínio do tempo:

$$y(k) = 0.7712e(k) - 1.541e(k - 1) + 0.7687e(k - 2) + 1.999y(k - 1) - 0.9985y(k - 2)$$

4. SIMULAÇÃO

Conforme a figura 6, com auxílio da equação obtida no tópico anterior e da linguagem Python, realizou-se novamente a simulação do sistema original.

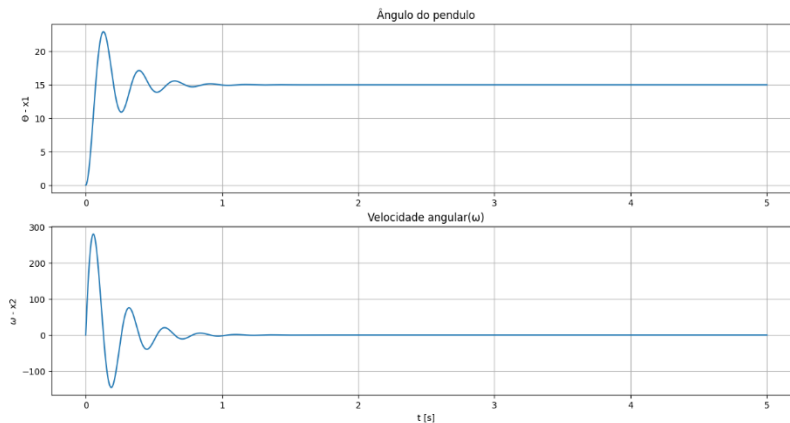


Figura 6: Resposta genérica do sistema sem compensador para condições próximas ao ponto de equilíbrio.

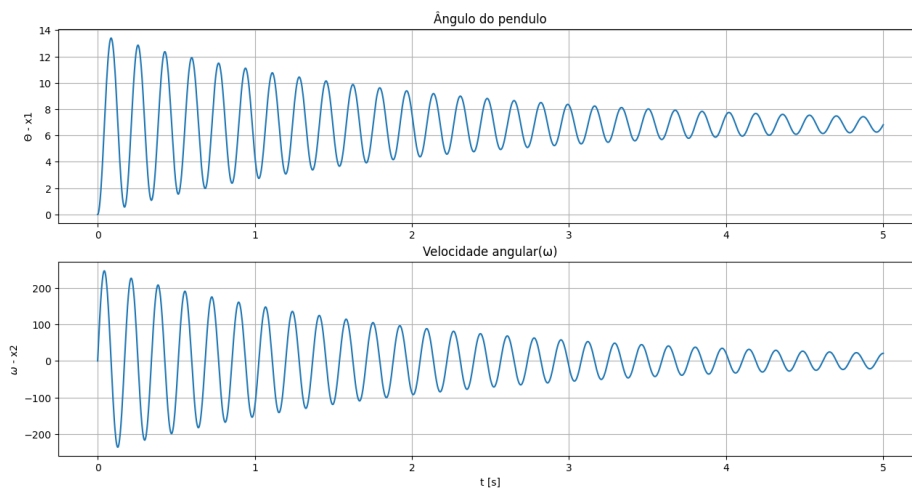


Figura 7: Resposta do sistema para $\mu_a = 0.01$ e $m=1.85\text{Kg}$.

Com base na figura 6, nota-se que o sistema se comporta bem para pequenas variações no ângulo de referência, desde que as condições de equilíbrio sejam mantidas. Por outro lado, a figura 7 nos mostra que para mudanças nos parâmetros do sistema a sua resposta se altera bruscamente, de modo que o coeficiente de atrito impacta diretamente no fator oscilatório do mesmo e a massa influencia no ângulo de equilíbrio.

A fim de observar as mudanças no sistema com o controlador, simulou-se as mesmas condições para o sistema compensado.

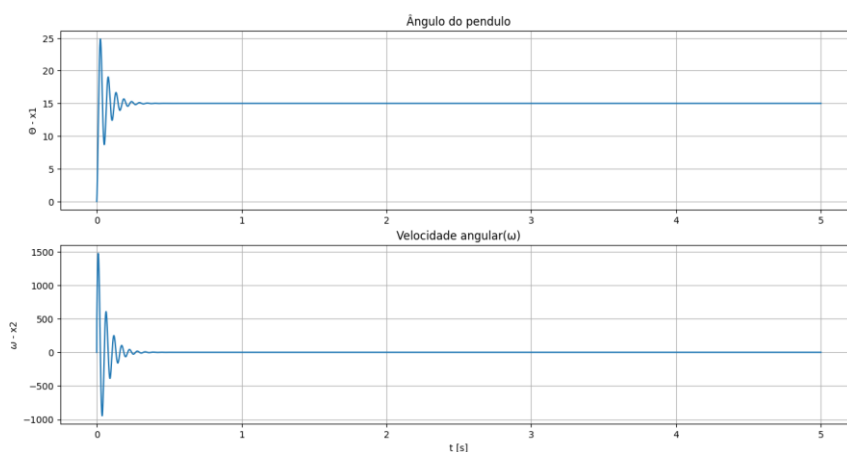


Figura 8-Resposta do sistema compensado para $\Theta_{\text{ref}} = 15^\circ$ para condições próximas ao ponto de equilíbrio.

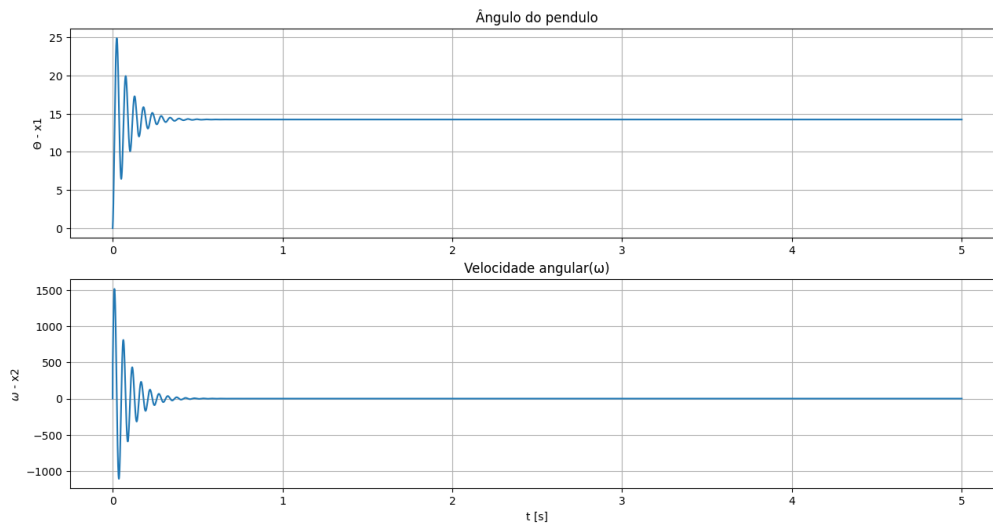


Figura 9-Resposta do sistema compensado para $\Theta_{ref} = 15^\circ$ $\mu_a = 0.01$ e $m=1.85\text{Kg}$.

A partir da figura 8, percebe-se que o compensador atua conforme o esperado, visto que o sistema segue a referência de entrada. Ademais, conforme mostrado na figura 9, o sistema conserva a sua saída próxima dos valores desejados mesmo com mudanças nos parâmetros do sistema, porém nota-se que a medida que as condições iniciais divergem, o erro em regime permanente tende a aumentar.

A fim de uma melhor compreensão do sistema, utilizou-se o módulo *pygame* da linguagem Python para a criação de uma representação 2D interativa. Ressalta-se que nessa representação o motor é representado por uma esfera simples.

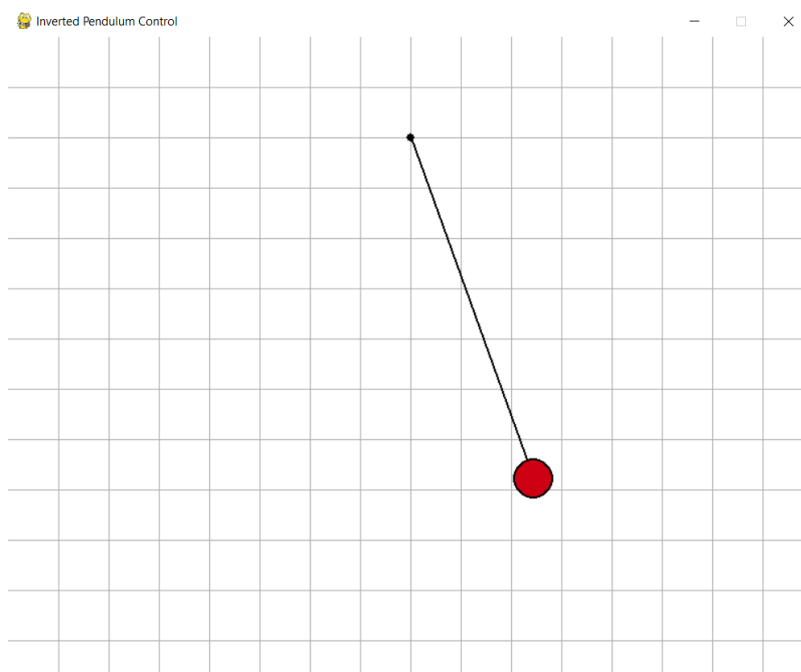


Figura 10-Pendulo no *pygame*.

5. CONCLUSÃO

Com a realização deste trabalho foi possível observarmos na prática a implementação da simulação de um sistema físico de forma consideravelmente fiel à realidade. Para isso, exploramos algumas funcionalidades da linguagem Python, bastante estudada ao longo do semestre, aplicando recursos de diversos módulos e bibliotecas vistos - como a *numpy*, *matplotlib* e a *pygame* - na solução de um problema prático. Ressalta-se que a biblioteca *pygame* possibilitou a implementação de uma interface gráfica interativa, que permite a visualização da dinâmica do sistema de forma gráfica para diversas entradas definidas pelo próprio usuário, trazendo um resultado bastante satisfatório para o sistema como um todo.

Observou-se que após a simulação desenvolvida no algoritmo, bem como as simulações feitas no MATLAB, foi possível validar a eficácia tanto do modelo matemático proposto.

6. CÓDIGOS

- **MATLAB**

```
clc;
clear;
close all;
s = tf('s');

% Equação do sistema sem compensador

l1 = .75;
l2 = 1.2;
m1 = .85;
g = 9.81;
u0 = 0.2;
J = 1e-2;

Gs = (l2/J)/(s^2 + (u0/J)*s + m1*g*l1/J);
Gs = zpk(Gs)

figure(1)
step(Gs);
title("Resposta do sistema sem compensador")
figure(2)
rlocus(Gs)
title("Lugar das raízes do sistema sem compensador")
SG = stepinfo(Gs, 'SettlingTimeThreshold', 0.05)

%Projeto do compensador
```

```

% Requisitos de Entrada
Mp = 2; % Criterio Mp = 2%
T5 = 0.4; % Criterio T5% = 0.4s

% Zeta em função de Mp
zetamf = abs(log(Mp/100))/((pi^2)+(log(Mp/100))^2)^(1/2);

% T5%
wnmf = 3/(T5*zetamf);

% Polos malha fechada
wdmf = (wnmf*sqrt(1-zetamf^2));
sigmamf = zetamf*wnmf;
smf = -sigmamf + wdmf*1j; %Raizes de Malha Fechada
figure(3)
plot([-sigmamf -sigmamf],[wdmf -wdmf], '*r');
hold on

%Determinando os polos do compensador
pc = [];
C1 =1;

for i=1:size(Gs.z{1,1},1)
pc = [pc Gs.z{1,1}(i)];
C1 = C1*(s-pc(i));
end
C1=1/C1;

%Determinando os zeros do compensador
zc = [];
for i=1:size(Gs.p{1,1},1)
zc = [zc Gs.p{1,1}(i)];
C1 = C1*(s-zc(i));
end

%Determinando Kc
ppid = -2*sigmamf;
kc = -(smf*(smf-ppid))/Gs.k;

% Compensador
C = (kc/(s*(s-ppid)))*C1
rlocus(C*Gs);
title('Lugar das raizes do sistema com compensador')
figure(4)
sys = minreal(feedback(C*Gs,1));
step(sys);
title('Resposta do sistema com compensador')

```

```
SI = stepinfo(sys, 'SettlingTimeThreshold', 0.05);
```

```
% Discretização
```

```
ts = 1e-4
```

```
Cz = c2d(C, ts, 'tustin')
```

- *Python*

- *main.py*

```
import pygame, sys          #Importação dos comandos dentro das bibliotecas
pygame e sys (Sistema)
import simulacao_pendulo as
simup                        #Importação dos comandos
dentro da biblioteca simulacao_pendulo como simup
from settings import *      #Importação de todos os dados da biblioteca
settings (configurações)
from button import Button
from info import Info
from draw import Draw       #Importação da classe Draw da biblioteca draw

class Pendulo:              #Definição de classe para chamadas
    def __init__(self):      #Definição de uma função de chamada inicial
        #Configurações Gerais
        pygame.init()       #Inicialização
da biblioteca pygame
        self.screen = pygame.display.set_mode((WIDTH, HEIGHT)) #Criação de uma
superfície de exibição de acordo com as configurações de comprimento e tamanho
        pygame.display.set_caption('Inverted Pendulum Control') #Alteração do
título da janela
        self.clock = pygame.time.Clock() #Criação de um
relógio
        #São configurações básicas necessarias para rodar a biblioteca pygame

        self.bg = pygame.image.load("Image/fundo.png") #
        self.play = Button(pygame.image.load("Image/quad1.png"), \
(WIDTH/2, 250), "PLAY", get_font(75), "#d7fcd4", "#0BCAFE") #
        self.info = Button(pygame.image.load("Image/quad1.png"), \
(WIDTH/2, 400), "INFO", get_font(75), "#d7fcd4", "#0BCAFE") #
        self.quit = Button(pygame.image.load("Image/quad1.png"), \
(WIDTH/2, 550), "QUIT", get_font(75), "#d7fcd4", "#0BCAFE") #
        self.back = Button(None, (WIDTH*0.9, HEIGHT*0.8), "BACK", \
get_font(40), "black", "#0BCAFE") #
        self.Info = Info() #
        self.draw = Draw() #Criação da chamada da classe Level
        self.aux = True    #
```

```

def run(self):          #Definição de uma função de execução
    while True:         #Criação de um loop infinito de verificação
        self.screen.blit(self.bg,(0,0))      #

        m_mouse_pos = pygame.mouse.get_pos()    #

        m_text = get_font(90).render('AEROPÊNDULO',True,'#041B04')  #
        m_rect = m_text.get_rect(center = (WIDTH/2,100))      #

        self.screen.blit(m_text,m_rect)        #

        for button in [self.play,self.info,self.quit]:        #
            button.changeColor(m_mouse_pos)      #
            button.update(self.screen)           #

        for event in pygame.event.get():         #Criação de uma verificação de
eventos na tela pygame
            if event.type == pygame.QUIT:        #Verificando se o evento
solicitado na tela pygame é de fechamento
                pygame.quit()                    #Fechamento da tela pygame
                sys.exit()                       #Fechamento da execução
            if event.type == pygame.MOUSEBUTTONDOWN:
                if self.play.checkForInput(m_mouse_pos):      #
                    i = 0
                    aux1 = 0
                    while self.aux:                #
                        i_mouse_pos = pygame.mouse.get_pos()    #
                        self.screen.fill('white')      #Preenchimento da tela com a cor
branca
                        i = self.draw.run(i)          #Chamada da função run (executar) da
classe Level

                    self.back.changeColor(i_mouse_pos)      #
                    self.back.update(self.screen)          #

                    for event1 in pygame.event.get():        #
                        if event1.type == pygame.QUIT:        #
                            pygame.quit()                    #
                            sys.exit()                       #
                        if event1.type == pygame.MOUSEBUTTONDOWN: #
                            if self.back.checkForInput(i_mouse_pos): #
                                self.aux = False            #

                    pygame.display.update()              #Atualização da tela

                    if aux1 == 0:
                        aux1 = 1

```

```

pygame.time.delay(300)

    self.clock.tick(0.1*FPS)          #Controle da taxa de quadros
    self.aux = True                    #
    if self.info.checkForInput(m_mouse_pos):    #
        while self.aux:                #
            i_mouse_pos = pygame.mouse.get_pos()    #

        self.Info.info()              #

        self.back.changeColor(i_mouse_pos)    #
        self.back.update(self.screen)        #

    for event1 in pygame.event.get():    #
        if event1.type == pygame.QUIT:    #
            pygame.quit()                #
            sys.exit()                  #
        if event1.type == pygame.MOUSEBUTTONDOWN: #
            if self.back.checkForInput(i_mouse_pos): #
                self.aux = False        #

        pygame.display.update()          #
        self.aux = True                  #
    if self.quit.checkForInput(m_mouse_pos):    #
        pygame.quit()                    #Fechamento da tela pygame
        sys.exit()                      #Fechamento da execução

pygame.display.update()                #Atualização da tela

def get_font(size): # Returns Press-Start-2P in the desired size
    return pygame.font.Font("Font/font.ttf", size)

if __name__ == '__main__':
    atual é a principal                    #Verificação se a biblioteca
    pendulo = Pendulo()                   #Criação de uma instância de
    classe Pendulo                        #
    pendulo.run()                         #Chamada da função run
    (executar) dentro da classe Pendulo

```


▪ *simulação_pendulo.py*

```
#!/usr/bin/python3

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from settings import *

def f(t, x, u):
    # Vetor de Estado
    x1 = x[0] #
    x2 = x[1] #

    x_dot = np.array( [x2, (-p*l1/J)*np.sin(x1) + (-ua/J)*x2 + (l2/J)*u],
dtype='float64') #

    return x_dot #

#Runge Kutta de 4ª ordem
def rk4(tk, h, xk, uk): #
    k1 = f(tk, xk, uk) #Chama da função f para
#obtenção do valor de
    k2 = f(tk + h/2.0, xk + h*k1/2.0, uk) #
    k3 = f(tk + h/2.0, xk + h*k2/2.0, uk) #
    k4 = f(tk + h, xk + h*k3, uk) #

    xkp1 = xk + (h/6.0)*(k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4) #

    return xkp1 #

def simulacao(): #
    ek_1 = 0

    # PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO
    t = np.arange(0,5,h) #Declaração do vetor tempo
    tam = len(t) #Números de variáveis do vetor
tempo criado

    # Vetor de estados
    x = np.zeros([2, tam], dtype='float64') #Criação de uma matrix
com duas colunas e números de linhas iguais ao número de variáveis do vetor
tempo

    # Determinar um valor para a força de controle de equilíbrio
    u_ref = np.sin(theta*np.pi/180)*p*l1/l2 #
    #u = u_ref*np.ones([tam], dtype='float64')

    # Entrada do Sistema compensado
```

```

the_ref = theta*np.pi/180.0
u = the_ref*np.zeros([tam],dtype='float64')
e = np.zeros([tam],dtype='float64')

#Ganhos euler e tustin
kp = 0.0010*FPS
ki = 0.0001*FPS
kd = 0.15*FPS

# Execução da simulação
for k in range(tam-1):
    e[k] = the_ref - x[0][k]

    u[k] = kp*e[k] + ki*(e[k] + ek_1) + kd*(e[k] - ek_1) + u_ref

    ek_1 = e[k]

    # Atualização do estado
    x[:,k+1] = rk4(t[k], h, x[:,k], u[k])

return t,x

if __name__ == '__main__':
    t,x = simulacao()

    plt.subplot(2,1,1)
    plt.plot(t,x[0,:]*180/np.pi)
    plt.ylabel('$x_1$ - i')
    plt.subplot(2,1,2)
    plt.plot(t,x[1,:]*180/np.pi)
    plt.ylabel('$x_2$ - q')
    plt.xlabel('t [s]')
    plt.show()

```

- *button.py*

```
class Button():
    def __init__(self, image, pos, text_input, font, base_color,
hovering_color):
        self.image = image
        self.x_pos = pos[0]
        self.y_pos = pos[1]
        self.font = font
        self.base_color, self.hovering_color = base_color, hovering_color
        self.text_input = text_input
        self.text = self.font.render(self.text_input, True, self.base_color)
        if self.image is None:
            self.image = self.text
        self.rect = self.image.get_rect(center=(self.x_pos, self.y_pos))
        self.text_rect = self.text.get_rect(center=(self.x_pos, self.y_pos))

    def update(self, screen):
        if self.image is not None:
            screen.blit(self.image, self.rect)
            screen.blit(self.text, self.text_rect)

    def checkForInput(self, position):
        if position[0] in range(self.rect.left, self.rect.right) and position[1]
in range(self.rect.top, self.rect.bottom):
            return True
        return False

    def changeColor(self, position):
        if position[0] in range(self.rect.left, self.rect.right) and position[1]
in range(self.rect.top, self.rect.bottom):
            self.text = self.font.render(self.text_input, True, self.hovering_color)
        else:
            self.text = self.font.render(self.text_input, True, self.base_color)
```

- *draw.py*

```
#!/usr/bin/python3

import pygame, math          #Importação dos comandos dentro das
bibliotecas pygame e math (matemática)
import simulacao_pendulo as simup      #Importação dos comandos dentro da
biblioteca simulacao_pendulo como simup
from settings import *          #Importação de todos os dados da
biblioteca settings (configurações)
from button import Button

class Draw:                    #Definição de classe para chamadas
    def __init__(self):        #Definição de uma função da chamada
    inicial
        #Pega as informações da superfície
        self.display_surface = pygame.display.get_surface()      #Capturando a
superfície da tela pygame aberta

        #Definições para desenho
        self.center = (WIDTH/2,HEIGHT/3)          #Definição do ponto onde o
pendulo é fixo
        self.mat, self.x = simup.simulacao()      #Chamada das variáveis de
tamanho da matrix e do valor do vetor x na biblioteca simup

    def run(self, i):          #Definição da função de execução da biblioteca
level
        for j in range(25,WIDTH,25):              #Loop para desenho das grids
verticais do desenho
            pygame.draw.lines(self.display_surface, 'gray', False, [(j,0),(j,HEIGHT)])
#Chamada para desenho de linhas verticais
        for k in range(25,HEIGHT,25):             #Loop para desenho da grids
horizontais do desenho
            pygame.draw.lines(self.display_surface, 'gray', False, [(0,k),(WIDTH,k)])
#Chamada para desenho de linhas horizontais

        pos = (round(self.center[0] + 12*300*math.sin(self.x[0,i])), \
round(self.center[1] + 12*300*math.cos(self.x[0,i])))      #Definição da
posição da extremidade móvel do pendulo

        aux = str(round(self.x[0,i]*180/math.pi)) + '°'      #Variável auxiliar
para obtenção do ângulo em graus
        self.theta =
Button(pygame.transform.scale(pygame.image.load("Image/quad1.png"), \
(300,80)),(WIDTH/2,HEIGHT/5),aux,get_font(75),"black","black")      #Variável
l para desenho de uma caixa com os valores de ângulo do pendulo
```

```

        if i < len(self.mat) - 1:                #Verificação da posição i dentro do
vetor x para debug
            i += 1                                #Incremento de uma unidade na variável i

        pygame.draw.circle(self.display_surface, 'black', self.center, 4)    #Chamada
para desenho do ponto onde o pendulo é fixo
        pygame.draw.line(self.display_surface, 'black', self.center, pos, 2)    #Chama
da para desenho da haste do pendulo
        pygame.draw.circle(self.display_surface, 'black', pos, 20)    #Chamada para
desenho do contorno do ponto móvel do pendulo
        pygame.draw.circle(self.display_surface, 'red', pos, 18)    #chamada para
preenchimento do interior do ponto móvel do pendulo

        self.theta.update(self.display_surface)    #Chamada da função update
na classe Button

        return i

def get_font(size): # Returns Press-Start-2P in the desired size
    return pygame.font.Font("Font/font.ttf", size)

```

```

    ▪ info.py
#!/usr/bin/python3

import pygame, sys
from settings import *

class Info():
    def __init__(self):
        #Pega as informações da superfície
        self.screen = pygame.display.get_surface() #Criação de uma
        superfície de exibição de acordo com as configurações de comprimento e tamanho

        #Entrada de dados do tipo de fonte e da posição onde será colocado o texto
    def info(self):
        self.screen.fill("white")
        i_text = get_font(18).render("Sistemas Embarcados II - Trabalho Prático
01: Sistema de Controle", True, "Black")
        i_rect = i_text.get_rect(center=(WIDTH/2, 70))
        self.screen.blit(i_text, i_rect)
        i_text = get_font(17).render("PROFESSOR: Éder Alves de Moura", True,
"Black")
        i_rect = i_text.get_rect(center=(WIDTH/2, 120))
        self.screen.blit(i_text, i_rect)
        i_text = get_font(17).render("GRUPO: ", True, "Black")
        i_rect = i_text.get_rect(center=(WIDTH/2, 170))
        self.screen.blit(i_text, i_rect)
        i_text = get_font(17).render("Alisson Carvalho Vasconcelos -
11511EMT016", True, "Black")
        i_rect = i_text.get_rect(center=(WIDTH/2, 210))
        self.screen.blit(i_text, i_rect)
        i_text = get_font(17).render("André de Oliveira Águila Favotto -
11811EAU013", True, "Black")
        i_rect = i_text.get_rect(center=(WIDTH/2, 250))
        self.screen.blit(i_text, i_rect)
        i_text = get_font(17).render("Gabriel Medeiros Sollero -
11811EAU000", True, "Black")
        i_rect = i_text.get_rect(center=(WIDTH/2, 290))
        self.screen.blit(i_text, i_rect)
        i_text = get_font(17).render("João Victor Luiz de Andrade -
11811EAU003", True, "Black")
        i_rect = i_text.get_rect(center=(WIDTH/2, 330))
        self.screen.blit(i_text, i_rect)
        i_text = get_font(17).render("Rodrigo Santana Soares -
11821EAU013", True, "Black")
        i_rect = i_text.get_rect(center=(WIDTH/2, 370))
        self.screen.blit(i_text, i_rect)

```

```

        i_text = get_font(17).render("Thiago Fernando Cuevas Mestanza -
11821EAU002", True, "Black")
        i_rect = i_text.get_rect(center=(WIDTH/2, 410))
        self.screen.blit(i_text, i_rect)

def get_font(size): # Returns Press-Start-2P in the desired size
    return pygame.font.Font("Font/font.ttf", size)

```

▪ settings.py

```

#!/usr/bin/python3

#Configurações Iniciais
WIDTH  = 1280          #Comprimento da Tela
HEIGHT = 720           #Altura da Tela
FPS    = 1e+4          #Numero de Telas por Segundo
#TILESIZE = 64 #Tamnho do Ladrilho (Malha)

#Dados de Entrada
h    = 2/FPS           #Declaração da variável de divisão do tempo

theta = 60             #Declaração do angulo
l1    = 0.75           #Declaração da posição do centro de massa do pendulo
l2    = 1.2            #Declaração do comprimento do pendulo

J     = 1e-2           #Declaração do momento angular do pendulo

mp    = 0.85           #Declaração da massa do conjunto
g     = 9.81           #Aceleração da gravidade padrão
p     = mp * g         #Calculo da força peso aplicada sobre o pendulo

ua    = 0.1            #Declaração do coeficiente de atrito

```

7. REFERÊNCIAS

- [1] **Sistemas de Controle Modernos**. Richard C. Dorf e Robert H. Bishop, Editora LTC, 2018, 13a. edição, ISBN: 9788521635123.
- [2] **Engenharia de Sistemas de Controle** Nise, N. S., 3a Edição, LTC, 2002.