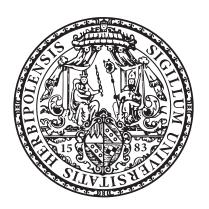
Julius-Maximilians-Universität Würzburg Institut für Mathematik Lehrstuhl für Mathematik III Geometrie

## Bachelorarbeit

## Der Vier-Farben-Satz

Andre Löffler

Abgegeben am DD.month.YYYY



Betreuer: Dr. Theo Grundhöfer

## Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Definitionen	4
3	Der Beweis von Appel und Haken	5
4	Der Beweis von Robertson, Sanders, Seymour und Thomas	6
5	Umformulierungen	7

## 1 Einleitung

### 2 Definitionen

Um über die Färbbarkeit von Graphen reden zu können, müssen zuerst einige gebräuchliche Begrifflichkeiten geklärt werden.

#### Definition 1 (Graph, Knoten, Kante):

Ein Graph G ist ein Tupel G=(V,E), wobei V eine Menge bestehend aus Knoten und E eine Menge bestehend aus Kanten sind. Ein Knoten  $v \in V$  ist ein Punkt im Raum. Eine Kante  $e \in E$  ist eine zweielementige Teilmenge von V, wobei E die Menge aller dieser Teilmengen ist, also  $E=\{\{u,v\}|u,v\in V\}$ .

Um nun Bedingungen an die Färbbarkeit von Knoten stellen zu können, muss noch definiert werden, wie diese zusammenhängen.

#### Definition 2 (Inzidenz, Adjazenz, Knotengrad):

Ein Knoten  $v \in V$  heißt *inzident* zu einer Kante  $e \in E$ , wenn mindestens einer der Endpunkte von e der Knoten v ist. Zwei Knoten u, v heißen adjazent, wenn sie zur gleichen Kante inzident sind. Für einen Knoten v ist der Grad von v definiert als die Anzahl der Kanten, die zu v inzident sind. Es gilt deg  $v = \sharp \{\{a,b\} \in E | a = v \land b = v\}$ .

Diese Definition erlaubt sogenannte *Schleifen*, also Kanten bei der beide Enden an den gleichen Knoten anknüpfen. Diese werden wir aber später explizit ausschließen. Denn könnte ein Knoten zu sich selbst benachbart sein, wäre es nicht möglich, für benachbarte Knoten stets unterschiedliche Farben zu wählen.

Da das Problem der 4-färbbarkeit von Graphen von der Geographie motiviert ist, betrachten wir als Raum für unsere Knoten nur den  $\mathbb{R}^2$ , also die Ebene.

#### Definition 3 (Planarität):

Ein Graph heißt *planar*, wenn er sich so in die Ebene einbetten lässt, dass sich zwei Kanten höchstens in ihrem gemeinsamen Endpunkt schneiden.

#### Definition 4 (Färbung):

# 3 Der Beweis von Appel und Haken

# 4 Der Beweis von Robertson, Sanders, Seymour und Thomas

# 5 Umformulierungen

	egende Arbeit selbständig verfasst und keine anderen en benutzt habe. Weiterhin versichere ich, die Arbeit n Prüfungsbehörde vorgelegt zu haben.
Würzburg, den,	(Andre Löffler)