Eventos Mutuamente Exclusivos E Independentes

Eventos Independentes e Mutuamente Exclusivos

Discussão extra

Mário O. de Menezes

Diferença entre Eventos Mutuamente Exclusivos e Independentes

Um **evento** é o resultado possível de um experimento aleatório. Os eventos podem, algumas vezes, ser relacionados uns aos outros. Duas maneiras chaves nos quais eventos podem estar relacionados são conhecidas como *mutuamente exclusivos* e *independentes*.

Como identificar eventos mutuamente exclusivos

Dois eventos são ditos mutuamente exclusivos se eles não podem ambos ocorrerem ao mesmo tempo. Por exemplo, estes são dois eventos mutuamente exclusivos:

- A = a jogada de um dado resultar em um número ímpar;
- B = a jogada de um dado resultar em um número par.

É bem evidente que a jogada de um dado deve resultar em um número que seja ou ímpar ou par; não pode ser ambos. Portanto, A e B são mutuamente exclusivos.

Um outro exemplo seria um experimento de lançar moeda; suponha que dois eventos sejam definidos:

- J = duas caras (H) pra cima – $\{\mathrm{HH}\}${HH};
- K = duas coroas (T) para cima – $\{\mathrm{TT}\}${TT}.

É impossível que ambos, duas caras pra cima e duas coroas pra cima, ocorram. Isso significa que J e K são mutuamente exclusivos.

Utilizando conjuntos podemos demonstrar da seguinte forma:

J = $\{\mathrm{HH}\}${HH} e K = $\{\mathrm{TT}\}${TT}. Estes eventos não tem elementos em comum; sua intersecção é o conjunto vazio.
$\mathrm{J} \cap \mathrm{K} = \{\}$J∩K={}.
A probabilidade do conjunto vazio é zero; portanto, o evento em que tanto J como K ocorram é impossível. Isso significa que J e K são mutuamente exclusivos.

Podemos escrever também:

$$\left.\begin{aligned} P(J \cap K) &= 0 \\ P(J \cup K) &= P(J) + P(K) \\ P(J|K) &= 0 \\ P(J|K^c) &= \frac{P(J)}{1-P(K)} \end{aligned}\right\} \text{J e K são mutuamente exclusivos}$$

Como identificamos eventos independentes

Dois eventos M e N são ditos independentes se o resultado do evento M não afeta o resultado do evento N e vice-versa. Por exemplo, utilizando o experimento do lançamento de moeda, o evento M é definido como o evento em que o primeiro lançamento dá *cara* e o evento N é definido como o evento em que o segundo lançamento é *cara*. Ou seja, temos o seguinte:

M = $\{HH,HT\}${HH,HT}
N = $\{HH,TH\}${HH,TH}

Como o resultado do primeiro lançamento não tem nenhuma influência sobre o resultado do segundo lançamento, os eventos M e N são **eventos independentes**.

Podemos escrever desta forma:

$$\left.\begin{array}{rcl} P(M\cap N) & = & P(M)P(N) \\ P(M\cup N) & = & P(M)+P(N)-P(A)P(B) \\ P(M|N) & = & P(M) \\ P(M|N^c) & = & P(M) \end{array}\right\} \text{M e N são independentes}$$

Mas perceba que M e N **não são** mutuamente exclusivos; ambos podem ocorrer. Eventos independentes **não podem ser** mutuamente exclusivos (com exceção de eventos de medida zero).
Exemplo

Um experimento de lançamento de 2 moedas *justas*.

O que pode resultar deste experimento?

Chamamos de espaço amostral o conjunto de todos resultados possíveis: $\{HH,HT,TH,TT\}${HH,HT,TH,TT}, onde HH - *heads* (cara) e TT - *tails* (coroa). **Nota**: o resultado HTHT é diferente de THTH.

- Seja A o evento sair no máximo um TT (no máximo significa 0 ou 1 vez):
  - $A=\{HH,HT,TH\}$A={HH,HT,TH}
- Seja B o evento sair tudo TT:
  - $B=\{TT\}$B={TT}
- Probabilidades para A = P(evento A) = $34$34.
- Seja C o evento de sair tudo HH:
  - $C=\{HH\}$ C= {HH}
- B e C são mutuamente exclusivos?
  - $B=\{TT\}$ B= {TT} e $C=\{HH\}$C={HH}
  - $B\cap C=\emptyset$B∩C=∅
  - $P(B\cap C)=\emptyset$P(B∩C)=∅; $\Rightarrow$⇒ mutuamente exclusivos!