

Retornos Absolutos:

$$R_{TOTAL} = \text{Dividendo} + \text{Ganho de Capital}^1$$

Taxa de Dividendo:

$$\text{Taxa}_{DIV} = \text{Div}_{t+1} / P_t$$

Ganho de Capital:

$$\text{Ganho} = (P_{t+1} - P_t) / P_t$$

Retorno Total:

$$R_{t+1} = \frac{\text{Div}_{t+1}}{P_t} + \frac{(P_{t+1} - P_t)}{P_t}$$

Retorno por Período:

$$(1 + R_1) \times (1 + R_2) \times \dots \times (1 + R_T)$$

Média:

$$\bar{R} = \frac{(R_1 + \dots + R_T)}{T}$$

Retorno Excedente do Ativo com Risco:

$$R_{RISCO} - R_{SEM RISCO}$$

Variância:

$$\text{Var} = \frac{1}{T-1} [(R_1 - \bar{R})^2 + \dots + (R_T - \bar{R})^2]$$

Retorno Esperado da Carteira de Mercado:

$$R_{ESP}^2 = R_{C.S./RISCO} + \text{Prêmio}_{HIST.-RISCO}$$

¹ O ganho (ou perda) de capital é a diferença entre o preço final e o inicial do ativo multiplicada pelo número de ações.

Em que “C.S / RISCO” significa “Corrente Sem Risco” e “HIST.-RISCO” significa “Histórico do Risco”.

Capital Asset Pricing Model (CAPM)³:

$$R_i = R_{C.S./RISCO} + (\beta_i \times \text{Prêmio}_{HIST.-RISCO})^4$$

Em que “C.S / RISCO” significa “Corrente Sem Risco” e “HIST.-RISCO” significa “Histórico do Risco”. O índice “i” indica um ativo específico.

Retorno Esperado:

Este ponto é referente à página 203, a qual indica como retorno esperado a média da taxa de retorno em cinco fases distintas da economia (Depressão, Recessão, Normalidade e Expansão). Neste caso

Covariância:

$$\text{Cov}(X, Y) = \frac{\sum xy}{n}$$

Neste caso, X e Y são ativos diferentes, x indicam X_i menos a média amostral dos valores de X, definição análoga para y. “n” indica o número de eventos.

Correlação:

$$\rho = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}$$

Retorno Esperado de uma Carteira:

$$\hat{R} = X_{\%} (R_X) + Y_{\%} (R_Y) + \dots + N_{\%} (R_N)$$

Neste caso, X com “%” subscrito indica a porcentagem do ativo X na carteira, enquanto R com subscrito “X” indica o retorno do ativo X. A descrição é análoga para os outros ativos.

Caso haja um empréstimo para posterior investimento, desconta-se uma parcela referente à porcentagem do capital próprio que foi emprestada ponderada pela taxa de juros do

² Retorno médio das ações ordinárias em um período menos o retorno médio de letras do tesouro no mesmo período.

³ Utilizado para analisar retornos de ativos individuais em uma carteira.

⁴ “i” representa um título individual. As demais variáveis referem-se ao mercado. O coeficiente “β” indica o quanto varia o retorno de determinada ação quando o retorno da carteira, dada pela variância desta. É similar ao conceito de elasticidade.

empréstimo (soma-se um componente negativo à equação acima).

Variância da Taxa de Retorno da Carteira (dois ativos):

$$Var = X_{\%}^2 \sigma_{RX}^2 + Y_{\%}^2 \sigma_{RY}^2 + 2X_{\%} Y_{\%} \sigma_{RX,RY}$$

A fórmula acima postula que a variância de dois termos é igual à soma das variâncias individuais mais duas vezes a covariância.⁵

A variância do retorno da carteira pode ser escrita em termos da correlação entre os retornos dos ativos:

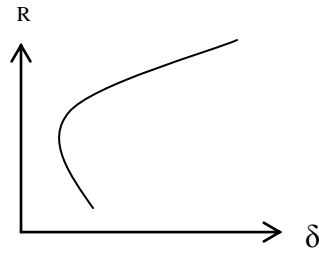
$$Var = X_{\%}^2 \sigma_{RX}^2 + Y_{\%}^2 \sigma_{RY}^2 + 2X_{\%} Y_{\%} \rho_{RX,RY} \sigma_{RX} \sigma_{RY}$$

É importante notar que o desvio padrão da carteira é diferente da média ponderada dos desvios-padrão de cada ativo. Isso ocorre mediante o efeito da correlação, ou, ainda, da diversificação da carteira. Sempre que a correlação for menor que um, o desvio-padrão de uma carteira sempre será menor do que a média ponderada dos desvios-padrão dos títulos individuais. Se for igual a um, os dois casos fornecem o mesmo resultado.

Quando há a aplicação em dois ativos, sendo um com risco e outro sem, o desvio-padrão do retorno do ativo sem risco é zero. A variância da carteira, portanto, seria somente calculada em função do ativo com risco.

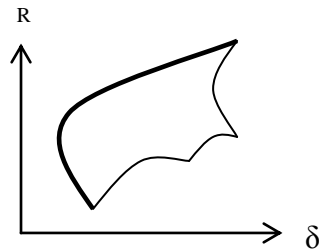
Conjunto Viável de Carteiras⁶:

O gráfico abaixo indica que a diversificação torna possível uma carteira com risco mínimo a um dado retorno (que não é o menor das combinações possíveis).



Conjunto Eficiente Com Muitos Títulos:

O gráfico agora é um conjunto cheio, mas o conjunto eficiente é a fronteira superior (linha mais grossa).



O cálculo de variância e covariância de uma carteira com muitos títulos é exemplificado pela matriz a seguir:

$x_1^2 \sigma_1^2$...	$X_1 X_N Cov(R_1, R_N)$
.....	$x_2^2 \sigma_2^2$
.....
$X_N X_1 Cov(R_N, R_1)$	$x_N^2 \sigma_N^2$

Constata-se que as entradas das linhas indicam o número do ativo que vem em primeiro nos termos X (indica a participação em % do ativo na carteira) e R (retorno). A diagonal é composta pela variância individual de cada ativo, enquanto os elementos fora da diagonal representam as covariâncias. A variância do retorno da carteira é a soma de todas as células da matriz. Esta depende muito mais das covariâncias entre os retornos dos títulos individuais do que das variâncias dos retornos destes títulos.

Quando N tende a infinito, a variância do retorno da carteira se aproxima assintoticamente da média das covariâncias. Pode-se afirmar que neste caso não há diversificação excessiva, mas há custos para grande número de operações. Estudos de Statman, M. (1987) indicam que o número ótimo de ações em uma carteira é 30.

Risco Total de um Título Individual:

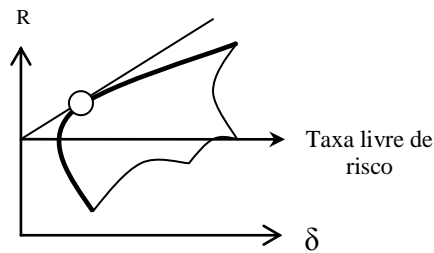
$$Risco_{TOTAL} = Risco_{CART.(COV)} + Risco_{DIVERS. (var - cov)}$$

Neste caso, var e cov são valores médios. O risco total é o risco que se assume ao se manter apenas um título. O risco de carteira é

⁵ A média ponderada dos desvios-padrão dos ativos individuais é dada pela somatória do produto entre a participação dos ativos na carteira e o desvio-padrão de seu retorno.
⁶ Com dois ativos.

atingido após diversificação total. O risco diversificável é aquele que pode ser eliminado numa carteira ampla, sendo que o elemento “var” neste caso é o risco total do título individual (termo à esquerda da equação).

Carteira Ótima Combinando Ativos Com Risco e Sem Risco:



Um ativo livre de risco apresenta uma taxa constante representada pela seta. Qualquer ativo ao longo desta e dentro da região formada pelo conjunto de ativos com risco seria diversificada. Entretanto, para um mesmo risco, dada a taxa livre de risco, pode-se obter um retorno melhor ao obtido ao longo da reta referida. Este ponto (representado no gráfico) ótimo situa-se na tangente entre uma reta ascendente⁷ oriunda da combinação de ativos com e sem risco e a fronteira do restante dos ativos com risco.

Pela hipótese das expectativas homogêneas, pode-se acreditar que os investidores detêm comportamentos semelhantes e desenharam o mesmo conjunto eficiente de ativos. O ponto ótimo acima seria uma constante, com pequenas variações ao longo da linha de mercado de capitais de acordo com o comportamento frente ao risco.

O Beta:

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(R_i, R_M)}{\sigma^2(R_M)}$$

Neste caso, “R” indica o retorno e o índice “M” indica o retorno do mercado. O Beta indica a sensibilidade de uma variação no retorno de um título individual à variação do retorno da carteira de mercado. Uma propriedade do Beta é:

⁷ Essa reta é chamada de “linha de mercado de capitais”. Essa reta existe pela diversificação do risco mediante aquisição de ativos sem risco. Acima do ponto ótimo, determinada alocação só pode ser adquirida mediante empréstimos (e posteriores investimentos no ponto ótimo). Abaixo do ponto ótimo, escolheria um agente mais avesso ao risco.

$$\sum X_i \beta_i = 1$$

Equivale dizer que o valor médio do Beta quando ponderado pela proporção entre o valor de mercado de cada título e o da carteira de mercado é igual a 1

O Beta é o coeficiente de regressão entre a **Taxa de Retorno da ação (%)** no eixo “y” e a **Taxa de Retorno da Carteira de Mercado (%)** no eixo “x”. A inclinação de uma reta ótima, denominada “linha característica” é a ligação de dois pontos de retorno: um na alta e outro na baixa. O retorno esperado do título (em %) é função linear do Beta do título, denominada “Linha de Mercado de Títulos (SML)”, cujo intercepto é o retorno livre de risco. Os títulos acima de SML são subavaliados: seus preços deveriam se elevar até que seu retorno esteja sobre a linha. Tudo isso ocorre mediante a pressuposição de expectativas homogêneas e que os agentes podem emprestar à taxa livre de risco.

CAPM:

$$R_i = R_{C.S./RISCO} + (\beta_i \times \text{Prêmio}_{HIST.-RISCO})$$

Também é dado por

$$R_i = R_F + \beta_i (R_M - R_F)$$

Em que “ R_F ” é retorno sem risco e “ R_M ” é o retorno do mercado. Ao passarmos “ R_F ” para o lado esquerdo da equação, obtemos o modelo da linha característica.

CAPM para uma empresa:

Neste caso, é um Beta das ações da empresa que multiplica o prêmio de risco para obter a taxa de retorno (R_i). Para se avaliar um investimento com capital próprio, projeta-se fluxos de caixa esperados para um próximo ano. Estes são descontados à taxa R_i . Se o Valor Presente Líquido for positivo, o investimento é rentável. Neste caso, calcula-se a SML (com a Taxa Interna de Retorno do projeto (em %) no eixo das ordenadas e o Beta da empresa no eixo das abscissas) e localiza-se no plano os diferentes valores de VPL. Os pontos abaixo da SML são rejeitados. A taxa de retorno R_i é denominada **custo do capital próprio** quando o investimento é realizado somente com o capital da empresa.

Grau de Alavancagem Operacional:

$$GAO = MC/LAJI$$

Sendo que MC = margem de contribuição (receitas menos custos variáveis) e $LAJI$ = Lucro Antes de Juros e Impostos.

O GAO é um dos fatores determinantes do Beta da empresa, bem como o comportamento cíclico das receitas e o grau de alavancagem financeira.

β para Capital de Terceiros

$$\beta_{carteira} = \beta_{ativos} =$$

$$\beta_S = \beta_B (1 + (B/S))$$

Sendo “S” o capital próprio e “B” o capital de terceiros.

Custo Médio do Capital (Quando Há Capital de Terceiros):

Custo Médio do capital =

$$\left(\frac{S}{S+B} \right) r_S + \left(\frac{B}{S+B} \right) r_B (1 - T_C)$$

Tal que “r” indica o custo de capital, de “S” (capital próprio – retorno exigido para capital próprio; **lucro líquido/capital próprio**) e de “B” (capital de terceiros – taxa de juros). “T_C” é a alíquota de imposto de renda.

A equação dá o **custo médio ponderado de capital** – r_{WACC}.

IMPORTANTE: O termo (1-T_C) só é usado quando há impostos.

Valor da Empresa:

$$V = S (\text{capital próprio}) + B (\text{capital de terceiros})$$

Modigliani-Miller:

Sem Impostos:

Alguns Conceitos:

Quando a empresa empresta muda a estrutura de capital para, digamos, 50% para capital próprio e 50% para capital de terceiros, o que acontece com o número de ações em circulação? Será reduzido em 50%. Consideremos que o LAJI é igual para uma empresa com 100% de capital próprio e outra com divisão meio a meio. Após o desconto dos juros, pode ser possível um caso em que o lucro líquido por ação seja

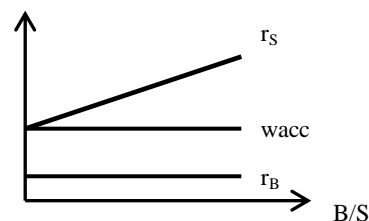
maior para o caso em que há participação de terceiros (dado que o número de ações em circulação será menor). Entretanto, esse aparente benefício seria igualmente possível se, ao invés da empresa se endividar, o próprio acionista tomasse emprestado e comprasse mais ações com capital 100% próprio (comparativamente a um número menor de ações que seria adquirido pela estrutura alternativa dada a redução dos ativos em circulação). Isso ocorre porque o desconto de juros seria o mesmo (se tanto empresa quanto acionista captassem a uma mesma taxa). Por conseguinte, o retorno para o acionista seria o mesmo, ou, em outras palavras, para um indivíduo racional não faz diferença se a empresa se endivida ou ele próprio o faça. Disso resulta a proposição I de Modigliani-Miller:

Proposição I: O valor da empresa com capital de terceiros é igual ao valor da empresa com capital próprio.

Proposição II: $r_S = r_0 + (B/S)(r_0 - r_B)$

Sendo r_0 (custo de capital de uma empresa sem capital de terceiros) = Lucro esperado sem capital de terceiros/Capital próprio não alavancado

Custo de capital



EXEMPLO: EMPRESA SÓ COM CAPITAL PRÓPRIO

Suponha que a empresa tenha somente capital próprio e tem um fluxo de caixa anual de \$10 milhões. O custo de capital da empresa (r_0) é 10%. O número de ações em circulação é 10 milhões. O valor da empresa é capitalizado a valor presente por:

$$V = \$10 \text{ mi} / 0,1 = \$100 \text{ mi}$$

$$\text{A ação vale } \$100 \text{ mi} / 10 \text{ mi} = \$10.$$

A empresa irá captar \$4 mi pra construir nova fábrica. Como o valor presente da fábrica é positivo, o VPL aumenta e o valor da empresa também. Além do empréstimo⁸, soma-se no ativo o VPL da fábrica, suponhamos \$1 mi. Por conseguinte, como o número de ações é constante, o preço da ação aumentará ((VPL dos ativos antigos + VPL da fábrica ** (fluxo de caixa esperado / r_0) – empréstimo) ** / número de ações). Em seguida, emite-se \$4 mi em ações. Acha-se o número de ações dividindo o capital pelo preço das ações obtido anteriormente.

Somando-se o fluxo de caixa dos ativos antigos (\$10 mi) ao fluxo de caixa da nova fábrica (\$1 mi) e dividindo esta soma pelo total dos ativos (VPL de ambos somados), teremos: \$11 mi / \$ 110 mi = 0,1 = $r_S = r_0$ (proposição II de MM – para uma empresa sem capital alavancado).

⁸ O empréstimo tem sempre valor negativo na contabilização.

EXEMPLO: MESMA EMPRESA COM CAPITAL PRÓPRIO E DE TERCEIROS

Ocorre da mesma maneira. Empréstimo-se \$4 mi – capitalizados – para se construir uma fábrica de VPL = \$1 mi. Somados (empréstimo e o dito VP) aos ativos antigos, tem-se \$106 mi. Aumentam o ativo (com a conta bancária) e o passivo (com capital de terceiros). Essa dívida paga a empreiteira. O balanço fica idêntico, o que muda é:

Fluxo de caixa dos ativos antigos + Fluxo de caixa dos novos ativos – Juros = Fluxo Total

Retorno = Fluxo Total / Capital Próprio

Muda também o retorno para o acionista (Fluxo Total obtido acima sobre número de ações) dado o aumento do risco.

Com Impostos:

Valor da Empresa Com Dívidas:

$$V_L = \frac{LAJI(1-T_C)}{r_0} + \frac{T_C r_B B}{r_B} = V_U + T_C B$$

Sendo:

T_C = Alíquota de IR

V_U = Valor da empresa sem dívidas

$T_C B$ = Benefício fiscal

Proposição II:

$$r_S = r_0 + \frac{B}{S}(1-T_C)(r_0 - r_B)$$

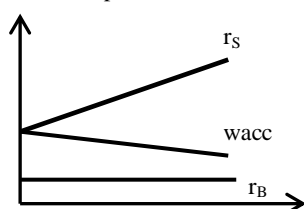
Custo Médio de Capital:

$$r_{wacc} = \frac{B}{V_L} r_B (1-T_C) + \frac{S}{V_L} r_S$$

Lembrando que:

$$V_L = \frac{LAJI(1-T_C)}{r_0} + \frac{T_C r_B B}{r_B} = V_U + T_C B$$

Custo de capital



Suponhamos que a empresa anuncie que emitirá dívidas no valor W . Neste exato momento do anúncio, o ativo da empresa muda, ao ser acrescido do benefício fiscal (alíquota de IR $\times W$). Isso muda o preço das ações. Como mudará *de facto* a estrutura de capital? Quando a empresa “recomprar” ações suas no mercado. Estas ações compradas “vão” para o capital de terceiros, e o restante das ações no mercado tornam-se o novo capital próprio da empresa. Contudo, o valor das ações já se altera quando se anuncia a emissão de dívidas.

Risco de Falência:

$$V_S = \frac{p(Exp.) + (1-p)(Reces.)}{1+i} \quad \text{Variável: Fluxo de caixa menos juros}$$

$$V_B = \frac{p(Exp.) + (1-p)(Reces.)}{1+i} \quad \text{Variável: Juros}$$

Os dois termos somados dão o valor da empresa. O retorno prometido dos títulos (aos credores) é:

$$(Juros esperados na expansão / V_B) - 1$$

O risco de falência reduz o valor da empresa (os agentes esperam que na recessão o pagamento de juros diminuirá, ou seja, os credores oferecem um prêmio baixo pelos títulos e, por isso, o retorno calculado acima sobe). Isso ocorre porque existem custos associados à falência (p.ex. advogados). Quem ganha menos por isso é o acionista. Em suma, quando se espera falência, espera-se custos esperados elevados de dificuldades financeiras e os credores se dispõem a pagar menos pelos títulos. Para não perder financiamento, a remuneração dos mesmos deve subir.

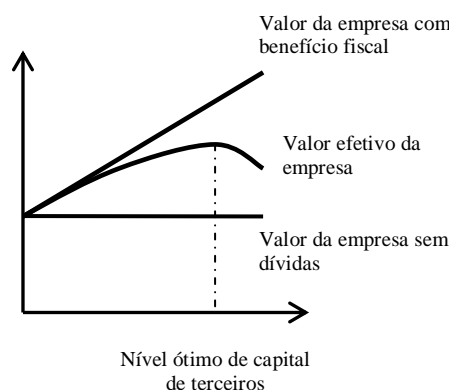
Custos de Agency:

Ocorrem quando existe comportamento rival entre acionista e credor. Surgem comportamentos egoístas:

I Incentivo a assumir risco elevado: Neste caso, o acionista é favorecido na expansão e prejudicado na recessão (quando é beneficiado o credor).

II Incentivo ao subinvestimento: Em empresas com elevado risco de falência, novos investimentos favorecem o credor em contraposição ao acionista. Neste caso, na expansão o acionista ganha, mas na recessão, ele reparte as perdas (de um investimento que foi pago às suas custas) com os credores.

III Esvaziar a propriedade: Esvaziar a propriedade significa incentivar a empresa a pagar dividendos extraordinários, de modo que os recursos residuais tornem-se cada vez mais escassos aos credores.



No caso acima, o valor efetivo cai por conta dos **custos indiretos de dificuldades financeiras (custos de falência)**. Medidas para evitar esse risco são cláusulas de proteção, que dão margem a possíveis negociações com taxa de retornos para credores.

Impostos de Pessoa Física:

LAIJ

(juros)

$$= LAIJ - r_B B$$

(IR pessoa jurídica)

= **Lucro depois do imposto**

Soma dos juros de volta $\rightarrow r_B B$

= **Fluxo de caixa a todos os investidores**

$$\rightarrow LAIJ(1 - T_C) + T_C r_B B$$

Pagamentos aos acionistas

(IR pessoa física sobre pag. dos acionistas)

= **Pag. aos acionistas pós IRPF $\rightarrow 1$**

Juros

(Imposto sobre juros)

= **Juros pós IRPF $\rightarrow 2$**

**1+2 = Fluxo de Caixa Total a
TODOS os Investidores, depois do
Imposto.**

Modelo Miller:

$$V_L = V_U + \left[1 - \frac{(1 - T_C)(1 - T_S)}{(1 - T_B)} \right] B$$

Sendo T_B o IRPF sobre juros e T_S o IRPF sobre rendimento de acionistas. Se $T_B = T_S$, então $V_L = V_U + T_C B$. Quando $(1 - T_C)(1 - T_S) = (1 - T_B)$, não há diferenças entre uso ou não de capital de terceiros.

Mercado Eficiente:

- Administradores não antecipam
- Empresa pode vender quantas ações quiser que seus preços não são reduzidos
- Não existe influência no preço das ações do inflacionamento artificial dos lucros contábeis
- Não há VPL positivo

Hipótese do Mercado Eficiente:

\rightarrow Preços refletem informações

\rightarrow A reação a novas informações é instantânea

\rightarrow Empresa espera receber valores justos (VP dos títulos)

Maneiras de criar valor: i) ludibriar os investidores, ii) reduzir custos ou aumentar subsídios e iii) inovações financeiras.

Forma Fraca de Eficiência:

Incorporação completa de informações passadas (análise técnica):

$$P_t = P_{t-1} + \text{Retorno Esperado} + \text{Erro Aleatório (random walk)}$$

Forma Semi-Forte de Eficiência:

Forma Fraca + Incorporação de Informações Publicamente Disponíveis (p.ex. balanços de empresas, dados históricos de preço etc.)

\rightarrow Admite *insiders*.

Forma Forte de Eficiência:

Um *insider* não é *insider* a tempo, pois o mercado percebe.
