Pesquisa Operacional

Professor: Dr. Ricardo Cardoso de Oliveira

AGENDA

Aula 1: 26/02 –

Aula 2: 05/03 –

Aula 3: 12/03 -

Aula 4: 19/03 -

Aula 5: 26/03 –

Aula 6: 02/04 –

Aula 7: 09/04 –

Aula 8: 16/04 –

Aula 9: 23/04 –

METAS DE APRENDIZAGEM

- Resolver problemas de programação linear usando o método Simplex.

1. SOLUÇÃO ÓTIMA DE UM PROBLEMA DE PESQUISA OPERACIONAL PELO SIMPLEX

- O método Simplex é um método numérico empregado na resolução de problemas lineares em PO.

- A ideia do método é partir de uma solução básica inicial e determinar soluções básicas viáveis cada vez melhores, de forma a obter valores melhores para função objetivo, até que, depois de um certo número de iterações, seja determinada a solução ótima, caso exista.

Exercício 1

$$\max.\ Z = x + 2y$$

Sujeita a:

$$3x + 4y \leq 24$$
$$5x + 2y \leq 20$$
$$x \geq 0$$
$$y \geq 0$$

Exercício 1

Etapa 1: Introduzir as variáveis de folga.

$$\text{max. } Z = x + 2y$$

Sujeita a:

$$3x + 4y \leq 24$$
$$5x + 2y \leq 20$$
$$x \geq 0$$
$$y \geq 0$$

Exercício 1

Etapa 2: escrever o tableau inicial

$$Z - x - 2y = 0$$
$$3x + 4y + f_1 = 24$$
$$5x + 2y + f_2 = 20$$

iteração		Z	x	y	f1	f2	Lado direito
0							

Exercício 1

$$Z - x - 2y = 0$$
$$3x + 4y + f_1 = 24$$
$$5x + 2y + f_2 = 20$$

Etapa 3: determinar coluna pivô e linha pivô.

Coluna Pivô: maior valor absoluto de variável não básica.

Linha Pivô: menor quociente

iteração		Z	x	y	f1	f2	Lado direito
0		1	-1	-2	0	0	0
		0	3	4	1	0	24
		0	5	2	0	1	20

Exercício 1

Etapa 4: calcular os valores da iteração

iteração		Z	x	y	f1	f2	Lado direito
0							

(nova linha i) = (antiga linha i) – (coeficiente i que está na coluna pivô) . (nova linha pivô)

Exercício 2

A figura ao lado apresenta o 1° quadro montado para a otimização de uma função de custo utilizando-se o método simplex. Da observação do quadro, conclui-se que a

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	0
	1	–10	–6	–4	0	0	0	0
x_4	0	1	0	0	1	0	0	5
x_5	0	0	0	1	0	1	0	4
x_6	0	0	1	1	0	0	1	3

(A) função custo é dada por $5x_4 + 4x_5 + 3x_6$.
(B) função custo é dada por $10x_1 + 6x_2 + 4x_3$ ..
(C) solução ótima do sistema é dada por (0, 0, 0)
(D) restrição imposta ao sistema é $x_5 \leq 5$
(E) variável não básica que deverá entrar na base é x_2.

Exercício 3 (Enade)

Uma fábrica produz dois refrigerantes: A e B. Para produzi-los, utilizam-se vários recursos, entre os quais os extratos e a água são os mais limitantes, devido a problemas ecológicos. Para produzir um litro de refrigerante A, o processo envolve a dissolução de um pacote de extrato (denominado delta) em um litro de água, além de outros recursos que não são limitantes. Já para a produção de um litro do refrigerante B, além da dissolução de um pacote de extrato (denominado gama) em um litro de água, exige mais um litro de água para o processo de arrefecimento, além de outros recursos que não são limitantes.

Sabe-se que

i) o lucro gerado por litro de A é de R$5, enquanto que o lucro por litro de B é R$ 2.

ii) o fornecedor de extratos só consegue entregar 3.000 pacotes de extrato delta e 4.000 pacotes de extrato gama, semanalmente.

iii) há um fator ambiental limitante de 9.000 litros de água por semana.

Denominando-se de x_1 a quantidade de litros de refrigerante A e de x_2 a quantidade de litros de refrigerante B a serem produzidos, qual deverá ser o plano de produção semanal viável para gerar o maior lucro a essa fábrica, dentro das condições apresentadas?

Solução: sejam x_1 e x_2 as quantidades, em litros, dos refrigerantes A e B produzidos, respectivamente. O modelo é escrito como:

$$\text{máx } L(x_1, x_2) = 5x_1 + 2x_2$$

Sujeito a

$$x_1 \leq 3.000$$
$$x_2 \leq 4.000$$
$$x_1 + 2x_2 \leq 9000$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Solução: sejam x_1 e x_2 as quantidades, em litros, dos refrigerantes A e B produzidos, respectivamente. O modelo é escrito como:

$$\text{máx } L(x_1, x_2) = 5x_1 + 2x_2$$

Sujeito a

$$x_1 \leq 3.000$$
$$x_2 \leq 4.000$$
$$x_1 + 2x_2 \leq 9000$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Etapa 1: Introduzir as variáveis de folga.

Exercício 1

$$Z - 5x - 2y = 0$$
$$x + f_1 = 3000$$
$$y + f_2 = 4000$$
$$x + 2y + f_3 = 9000$$

- Parte do princípio que a solução ótima é igual sendo X e y = 0. Não produz nada, mas também não lucra nada e sobra recursos.

Etapa 2: escrever o tableau inicial

iteração		Z	x	y	f1	f2	f_3	lado direito
0	Z	1	-5	-2	0	0	0	0
	f_1	0	1	0	1	0	0	3000
	f_2	0	0	1	0	1	0	4000
	f_3	0	1	2	0	0	1	9000

Exercício 1

$$Z - x - 2y = 0$$
$$3x + 4y + f_1 = 24$$
$$5x + 2y + f_2 = 20$$

Coluna Pivô: maior valor absoluto da variável não básica.
Linha Pivô: menor quociente.

Etapa 3: determinar coluna pivô e linha pivô

iteração		Z	x	y	f1	f2	f3	LD
0	Z	1	-5	-2	0	0	0	0
	f1	0	1	0	1	0	0	3000
	f2	0	0	1	0	1	0	4000
	f3	0	1	2	0	0	1	9000

x y f_1 f_2 f_3

6 0 6

f_2 0 0 1 0 1 0 4000

f_3 0 0 0 0 0 0 0

BONS ESTUDOS