MAPA – Material de Avaliação Prática da Aprendizagem

Acadêmico: André Luis de Souza Lima	**R.A.:** 21150930-5
Curso: Bacharelado Engenharia de Software	
Disciplina: Pesquisa Operacional - 51/2025	
Valor da atividade: 3,50	**Prazo:** 24/02/2025 08:00 a 27/04/2025 23:59

QUESTÃO 1

Delícias do Nordeste é uma indústria de sucos que produz diferentes sucos. Visando atender demandas do mercado europeu decidiu investir na produção sucos de graviola e de caju e você foi contratado para ajudar o engenheiro de processamento, no processo de tomadas de decisão sobre esse novo investimento.

No processo de produção desses dois novos sucos haverá a necessidade do uso de duas unidades de processamento: UPA e UPB. Na produção de dez litros de suco de graviola o processo exige oito minutos na UPA e seis minutos na UPB, para atender as legislações de exportação. Já na produção de dez litros do suco de caju faz-se necessário quatro minutos na UPA e dois minutos na UPB, também para atender as legislações de exportação.

A Delícias do Nordeste tem, em cada turno de trabalho, disponibilidade máxima de processamento de quatrocentos e oitenta minutos para a UPA e duzentos minutos para a UPB.

Para a produção de dez litros dos novos sucos, os custos operacionais, são de US$ 70,00 para o suco de graviola e US$ 60,00 para o suco de caju. Por outro lado, a receita arrecadada, com a venda de dez litros dos novos sucos, são de US$ 77,50 para o suco de graviola e US$ 64,50 para o suco de caju.

Com base na situação descrita, resolva os itens abaixo:

a) escreva o problema de programação linear em sua forma canônica, considerando a obtenção da maior margem de lucro com a produção dos sucos de graviola e caju. Apresente todo o raciocínio.

b) use o método gráfico e determine a quantidade ótima dos sucos de graviola e de caju a serem produzidos por turno de trabalho. Apresente todos os cálculos realizados.

c) use o método simplex e determine a quantidade ótima do sucos de graviola e de caju a serem produzidos por turno de trabalho. Apresente todos o cálculo realizado e faça a interpretação do último *tableau*.

d) use o Solver do Excel e determine a quantidade ótima do sucos de graviola e de caju a serem produzidos por turno de trabalho. Apresente um "*print*" da planilha utilizada.

e) qual é a maior margem de contribuição, em reais, obtida com a produção dos dois novos sucos em um turno de trabalho? Apresente seu raciocínio e os cálculos realizados.

f) agora, assuma a situação em que a demanda do suco de graviola seja limitada em 400 litros por turno. A adição dessa nova restrição altera a resolução do problema obtida nos itens (b) e (e)?

Caso afirmativo, apresente a nova solução apresentando os cálculos. Caso negativo, justifique sua resposta apresentado os cálculos realizados.

RESPOSTAS

Inicialmente, é necessário resumir as informações em uma tabela:

Tabela 1 – Capacidade Operacional de produção de tipo suco por unidade de processamento

Tipo de Suco	Minutos de processamento / 10 litros		Custo Produção / 10 litros	Venda / 10 litros	Lucro-Venda / 10 litros	Quantidade produzida
	UPA	UPB				
Graviola	8	6	US$70,00	U$S77,50	U$S7,50	X
Caju	4	2	US$60,00	US$64,50	US$4,50	Y
Minutos disponíveis /turno trabalho	480	200	-	-	-	-

Fonte: Elaborado pelo autor (Mapa Pesquisa Operacional)

a) Sejam 'x' e 'y' as quantidades a serem produzidas a cada 10 litros do suco (lote) de graviola e caju por turno de trabalho respectivamente. Devem ser processados e produzidos pela Delícias do Nordeste de modo que seu lucro seja máximo para essa produção:

- Primeiramente é necessário calcular qual é o lucro em dólares (US$) arrecadado, que se dá pela subtração do valor da venda de um lote menos o custo de um lote produção por tipo de suco:
    - Lucro do suco de graviola (Lg): Lg = 77,5 – 70 = US$7,50/lote (para cada 10 litros de suco);
    - Lucro do suco de caju (Lc): Lc = 64,5 – 60 = US$4,50/lote (para cada 10 litros de suco);

- ∴, para se determinar a maior margem de lucro, deve-se somar os lucros parciais da produção de cada tipo suco com sua respectiva produção. O lucro pode ser traduzido na função objetivo para maximização:
    - $max(Z) = 7{,}5 \cdot x + 4{,}5 \cdot y$ //

- Porém existem restrições a serem observadas como tempo de produção por turnos de trabalho, o tempo de processamento por unidade, e as restrições de não negatividade. Com isso, o problema fica sujeito às seguintes restrições:
    - $R1 \rightarrow 8 \cdot x + 4 \cdot y \leq 480$ (restrição de minutos disponíveis por turno de trabalho para UPA);
    - $R2 \rightarrow 6 \cdot x + 2 \cdot y \leq 200$ (restrição de minutos disponíveis por turno de trabalho para UPB);
    - $R3 \rightarrow x \geq 0$ e $y \geq 0$ (restrições de não negatividade);

    - Forma canônica:
        - $Z - 7{,}5 \cdot x - 4{,}5 \cdot y = 0;$
        - $8 \cdot x + 4 \cdot y + F1 = 480$
        - $6 \cdot x + 2 \cdot y + F2 = 200$
        - $x = 0$ e $y = 0$

b) Solução ótima do problema de pesquisa operacional, utilizando a análise gráfica:

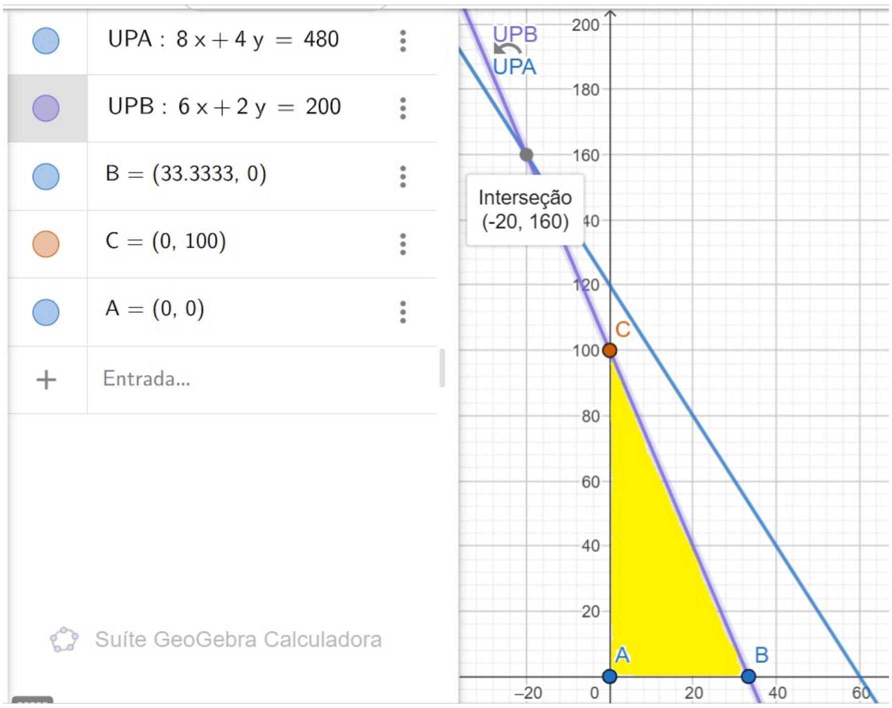


Imagem 1 – Análise Gráfica. Fonte: Geogebra.

- Primeiramente deve-se verificar a região permissiva do gráfico, região que contém as soluções possíveis do problema. Essa região forma um polígono a partir das inequações de restrições que foram reduzidas para forma de equações;

- Para se determinar a solução ótima do problema, faz-se necessário avaliar os extremos dos vértices do polígono formado;

- Sabe-se que não haverá lucro se nenhuma quantidade de suco for processada. No entanto, poderá haver a estimativa de cálculo de não produção de um tipo ou outro de suco, caso o modelo apresente como solução possível;

- ∴, para se determina a solução ótima, tomam-se os pontos que formam o polígono e que se encaixem nas restrições:
  - 1 – **A (0,0)** → ***ponto de partida do problema***. Admitindo-se que a quantidade produzida de ‘x’ e ‘y’ possam ser iguais ou maiores que ZERO:
    - *max (Z) = 7,5 . 0 + 4,5 . 0 = US$0,00;*
    - Nenhuma quantidade suco de graviola e de caju é produzida. Nada é processado. Nenhum tempo é gasto. Lucro gerado igual a US$0,00;
  - 2 – **B (33.33,0)** → Solução possível:
    - *max (Z) = 7,5 . 100/3 + 4,5 . 0 = US$250,00;*
    - Nenhuma quantidade produzida de suco de caju. Uma quantidade de produção de 33.33 (100/3) de suco de graviola, gera um lucro de US$250,00 por turno de trabalho;
  - 3 – **C(0,100)** → Solução possível e ótima:
    - *max (Z) = 7.5 . 0 + 4,5 . 100 = US$450,00;*
    - Nenhuma quantidade produzida de suco de graviola. Uma quantidade de produção de 100 lotes de suco de caju, gera um lucro de US$450,00 por turno de trabalho;
  - 4 – Perceba que o *ponto de interseção (-20, 160)* não pode ser admitido como uma solução possível, pois não há como serem produzidos -20 quantidades de suco de graviola por turno de trabalho, além de estar fora da região permissiva;

c) 1 - Preparar as equações do problema.

  - Iguala-se a função objetivo (FO) e alteram-se as inequações de restrições com o sinal de igualdade, acrescentando VARIÁVEIS DE FOLGA (elas representam as sobras de recursos de cada restrição). Recurso utilizado para equilibrar ambos os lados da equação:

- *(FO): Z – 7,5 . x – 4,5 . y = 0;*
- *R1: 8 . x + 4 . y + F1= 480;*
- *R2: 6 . x + 2 . y + F2 = 200;*

2 – Construção do Tableau Inicial:

- Quadro construído a partir de um sistema de equações na forma de matriz composto pelos coeficientes das equações;
- Quando não há coeficiente, é igual a ZERO:

Tabela 2 – Tableau inicial – Método Simplex

iteração	Solução Básica	Z	x	y	F1	F2	Lado Direito	Quociente
0	Z	1	-7,5	-4,5	0	0	0	-
	F1	0	8	4	1	0	480	480/8 = 60
	F2	0	6	2	0	1	200	200/6 = 33,33

Fonte: Elaborado pelo autor (Mapa Pesquisa Operacional)

- A – Determinação da solução básica:
  - Inicia-se a resolução do problema a partir de um **chute inicial**, estabelecendo que x e y (variáveis de decisão) sejam igual a zero (variáveis não básicas) e F1 e F2 ***(variáveis básicas)*** diferente de zero.
    - *Se x = 0 e y = 0:*

→ FO: Z = 0 (lucro ZERO);

*→ R1: **F1** = 480*

*→ R2: **F2** = 200 ∴ O lucro é zero. Sobra 480 minutos para a UPA e 200 minutos para UPB. Essa é a **SOLUÇÃO BÁSICA** inicial;*

3 – Determinar linha e coluna pivô. Escolher o elemento pivô:

Tabela 2 – Tableau inicial – Método Simplex

iteração	Solução Básica	Z	x	y	F1	F2	Lado Direito	Quociente
0	Z	1	-7,5	-4,5	0	0	0	-
	F1	0	8	4	1	0	480	480/8 = 60
	F2	0	6	2	0	1	200	200/6 = 100/3

Fonte: Elaborado pelo autor (Mapa Pesquisa Operacional)

- A – Determinação da variável que entra e sai da base:
  - A coluna é dada pelo maior valor absoluto da variável não básica;

- A linha é determinada pelo menor quociente entre o lado da igualdade pelo quociente da coluna de maior valor absoluto;
- O elemento pivô é a interseção da linha com coluna;
- *∴ a variável que sai da base é a F2 e a que entra é a ‘x’;*

- B – Calcular a nova linha pivô:
  - *Nova linha pivô = (1 / elemento pivô) . Linha pivô*

    Nova linha pivô = (1/6) . (0; 6; 2; 0; 1; 200)

    Nova linha pivô = (0; 1; 1/3; 0; 1/6; 100/3);

- C – Calcular as novas linhas Z e F1:
  - *Nova linha Z = (sinal coeficiente da linha Z invertido) . (linha pivô) + linha Z original;*

    Nova linha Z = 7,5.(0; 1; 1/3; 0; 1/6; 100/3)+(1; -7,5; -4,5; 0; 0; 0)

    Nova linha Z = (0; 7,5; 75/30; 0; 75/60; 250)+(1; -7,5; -4,5; 0; 0; 0)

    Nova linha Z = (1; 0; -2; 0; 1,25; 250);

  - *Nova linha F1 = (sinal coeficiente da linha F1 invertido) . (linha pivô) + linha F1 original;*

    Nova linha F1 = -8.(0; 1; 1/3; 0; 1/6; 100/3)+(0; 8; 4; 1; 0; 480)

    Nova linha F1 = (0; -8; -8/3; 0; -8/6; -800/3)+(0; 8; 4; 1; 0; 480)

    Nova linha F1 = (0; 0; 1,33; 1; -1,33; 213,33);

- D – Montando o novo quadro:

Tabela 3 – Novo quadro. 1ª iteração – Método Simplex

iteração	Solução Básica	Z	x	y	F1	F2	Lado Direito	Quociente
1	Z	1	1	-2	0	1,25	250	
	F1	0	0	1,33	1	-1,33	213,33	160,40
	x	0	1	1 / 3	0	1 / 6	100 / 3	100

Fonte: Elaborado pelo autor (Mapa Pesquisa Operacional)

- **4 – Critério de parada do Método simplex**.
  - Verificar os coeficientes de ‘x’ e ‘y’. Os mesmos dever ser maiores ou igual a zero;

- Como não são, deve-se fazer uma nova iteração e refazer o passo 3;

(3 – Determinar linha e coluna pivô. Escolher o elemento pivô:)

Tabela 3 – Novo quadro. 1ª iteração – Método Simplex

iteração	Solução Básica	Z	x	y	F1	F2	Lado Direito	Quociente
1	Z	1	1	-2	0	1,25	250	
	F1	0	0	1,33	1	-1,33	213,33	160,40
	x	0	1	1 / 3	0	1 / 6	100 / 3	100

Fonte: Elaborado pelo autor (Mapa Pesquisa Operacional)

- A – Determinação da variável que entra e sai da base:
  - *∴ a variável que sai da base é a 'x' e a que entra é a 'y';*

- B – Calcular a nova linha pivô:
  - *Nova linha pivô = (1) / (1/3) . Linha pivô*
    Nova linha pivô = (3) . (0; 1; 1/3; 0; 1/6; 100/3)
    Nova linha pivô = (0; 3; 1; 0; 1/2; 100);

- C – Calcular as novas linhas Z e F1:
  - *Nova linha Z = (sinal coeficiente da linha Z invertido) . (linha pivô) + linha Z original;*
    Nova linha Z = 2.(0; 3; 1; 0; 1/2; 100)+(1; 1; -2; 0; 1,25; 250)
    Nova linha Z = (0; 6; 2; 0; 1; 200)+(1; 1; -2; 0; 1,25; 250)
    Nova linha Z = (0; 7; 0; 0; 2,25; 450);

  - *Nova linha F1 = (sinal coeficiente da linha F1 invertido) . (linha pivô) + linha F1 original;*
    Nova linha F1 = - 4/3 (0; 3; 1; 0; 1/2; 100)+(0; 0; 4/3; 1 -4/3; 213,33)
    Nova linha F1 = (0; -4; -4/3; 0; -4/6; - 400/3)+(0; 0; 4/3; 1 -4/3; 213,33)
    Nova linha F1 = (0; -4; 0; 1; -2; 80);

- D – Montando o novo quadro:

Tabela 4 – Novo quadro. 2ª iteração – Método Simplex

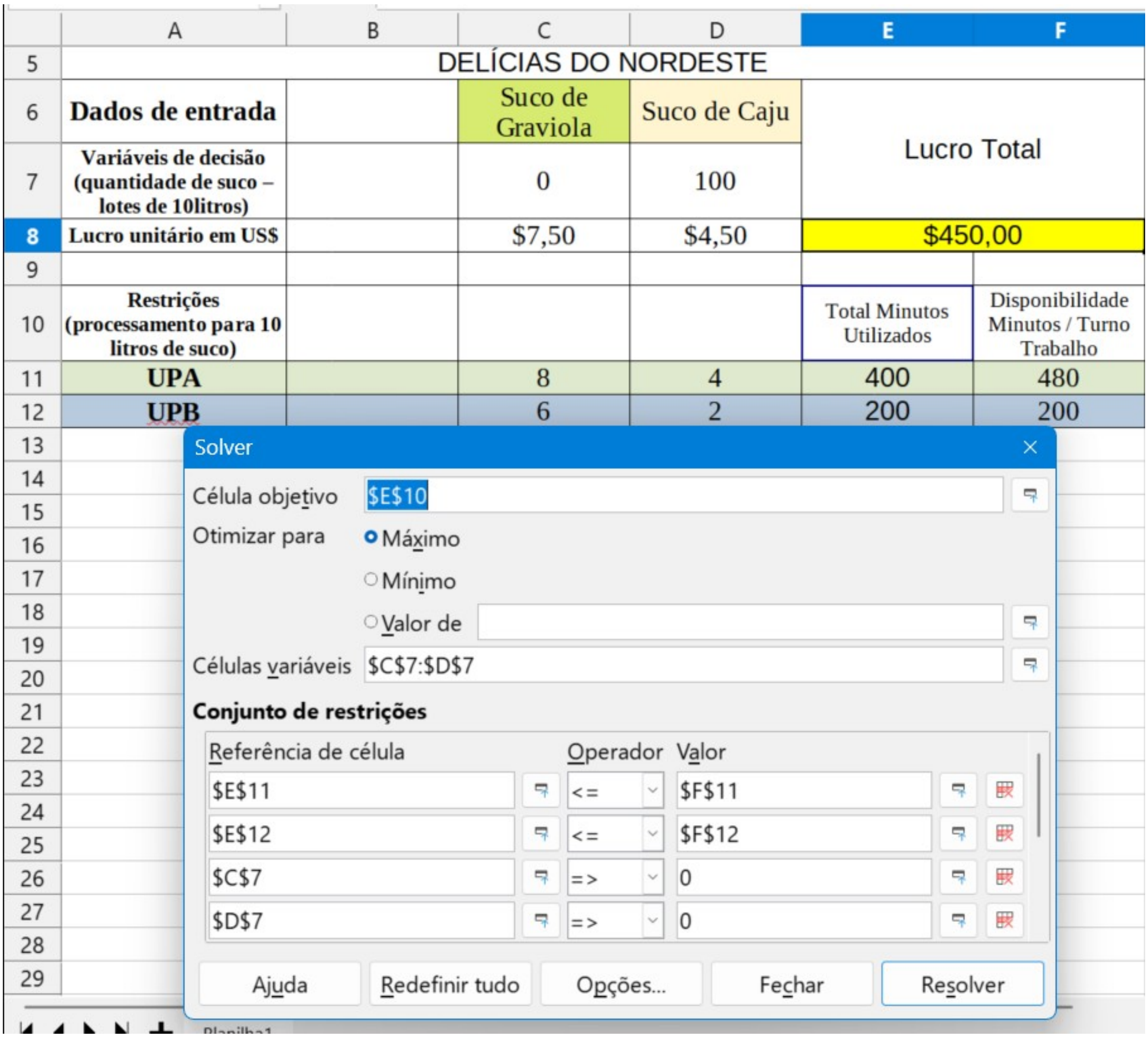
iteração	Solução Básica	Z	x	x	F1	F2	Lado Direito
2	Z	0	7	0	0	2,25	450
	F1	0	-4	0	1	-2	80
	y	0	3	1	0	1 / 2	100

Fonte: Elaborado pelo autor (Mapa Pesquisa Operacional)

  - O critério de parada é atendido;

- **5 – Interpretando o Tableau finalizado:**
  - Para a maximização do lucro, a empresa deverá produzir somente o suco de caju e não o suco de graviola;
  - Considerando a disponibilidade de restrição da unidade de processamento UPA, dos 480 minutos disponíveis para a produção de suco por turno de trabalho, sobrarão 80 minutos. Já para a UPB todo o tempo de processamento será utilizado;
  - O máximo de lucro que o engenheiro de processamento poderá conseguir com a aplicação desse estudo é de US$450,00 por turno de trabalho;
  - Nessas condições, a solução para o problema é de x = 0 e y = 100, as quais atende as restrições do problema:
    - *max (Z) = 7,5 . x – 4,5 . y → max (Z) = 7,5 . 0 – 4,5 . 100*
      max (Z) = 450,00;
    - *R1: 8 . x + 4 . y ≤ 480 → 8 . 0 + 4 . 100 ≤ 480 → 400 ≤ 480* ***OK!***
    - *R2: 6 . x + 2 . y ≤ 200 → 6 . 0 + 2 . 100 ≤ 200 → 200 ≤ 200* ***OK!***

d) SOLVER



	A	B	C	D	E	F
5	DELÍCIAS DO NORDESTE					
6	Dados de entrada		Suco de Graviola	Suco de Caju	Lucro Total	
7	Variáveis de decisão (quantidade de suco – lotes de 10litros)		0	100		
8	Lucro unitário em US$		$7,50	$4,50	$450,00	
9						
10	Restrições (processamento para 10 litros de suco)				Total Minutos Utilizados	Disponibilidade Minutos / Turno Trabalho
11	UPA		8	4	400	480
12	UPB		6	2	200	200

Imagem 2 – Planilha Solver. Fonte: LibreOffice.

e) A maior margem de contribuição pode ser obtida das somas parciais função lucro de maximização:

- Dado que a solução ótima é a produção de nenhuma quantidade produzida de suco de graviola, a maior margem é de 100 lotes de suco de caju por turno de trabalho – (0, 100) – tem-se:
- *max (Z) = 7.5 . 0 + 4,5 . 100 = US$450,00;*
- *Em reais → US$1,00 = R$ 5,67* **∴ 5,67 . 450 = R$2,551,50**

f) A adição da nova restrição de uma produção de suco de graviola limitada em 400 litros por turno de trabalho não altera a resolução do problema;

- Sabe-se que a partir da solução ótima para maximizar o lucro não era viável a produção nenhuma quantidade de sujo de graviola e apenas ser produzido o suco de caju.
- ***x* = *0*** (nenhuma produção de suco de graviola)*;*
- ***y* = *100*** (produção de 100 lotes de suco de caju);
- A nova restrição reduzida na forma de inequação é:
  - *10* . x ≤ 400 → x ≤ *40:*
    - Transpondo essa informação na forma canônica e análise gráfica, x = 40 está fora da região permissiva;

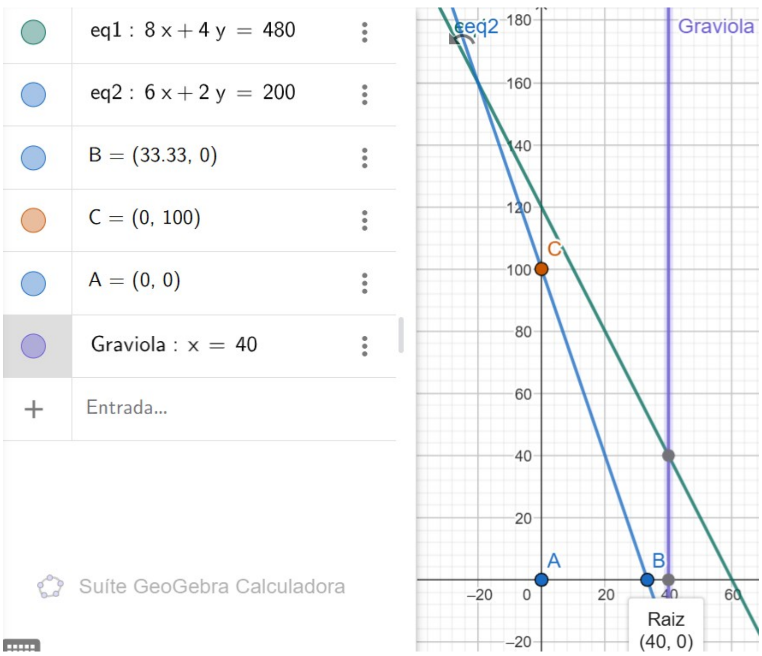


Imagem 3 – Análise Gráfica. Fonte: Geogebra.

REFERÊNCIAS

GEOGEBRA. **Geogebra**. Disponível em: [https://www.geogebra.org/calculator]. Acesso em: 01 Abr 2025.

CALDERARO, FERNANDO PEREIRA. **Pesquisa Operacional.** Reimpresso em 2024. 208 p. Maringá-PR: UniCesumar, 2017.