

Aonde você quer chegar?  
**Vai com a**







# Cronograma das aulas

**Aula 1:** 22/02 – Introdução à Pesquisa Operacional e à programação linear

**Aula 2:** 29/02 – Resolução de problemas de Programação Linear (método gráfico)

**Aula 3:** 07/03 – Resolução de problemas de Programação Linear (método gráfico)

**Aula 4:** 14/03 – Resolução de problemas de Programação Linear (método Simplex)

**Aula 5:** 21/03 – Resolução de problemas de Programação Linear (método Simplex)

**Aula 6:** 28/03 – Resolução de problemas de Programação Linear (uso do Excel)

**Aula 7:** 04/04 – Teoria dos jogos

**Aula 8:** 11/04 – Introdução à teoria das filas

**Aula 9:** 18/04 – Introdução à teoria das filas



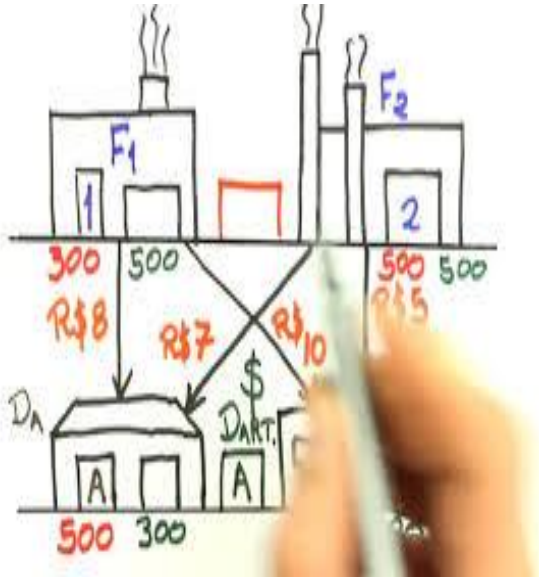
- o curso da existência de qualquer indivíduo é decorrência das decisões tomadas por ele e pelas consequências das decisões que são tomadas por outros indivíduos e que o afeta direta e indiretamente; ✓



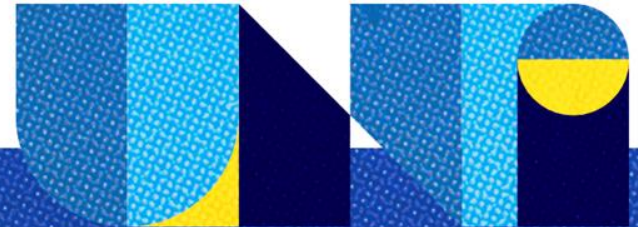


- ambientes de negócios, mesmo que possam ser logicamente explicados pelo raciocínio de um especialista, são muito complexos e abrangentes e, por isso, exigem abordagem mais aberta que permita ao observador reconhecer os múltiplos aspectos envolvidos.

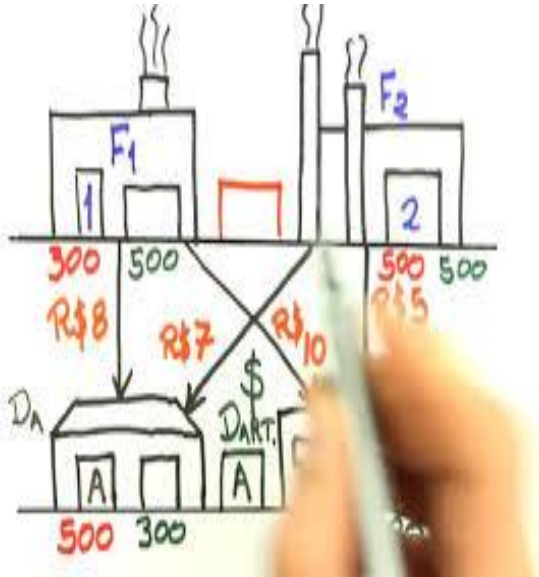




- a **Pesquisa Operacional (PO)** é a área de conhecimento que estuda, desenvolve e aplica métodos analíticos avançados para auxiliar na tomada de melhores decisões nas mais diversas áreas de atuação humana.
- nesse contexto, por meio do uso de técnicas de modelagem matemática eficientes algoritmos computacionais, a PO pode auxiliar o decisor na análise dos mais variados aspectos e situações de um problema complexo, permitindo a tomada de decisões efetivas e a construção de sistemas mais produtivos. ✓





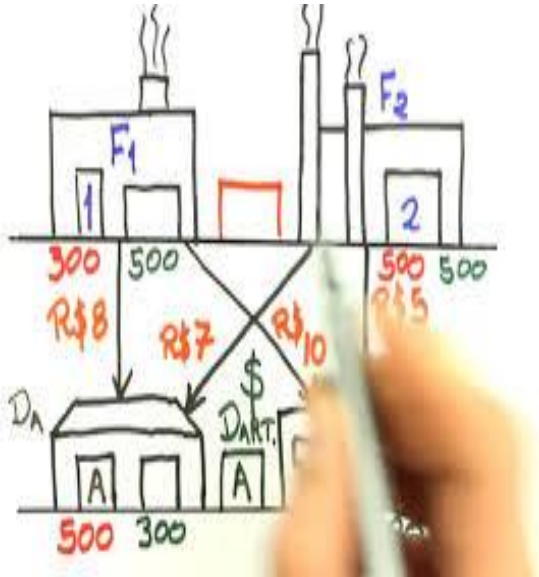


- Quais as áreas que podemos aplicar PO?

Sugestão de vídeo:

<<https://www.youtube.com/watch?v=tX6Rw7KJGjE&t=672s>>





A PO auxilia no processo de tomada de decisão, de problemas, tais como:

- Problemas de otimização de recursos; ✓
- Problemas de localização; ✓
- Problemas de roteirização; ✓
- Problemas de carteiras de investimentos; ✓
- Problemas de previsão e planejamento; ✓
- Problemas de alocação de verbas de mídia; ✓





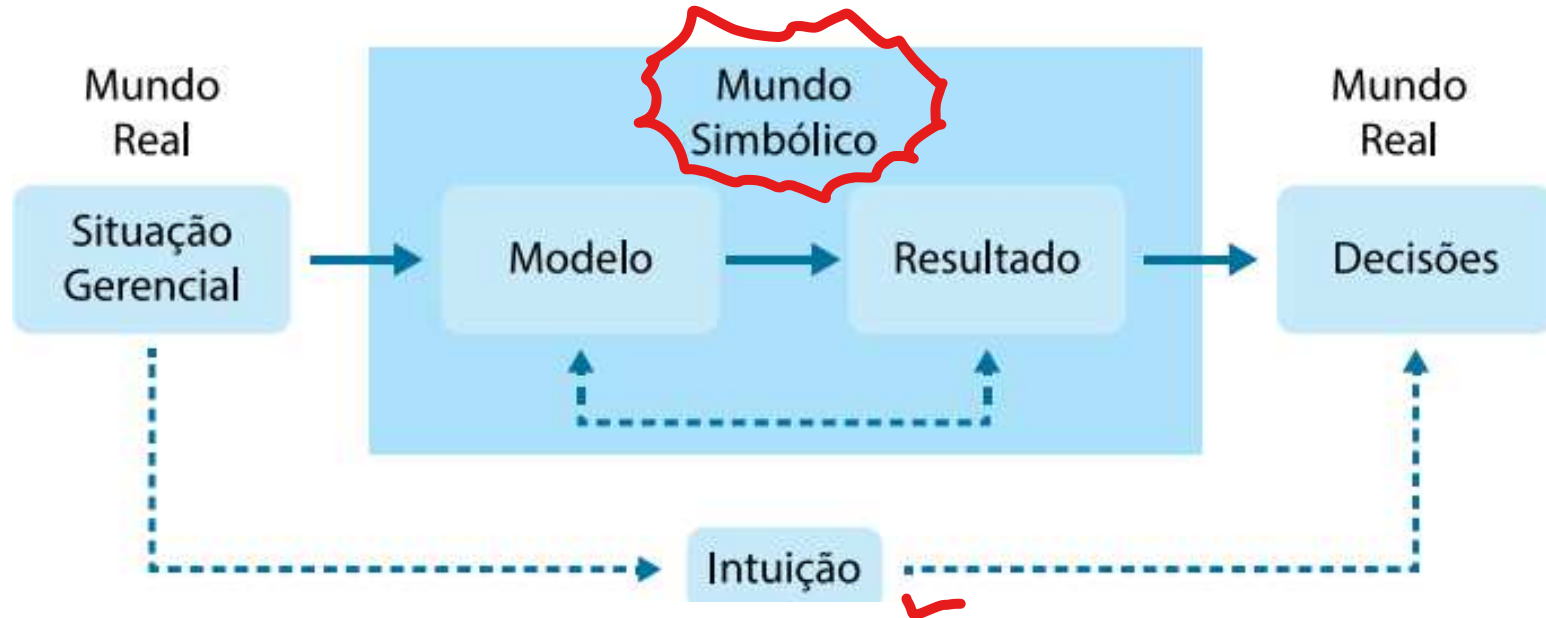


Figura – Processo de tomada de decisão.

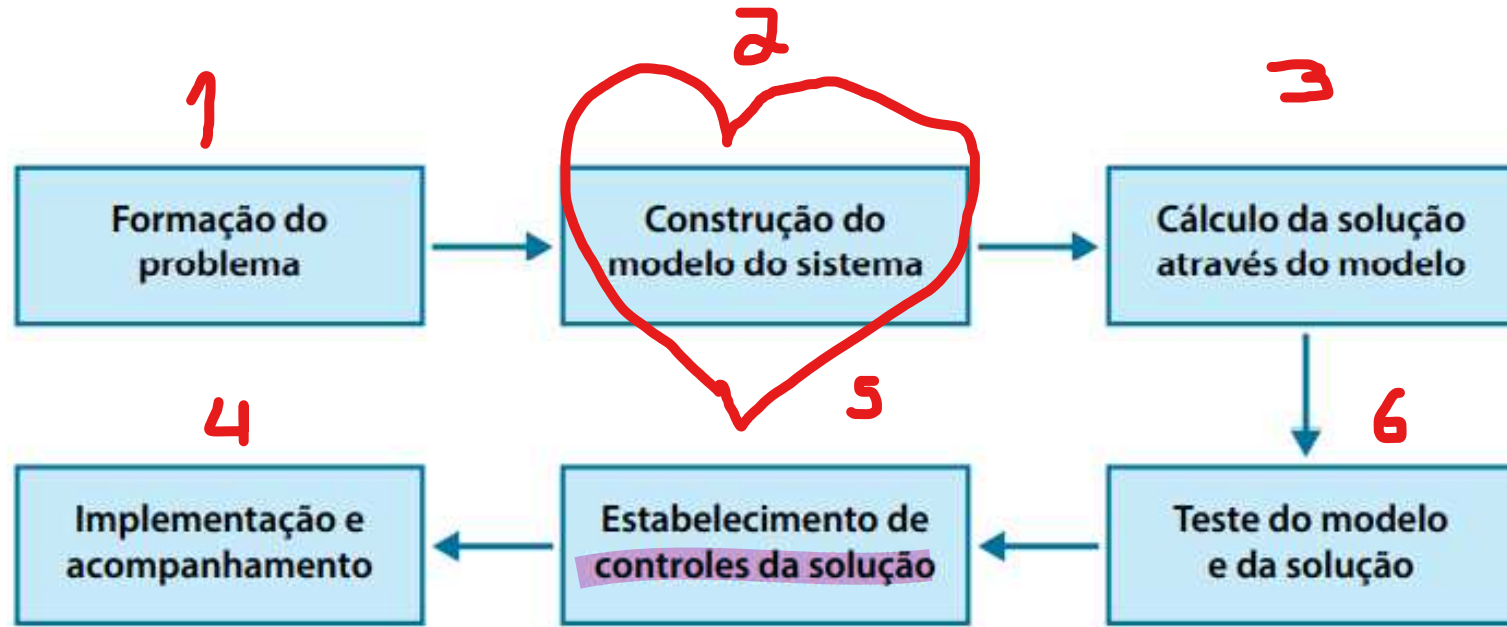


Figura – Fases de estudo em PO.

- a solução é coerente?
- faz sentido?

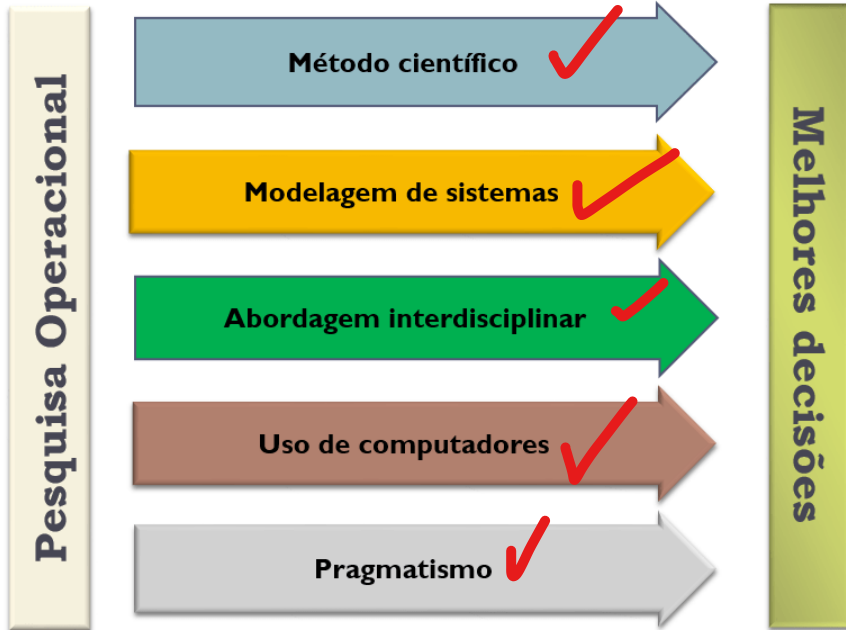


Figura – Aspectos envolvidos em PO.

- Do ponto de vista prático, a PO demanda um esforço de equipe, em geral multidisciplinar, exigindo uma estreita cooperação entre líderes (tomadores de decisão), analistas e pessoas que serão afetadas pela ação de gestão. Sendo assim, PO demanda uma interação natural entre as áreas de administração, engenharias, computação e matemática.



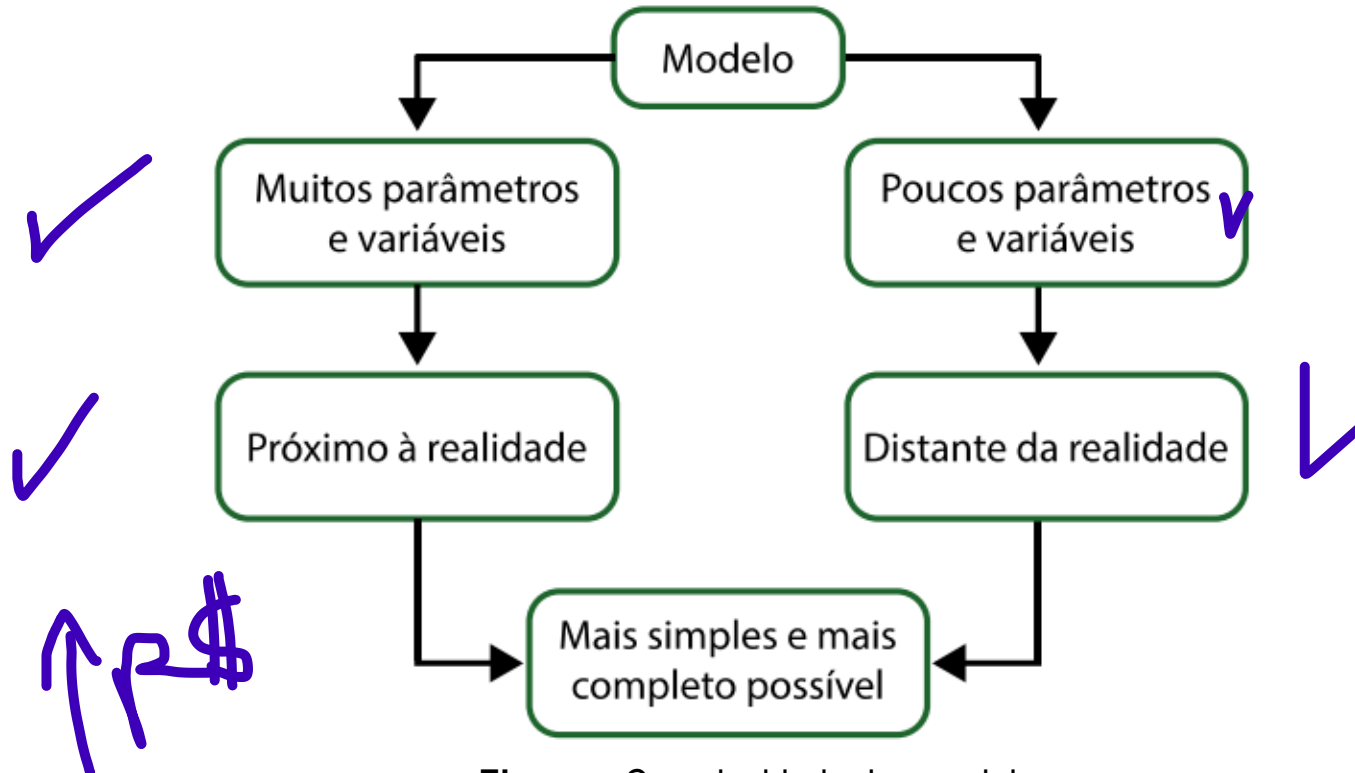
# CONCEITOS IMPORTANTES

1) **modelo** é uma representação simplificada do comportamento da realidade expressa na forma de equações matemáticas que serve para simular a realidade.

$$U = R \cdot i$$

**MODELO DE OTIMIZAÇÃO:** *simplex* é a representação matemática de uma dada situação problema, com a finalidade de determinar o melhor resultado possível para a decisão.

**MODELO DE SIMULAÇÃO:** é a representação matemática de um sistema físico ou abstrato, com a finalidade de verificar o comportamento desse sistema quando os valores ou ordenamento das variáveis que o compõem são alterados. Exemplos: modelos probabilísticos (teoria das filas e simulação de Monte Carlo).



o Custo computacional é maior

**Figura** – Complexidade dos modelos.

# CONCEITOS IMPORTANTES

2) **variáveis de decisão** são as variáveis utilizadas no modelo que podem ser controladas pelo tomador de decisão. A solução do problema é encontrada testando-se diversos valores das variáveis e decisão.

3) **parâmetros** são as variáveis empregadas no modelo que não podem ser controlados pelo tomador de decisão. A solução do problema é encontrada admitindo como fixos os valores dos parâmetros.



## CONCEITOS IMPORTANTES

4) **função objetivo** é uma função matemática que representa o principal objetivo do tomador de decisão. Ela é de dois tipos: ou de minimização ou de maximização.

5) **restrições** são regras que dizem o que podemos (ou não) fazer e/ou quais as limitações dos recursos ou das atividades que são associadas ao modelo. ✓

6) **função linear** toda função escrita como ✓

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_nx_n$$

em que  $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$  são constantes reais.

~~$f(x_1, x_2) = x_1 \cdot x_2$~~



## CONCEITOS IMPORTANTES

7) **inequações lineares** são expressões matemáticas do tipo  $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \geq b$  e  $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \leq b$ .

8) **Algoritmo** é uma sequência finita de ações executáveis que visam obter uma solução para um determinado tipo de problema. ✓



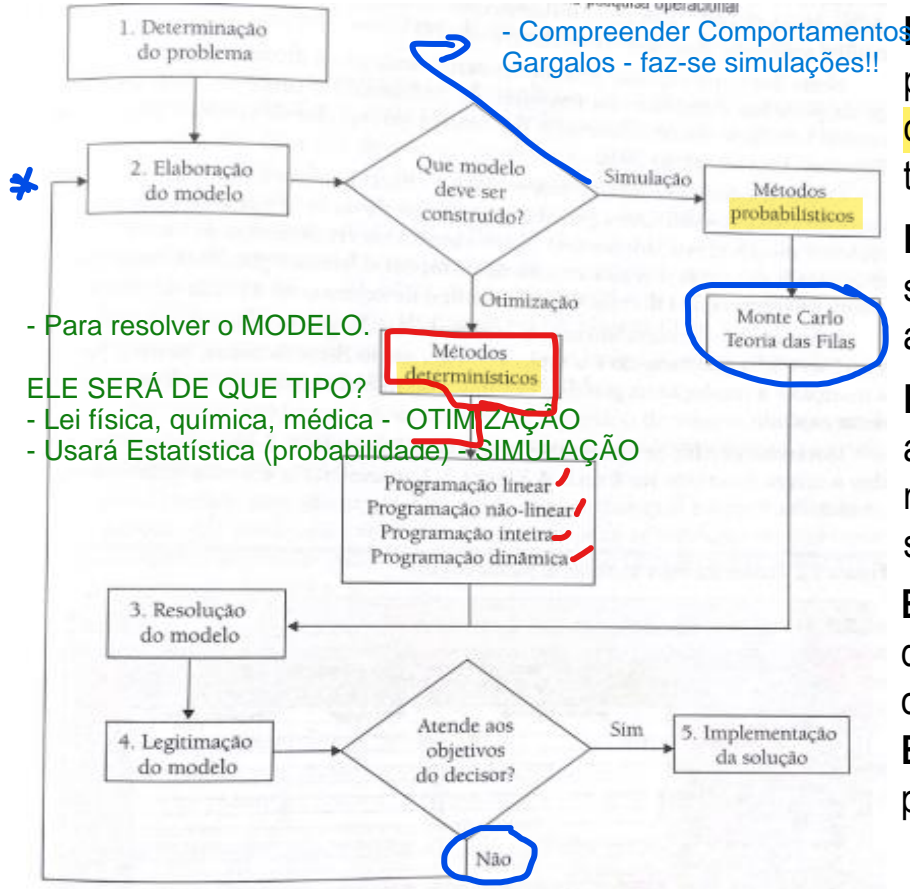


Figura – Fluxograma de resolução de problema de PO.

**Etapa 1 – Determinação do problema:** delimitação dos aspectos percebidos como problemáticos para as pessoas envolvidas no cenário decisório, sobre os quais algum tipo de ação deve ser tomada. definir as variáveis, parâmetros e o CENÁRIO problema;

**Etapa 2 – Elaboração do modelo:** ocorre a definição da técnica a ser empregada para resolver o problema e a delimitação do algoritmo matemático. - por meio de alguma Lei - Física, Eng, Matemática para resolver o problema;

**Etapa 3 – Resolução do modelo:** é procedido o cálculo do algoritmo, com determinação dos valores da solução ótima, nos modelos de otimização, ou das alternativas viáveis, nos modelos de simulação.

**Etapa 4 – Legitimação do modelo:** reconhecimento por parte do decisor de que o modelo construído atende às necessidades para os quais foi solicitado.?

**Etapa 5 – Interpretação da solução:** o algoritmo do modelo é posta em prática.

## Construindo um modelo para otimização

Um investidor quer fazer um investimento de até R\$ 10.000,00 e seu corretor sugere investir em dois títulos, A e B. O título A é bastante arriscado, com rendimento anual de 15%, e o título B, relativamente seguro, com rendimento anual de 5%. Depois de algumas considerações, ele resolve investir no máximo R\$ 6.000,00 no título A, no mínimo R\$ 2.000,00 no título B e o mínimo tanto no título A quanto no título B. Escreva a formulação matemática completa para esse problema.




## Construindo um modelo para otimização

Um investidor quer fazer um investimento de até R\$ 10.000,00 e seu corretor sugere investir em dois títulos, A e B. O título A é bastante arriscado, com rendimento anual de 15%, e o título B, relativamente seguro, com rendimento anual de 5%. Depois de algumas considerações, ele resolve investir no máximo R\$ 6.000,00 no título A, no mínimo R\$ 2.000,00 no título B e o mínimo tanto no título A quanto no título B. Escreva a formulação matemática completa para esse problema, visando a maximização do rendimento anual.

**Solução:** sejam  $X_A$  e  $X_B$  as quantias, em R\$, investidas no título A e B, respectivamente.



# HIPÓTESES DE MODELAGEM EM PROGRAMAÇÃO LINEAR

- 1) **Hipótese da proporcionalidade:** presume-se que a contribuição de cada atividade ao valor da função objetivo é proporcional ao nível de atividade  $x_i$ , representado por  $c_i x_i$ . Da mesma forma, representado nas condições de restrições  
  
- multiplicação da variável por alguma constante
- 2) **Hipótese da aditividade:** consiste em considerar as atividades dos modelos entidades absolutamente independentes, não permitindo que haja interdependência entre elas.  
- pode-se somar variáveis
- 3) **Hipótese da divisibilidade:** as variáveis de decisão de um modelo podem assumir qualquer valor, desde que atendam às restrições de recurso e de não negatividade.  
- pode-se dividir as equações se necessário
- 4) **Hipótese da certeza:** o valor atribuído a cada parâmetro é assumido como uma constante positiva.  
- tenho certeza que os 15% e os 5% são corretos devido a CONDIÇÃO DO PROBLEMA LEVANTADO;  
- 6.000,00 é certo | 2.000,00 é certo. Não depende de qualquer fenômeno;



# PRINCÍPIOS PARA MODELAGEM EM PO

- 1) Não construa um modelo complicado quando um simples é o suficiente; ✓
- 2) Cuidado para não modelar um problema em detrimento de determinada técnica; ✓  
- não viciar os casos para somente situações de OTIMIZAÇÃO ou SIMULAÇÃO. Use o modelo para o que que ele deva ser usado e não "ah vou simular um determinístico"
- 3) Seja rigoroso na etapa de abstração do cenário; ✓
- 4) Legitimar o modelo antes de implementar; ✓
- 5) Um modelo não deve ser tomado ao pé da letra; ✓  
- é um cenário de teste e não real
- 6) Um modelo não deve ser criticado por não fazer aquilo que não foi construído para fazer; ✓
- 7) Cuidado para não gerar expectativas que extrapolem as reais potencialidades do modelo; ✓
- 8) Um modelo não pode ser melhor que as informações contidas nele; ✓
- 9) Modelos não podem substituir decisores; ✓
- 10) Um modelo pronto não expressa todo o conhecimento adquirido durante sua construção. ✓

## Exercício 1

Quanto ao conceito de modelo, analise as afirmações que seguem.

- ~~I.~~ Um modelo é a representação fiel, em mesma escala e proporção de grandeza, da realidade.
- II. Um modelo faz parte e intervém diretamente na realidade.
- III. Uma das vantagens do emprego de modelo é a possibilidade de testar novas alternativas para um cenário sem alterar a realidade.

Está correto o que se afirma em

- ~~(A)~~ I, apenas.
- (B) III, apenas.
- ~~(C)~~ I e II, apenas.
- ~~(D)~~ II e III, apenas.
- ~~(E)~~ I, II e III.

## Exercício 2

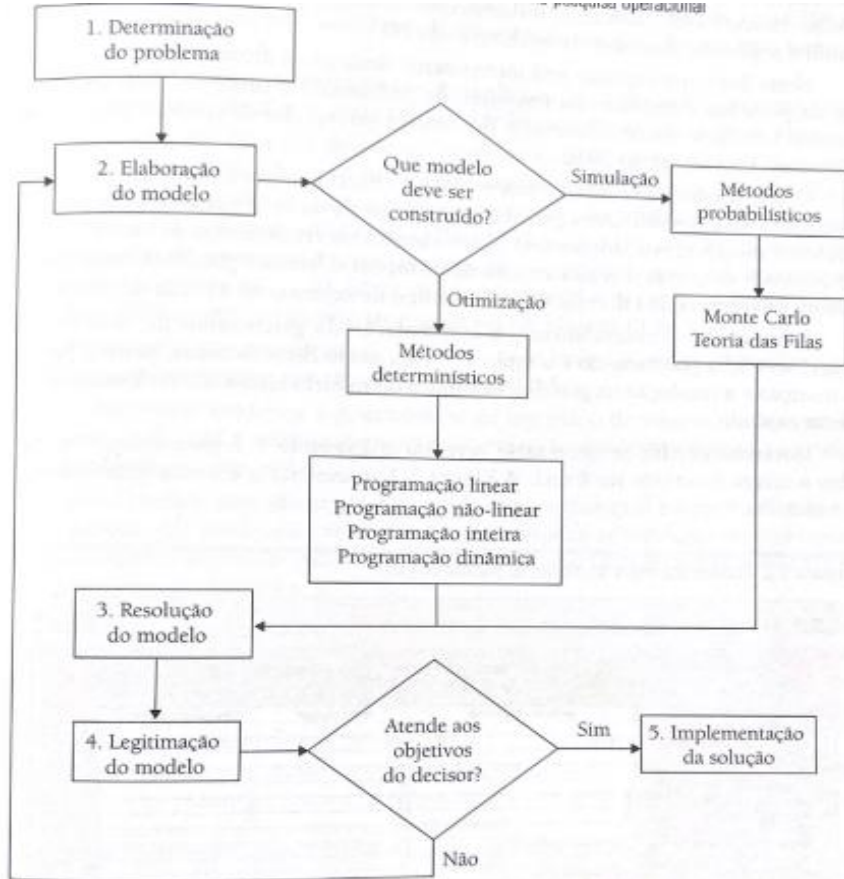
Assinale alternativa **INCORRETA**. ✓

- (A) Em um modelo de otimização, o que se objetiva é imitar um dado sistema físico ou abstrato.
- ~~(B) A função-objetivo é a parte do modelo de otimização que quantifica o quanto se quer aumentar ou reduzir algo.~~
- ~~(C) A restrição estabelece o lucro ou prejuízo de um modelo de otimização.~~
- ~~(D) As restrições estabelecem as relações entre o que se quer quantificar e as limitações dos recursos disponíveis.~~
- ~~(E) Um modelo de otimização é uma representação matemática de um problema.~~

### Exercício 3

Quanto às etapas para a resolução de um problema de PO, assinale a alternativa **INCORRETA**.

- ☒ (A) Na etapa de definição do problema são identificados os aspectos indesejáveis do contexto decisório, que podem ser melhorados ou modificados.
- ☐ (B) Na etapa de construção do modelo, o primeiro passo correspondente à determinação do uso da programação matemática ou de métodos probabilísticos.
- ☒ (C) Na etapa de solução do modelo, tem-se a resolução do algoritmo do problema.
- ☒ (D) Na etapa de legitimação do modelo são feitas várias simulações matemáticas do modelo. Se tudo estiver correto, o algoritmo pode ser implementado.
- ☒ (E) Na etapa de implementação, a solução alcançada pelo algoritmo do modelo é posta em prática.



**Figura** – Fluxograma de resolução de problema de PO.

**Etapa 1 – Determinação do problema:** delimitação dos aspectos percebidos como problemáticos para as pessoas envolvidas no cenário decisório, sobre os quais algum tipo de ação deve ser tomada.

**Etapa 2 – Elaboração do modelo:** ocorre a definição da técnica a ser empregada para resolver o problema e a delimitação do algoritmo matemático.

**Etapa 3 – Resolução do modelo:** é procedido o cálculo do algoritmo, com determinação dos valores da solução ótima, nos modelos de otimização, ou das alternativas viáveis, nos modelos de simulação.

**Etapa 4 – Legitimação do modelo:** reconhecimento por parte do decisor de que o modelo construído atende às necessidades para os quais foi solicitado.

**Etapa 5 – Interpretação da solução:** o algoritmo do modelo é posta em prática.



## Exercício 4

Sobre os princípios de modelagem, é correto afirmar que

- ~~(A)~~ um modelo deve ser o mais rebuscado possível, demonstrando toda a capacidade e o conhecimento do praticante da pesquisa operacional.
- ~~(B)~~ um modelo deve ser usado como uma referência incontestável para resolução do problema, não devendo sofrer alterações em seu esquema original.
- ~~(C)~~ desde que atenta aos objetivos propostos, um modelo deve ser o mais simples possível.
- ~~(D)~~ modelos bem elaborados substituem a capacidade humana de decidir.
- ~~(E)~~ o modelo é representação exata, fiel e em escala reduzida de um problema.

## Exercício 5

Uma fábrica produz dois refrigerantes: A e B. Para produzi-los, utilizam-se vários recursos, entre os quais os extratos e a água são os mais limitantes, devido a problemas ecológicos.

Para produzir um litro de refrigerante A, o processo envolve a dissolução de um pacote de extrato (denominado Delta) em um litro de água, além de outros recursos que não são limitantes.

Já a produção de um litro de refrigerante B, além da dissolução de um pacote de extrato (denominado Gama) em um litro de água, exige mais um litro de água para o processo de arrefecimento, além de outros recursos que não são limitantes.

Sabe-se que:

- a) O lucro gerado por litro de A é R\$ 5, enquanto que o lucro por litro de B é R\$ 2.
- b) O fornecedor de extratos só consegue entregar 3 000 pacotes de extrato Delta e 4 000 pacotes de extrato Gama, semanalmente.
- c) Há um fator ambiental limitante de 9 000 litros de água por semana.

Denominando de  $X_1$  a quantidade de litros de refrigerante A e, de  $X_2$ , a quantidade de litros de refrigerante B a serem produzidos, qual deverá ser o plano de produção semanal viável para gerar o maior lucro a essa fábrica, dentro das condições apresentadas?





## Para próxima aula...

- assistir às aulas conceituais referente a unidade 1 e a leitura das págs. 16 até 40. ✓
- assistir ao vídeo proposto no início da aula. ✓
- resolver as atividades da unidade 1, do livro texto (pág. 43). ✓





# UniCesumar

EDUCAÇÃO PRESENCIAL E A DISTÂNCIA