

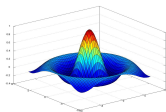
Análise de Sensibilidade

Professores André L.M. Marcato, Ivo C.da Silva Jr, João A.Passos Filho

Universidade Federal de Juiz de Fora
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

andre.marcato@ufjf.edu.br, ivo.junior@ufjf.edu.br, joao.passos@ufjf.edu.br

Primeiro Semestre de 2018



Agenda da Apresentação

- 1 Análise de Sensibilidade ou Análise de Pós-Otimização
 - Exemplo Tableau-Simplex
 - Variáveis Duais x Tableau Simplex
 - Eliminação de Variáveis
 - Eliminação de Restrições
 - Variação dos Coeficientes da FOB



◀ ◻ ▶ ◀ ◻ ▶ ◀ ≡ ▶ ◀ ≡ ▶ ≡

Sujeito a:

$$3x_1 + 2x_2 \leq 240$$

$x_2 < 80$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

O Problema dos Cereais

$$\max z = 600x_1 + 800x_2$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 \leq 100$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 240$$

$$x_1 \leq 60$$

$$x_2 \leq 80$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Forma Padrão



Tableau Simplex

$$\max z = 600x_1 + 800x_2$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 + S_1 = 100$$

$$3x_1 + 2x_2 + S_2 = 240$$

$$x_1 + S_3 = 60$$

$$x_2 + S_4 = 80$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

O Problema dos Cereais - Tableau Final - Linha FOB

Base	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	B
Z	1	0	0	600	0	0	200	76000



RESULTADOS

$$\text{Max } Z = 600x_1 + 800x_2$$

sujeito a

$$x_1 + x_2 \leq 100 \longrightarrow \text{Variável dual Y1}$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 240 \longrightarrow \text{Variável dual Y2}$$

$$x_1 \leq 60 \longrightarrow \text{Variável dual Y3}$$

$$x_2 \leq 80 \longrightarrow \text{Variável dual Y4}$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \longrightarrow \text{Variável dual Y5 e Y6}$$

X1 =
Variável primal X1
20.0000

X2 =
Variável primal X2
80.0000

FOB =
Valor da FOB
-7.6000e+004

EXITFLAG =
Convergência
1

LAMBDA_INE =

600.0000 Variável dual Y1 $\neq 0$
0.0000 Variável dual Y2

LAMBDA_EQ =

Empty matrix: 0-by-1

LAMBDA_UB =

0.0000 Variável dual Y3
200.0000 Variável dual Y4 $\neq 0$

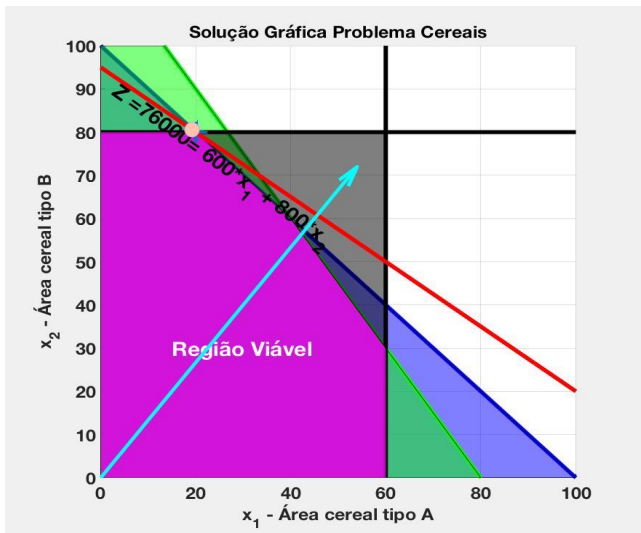
LAMBDA_LB =

1.0e-007 *
0.2363 Variável dual Y5
0.0231 Variável dual Y6

Conclusão: Os coeficientes da VNB da FOB (Tableau Ótimo) são referentes aos valores das variáveis duais e suas respectivas restrições.



O Problema dos Cereais



Programação Linear - Análise de Sensibilidade

Justificativas para a Análise Pós-Otimização

- O problema em estudo exige grande tempo de processamento e já foi resolvido anteriormente.
- Modificação ou ajuste de algum parâmetro do modelo.
- Estudo do impacto da variação de alguns parâmetros do modelo na função objetivo do problema.

Programação Linear - Análise de Sensibilidade

Análise Pós-Otimização pode ser feita em relação:

- Variação dos recursos das restrições
- Eliminação das variáveis
- Eliminação das restrições
- Variação dos coeficientes da FOB

Eliminação de Variáveis

Quais variáveis podem ser eliminadas?

- Variáveis nulas podem ser eliminadas (VNB e/ou VB nulas) sem afetar a solução ótima do problema.
- Variáveis básicas (VB) não nulas **não podem** ser eliminadas. Caso sejam, deve-se resolver o problema novamente.

Eliminação de Variáveis

$$\max z = 600x_1 + 800x_2 + x_3$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 100$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 240$$

$$x_1 \leq 60$$

$$x_2 \leq 80$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Eliminação de Variáveis

$$\max z = 600x_1 + 800x_2 + x_3$$

Sujeito a:

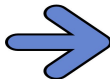
$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 100$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 240$$

$$x_1 \leq 60$$

$$x_2 \leq 80$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$



Optimization terminated.

x =

```
20.0000 x1
80.0000 x2
0.0000 x3
```

fval =

```
-7.6000e+04 FOB
```

exitflag =

```
1 Optimization Terminated
```

Eliminação de Variáveis

$$\max z = 600x_1 + 800x_2 + x_3$$

Sujeito a:

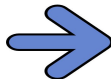
$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 100$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 240$$

$$x_1 \leq 60$$

$$x_2 \leq 80$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$



Optimization terminated.

x =

20.0000 x₁

80.0000 x₂

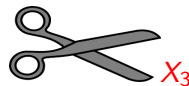
0.0000 x₃

fval =

-7.6000e+04 FOB

exitflag =

1 Optimization Terminated



$$\max z = 600x_1 + 800x_2$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 \leq 100$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 240$$

$$x_1 \leq 60$$

$$x_2 \leq 80$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Eliminação de Variáveis

$$\max z = 600x_1 + 800x_2 + x_3$$

Sujeito a:

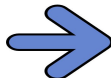
$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 100$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 240$$

$$x_1 \leq 60$$

$$x_2 \leq 80$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$



Optimization terminated.

x =

20.0000 x₁

80.0000 x₂

0.0000 x₃

fval =

-7.6000e+04 FOB

exitflag =

1 Optimization Terminated



Optimization terminated.

x =

20.0000 x₁

80.0000 x₂

fval =

-7.6000e+04 FOB

exitflag =

1 Optimization Terminated



$$\max z = 600x_1 + 800x_2$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 \leq 100$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 240$$

$$x_1 \leq 60$$

$$x_2 \leq 80$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



Eliminação de Restrições

- A restrição a ser eliminada é uma igualdade:
 - ◇ **Neste caso, deve-se resolver o problema novamente.**
- A restrição a ser eliminada é uma desigualdade. Neste caso, deve-se verificar se a restrição é ativa ou não
 - ◇ **Ativa**: Deve-se resolver o problema novamente.
 - ◇ **Não está ativa**: A desigualdade pode ser eliminada, pois esta não afetará em nada a solução do problema.

Eliminação de Restrições

$$\max z = 600x_1 + 800x_2$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 \leq 100$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 240$$

$$x_1 \leq 60$$

$$x_2 \leq 80$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Forma Padrão



Tableau Simplex

$$\max z = 600x_1 + 800x_2$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 + S_1 = 100$$

$$3x_1 + 2x_2 + S_2 = 240$$

$$x_1 + S_3 = 60$$

$$x_2 + S_4 = 80$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Tabela: Tableau Simplex Final Processo Iterativo

Base	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	B
X_1	0	1	0	1	0	0	-1	20
S_2	0	0	0	-3	1	0	1	20
S_3	0	0	0	-2	0	1	1	40
X_2	0	0	1	0	0	0	1	80
Z	1	0	0	600	0	0	200	76000

Eliminação de Restrições

$$\max z = 600x_1 + 800x_2$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 \leq 100 \Leftrightarrow \text{Ativa}$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 240 \Leftrightarrow \text{Não Ativa}$$

$$x_1 \leq 60 \Leftrightarrow \text{Não Ativa}$$

$$x_2 \leq 80 \Leftrightarrow \text{Ativa}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Forma Padrão



Tableau Simplex

$$\max z = 600x_1 + 800x_2$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 + S_1 = 100$$

$$3x_1 + 2x_2 + S_2 = 240$$

$$x_1 + S_3 = 60$$

$$x_2 + S_4 = 80$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Tabela: Tableau Simplex Final Processo Iterativo

Base	Z	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	S_4	B
X_1	0	1	0	1	0	0	-1	20
S_2	0	0	0	-3	1	0	1	20
S_3	0	0	0	-2	0	1	1	40
X_2	0	0	1	0	0	0	1	80
Z	1	0	0	600	0	0	200	76000

Eliminação de Restrições

$$\max z = 600x_1 + 800x_2$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 \leq 100 \Leftrightarrow \text{Ativa}$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 240 \Leftrightarrow \text{Não Ativa}$$

$$x_1 \leq 60 \Leftrightarrow \text{Não Ativa}$$

$$x_2 \leq 80 \Leftrightarrow \text{Ativa}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Eliminação de Restrições

$$\max z = 600x_1 + 800x_2$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 \leq 100 \Leftrightarrow \text{Ativa}$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 240 \Leftrightarrow \text{Não Ativa}$$

$$x_1 \leq 60 \Leftrightarrow \text{Não Ativa}$$

$$x_2 \leq 80 \Leftrightarrow \text{Ativa}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



Restrições
Não Ativas

$$\max z = 600x_1 + 800x_2$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 + S_1 = 100$$

$$x_2 + S_4 = 80$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Eliminação de Restrições

$$\max z = 600x_1 + 800x_2$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 \leq 100 \Leftrightarrow \text{Ativa}$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 240 \Leftrightarrow \text{Não Ativa}$$

$$x_1 \leq 60 \Leftrightarrow \text{Não Ativa}$$

$$x_2 \leq 80 \Leftrightarrow \text{Ativa}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



Restrições
Não Ativas

$$\max z = 600x_1 + 800x_2$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 + S_1 = 100$$

$$x_2 + S_4 = 80$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Programa em Matlab

```

1 clear all; close all; clc;
2
3 c = -[ 600 800];
4
5 A = [ 1 1; 0 1]; B = [ 100; 80];
6 lb = [0 0]; ub = [inf inf];
7
8 [x, fval, exitflag] = ...
   linprog(c,A,B,[],[],lb,ub)

```

Eliminação de Restrições

$$\max z = 600x_1 + 800x_2$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 \leq 100 \Leftrightarrow \text{Ativa}$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 240 \Leftrightarrow \text{Não Ativa}$$

$$x_1 \leq 60 \Leftrightarrow \text{Não Ativa}$$

$$x_2 \leq 80 \Leftrightarrow \text{Ativa}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



Restrições
Não Ativas

$$\max z = 600x_1 + 800x_2$$

Sujeito a:

$$x_1 + x_2 + S_1 = 100$$

$$x_2 + S_4 = 80$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Programa em Matlab

```

1 clear all; close all; clc;
2
3 c = -[ 600 800];
4
5 A = [ 1 1; 0 1]; B = [ 100; 80];
6 lb = [0 0]; ub = [inf inf];
7
8 [x, fval, exitflag] = ...
    linprog(c,A,B,[],[],lb,ub)

```

Optimization terminated.

x =

20.0000 **x₁**
80.0000 **x₂**

fval =

-7.6000e+04 **FOB**

exitflag =

1 **Optimization
terminated.**



Variação dos Coeficientes da FOB

Exemplo da Fábrica de Sucos

$$\max z = 5x_1 + 7x_2 + 3x_3 \Rightarrow \text{Lucro}$$

Sujeito a:

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 240 \Rightarrow \text{Horas}$$

$$2x_1 + 1x_2 + 1x_3 \leq 150 \Rightarrow \text{Matéria Prima}$$

$$x_1 \leq 80 \Rightarrow \text{Produção}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

x_1 litros de suco maçã

x_2 litros de suco uva

x_3 litros de suco limão

Variação dos Coeficientes da FOB

Exemplo da Fábrica de Sucos

$$\max z = 5x_1 + 7x_2 + 3x_3 \quad \Rightarrow \text{Lucro}$$

Sujeito a:

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 240 \quad \Rightarrow \text{Horas}$$

$$2x_1 + 1x_2 + 1x_3 \leq 150 \quad \Rightarrow \text{Matéria Prima}$$

$$x_1 \leq 80 \quad \Rightarrow \text{Produção}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

x_1 litros de suco maçã

x_2 litros de suco uva

x_3 litros de suco limão



Uma redução do preço original de x_3 tem impacto no lucro (Z)?

Variação dos Coeficientes da FOB

Exemplo da Fábrica de Sucos

$$\max z = 5x_1 + 7x_2 + 3x_3 \quad \Rightarrow \text{Lucro}$$

Sujeito a:

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 240 \quad \Rightarrow \text{Horas}$$

$$2x_1 + 1x_2 + 1x_3 \leq 150 \quad \Rightarrow \text{Matéria Prima}$$

$$x_1 \leq 80 \quad \Rightarrow \text{Produção}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

x_1 litros de suco maçã

x_2 litros de suco uva

x_3 litros de suco limão



A partir de que valor de preço, o produto x_3 passa a ser mais vantajoso?

Variação dos Coeficientes da FOB

Exemplo da Fábrica de Sucos

$$\max z = 5x_1 + 7x_2 + 3x_3 \quad \Rightarrow \text{Lucro}$$

Sujeito a:

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 240 \quad \Rightarrow \text{Horas}$$

$$2x_1 + 1x_2 + 1x_3 \leq 150 \quad \Rightarrow \text{Matéria Prima}$$

$$x_1 \leq 80 \quad \Rightarrow \text{Produção}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

x_1 litros de suco maçã

x_2 litros de suco uva

x_3 litros de suco limão



Como ficaria minha estratégia de venda com esse novo valor de produto x_3 ?

Exemplo da Fábrica de Sucos

Tabela: Tableau Simplex Final Processo Iterativo

Base	Z	X_1	X_2	X_3	SLK_2	SLK_3	SLK_4	B
X_2	0	0	1	1.5	0.5	-0.5	0	45
X_1	0	1	0	-0.25	-0.25	0.75	0	52.5
SLK_4	0	0	0	0.25	0.25	-0.75	1	27.5
Z	1	0	0	6.25	2.25	0.25	0	577.5

$$\max Z = 5X_1 + 7X_2 + 3X_3$$

Sujeito a:

$$2X_1 + 3X_2 + 4X_3 + SLK_2 = 240$$

$$2X_1 + 1X_2 + 1X_3 + SLK_3 = 150$$

$$X_1 + SLK_4 = 80$$

$$X_1, X_2, X_3, SLK_2, SLK_3, SLK_4 \geq 0$$

CASO 1 - Variável Não Básica

Quanto se pode variar o coeficiente da variável X_3 (VNB) na FOB sem alterar o valor da FOB?

Exemplo da Fábrica de Sucos

Tabela: Tableau Simplex Final Processo Iterativo

Base	Z	X_1	X_2	X_3	SLK_2	SLK_3	SLK_4	B
X_2	0	0	1	1.5	0.5	-0.5	0	45
X_1	0	1	0	-0.25	-0.25	0.75	0	52.5
SLK_4	0	0	0	0.25	0.25	-0.75	1	27.5

$$\max Z = 5X_1 + 7X_2 + 3X_3$$

Sujeito a:

$$2X_1 + 3X_2 + 4X_3 + SLK_2 = 240$$

$$2X_1 + 1X_2 + 1X_3 + SLK_3 = 150$$

$$X_1 + SLK_4 = 80$$

$$X_1, X_2, X_3, SLK_2, SLK_3, SLK_4 \geq 0$$

CASO 1 - Variável Não Básica

Quanto se pode variar o coeficiente da variável X_3 (VNB) na FOB sem alterar o valor da FOB?

$$\max Z = 5X_1 + 7X_2 + (3 + \Delta C_3)X_3 = 577,5$$

Exemplo da Fábrica de Sucos

Tabela: Tableau Simplex Final Processo Iterativo

Base	Z	X_1	X_2	X_3	SLK_2	SLK_3	SLK_4	B
X_2	0	0	1	1.5	0.5	-0.5	0	45
X_1	0	1	0	-0.25	-0.25	0.75	0	52.5
SLK_4	0	0	0	0.25	0.25	-0.75	1	27.5

$$\max Z = 5X_1 + 7X_2 + 3X_3$$

Sujeito a:

$$2X_1 + 3X_2 + 4X_3 + SLK_2 = 240$$

$$2X_1 + 1X_2 + 1X_3 + SLK_3 = 150$$

$$X_1 + SLK_4 = 80$$

$$X_1, X_2, X_3, SLK_2, SLK_3, SLK_4 \geq 0$$

CASO 1 - Variável Não Básica

Quanto se pode variar o coeficiente da variável X_3 (VNB) na FOB sem alterar o valor da FOB?

$$\max Z = 5X_1 + 7X_2 + (3 + \Delta C_3)X_3 = 577,5$$

$$\Delta C_3 = \text{????}$$

Exemplo da Fábrica de Sucos

Tabela: Tableau Simplex Final Processo Iterativo

Base	Z	X_1	X_2	X_3	SLK_2	SLK_3	SLK_4	B
X_2	0	0	1	1.5	0.5	-0.5	0	45
X_1	0	1	0	-0.25	-0.25	0.75	0	52.5
SLK_4	0	0	0	0.25	0.25	-0.75	1	27.5
Z	1	0	0	6.25	2.25	0.25	0	577.5

$$\max Z = 5X_1 + 7X_2 + 3X_3$$

Sujeito a:

$$2X_1 + 3X_2 + 4X_3 + SLK_2 = 240$$

$$2X_1 + 1X_2 + 1X_3 + SLK_3 = 150$$

$$X_1 + SLK_4 = 80$$

$$X_1, X_2, X_3, SLK_2, SLK_3, SLK_4 \geq 0$$

CASO 1 - Variável Não Básica

Quanto se pode variar o coeficiente da variável X_3 (VNB) na FOB sem alterar o valor da FOB?

$$\max Z = 5X_1 + 7X_2 + (3 + \Delta C_3)X_3 = 577,5$$

$$\Delta C_3 = \text{????}$$

Exemplo da Fábrica de Sucos

Tabela: Tableau Simplex Final Processo Iterativo

Base	Z	X_1	X_2	X_3	SLK_2	SLK_3	SLK_4	B
X_2	0	0	1	1.5	0.5	-0.5	0	45
X_1	0	1	0	-0.25	-0.25	0.75	0	52.5
SLK_4	0	0	0	0.25	0.25	-0.75	1	27.5
Z	1	0	0	6.25	2.25	0.25	0	577.5

Tabela: Expressão da FOB Tableau Ótimo

$$Z + 6,25X_3 + 2,25SLK_2 + 0,25SLK_3 = 577,50$$

Exemplo da Fábrica de Sucos

Tabela: Tableau Simplex Final Processo Iterativo

Base	Z	X_1	X_2	X_3	SLK_2	SLK_3	SLK_4	B
X_2	0	0	1	1.5	0.5	-0.5	0	45
X_1	0	1	0	-0.25	-0.25	0.75	0	52.5
SLK_4	0	0	0	0.25	0.25	-0.75	1	27.5
Z	1	0	0	6.25	2.25	0.25	0	577.5

Tabela: Expressão da FOB Tableau Ótimo

$$Z + 6,25X_3 + 2,25SLK_2 + 0,25SLK_3 = 577,50$$

Tabela: Alteração na FOB devido a variação em X_3

$$\max Z = 5X_1 + 7X_2 + (3 + \Delta C_3)X_3$$

Exemplo da Fábrica de Sucos

Tabela: Tableau Simplex Final Processo Iterativo

Base	Z	X_1	X_2	X_3	SLK_2	SLK_3	SLK_4	B
X_2	0	0	1	1.5	0.5	-0.5	0	45
X_1	0	1	0	-0.25	-0.25	0.75	0	52.5
SLK_4	0	0	0	0.25	0.25	-0.75	1	27.5
Z	1	0	0	6.25	2.25	0.25	0	577.5

Tabela: Expressão da FOB Tableau Ótimo

$$Z + 6,25X_3 + 2,25SLK_2 + 0,25SLK_3 = 577,50$$

Tabela: Alteração na FOB devido a variação em X_3

$$\max Z = 5X_1 + 7X_2 + (3 + \Delta C_3)X_3$$

Tabela: Expressão da FOB para entrada no tableau

$$\max Z - 5X_1 - 7X_2 - (3 + \Delta C_3)X_3 = 0$$

Exemplo da Fábrica de Sucos

Tabela: Alteração na Expressão da FOB no tableau ótimo

$$\max Z - 5X_1 - 7X_2 - (3 + \Delta C_3)X_3 = 0$$

O Tableau ótimo (Maximização) permanecerá o mesmo enquanto o coeficiente de X_3 for positivo.

Exemplo da Fábrica de Sucos

Tabela: Alteração na Expressão da FOB no tableau ótimo

$$\max Z - 5X_1 - 7X_2 - (3 + \Delta C_3)X_3 = 0$$

O Tableau ótimo (Maximização) permanecerá o mesmo enquanto o coeficiente de X_3 for positivo.

$$6,25 - \Delta C_3 \geq 0$$

Exemplo da Fábrica de Sucos

Tabela: Alteração na Expressão da FOB no tableau ótimo

$$\max Z - 5X_1 - 7X_2 - (3 + \Delta C_3)X_3 = 0$$

O Tableau ótimo (Maximização) permanecerá o mesmo enquanto o coeficiente de X_3 for positivo.

$$6,25 - \Delta C_3 \geq 0$$



$$\Delta C_3 \leq 6,25$$

Exemplo da Fábrica de Sucos

$$\Delta c_3 < 6,25$$

$$\text{Max } z = 5x_1 + 7x_2 + (3 + \Delta c_3)x_3$$

C3

Conclusão:

O coeficiente de x_3 (**C3**) pode variar de
alterar a solução ótima (valor da FOB).

$$0 < c_3 < 9,25 \quad \text{sem}$$

Exemplo da Fábrica de Sucos

```

clc
clear all
close all
cont=0;

for C3=0:1:20
    cont=cont+1;
    f=-[ 5 7 C3];
    Aeq=[];
    beq=[];
    A=[2 3 4; 2 1 1];
    b=[240;150];
    lb=[0 0 0];
    ub=[80 inf inf];
    x0=[];

    [X,Z,EXTIFLAG,OUT,LBD]=linprog(f,A,b,Aeq,beq,lb,ub,x0);

    arma(cont)= -Z;

    analise(cont,:)= [ C3 X'];
end

bar(1:cont,arma)

```

$$\text{Max } z = 5x_1 + 7x_2 + C3x_3$$

s.a :

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 240$$

$$2x_1 + 1x_2 + 1x_3 \leq 150$$

$$x_1 \leq 80$$

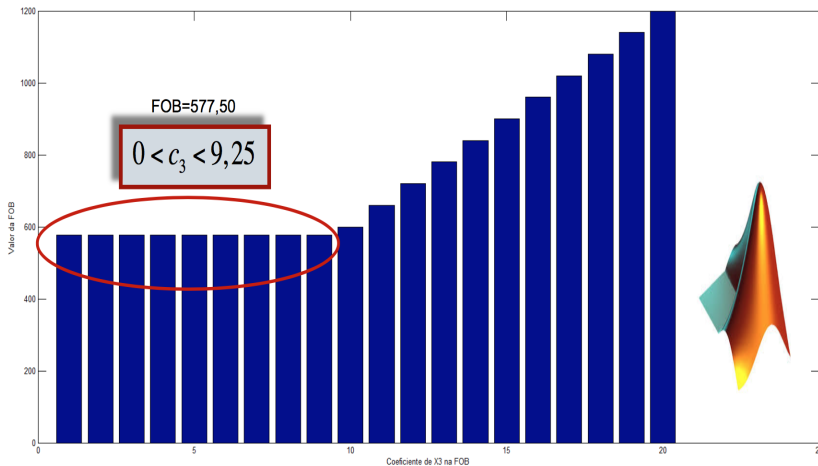
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Exemplo da Fábrica de Sucos

$$0 < c_3 < 9,25$$



Sem alteração da FOB



Exemplo da Fábrica de Sucos

$$\text{Max } z = 5x_1 + 7x_2 + 3x_3$$

s.a:

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 240$$

$$2x_1 + 1x_2 + 1x_3 \leq 150$$

$$x_1 \leq 80$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

C3	X1	X2	X3	Z
0	52.5	45	4.0698e-14	577.5
1	52.5	45	4.0399e-14	577.5
2	52.5	45	7.7974e-14	577.5
3	52.5	45	9.4652e-08	577.5
4	52.5	45	6.2409e-10	577.5
5	52.5	45	9.8444e-10	577.5
6	52.5	45	2.5676e-08	577.5
7	52.5	45	1.703e-13	577.5
8	52.5	45	2.1046e-13	577.5
9	52.5	45	3.8015e-11	577.5
10	8.8243	6.9059e-13	55.588	600
11	3.651e-12	1.5403e-13	60	660
12	6.6185e-13	2.2509e-14	60	720
13	1.3284e-06	4.873e-08	60	780
14	3.0986e-07	1.4006e-08	60	840
15	1.8908e-08	1.2622e-09	60	900
16	5.0259e-09	8.6633e-10	60	960
17	1.7931e-09	7.0154e-10	60	1020
18	1.3121e-09	6.2639e-10	60	1080
19	9.6401e-10	5.7303e-10	60	1140
20	7.1997e-10	5.3418e-10	60	1200

X1= litros de suco de Maçã

X2= litros de suco de Uva

X3= litros de suco de Limão



Uma redução do preço original de x3 tem impacto no lucro? **Não**

A partir de que valor de preço, o produto x3 passa a ser mais vantajoso? **\$9,25**

Como ficaria minha estratégia de venda com esse novo valor de X3? **Só Limão**

Exemplo da Fábrica de Sucos

Tabela: Tableau Simplex Final Processo Iterativo

Base	Z	X_1	X_2	X_3	SLK_2	SLK_3	SLK_4	B
X_2	0	0	1	1.5	0.5	-0.5	0	45
X_1	0	1	0	-0.25	-0.25	0.75	0	52.5
SLK_4	0	0	0	0.25	0.25	-0.75	1	27.5
Z	1	0	0	6.25	2.25	0.25	0	577.5

$$\max Z = 5X_1 + 7X_2 + 3X_3$$

Sujeito a:

$$2X_1 + 3X_2 + 4X_3 + SLK_2 = 240$$

$$2X_1 + 1X_2 + 1X_3 + SLK_3 = 150$$

$$X_1 + SLK_4 = 80$$

$$X_1, X_2, X_3, SLK_2, SLK_3, SLK_4 \geq 0$$

CASO 2 - Variável Básica

Quanto se pode variar o coeficiente da variável X_1 (VNB) na FOB de modo a manter a otimalidade das variáveis do problema?

Exemplo da Fábrica de Sucos

Tabela: Tableau Simplex Final Processo Iterativo

Base	Z	X_1	X_2	X_3	SLK_2	SLK_3	SLK_4	B
X_2	0	0	1	1.5	0.5	-0.5	0	45
X_1	0	1	0	-0.25	-0.25	0.75	0	52.5
SLK_4	0	0	0	0.25	0.25	-0.75	1	27.5

$$\max Z = 5X_1 + 7X_2 + 3X_3$$

Sujeito a:

$$2X_1 + 3X_2 + 4X_3 + SLK_2 = 240$$

$$2X_1 + 1X_2 + 1X_3 + SLK_3 = 150$$

$$X_1 + SLK_4 = 80$$

$$X_1, X_2, X_3, SLK_2, SLK_3, SLK_4 \geq 0$$

CASO 2 - Variável Básica

Quanto se pode variar o coeficiente da variável X_1 (VNB) na FOB de modo a manter a otimalidade das variáveis do problema?

$$\max Z = (5 + \Delta C_1)X_1 + 7X_2 + 3X_3 = 577,5$$

Exemplo da Fábrica de Sucos

Tabela: Tableau Simplex Final Processo Iterativo

Base	Z	X_1	X_2	X_3	SLK_2	SLK_3	SLK_4	B
X_2	0	0	1	1.5	0.5	-0.5	0	45
X_1	0	1	0	-0.25	-0.25	0.75	0	52.5
SLK_4	0	0	0	0.25	0.25	-0.75	1	27.5

$$\max Z = 5X_1 + 7X_2 + 3X_3$$

Sujeito a:

$$2X_1 + 3X_2 + 4X_3 + SLK_2 = 240$$

$$2X_1 + 1X_2 + 1X_3 + SLK_3 = 150$$

$$X_1 + SLK_4 = 80$$

$$X_1, X_2, X_3, SLK_2, SLK_3, SLK_4 \geq 0$$

CASO 2 - Variável Básica

Quanto se pode variar o coeficiente da variável X_1 (VNB) na FOB de modo a manter a otimalidade das variáveis do problema?

$$\max Z = (5 + \Delta C_1)X_1 + 7X_2 + 3X_3 = 577,5$$

$$\Delta C_1 = \text{????}$$

Exemplo da Fábrica de Sucos

Tabela: Tableau Simplex Final Processo Iterativo

Base	Z	X_1	X_2	X_3	SLK_2	SLK_3	SLK_4	B
X_2	0	0	1	1.5	0.5	-0.5	0	45
X_1	0	1	0	-0.25	-0.25	0.75	0	52.5
SLK_4	0	0	0	0.25	0.25	-0.75	1	27.5
Z	1	$-\Delta C_1$	0	6.25	2.25	0.25	0	577.5

$$\max Z = 5X_1 + 7X_2 + 3X_3$$

Sujeito a:

$$2X_1 + 3X_2 + 4X_3 + SLK_2 = 240$$

$$2X_1 + 1X_2 + 1X_3 + SLK_3 = 150$$

$$X_1 + SLK_4 = 80$$

$$X_1, X_2, X_3, SLK_2, SLK_3, SLK_4 \geq 0$$

CASO 2 - Variável Básica

Quanto se pode variar o coeficiente da variável X_1 (VNB) na FOB de modo a manter a otimalidade das variáveis do problema?

$$\max Z = (5 + \Delta C_1)X_1 + 7X_2 + 3X_3 = 577,5$$

$$\Delta C_1 = \text{????}$$

Exemplo da Fábrica de Sucos

Tabela: Método Simplex, quadro final com alteração ΔC_1

Base	Z	X_1	X_2	X_3	SLK_2	SLK_3	SLK_4	B
X_2	0	0	1	1.5	0.5	-0.5	0	45
X_1	0	1	0	-0.25	-0.25	0.75	0	52.5
SLK_4	0	0	0	0.25	0.25	-0.75	1	27.5
Z	1	$-\Delta C_1$	0	6.25	2.25	0.25	0	577.5

Diante da alteração (VB na FOB) deve-se eliminar o coeficiente de X_1 , uma vez que na FOB só deve haver VNB.

$$\text{Linha}(Z) = \text{Linha}(Z) + \Delta C_1 \cdot \text{Linha}(X_1)$$

Tabela: Linha da FOB com variação ΔC_1

Base	Z	X_1	X_2	X_3	SLK_2	SLK_3	S_4	B
Z	1	0	0	6.25	2.25	0.25	0	577.5
				$-0.25\Delta C_1$	$-0.25\Delta C_1$	$+0.75\Delta C_1$		$+52.5\Delta C_1$

Exemplo da Fábrica de Sucos

Linha (0) do quadro final com variação Δc_1

Base	Z	X1	X2	X3	SLK2	SLK3	SLK4	b
Max	1	0	0	$6,25 - 0,25\Delta c_1$	$2,25 - 0,25\Delta c_1$	$0,25 + 0,75\Delta c_1$	0	$577,50 + 52,5\Delta c_1$

A otimalidade da solução será preservada enquanto os coeficientes das **VNB**, no tableau acima, forem positivos (Maximização).

$$6,25 - 0,25\Delta c_1 > 0 \rightarrow \Delta c_1 < 25$$

$$2,25 - 0,25\Delta c_1 > 0 \rightarrow \Delta c_1 < 9$$

$$0,25 + 0,75\Delta c_1 > 0 \rightarrow \Delta c_1 > -1/3$$

$$-\frac{1}{3} < \Delta c_1 < 9$$

Exemplo da Fábrica de Sucos

$$-\frac{1}{3} < \Delta c_1 < 9$$

$$\text{Max } z = (5 + \Delta c_1) x_1 + 7 x_2 + 3 x_3$$

C1

Conclusão:

coeficiente de x_1 (C1) pode variar de
manter a otimalidade do problema.

$$\frac{14}{3} < c_1 < 14$$

de modo a

Exemplo da Fábrica de Sucos

Método Simplex, quadro final

Base	Z	X1	X2	X3	SLK 2	SLK 3	SLK 4	b	
Max	1	0	0	6,25	2,25	0,25	0	577,50	Linha (0)
X2	0	0	1	1,5	0,5	-0,5	0	45,0	Linha (1)
X1	0	1	0	-0,25	-0,25	0,75	0	52,5	Linha (2)
SLK 4	0	0	0	0,25	0,25	-0,75	1	27,5	Linha (3)

C1	X1	X2	X3	Z
5	52.5	45	9.4652e-08	577.5
6	52.5	45	1.0907e-09	630
7	52.5	45	1.5377e-08	682.5
8	52.5	45	7.3657e-10	735
9	52.5	45	1.148e-09	787.5
10	52.5	45	4.7363e-10	840
11	52.5	45	5.0465e-12	892.5
12	52.5	45	8.4801e-10	945
13	52.5	45	2.1908e-08	997.5
14	57.407	35.186	5.679e-13	1050

$$4,6 < c_1 < 14$$

OTIMALIDADE PRESERVADA



Fim