

A person's hands are shown typing on a laptop keyboard. The background is dark, and there is a vibrant digital overlay consisting of colorful, flowing lines and binary code (0s and 1s) in blue, green, and yellow, suggesting data science or computer graphics.

Matemática para Ciencia de Datos

Principios de Conteo

Dr. Daniel Alexis Gutierrez Pachas (dgutierrezp@ucsp.edu.pe)

24 de noviembre de 2023

Departamento de Ciencia de la Computación, Universidad Católica San Pablo, Arequipa, Perú.

El Problema del Vendedor Viajero (TSP)

El territorio de un vendedor incluye n ciudades que se deben visitar regularmente, siendo que entre cada par de ciudades, el servicio aéreo está disponible. TSP consiste en programar un secuencia de vuelos que visita cada ciudad exactamente una vez antes de regresar al punto de partida de manera que se minimice el tiempo total de vuelo. Un algoritmo ingenuo para resolver TSP utiliza tres pasos:

- **Paso 1:** Encuentra todas las rutas posibles.
- **Paso 2:** Encuentre el tiempo de viaje para cada ruta que se encuentra en el Paso 1.
- **Paso 3:** Elija una ruta con un tiempo de viaje igual al mínimo de los tiempos de viaje calculados en el Paso 2.

Ejemplo 1

Encuentre la ruta con el menor tiempo iniciando y terminando en A.

	A	B	C	D
A	-	18	30	16
B	18	-	31	19
C	30	31	-	17
D	16	19	17	-

- **Paso 1:** Encuentre las rutas:
- **Paso 2:** Calcular los tiempos por cada ruta:
 - A-B-C-D-A: $18 + 31 + 17 + 16 = 82$.
 - A-B-D-C-A: $18 + 19 + 17 + 30 = 84$.
 - A-C-B-D-A: $30 + 31 + 19 + 16 = 96$.
 - A-D-C-B-A: $16 + 17 + 31 + 18 = 82$.
 - A-C-D-B-A: $30 + 17 + 19 + 18 = 84$.
 - A-D-B-C-A: $16 + 19 + 31 + 30 = 96$.
- **Paso 3:** Escoger la ruta más corta: (A-B-C-D-A) o (A-D-C-B-A).

Principios de Conteo

Dos principios de conteo forman la base para la mayoría de las técnicas de conteo.

- El **principio de la Multiplicación**, se usa para contar el número de elementos que surgen de varias elecciones que se hacen de forma independiente.
- El **principio de la Adición**, se usa para contar el número de elementos en un conjunto que se pueden dividir en subconjuntos disjuntos.

Tenemos un diccionario “Lógica - Conjunto - Principios de Conteo”:

- \wedge (Lógica) es \cap (Conjuntos) se usa el Principio de la Multiplicación.
- \vee (Lógica) es \cup (Conjuntos) se usa el Principio de la Adición.

Principio de la Multiplicación

Si un suceso ocurre de n_1 maneras diferentes, el segundo suceso de n_2 maneras diferentes y así sucesivamente hasta la última alternativa que puede realizarse de n_k maneras, entonces el número total de maneras en que ocurre el suceso definido está dado por

$$n_1 \times n_2 \times \cdots \times n_k.$$

Principio de la Adición

Si un suceso tiene formas alternativas de llevarse a cabo, donde la primera de esas alternativas puede realizarse de n_1 maneras, la segunda alternativa puede realizarse de n_2 maneras, y así sucesivamente, hasta la última que puede realizarse de n_k maneras, entonces el número total de maneras en que ocurre este suceso es

$$n_1 + n_2 + \cdots n_k.$$

Ejemplo 2

Si tengo tres camisas, cinco pantalones y cuatro corbatas. ¿De cuántas maneras distintas puedo combinar una camisa, un pantalón y una corbata?

Ejemplo 3

Un restaurante ofrece 4 entradas, 5 platos principales y 2 postres. ¿De cuántas formas un cliente puede ordenar una comida?

Ejemplo 4

Si me quiero comprar un automóvil, puedo elegir entre distintas marcas y modelos. La marca A tiene 2 modelos y 3 colores, la marca B tiene 4 modelos y 5 colores disponibles. ¿De cuántas maneras posibles puedo elegir un automóvil?

Ejemplo 5

Supongamos que hay tres caminos para ir de la ciudad A a la ciudad B y cinco caminos para ir de la ciudad B a la ciudad C. Responder:

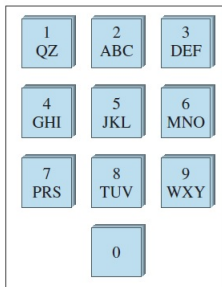
- (a) ¿De cuántas maneras viajar siguiendo $A \rightarrow B \rightarrow C$?
- (b) ¿De cuántas maneras viajar siguiendo $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$?
- (c) ¿De cuántas maneras viajar siguiendo $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ sin recorrer ningún camino dos veces?

Ejemplo 6

¿Cuántas cadenas de 3 tres letras tienen una letra repetida, sabiendo que las cadenas se forman a partir del conjunto $\{a, b, c, d, e\}$?

Ejemplo 7

El siguiente diagrama muestra el teclado de un cajero automático. Una secuencia de teclas representan una variedad de PIN diferentes. Por ejemplo, 2133, AZDE y BQ3F se introducen por la misma secuencia.



¿Cuántos PIN diferentes están representados por 5031?