ESCUELA DE POSTGRADO
UNIVERSIDAD CATÓLICA SAN PABLO

Aproximación numérica de autovalores y autovectores

Profesor. Sergio Moisés Aquise Escobedo

Departamento de Ciencia de la Computación, Universidad Católica San Pablo, Arequipa, Perú.

Aproximación numérica de autovalores y autovectores

Localización Geométrica

Métodos de aproximación

- Método de la potencia. Potencia inversa y cambio de origen
- Transformaciones: QR, Householder, Hessenberg y Givens

LOCALIZACIÓN DE AUTOVALORES

TEOREMA: Los valores propios de una matriz A de orden n se encuentran en la unión de los n discos de Gerschgorin, cada uno de los cuales está centrado en con centro a_{ii} y radio

$$\sigma_i = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} |a_{ij}|$$

$$D = \bigcup_{i=1}^{n} C_i = \{z \in \mathbb{C} \ / \ |z - a_{ii}| \leq \sigma_i\}$$

Si λ es un autovalor entonces esta dentro del conjunto D

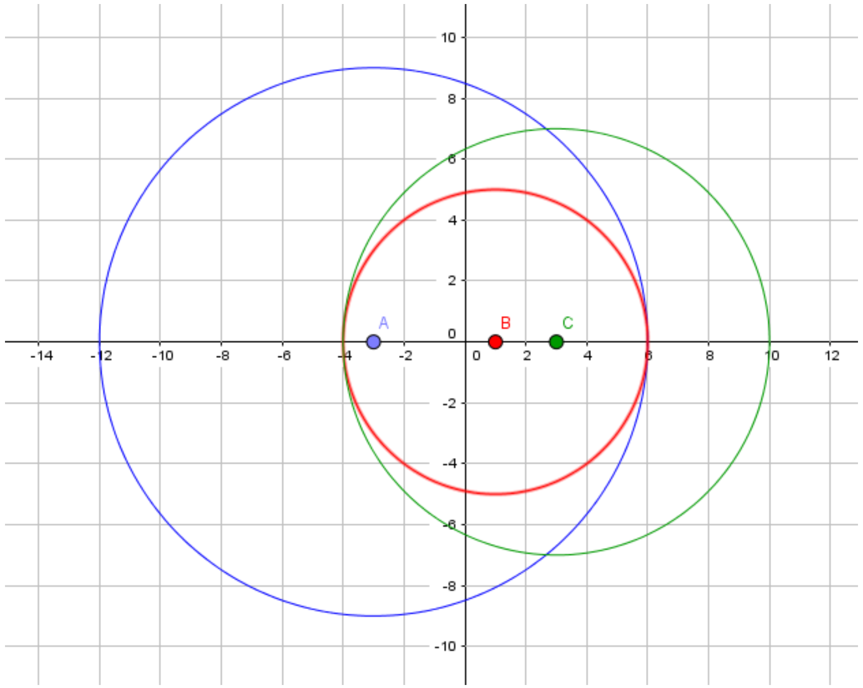
EJEMPLO

EJEMPLO: Dada la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & 7 & -3 \end{bmatrix}$$

Obtenemos que

	Centro	Radio
C_1	3	7
C_2	1	5
C_3	-3	9



MÉTODO DE LA POTENCIA

Dada una matriz A de orden n, real diagonalizable, suponiendo que sus autovalores verifican que:

$$|\lambda_1| > |\lambda_2| \geq \cdots \geq |\lambda_n|$$

Al autovalor λ_1 se le denomina autovalor dominante.

Siendo $\mathcal{B} = \{\, x_1, x_2, \dots, x_n\}$ una base del espacio $\mathbb{R}^n$ formada por los autovalores asociados $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ respectivamente, se verifica que

$$A^2 x_i = A(Ax_i) = A(\lambda_i x_i) = \lambda_i A x_i = \lambda_i(\lambda_i x_i) = {\lambda_i}^2 x_i$$

Con lo cual

$$A^k x_i = {\lambda_i}^k x_i \qquad para\ \ i = 1,2, \dots, n$$

Al considerar la sucesión $z_n = Az_{n-1}$ obtenemos

$$z_n = Az_{n-1}$$

$$z_n = A(Az_{n-2}) = A^2 z_{n-2}$$

$$z_n = Az_{n-1} = A^2 z_{n-2} = \cdots = A^n z_0$$