
Ejercicio 2 de la sección 3.2.11

Andres Vargas - 2218420

Andres Rubio - 2218426

Carlos Laguado - 2047095

$g_{ij}:g_{ij}:\text{matrix}([1,0,0],[0,-1,0],[0,0,1]);$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$R_{ij}:R_{ij}:\text{matrix}([1/2,1,3/2],[2,5/2,3],[7/2,4,9/2]);$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} \\ 2 & \frac{5}{2} & 3 \\ \frac{7}{2} & 4 & \frac{9}{2} \end{pmatrix}$$

$T_i:T_j:\text{matrix}([1/3],[2/3],[1]);$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Punto A

Cálculo de la matriz R_{ij}

$g_{ik}:g_{ij};$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$R_{kj}:R_{ij};$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} \\ 2 & \frac{5}{2} & 3 \\ \frac{7}{2} & 4 & \frac{9}{2} \end{pmatrix}$$

$R_{ij}:g_{ik}.R_{kj};$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} \\ -2 & -\frac{5}{2} & -3 \\ \frac{7}{2} & 4 & \frac{9}{2} \end{pmatrix}$$

Cálculo de la matriz simétrica (S_{kj})

$S_{ij}:(1/2) \cdot (R_{ij} + \text{transpose}(R_{ij}));$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{5}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{5}{2} & \frac{1}{2} & \frac{9}{2} \end{pmatrix}$$

Cálculo de la matriz $S_{ij} = g_{ik} \cdot S_{kj}$

$g_{ik}:g_{ij};$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$S_{kj}:S_{ij};$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{5}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{5}{2} & \frac{1}{2} & \frac{9}{2} \end{pmatrix}$$

Si_j:gik.S_kj;

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{5}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{5}{2} & \frac{1}{2} & \frac{9}{2} \end{pmatrix}$$

Se realiza el mismo procedimiento para la matriz antisimétrica (Ai_j)

A_ij:(1/2)·(R_ij-transpose(R_ij));

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{3}{2} & -1 \\ -\frac{3}{2} & 0 & -\frac{7}{2} \\ 1 & \frac{7}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

A_kj:A_ij;

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{3}{2} & -1 \\ -\frac{3}{2} & 0 & -\frac{7}{2} \\ 1 & \frac{7}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

Ai_j:gik.A_kj;

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{3}{2} & -1 \\ \frac{3}{2} & 0 & \frac{7}{2} \\ 1 & \frac{7}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

Parte B

Cáclulo de la matriz (R_kj - Rki - T_j)

g_ik:g_ij;

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

R_kj:g_ik.Ri_j;

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} \\ -2 & -\frac{5}{2} & -3 \\ \frac{7}{2} & 4 & \frac{9}{2} \end{pmatrix}$$

gjk:gij;

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Rki:gjk.Ri_j;

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} \\ -2 & -\frac{5}{2} & -3 \\ \frac{7}{2} & 4 & \frac{9}{2} \end{pmatrix}$$

$T_j: g_{ij}.T_i;$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Las matrices R_{ki} y R_{kj} son iguales, esto se debe a que $g_{ij} = g^{ij}$.

Parte C

$R_i T_i$

$T_i: T_j;$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$R_i T_i: R_j.T_i;$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$R_i T_j$

$R_i T_j: R_j.T_i;$

$$\begin{pmatrix} \frac{7}{3} \\ \frac{16}{3} \\ \frac{25}{3} \end{pmatrix}$$

Ri_jT_iTj

Ri_JT_iTj:T_i.Ri_j.Tj;

$$\frac{50}{9}$$

Parte D

Ri_jSj_i

Sj_i:transpose(Si_j);

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{5}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{5}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{5}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{9}{2} \end{pmatrix}$$

Ri_jSj_i:Ri_j.Sj_i;

$$\begin{pmatrix} \frac{7}{2} & 2 & \frac{17}{2} \\ \frac{29}{4} & \frac{23}{4} & \frac{79}{4} \\ 11 & \frac{19}{2} & 31 \end{pmatrix}$$

Ri_jAj_i

Aj_i:transpose(Ai_j);

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{3}{2} & 1 \\ \frac{3}{2} & 0 & \frac{7}{2} \\ -1 & \frac{7}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

$R_i \cdot A_j - R_j \cdot A_i$;

$$\begin{pmatrix} 0 & 6 & 4 \\ \frac{3}{4} & \frac{27}{2} & \frac{43}{4} \\ \frac{3}{2} & 21 & \frac{35}{2} \end{pmatrix}$$

$A_j \cdot T_i$

$A_j \cdot T_i - A_i \cdot T_j$;

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$A_j \cdot T_i - T_j$

$A_j \cdot T_i - T_j \cdot A_i \cdot T_j$;

0

Parte E

$R_i - 2\delta_{ij} R_l$

$R_{ij} - R_{ki}$;

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} \\ -2 & -\frac{5}{2} & -3 \\ \frac{7}{2} & 4 & \frac{9}{2} \end{pmatrix}$$

δi_j :matrix([1,0,0],[0,1,0],[0,0,1]);

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$Ri_I:Ri_j$;

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{3}{2} \\ 2 & \frac{5}{2} & 3 \\ \frac{7}{2} & 4 & \frac{9}{2} \end{pmatrix}$$

$E1:Ri_j - 2 \cdot (\delta i_j) \cdot Ri_I$;

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -1 & -\frac{3}{2} \\ -2 & -\frac{5}{2} & -3 \\ -\frac{7}{2} & -4 & -\frac{9}{2} \end{pmatrix}$$

$E2:E1.T_i$;

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$E3:T_i.E1.Tj$;

$$-\frac{50}{9}$$