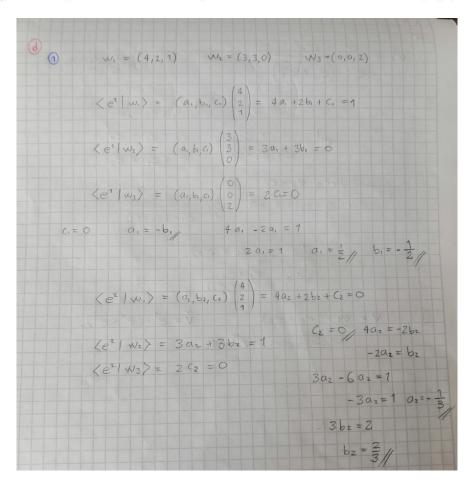
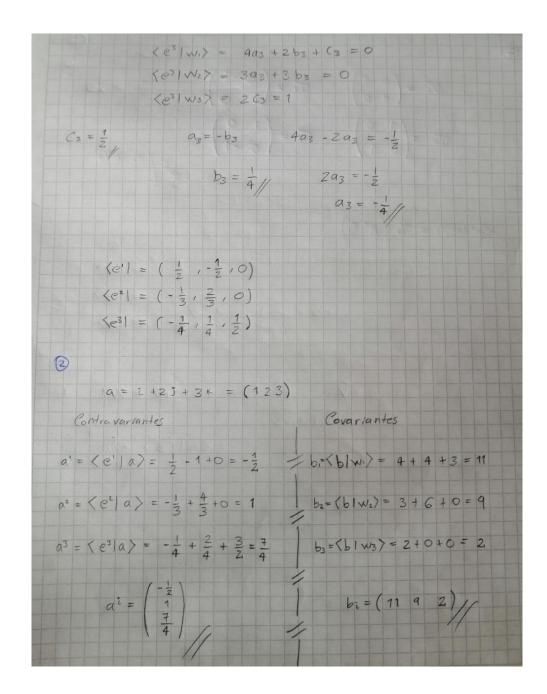
TALLER DE PROBLEMAS (Clase #5)

Sección 2.1.8, ejercicios 3 y 10

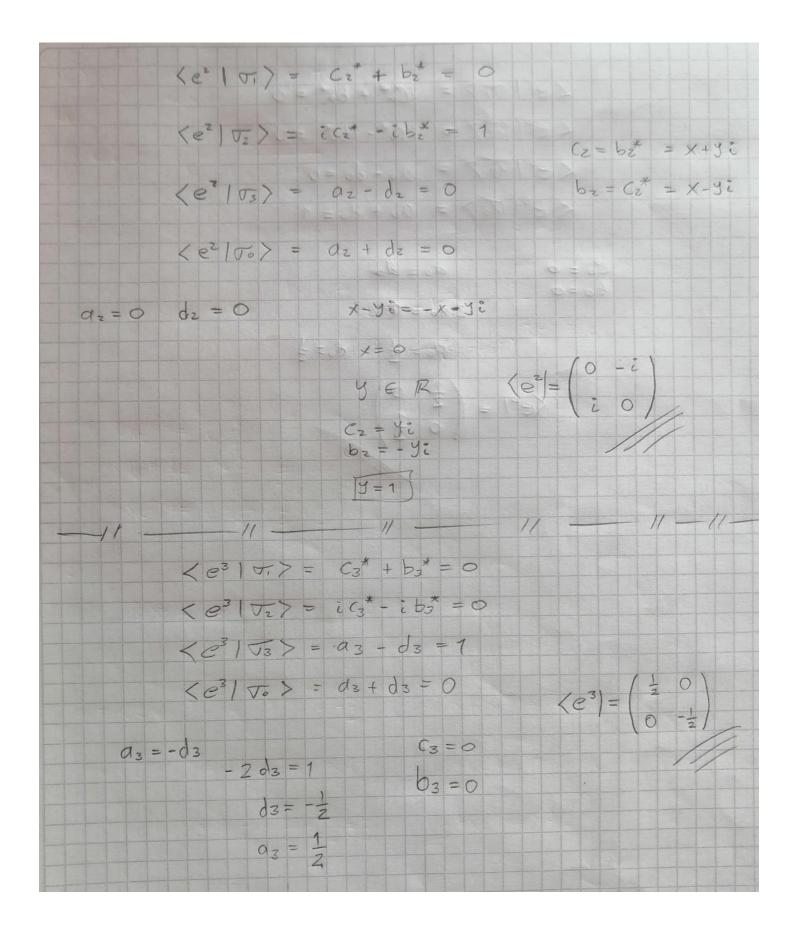
Nombre: Andres Felipe Vargas Molano - 2218420 Nombre: Carlos Laguado - 2047095 Nombre: Andres Felipe Rubio Toloza - 2218426

- 6. En el caso 3D tenemos que si $\{e_i\}$ define un sistema de coordenadas (dextrógiro) no necesariamente ortogonal, entonces, demuestre que:
 - $\mathbf{e}^i = \frac{\mathbf{e}_j \times \mathbf{e}_k}{\mathbf{e}_i \cdot (\mathbf{e}_j \times \mathbf{e}_k)}, \quad i, j, k = 1, 2, 3 \text{ y sus permutaciones cíclicas}$
 - b) si los volumenes: $V = \mathbf{e}_1 \cdot (\mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_3)$ y $\tilde{V} = \mathbf{e}^1 \cdot (\mathbf{e}^2 \times \mathbf{e}^3)$, entonces $V\tilde{V} = 1$.
 - c) ¿Qué vector satisface $\mathbf{a} \cdot \mathbf{e}^i = 1$? Demuestre que \mathbf{a} es único.
- d) Encuentre el producto vectorial de dos vectores \mathbf{a} y \mathbf{b} que están representados en un sistema de coordenadas oblicuo: Dada la base: $\mathbf{w}_1 = 4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{w}_2 = 3\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$, $\mathbf{w}_3 = 2\mathbf{k}$. Entonces encuentre:
 - 1) Las bases recíprocas $\{e^i\}$.
 - 2) Las componentes covariantes y contravariantes del vector $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$.





7. Considere una vez más el espacio vectorial de matrices hermíticas 2×2 y la definición de producto interno $\langle a | b \rangle \rightleftharpoons \operatorname{Tr}(\mathbb{A}^{\dagger}\mathbb{B})$ que introdujimos en los ejercicios de la sección 2.2.6. Hemos comprobado que las matrices de Pauli $\{\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3\}$ –presentadas tambien en los ejercicios de la sección 2.2.6– forman base para ese espacio (ver ejercicios sección 2.3.8). Encuentre entonces la base dual asociada a las base de Pauli y, adicionalmente dado un vector genérico en este espacio vectorial, encuentre también su 1-forma asociada.



$$a = \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{a}' = \langle \tilde{e}' | a \rangle = \pi r \left[\begin{pmatrix} 0 & i \\ \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \right] = -\frac{1}{2}i + \frac{1}{2}i = 0$$

$$\tilde{a}'' = \langle \tilde{e}' | a \rangle = \pi r \left[\begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \right] = 1 + 1 = 2$$

$$\tilde{a}'' = \langle \tilde{e}'' | a \rangle = \pi r \left[\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\tilde{a}'' = \langle \tilde{e}'' | a \rangle = \pi r \left[\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\tilde{a}'' = \langle \tilde{e}'' | a \rangle = \pi r \left[\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$|\langle \alpha| = 2 \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} + 1 \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}$$

$$|\langle \alpha| = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -2i \\ 2i & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$