Vedlegg til eksamen i BED3 Investering og finans

Tidens verdi

Fremtidsverdi av ett beløp:	$FV = CF_0 \cdot (1+k)^T$
Nåverdi av ett beløp:	$PV = \frac{CF_T}{(1+k)^T}$
Annuitet (endelig horisont):	$ACF = CF \cdot \frac{(1+k)^T - 1}{k \cdot (1+k)^T} = CF \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{1+k}\right)^T}{k} = CF \cdot A_{k,T}$
Annuitet (uendelig horisont):	$ACF = \frac{CF}{k}$
Fordeling av et beløp til annuitet:	$CF_0 \cdot \frac{k \cdot (1+k)^T}{(1+k)^T - 1} = CF_0 \cdot \frac{k}{1-\left(\frac{1}{1+k}\right)^T} = CF_0 \cdot A_{k,T}^{-1}$
Vekstrekke (endelig horisont):	$PV = CF_1 \cdot \frac{1-\left(\frac{1+g}{1+k}\right)^T}{k-g}, \quad \text{for } k \neq g$
Vekstrekke (uendelig horisont):	$PV = \frac{CF_1}{k-g}, \quad \text{for } g < k$

Nåverdimetoder

Netto nåverdi (NPV):	$NPV = -I_0 + \sum_{t=1}^{T} \frac{CF_t}{(1+k)^t}$
Internrente (IRR):	$0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{CF_t}{(1+y)^t} - I_0$
Annuitetsmetoden:	$CF - I_0 \cdot A_{k,T}^{-1} = NPV \cdot A_{k,T}^{-1}$
Nåverdiindeks (PVI):	$PVI = \frac{NPV}{I_0}$
Payback uten renter:	$PB = \frac{I_0}{CF}$
Payback med renter (annuitet):	$0 = -I_0 + CF \cdot A_{k,PB}$

Skatt og avskrivninger

Effektiv skattesats:	$s_{\text{Eff}} = \frac{y - y^s}{y}$
Saldoavskrivningsbeløp:	$AV_t = I_0 \cdot (1-a)^{t-1} \cdot a$
Bokført restverdi:	$B_t = I_0 \cdot (1-a)^t$
Skattefordel av avskrivninger:	$PV_s = s \cdot \frac{I_0 \cdot a}{k^s + a} = s \cdot \frac{AV_1}{k^s + a}$
Utrangering (nåverdi av sluttverdi med skatt):	$PV_T = \frac{S_T}{(1+k^s)^T} - s \cdot \frac{(S_T - B_T) \cdot a}{(1+k^s)^T \cdot (k^s + a)}$

Renteregning

Fra nominell til reell rente:	$k_R = \frac{k_N - i}{1+i}$
Fra reell til nominell rente:	$k_N = k_R \cdot (1+i) + i$
Fra nominell lånerente før skatt til reell lånerente etter skatt:	$y_R^s = \frac{y_N \cdot (1-s) - i}{1+i}$
Fra delperioderente til effektiv rente:	$p = (1+q)^m - 1$
Fra effektiv rente til delperioderente:	$q = (1+p)^{1/m} - 1$
Fra forskuddsrente til etterskuddsrente:	$q_e = \frac{q_f}{1-q_f}$
Fra etterskuddsrente til forskuddsrente:	$q_f = \frac{q_e}{1+q_e}$

Porteføljeteori og risiko

Forventet avkastning, enkeltaktivum: $E(r_i) = \sum_{j=1}^{n} p_j \cdot r_{ij}$

Varians, enkeltaktivum: $\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^{n} p_j \cdot \left[r_{ij} - E(r_i)\right]^2$

Standardavvik, enkeltaktivum: $\sigma_i = \sqrt{\sigma_i^2}$

Forventet avkastning, portefølje to aktiva: $E(r_p) = w_1 \cdot E(r_1) + (1 - w_1) \cdot E(r_2)$

Varians, portefølje med to aktiva: $\sigma_p^2 = w_1^2 \cdot \sigma_1^2 + (1 - w_1)^2 \cdot \sigma_2^2 + 2 \cdot w_1 \cdot (1 - w_1) \cdot \sigma_{12}$

Kovarians mellom to aktiva (korrelasjonsformel): $\sigma_{12} = \rho_{12} \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2$

Kovarians mellom to aktiva (diskret fordeling): $\sigma_{12} = \sum_{j=1}^{n} p_j \cdot \left[r_{1j} - E(r_1)\right] \cdot \left[r_{2j} - E(r_2)\right]$

Minimumsvariansportefølje – andel i aktivum 1: $w_1^* = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12}}$

Forventet avkastning, portefølje med N aktiva: $E(r_p) = \sum_{i=1}^{N} w_i \cdot E(r_i)$

Varians, portefølje med N aktiva: $\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_i \cdot w_j \cdot \sigma_{ij}$

Kapitalmarkedslinjen (CML): $E(r_P) = r_f + \frac{E(r_M) - r_f}{\sigma_M} \cdot \sigma_P$

Kapitalverdimodellen

CAPM (grunnform): $E(r_i) = r_f + \beta_i \cdot \left[E(r_M) - r_f\right]$

CAPM (skattejustert): $E(r_i) = r_f \cdot (1 - s) + \beta_i \cdot \left[E(r_M) - r_f \cdot (1 - s)\right]$

Beta: $\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2} = \rho_{iM} \cdot \frac{\sigma_i}{\sigma_M}$

Alfa: $\alpha_i = E(r_i) - \left[r_f + \beta_i \cdot \left(E(r_M) - r_f\right)\right]$

Variansdekomponering: $\sigma_i^2 = \beta_i^2 \cdot \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon i}^2$

Verdsettelse

Dividendemodellen (generell): $P_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{DIV_t}{(1+k_E)^t} + \frac{P_T}{(1+k_E)^T}$

Dividendemodellen (nullvekst): $P_0 = \frac{DIV_1}{k_E}$

Dividendemodellen (evigvarende konstant vekst): $P_0 = \frac{DIV_1}{k_E - g}, \quad \text{for } g < k_E$

Vekst (intern generert): $g = R_E \cdot b$

Pris/Fortjeneste-modellen (P/E): $P/E \triangleq \frac{P_0}{EPS_1} = \frac{d}{k_E - g}$

Vekstmuligheter (PVGO): $P_0 = \frac{EPS_1}{k_E} + PVGO$

Kapitalstruktur og vektstang

Vektstangsformel – rentabilitet EK: $R_E = R_T + \frac{G}{E} \cdot (R_T - k_G)$

Vektstangsformel – risiko på egenkapital (standardavvik): $\sigma_{R_E} = \sigma_{R_T} \cdot \left(1 + \frac{G}{E}\right)$

Vektstangsformel – før skatt: $k_T = \frac{E}{E+G} \cdot k_E + \frac{G}{E+G} \cdot k_G$

Vektstangsformel – etter skatt: $k_T^s = \frac{E}{E+G} \cdot k_E + \frac{G}{E+G} \cdot k_G \cdot (1 - s)$

Vektstangsformel – krav egenkapital: $k_E = k_T + \frac{G}{E} \cdot (k_T - k_G)$

Beta for totalkapital: $\beta_T = \frac{E}{E+G} \cdot \beta_E + \frac{G}{E+G} \cdot \beta_G$

Beta for egenkapital (dersom $\beta_G = 0$): $\beta_E = \beta_T \cdot \left(1 + \frac{G}{E}\right)$

Årlig skattefordel ved gjeld pr. krone: $\text{Skattefordel} = (1 - s_K) - (1 - s_B) \cdot (1 - s_{Ed})$

Årlig skattefordel ved dividende pr. krone: $\text{Skattefordel} = (1 - s_B) \cdot (s_{Eg} - s_{Ed})$

Obligasjoner og durasjon

Obligasjonspris (standardformel): $P_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{c}{(1+y)^t} + \frac{\text{Pålydende}}{(1+y)^T}$

Obligasjonspris (med konstant kupong og helt antall år til forfall): $P_0 = \frac{c}{y} \cdot \left[1 - \frac{1}{(1+y)^T}\right] + \frac{\text{Pålydende}}{(1+y)^T} = c \cdot A_{y,T} + \frac{\text{Pålydende}}{(1+y)^T}$

Sertifikatpris: $P_0 = \frac{P_1}{1 + r \cdot \frac{d}{365}} \qquad P_0 = \frac{P_1}{(1+y)^{\frac{d}{365}}}$

Terminrente mellom t−1 og t: $f_{t-1,t} = \frac{(1+r_t)^t}{(1+r_{t-1})^{t-1}} - 1$

Durasjon: $D = \frac{1}{P_0} \cdot \sum_{t=1}^{T} t \cdot \frac{CF_t}{(1+y)^t}$

Justert durasjon (modifisert): $D^* = \frac{-D}{1+y}$

Durasjonsbasert prisendring: $\frac{\Delta P}{P} = \frac{-D}{1+y} \cdot \Delta y = D^* \cdot \Delta y$

Opsjoner og derivater

Black-Scholes (kjøpsopsjon): $C = S_0 \cdot N(d_1) - K \cdot e^{-r_f \cdot T} \cdot N(d_2)$

Parametere i Black-Scholes: $d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + r_f \cdot T}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \sqrt{T}, \quad {}_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$

Put-call paritet: $C_0 - P_0 = S_0 - PV(K)$

Lagringskostnadshypotesen (generell form): $F_T = S_0 \cdot (1 + c \cdot T)$

Lagringskostnadshypotesen (aksjer med utbytte): $F_T = S_0 \cdot \left[1 + (r_f - \text{div}) \cdot T\right]$

Forventningshypotesen (terminpriser): $F_T = E(S_T)$

Internasjonal finans

Relativ kjøpekraftsparitet (PPP): $\frac{E(s_{\text{UTL/NOK}})}{s_{\text{UTL/NOK}}} = \frac{1+i_{\text{NOK}}}{1+i_{\text{UTL}}}$

Dekket renteparitet (CIP): $\frac{1+r_{\text{NOK}}}{1+r_{\text{UTL}}} = \frac{f_{\text{UTL/NOK}}}{s_{\text{UTL/NOK}}}$

Udekket renteparitet (UIP): $\frac{1+r_{\text{NOK}}}{1+r_{\text{UTL}}} = \frac{E(s_{\text{UTL/NOK}})}{s_{\text{UTL/NOK}}}$

Fishereffekten (to valutaer): $\frac{1+r_{\text{NOK}}}{1+r_{\text{UTL}}} = \frac{E(1+i_{\text{NOK}})}{E(1+i_{\text{UTL}})}$

Forventningshypotesen (valuta): $\frac{f_{\text{UTL/NOK}}}{s_{\text{UTL/NOK}}} = \frac{E(s_{\text{UTL/NOK}})}{s_{\text{UTL/NOK}}} \Rightarrow f_{\text{UTL/NOK}} = E(s_{\text{UTL/NOK}})$

Avkastningskrav ved utenlandske investeringer: $1 + k_{\text{NOK}} = (1 + k_{\text{UTL}}) \cdot \frac{1+r_{\text{NOK}}}{1+r_{\text{UTL}}}$

Lånekostnad ved utenlandske lån: $\frac{s_{\text{UTL/NOK},1}}{s_{\text{UTL/NOK},0}} \cdot (1 + r_{\text{UTL}}) - 1$