

BED3 - Investering og Finans

Investeringsprosjekter

André Wattø Sjuve

Norges Handelshøyskole

Problemstillinger forelesning 1-3

■ Investeringskriterier:

- Paybackmetoden
- Internrentemetoden
- Nåverdimetoden (inkl. annuitetsmetoden og nåverdi-indeks)

■ Kontantstrømmer:

- Før og etter skatt
- Før og etter lånefinansiering
- Før og etter deflatering (inflasjonsjustering)

■ Effekt av skatt og inflasjon:

- Effektiv skattesats
- Skattefordel ved avskrivninger og effekter av utrangering/salg
- Skattefordel ved lånerenter
- Nominelle og reelle beløp/internrenter/avkastningskrav

■ Konsistens mellom kontantstrøm og avkastningskrav

Prolog

Eiendeler og tid

Eksempler på eiendeler:

- Finansielle eiendeler: Aksjer, obligasjoner, opsjoner.
- Fysiske eiendeler: Eiendom, maskiner, produksjonsutstyr.
- Immaterielle eiendeler: Patenter, oppfinnelser, merkenavn.
- Humankapital: Fremtidig inntjeningsevne.

Definisjon: Eiendel

En eiendel er en sekvens av kontantstrømmer:

$$\text{Eiendel}_t = \{CF_t, CF_{t+1}, CF_{t+2}, \dots\}$$

Tid som valuta

■ Spørsmål: Hva er summen av 200 NOK og 100 EUR?

- Dette føles “rart” fordi valutaene er ulike.
- Vi trenger en veksling til samme valuta (f.eks. NOK).
- $200 \text{ NOK} + 1.000 \text{ NOK} (10 \text{ NOK/EUR}) = 1,200 \text{ NOK} = \text{NOK } 20 \text{ EUR} (0,1 \text{ EUR/NOK})$
 $+ 100 \text{ EUR} = 120 \text{ EUR}$

■ Overført:

- Kontantstrømmer på ulike tidspunkter er som ulike valutaer.
- Vi må “veksle” alle fremtidige beløp til samme tidspunkt ved hjelp av diskonteringsfaktoren $\frac{1}{(1+k)^t}$.

Viktig!

Nåverdi handler om å veksle penger mellom ulike tidspunkter, på samme måte som valutakurser veksler penger mellom geografiske (fysiske) områder.

Del 1: Verdiskaping og Investeringskriterier

Nåverdi og internrente

Verdiskaping og Investeringskriterier

Definisjon: Verdiskaping

Akseptere økonomisk bærekraftige (lønnsomme) investeringsprosjekter

Viktig!

■ Netto Nåverdi (NNV):

- Beregner hvor mye rikere investorene blir i dag ved å gjennomføre investeringen.
- Beslutningsregel: $NNV > 0 \Rightarrow$ Invester!

■ Internrente (IRR):

- Den prosentvise avkastningen som investeringen forventes å gi.
- Beslutningsregel: $IRR > k$ (avkastningskrav) \Rightarrow Invester!

■ Tilbakebetalingstid (Paybackmetoden):

- Måler hvor lang tid det tar før investeringsbeløpet er tilbakebetalt.
- Beslutningsregel: Hvis tilbakebetalingstiden er kortere enn en forhåndsbestemt grens, invester.

Hva er (netto) nåverdi?

Definisjon: Netto nåverdi (NNV)

$$NNV = -I_0 + \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+k)^t}$$

- I_0 : Investeringsbeløp (utgift) i dag.
- CF_t : Kontantstrøm i periode t .
- k : Avkastningskrav.
- T : Investeringshorisont (antall perioder).

Hvordan tolke netto nåverdi (NNV)?

Viktig!

- $NNV > 0$: Prosjektet skaper verdi. Invester!
- $NNV = 0$: Prosjektet verken skaper eller ødelegger verdi. Indifferens.
- $NNV < 0$: Prosjektet ødelegger verdi. Avstå fra å investere.

NNV måler absolutt verdiskapning, uavhengig av prosjektstørrelse eller kompleksitet.



Quiz: Nåverdi

Q1: Hva er formålet med å beregne nåverdi (Netto Nåverdi, NNV)?

[Vis svar Q1](#)

Q2: Hva skjer med nåverdien (NNV) av et prosjekt hvis avkastningskravet (k) øker?
Hvorfor?

[Vis svar Q2](#)

Q3: Kan et prosjekt med negativ nåverdi ($NNV < 0$) noen gang være en god investering?
Hvorfor eller hvorfor ikke?

[Vis svar Q3](#)

Hva er internrente (IRR)?

Definisjon: Internrente

IRR er den rentesatsen (y) som gjør netto nåverdi (NNV) lik null:

$$0 = -I_0 + \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+y)^t}$$

- y : Internrente (avkastning på investeringen).
- CF_t : Kontantstrøm i periode t .
- T : Levetid for prosjektet.

Viktig!

- Internrenten viser den maksimale kostnaden (renten) prosjektet kan bære før det blir ulønnsomt.
- Hvis $IRR > k$ (avkastningskravet), er prosjektet lønnsomt.
- Hvis $IRR < k$ (avkastningskravet), er prosjektet ulønnsomt.

Bruk IRR til å sammenligne investeringer, men husk at det kan gi feil beslutning hvis prosjektene har ulik størrelse eller varighet.

Eksempel: Internrente

Spørsmål: Hva er IRR?

Du investerer $I_0 = 1.000$ kr og forventer kontantstrømmer på $CF_1 = 500$, $CF_2 = 600$.

Formel:

$$0 = -1.000 + \frac{500}{(1+y)^1} + \frac{600}{(1+y)^2}$$

Løsning:

- Bruk numeriske metoder (iterasjon/excel/solver på kalkulator) for å finne $y = 6,39\%$.
- Tolkning: Hvis avkastningskravet (k) er lavere enn $6,39\%$, er investeringen lønnsom.

Vise at IRR gir $NNV = 0$

Vi hadde

- $I_0 = 1.000$ kr og forventer kontantstrømmer på $CF_1 = 500$, $CF_2 = 600$.
- $IRR = 6,39\%$

Nåverdiene diskontert med IRR summeres til I_0

$$\frac{500}{1,0639} + \frac{600}{1,0639^2} = 1.000$$

Fremtidsverdien av I_0 og CF_t forrentet med IRR blir det samme

$$1.000 \cdot 1,0639^2 = 1.131,971$$

$$500 \cdot 1,0639^1 + 600 = 1.131,971$$

- Flere IRR-verdier ved komplekse kontantstrømmer (varierende fortegn).
- Manglende hensyn til prosjektstørrelse.
- Egner seg dårlig for prosjekter med ulik varighet.
- Forutsetter urealistisk reinvestering til IRR.
- Krever et sammenlignbart avkastningskrav (k).
- Kan være udefinert for visse prosjekter.

Kombiner IRR med andre metoder, som netto nåverdi (NNV), for å få et mer pålitelig beslutningsgrunnlag

Quiz: Internrente

Q1: Hva er definisjonen av internrente (IRR)?

[Vis svar Q1](#)

Q2: Hvordan kan vi bruke internrenten til å vurdere om et prosjekt er lønnsomt?

[Vis svar Q2](#)

Q3: Hvilke begrensninger har internrente som beslutningskriterium?

[Vis svar Q3](#)

Hva viser en nåverdiprofil

Definisjon: Nåverdiprofil

En nåverdiprofil viser sammenhengen mellom avkastningskravet (k) og netto nåverdi (NNV) for et prosjekt.

- Illustrerer hvordan lønnsomheten til et prosjekt endrer seg ved forskjellige avkastningskrav.
- Høyere k gir lavere NNV , siden fremtidige kontantstrømmer diskonteres mer.
- Internrenten (IRR): Skjæringspunktet mellom profilen og x-aksen ($NNV = 0$).

Table 1:
Kontantstrømmer for Prosjekt A og Prosjekt B

ÅR	0	1
CF A	-1.130'	1.350'
CF B	-771'	941'

Beregning av NPV for A ved $k = 8\%$:

$$NNV_A = -1.130' + \frac{1.350'}{1,08} = \mathbf{120'}$$

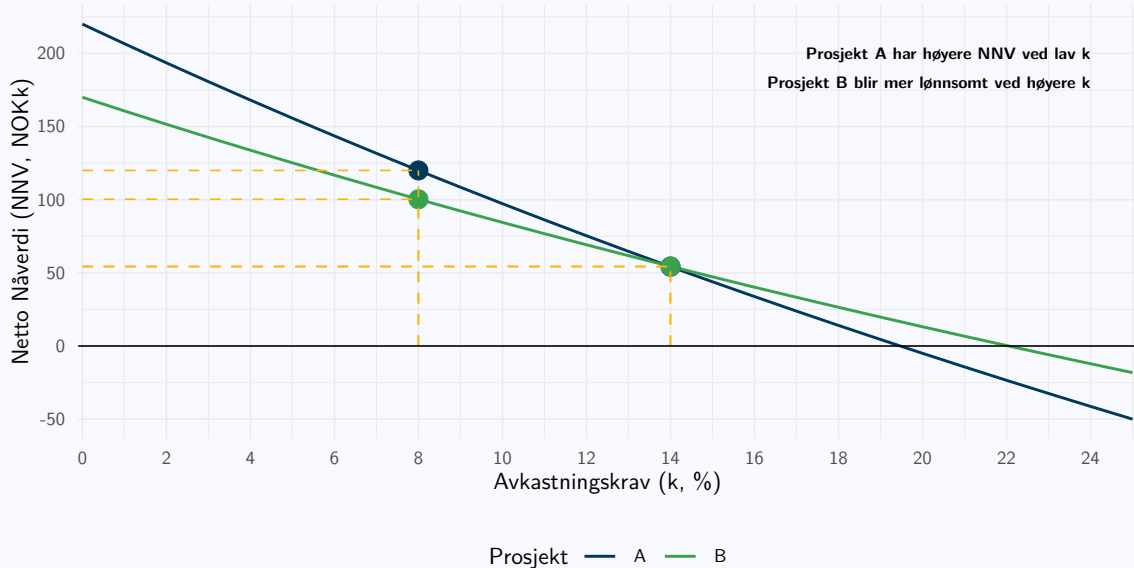
Beregninger nåverdiprofil

Detaljer rundt nåverdiprofilene

Table 2: Netto Nåverdi (NNV) for Prosjekt A og B ved ulike rentesatser (i tusen kroner)

RENTESATS (k)	NNV A	NNV B	KOMMENTAR
0	220'	170'	Summere uten å diskontere
8%	120'	100'	
14%	54'	54'	
20%	-5'	13'	Omtrent lik 0 for A
22%	-23'	0	
∞	-1.130'	-771'	Lik investeringsbeløp

Nåverdiprofil for to prosjekter



Quiz: Nåverdiprofil

Q1: Hva viser skjæringspunktet mellom nåverdiprofilen og x-aksen (rentesats)?

[Vis svar Q1](#)

Q2: Hvorfor er prosjekt B mer lønnsomt enn prosjekt A ved høyere rentesatser?

[Vis svar Q2](#)

Q3: Hvis rentesatsen øker fra 10 % til 20 %, hva sier nåverdiprofilene om risikoen forbundet med prosjektene?

[Vis svar Q3](#)

Del 2: Supplerende metoder

Annuitet, nåverdi-indeks og økonomisk levetid

Definisjon: Annuitetsmetoden

Fordeler netto nåverdi (NNV) jevnt over prosjektets levetid som årlige betalinger (annuiter).

$$\text{Annuitet} = CF - I_0 \cdot A_{k,T}^{-1} = NNV \cdot A_{k,T}^{-1} = NNV \cdot \frac{k \cdot (1+k)^T}{(1+k)^T - 1}$$

Bruksområde:

- NNV : Netto nåverdi
- k : Avkastningskrav
- T : Prosjektets levetid
- Nyttig når en jobber med konstante kontantstrømmer.
- Gir en årlig verdi som er lett å forstå og kommunisere.

Eksempel: Beregning med annuitetsmetoden

Scenario:

- Prosjektets $NNV = 300.000$ NOK.
- Avkastningskrav (k) = 10 %.
- Levetid (T) = 5 år.

Beregning:

$$A = \frac{300.000 \cdot 0,1 \cdot (1 + 0,1)^5}{(1 + 0,1)^5 - 1} = 79.139 \text{ NOK per år.}$$

Prosjektet skaper en årlig verdi på 79.139 NOK over 5 år.

Nåverdi-indeks

Definisjon: Nåverdi-indeksen (PVI)

Viser hvor mye verdi et prosjekt skaper per investert krone. Den beregnes som:

$$PVI = \frac{NNV}{I_0}$$

- NNV : Netto nåverdi.
- I_0 : Investeringskostnad.

Viktig!

- $PVI > 0$: Prosjektet er lønnsomt og skaper verdi utover investeringen.
- $PVI = 0$: Prosjektet dekker kun kostnadene, men skaper ingen ekstra verdi.
- $PVI < 0$: Prosjektet er ikke lønnsomt.

Bruksområde:

- Velegnet når kapital er begrenset, og vi må prioritere mellom prosjekter.
- Eliminerer skalaforskjeller på tvers av prosjekter
- Brukes til å rangere prosjekter etter verdiskaping per investert krone.

Eksempel: Beregning av nåverdi-indeks

Scenario:

- $NNV = 25.000$ NOK.
- $I_0 = 150.000$ NOK.

Beregning:

$$PVI = \frac{25.000}{150.000} = 0,167 > 0$$

PVI er større enn null og prosjektet er derfor lønnsomt.

Økonomisk levetid

Definisjon: Økonomisk levetid

Den perioden et prosjekt eller en eiendel bør beholdes for å maksimere netto nåverdi (NNV).

Viktig!

- Beregn NNV for ulike levetider.
- Identifiser levetiden som gir høyest NNV .

Bruksområde:

- Nyttig når beslutninger må tas om forlengelse eller utskifting av prosjekter/eiendeler.
- Relevante faktorer inkluderer vedlikeholdskostnader, inntekter, og teknologisk utvikling.

Eksempel: Beregning av økonomisk levetid

Scenario:

- En maskin har årlige vedlikeholdskostnader som øker med 20.000 NOK per år.
- Årlige inntekter reduseres med 10.000 NOK per år.
- Diskonteringsrenten (k) = 10 %.

Analyse:

- Beregn NNV for ulike levetider (1, 2, 3 år, osv.).
- Velg levetiden som gir høyest NNV .

Hvis NNV er høyest ved 4 år, bør maskinen byttes ut etter 4 år.

Quiz: Supplerende metoder

Q1: Hva måler nåverdi-indeksen, og hva betyr en verdi over 1?

[Vis svar Q1](#)

Q2: Hvorfor er annuitetsmetoden nyttig for prosjekter med ulik levetid?

[Vis svar Q2](#)

Q3: Hvilke faktorer kan påvirke beregningen av økonomisk levetid, og hvordan kan usikkerhet håndteres?

[Vis svar Q3](#)

1. Nåverdi:

- Nåverdi (NNV) er grunnlaget for å vurdere verdiskaping.
- Diskontering tar hensyn til tidsverdien av penger.
- Høyere avkastningskrav reduserer nåverdien.

2. Internrente (IRR):

- IRR er rentesatsen som gjør $NNV = 0$.
- Lønnsomt hvis $IRR > k$ (avkastningskravet).
- Begrensninger inkluderer flere IRR -verdier og skaleringsproblemer.

3. Nåverdiprofil:

- Viser sammenhengen mellom netto nåverdi (NNV) og avkastningskravet (k).
- Skjæringspunktet med x-aksen er internrenten (IRR).
- Illustrerer hvordan lønnsomheten endres med ulike avkastningskrav.

4. Supplerende metoder:

- Annuitetsmetoden fordeler NNV jevnt over prosjektets levetid.
- Nåverdi-indeks rangerer prosjekter basert på verdi per investert krone.
- Økonomisk levetid maksimerer NNV over en optimal periode.