

# **BED3 - Investeringsprosjekter**

Investeringsprosjekter

---

André Wattø Sjuve

Norges Handelshøyskole

# Problemstillinger forelesning 1-3

## ■ Investeringskriterier:

- Paybackmetoden
- Internrentemetoden
- Nåverdimetoden (inkl. annuitetsmetoden og nåverdi-indeks)

## ■ Kontantstrømmer:

- Før og etter skatt
- Før og etter lånefinansiering
- Før og etter deflating (inflasjonsjustering)

## ■ Effekt av skatt og inflasjon:

- Effektiv skattesats
- Skattefordel ved avskrivninger og effekter av utrangering/salg
- Skattefordel ved lånerenter
- Nominelle og reelle beløp/internrenter/avkastningskrav

## ■ Konsistens mellom kontantstrøm og avkastningskrav

# Prolog

*Eiendeler og tid*

# Eiendeler og kontantstrømmer

Eksempler på eiendeler:

- Finansielle eiendeler: Aksjer, obligasjoner, opsjoner.
- Fysiske eiendeler: Eiendom, maskiner, produksjonsutstyr.
- Immaterielle eiendeler: Patenter, oppfinnelser, merkenavn.
- Humankapital: Fremtidig inntjeningsevne.

Definisjon: Eiendel

En eiendel er en sekvens av kontantstrømmer:

$$\text{Eiendel}_t = \{CF_t, CF_{t+1}, CF_{t+2}, \dots\}$$

## Tid som valuta

- Spørsmål: Hva er summen av 200 NOK og 100 EUR?
  - Dette føles "rart" fordi valutaene er ulike.
  - Vi trenger en veksling til samme valuta (f.eks. NOK).
  - $200 \text{ NOK} + 1.000 \text{ NOK} (10 \text{ NOK/EUR}) = 1,200 \text{ NOK} = \text{NOK } 20 \text{ EUR} (0,1 \text{ EUR/NOK})$   
 $+ 100 \text{ EUR} = 120 \text{ EUR}$
- Overført:
  - Kontantstrømmer på ulike tidspunkter er som ulike valutaer.
  - Vi må "veksle" alle fremtidige beløp til samme tidspunkt ved hjelp av diskonteringsfaktoren
$$\frac{1}{(1+k)^t}.$$

### Viktig!

Nåverdi handler om å veksle penger mellom ulike tidspunkter, på samme måte som valutakurser veksler penger mellom geografiske (fysiske) områder.

# Del 1: Verdiskaping og Investeringskriterier

*Nåverdi og internrente*

## Definisjon: Verdiskaping

Akseptere økonomisk bærekraftige (lønnsomme) investeringsprosjekter

### Viktig!

#### ■ Netto Nåverdi (NNV):

- Beregner hvor mye rikere investorene blir i dag ved å gjennomføre investeringen.
- Beslutningsregel:  $NNV > 0 \Rightarrow$  Invester!

#### ■ Internrente (IRR):

- Den prosentvisе avkastningen som investeringen forventes å gi.
- Beslutningsregel:  $IRR > k$  (avkastningskrav)  $\Rightarrow$  Invester!

#### ■ Tilbakebetalingstid (Paybackmetoden):

- Måler hvor lang tid det tar før investeringsbeløpet er tilbakebetalt.
- Beslutningsregel: Hvis tilbakebetalingstiden er kortere enn en forhåndsbestemt grens, invester.

# Hva er (netto) nåverdi?

Definisjon: Netto nåverdi (NNV)

$$NNV = -I_0 + \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+k)^t}$$

- $I_0$ : Investeringsbeløp (utgift) i dag.
- $CF_t$ : Kontantstrøm i periode  $t$ .
- $k$ : Avkastningskrav.
- $T$ : Investeringshorisont (antall perioder).

## Hvordan tolke netto nåverdi (NNV)?

Viktig!

- $NNV > 0$ : Prosjektet skaper verdi. Invester!
- $NNV = 0$ : Prosjektet verken skaper eller ødelegger verdi. Indifferens.
- $NNV < 0$ : Prosjektet ødelegger verdi. Avstå fra å investere.

NNV måler absolutt verdiskapning, uavhengig av prosjektstørrelse eller kompleksitet.



## Quiz: Nåverdi

Q1: Hva er formålet med å beregne nåverdi (Netto Nåverdi,  $NNV$ )?

[Vis svar Q1](#)

Q2: Hva skjer med nåverdien ( $NNV$ ) av et prosjekt hvis avkastningskravet ( $k$ ) øker?  
Hvorfor?

[Vis svar Q2](#)

Q3: Kan et prosjekt med negativ nåverdi ( $NNV < 0$ ) noen gang være en god investering?  
Hvorfor eller hvorfor ikke?

[Vis svar Q3](#)

# Hva er internrente (IRR)?

Definisjon: Internrente

$IRR$  er den rentesatsen ( $y$ ) som gjør netto nåverdi ( $NNV$ ) lik null:

$$0 = -I_0 + \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+y)^t}$$

- $y$ : Internrente (avkastning på investeringen).
- $CF_t$ : Kontantstrøm i periode  $t$ .
- $T$ : Levetid for prosjektet.

## Viktig!

- Internrenten viser den maksimale kostnaden (renten) prosjektet kan bære før det blir ulønnsomt.
- Hvis  $IRR > k$  (avkastningskravet), er prosjektet lønnsomt.
- Hvis  $IRR < k$  (avkastningskravet), er prosjektet ulønnsomt.

Bruk IRR til å sammenligne investeringer, men husk at det kan gi feil beslutning hvis prosjektene har ulik størrelse eller varighet.

## Eksempel: Internrente

Spørsmål: Hva er IRR?

Du investerer  $I_0 = 1.000$  kr og forventer kontantstrømmer på  $CF_1 = 500$ ,  $CF_2 = 600$ .

Formel:

$$0 = -1.000 + \frac{500}{(1+y)^1} + \frac{600}{(1+y)^2}$$

Løsning:

- Bruk numeriske metoder (iterasjon/excel/solver på kalkulator) for å finne  $y = 6,39\%$ .
- Tolkning: Hvis avkastningskravet ( $k$ ) er lavere enn  $6,39\%$ , er investeringen lønnsom.

## Vise at IRR gir NNV = 0

Vi hadde

- $I_0 = 1.000$  kr og forventer kontantstrømmer på  $CF_1 = 500$ ,  $CF_2 = 600$ .
- $IRR = 6,39\%$

Nåverdiene diskontert med IRR summeres til  $I_0$

$$\frac{500}{1,0639} + \frac{600}{1,0639^2} = 1.000$$

Fremtidsverdien av  $I_0$  og  $CF_t$  forrentet med IRR blir det samme

$$1.000 \cdot 1,0639^2 = 1.131,971$$

$$500 \cdot 1,0639^1 + 600 = 1.131,971$$

## Svakheter ved internrente

- Flere IRR-verdier ved komplekse kontantstrømmer (varierende fortegn).
- Manglende hensyn til prosjektstørrelse.
- Egner seg dårlig for prosjekter med ulik varighet.
- Forutsetter urealistisk reinvestering til IRR.
- Krever et sammenlignbart avkastningskrav ( $k$ ).
- Kan være udefinert for visse prosjekter.

Kombiner IRR med andre metoder, som netto nåverdi (NNV), for å få et mer pålitelig beslutningsgrunnlag

## Quiz: Internrente

Q1: Hva er definisjonen av internrente (*IRR*)?

[Vis svar Q1](#)

Q2: Hvordan kan vi bruke internrenten til å vurdere om et prosjekt er lønnsomt?

[Vis svar Q2](#)

Q3: Hvilke begrensninger har internrente som beslutningskriterium?

[Vis svar Q3](#)

# Hva viser en nåverdiprofil

## Definisjon: Nåverdiprofil

En nåverdiprofil viser sammenhengen mellom avkastningskravet ( $k$ ) og netto nåverdi ( $NNV$ ) for et prosjekt.

- Illustrerer hvordan lønnsomheten til et prosjekt endrer seg ved forskjellige avkastningskrav.
- Høyere  $k$  gir lavere  $NNV$ , siden fremtidige kontantstrømmer diskonteres mer.
- Internrenten (IRR): Skjæringspunktet mellom profilen og x-aksen ( $NNV = 0$ ).

## Eksempel: Nåverdiprofil

**Table 1:**  
Kontantstrømmer for Prosjekt A og Prosjekt B

ÅR	0	1
CF A	-1.130'	1.350'
CF B	-771'	941'

Beregning av NPV for A ved  $k = 8\%$ :

$$NNV_A = -1.130' + \frac{1.350'}{1,08} = \mathbf{120'}$$

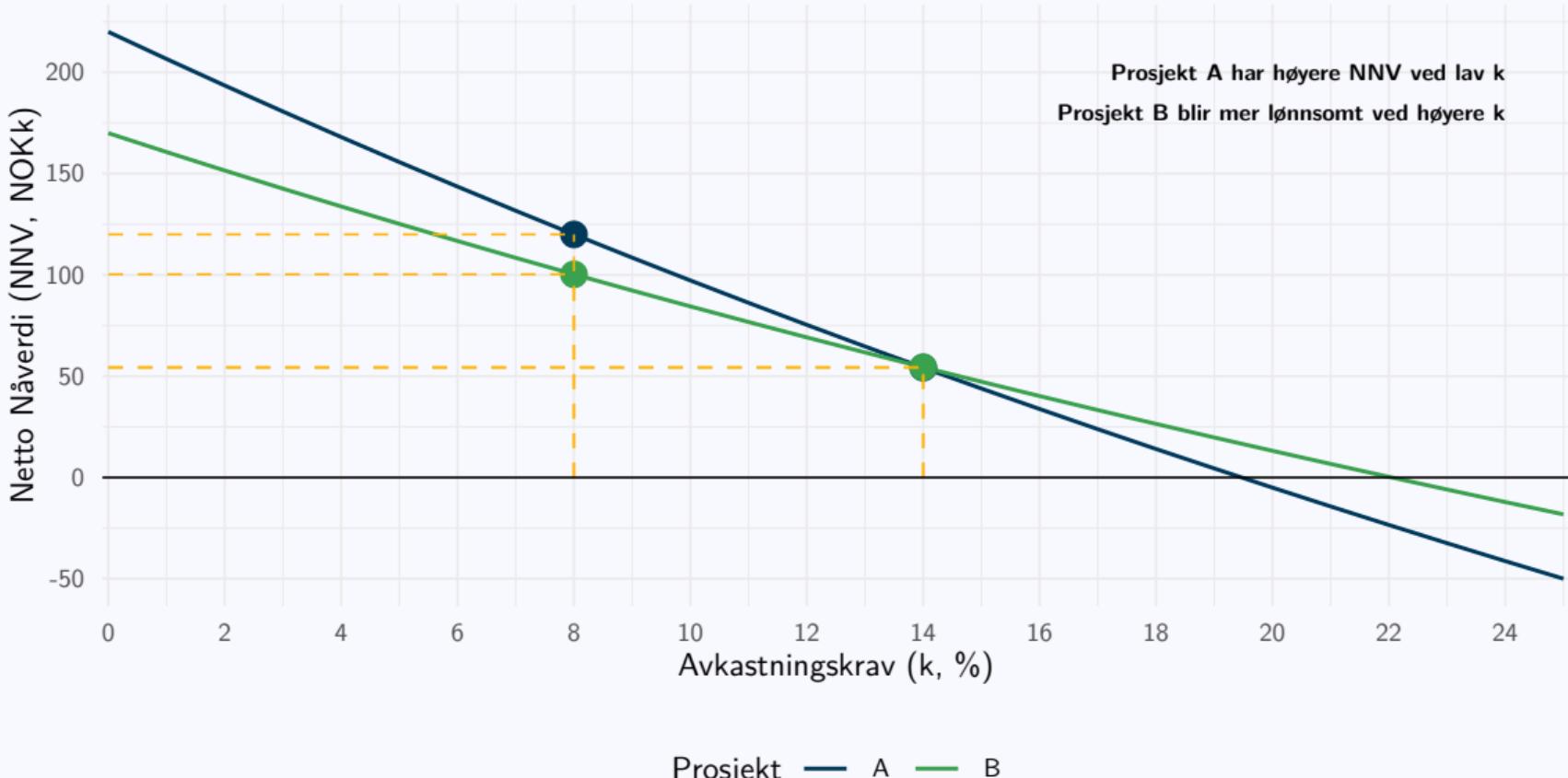
## Beregninger nåverdiprofil

Detaljer rundt nåverdiprofilene

**Table 2:** Netto Nåverdi (NNV) for Prosjekt A og B ved ulike rentesatser (i tusen kroner)

RENTESATS ( $k$ )	NNV A	NNV B	KOMMENTAR
0	220'	170'	Summere uten å diskontere
8%	120'	100'	
14%	54'	54'	
20%	-5'	13'	Omtrent lik 0 for A
22%	-23'	0	
$\infty$	-1.130'	-771'	Lik investeringsbeløp

## Nåverdiprofil for to prosjekter



## Quiz: Nåverdiprofil

Q1: Hva viser skjæringspunktet mellom nåverdiprofilen og x-aksen (rentesats)?

[Vis svar Q1](#)

Q2: Hvorfor er prosjekt B mer lønnsomt enn prosjekt A ved høyere rentesatser?

[Vis svar Q2](#)

Q3: Hvis rentesatsen øker fra 10 % til 20 %, hva sier nåverdiprofilene om risikoen forbundet med prosjektene?

[Vis svar Q3](#)

# Del 2: Supplerende metoder

*Annuitet, nåverdi-indeks og økonomisk levetid*

# Annuitetsmetoden

## Definisjon: Annuitetsmetoden

Fordeler netto nåverdi ( $NNV$ ) jevnt over prosjektets levetid som årlige betalinger (annuiteter).

$$\text{Annuitet} = CF - I_0 \cdot A_{k,T}^{-1} = NNV \cdot A_{k,T}^{-1} = NNV \cdot \frac{k \cdot (1 + k)^T}{(1 + k)^T - 1}$$

## Bruksområde:

- $NNV$ : Netto nåverdi
- $k$ : Avkastningskrav
- $T$ : Prosjektets levetid
- Nyttig når en jobber med konstante kontantstrømmer.
- Gir en årlig verdi som er lett å forstå og kommunisere.

## Eksempel: Beregning med annuitetsmetoden

Scenario:

- Prosjektets  $NNV = 300.000 \text{ NOK}$ .
- Avkastningskrav ( $k$ ) = 10 %.
- Levetid ( $T$ ) = 5 år.

Beregning:

$$A = \frac{300.000 \cdot 0,1 \cdot (1 + 0,1)^5}{(1 + 0,1)^5 - 1} = 79.139 \text{ NOK per år.}$$

Prosjektet skaper en årlig verdi på 79.139 NOK over 5 år.

# Nåverdi-indeks

Definisjon: Nåverdi-indeksten (PVI)

Viser hvor mye verdi et prosjekt skaper per investert krone. Den beregnes som:

$$PVI = \frac{NNV}{I_0}$$

- $NNV$ : Netto nåverdi.
- $I_0$ : Investeringskostnad.

## Viktig!

- $PVI > 0$ : Prosjektet er lønnsomt og skaper verdi utover investeringen.
- $PVI = 0$ : Prosjektet dekker kun kostnadene, men skaper ingen ekstra verdi.
- $PVI < 0$ : Prosjektet er ikke lønnsomt.

## Bruksområde:

- Velegnet når kapital er begrenset, og vi må prioritere mellom prosjekter.
- Eliminerer skalaforskjeller på tvers av prosjekter
- Brukes til å rangere prosjekter etter verdiskaping per investert krone.

## Eksempel: Beregning av nåverdi-indeks

Scenario:

- $NNV = 25.000 \text{ NOK.}$
- $I_0 = 150.000 \text{ NOK.}$

Beregning:

$$\text{PVI} = \frac{25.000}{150.000} = 0,167 > 0$$

PVI er større enn null og prosjektet er derfor lønnsomt.

# Økonomisk levetid

Definisjon: Økonomisk levetid

Den perioden et prosjekt eller en eiendel bør beholdes for å maksimere netto nåverdi ( $NNV$ ).

Viktig!

- Beregn  $NNV$  for ulike levetider.
- Identifiser levetiden som gir høyest  $NNV$ .

Bruksområde:

- Nyttig når beslutninger må tas om forlengelse eller utskifting av prosjekter/eiendeler.
- Relevante faktorer inkluderer vedlikeholdskostnader, inntekter, og teknologisk utvikling.

## Eksempel: Beregning av økonomisk levetid

Scenario:

- En maskin har årlige vedlikeholdskostnader som øker med 20.000 NOK per år.
- Årlige inntekter reduseres med 10.000 NOK per år.
- Diskonteringsrenten ( $k$ ) = 10 %.

Analyse:

- Beregn  $NNV$  for ulike levetider (1, 2, 3 år, osv.).
- Velg levetiden som gir høyest  $NNV$ .

Hvis  $NNV$  er høyest ved 4 år, bør maskinen byttes ut etter 4 år.

## Quiz: Supplerende metoder

Q1: Hva måler nåverdi-indeksen, og hva betyr en verdi over 1?

[Vis svar Q1](#)

Q2: Hvorfor er annuitetsmetoden nyttig for prosjekter med ulik levetid?

[Vis svar Q2](#)

Q3: Hvilke faktorer kan påvirke beregningen av økonomisk levetid, og hvordan kan usikkerhet håndteres?

[Vis svar Q3](#)

# Oppsummering (1/2)

## 1. Nåverdi:

- Nåverdi ( $NNV$ ) er grunnlaget for å vurdere verdiskaping.
- Diskontering tar hensyn til tidsverdien av penger.
- Høyere avkastningskrav reduserer nåverdien.

## 2. Internrente ( $IRR$ ):

- IRR er rentesatsen som gjør  $NNV = 0$ .
- Lønnsomt hvis  $IRR > k$  (avkastningskravet).
- Begrensninger inkluderer flere IRR-verdier og skaleringsproblemer.

## Oppsummering (2/2)

### 3. Nåverdiprofil:

- Viser sammenhengen mellom netto nåverdi ( $NNV$ ) og avkastningskravet ( $k$ ).
- Skjæringspunktet med x-aksen er internrenten ( $IRR$ ).
- Illustrerer hvordan lønnsomheten endres med ulike avkastningskrav.

### 4. Supplerende metoder:

- Annuitetsmetoden fordeler  $NNV$  jevnt over prosjektets levetid.
- Nåverdi-indeks rangerer prosjekter basert på verdi per investert krone.
- Økonomisk levetid maksimerer  $NNV$  over en optimal periode.