

BED3 - Investerings og Finans

Låne- og betalingsalternativer

André Wattø Sjuve

Norges Handelshøyskole

Problemstillinger

- Lånealternativer
 - Nåverdiprofil og effektiv rente
 - Annuitetslån kontra serielån
 - Subsidierte lån
 - Delperioderente og effektiv rente
- Betalingsalternativer
 - Betydningen av betalingenes periodelengde
 - Avbetaling, abonnement, kontantrabatt
- Leasing
 - Alternativ til lånefinansiering
 - Kontantstrøm etter skatt og netto nåverdi for leietaker
 - Kontantstrøm etter skatt og netto nåverdi for uteier

Lånealternativer

– *Nåverdiprofil, effektiv rente og typer lån*

Lånealternativer

Hva er lånealternativer?

- Valg mellom ulike typer lån og betalingsmodeller basert på behov og kostnader.
- Relevant for både privatpersoner og bedrifter som vurderer finansiering.

Hvordan vurderer vi lånealternativer?

- Analyse av kontantstrømmer knyttet til lånebetalinger.
- Sammenligning ved bruk av *nåverdi* (*NPV*) og *effektiv rente* (*IRR*).
- Forståelse av terminologi som annuitetslån, serielån og subsidierte lån.

Quiz: Introduksjon til lånealternativer

Q1: Hva er hovedmålet med å sammenligne lånealternativer ved hjelp av nåverdi (NPV)?

[Vis svar Q1](#)

Q2: Hva er effektiv rente, og hvorfor brukes den i sammenligning av lån?

[Vis svar Q2](#)

Q3: Hva er en av fordelene ved å bruke nåverdiprofil i analyse av lån?

[Vis svar Q3](#)

Nåverdiprofil for lån

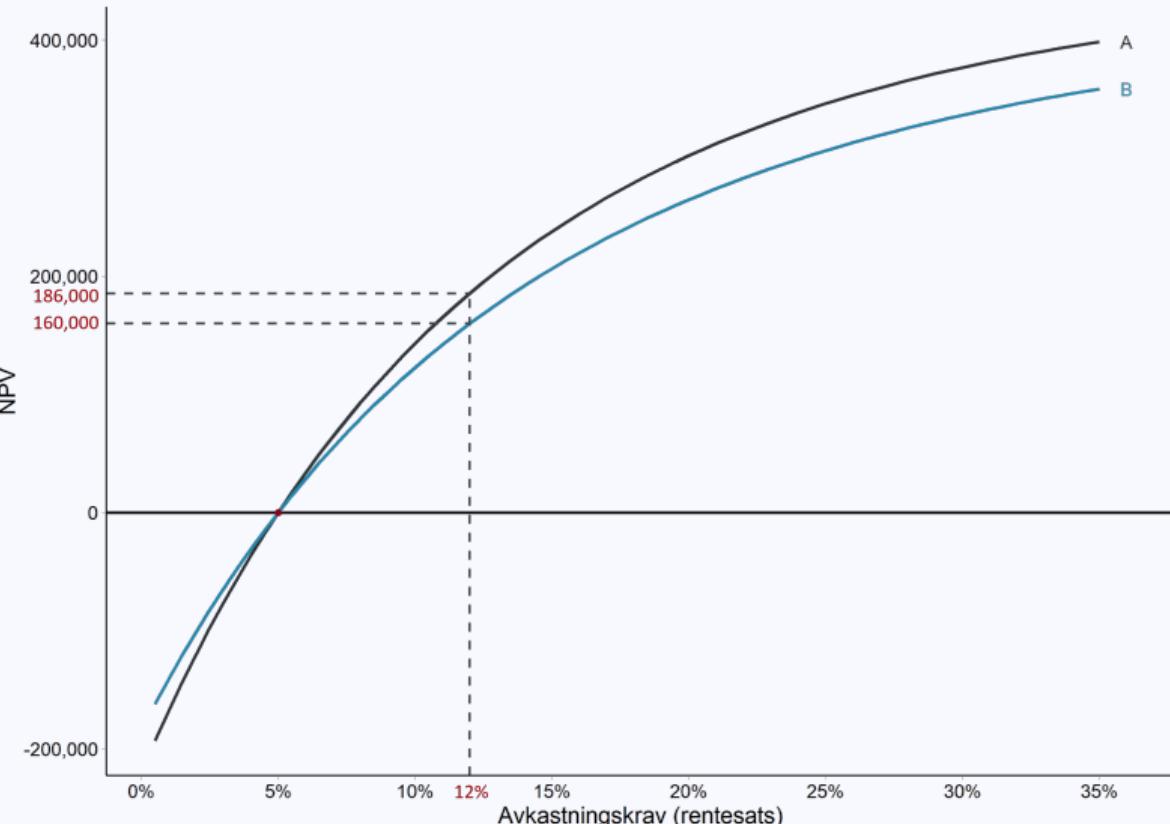
Hva er en nåverdiprofil?

- En grafisk fremstilling som viser hvordan lånets nåverdi (NPV) endres med avkastningskravet (*rente*).
- Illustrerer hvordan lånets økonomiske attraktivitet varierer med rentenivå.

Hvordan skiller dette seg fra investeringsprosjekter?

- For investeringsprosjekter: Nåverdiprofilen er *fallende* når avkastningskravet øker.
- For lån: Nåverdiprofilen er *stigende* fordi høyere (alternativ) lånerente reduserer nåverdien av fremtidige negative kontantstrømmer (avdrag og renter).

Nåverdiprofil



- Nåverdiprofilen er motsatt av hva som gjelder for investeringsprosjekter
- Internrenten finnes som før der hvor kurven skjærer x-aksen, betegnes effektiv rente
- Rentesatsen betegner alternativkostnaden. En høyere alternativkostnad gjør at lånet som vurderes blir bedre

Beregning av nåverdi for lån

Formel: Nåverdi for lån

$$NPV = +I_0 - \sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+r)^t}$$

- I_0 : Positiv kontantstrøm ved låneopptak.
- CF_t : Negative kontantstrømmer (avdrag + renter).
- r : Avkastningskravet (alternativ lånerente).

Generelt for prosjekter

$$NPV = -I_0 + \frac{CF_1}{1+k} + \frac{CF_2}{(1+k)^2} + \cdots + \frac{CF_N}{(1+k)^N}$$

Generelt for lån

$$NPV = +I_0 - \frac{CF_1}{1+r} - \frac{CF_2}{(1+r)^2} - \cdots - \frac{CF_T}{(1+r)^T}$$

Beregning av nåverdi for lån A og B

For både A og B låner vi 460.000 i åtte år til 5% effektiv rente. Lån A er et *bulletlån* og lån B krever årlige rentebetalingar frem til forfall. Nåverdi av lånene beregnes slik (12% er tilfeldig valgt som avkastningskrav):

$$NPV_A = 460 - \frac{\overbrace{460 \cdot (1 + 0,05)^8}^{\text{Renter og avdrag år 8}}}{(1 + 0,12)^8} = 460 - \frac{679,6}{1,12^8} = 460 - 274,49 = 185,5 \approx 186$$

$$\begin{aligned} NPV_B &= 460 - 460 \cdot 0,05 \cdot A_{12\%, 8} - \frac{460}{(1 + 0,12)^8} = 460 - 23 \cdot \underbrace{A_{12\%, 8}}_{k \text{ inngår}} - \frac{460}{1,12^8} \\ &= 460 - 114,25 - 185,79 = 159,95 \approx 160 \end{aligned}$$

Quiz: Nåverdiprofil for lån

Q1: Hvorfor er nåverdiprofilen for lån stigende, i motsetning til investeringsprosjekter?

[Vis svar Q1](#)

Q2: Hva representerer punktet der nåverdiprofilen skjærer x-aksen?

[Vis svar Q2](#)

Q3: Hva skjer med nåverdien av et lån når diskonteringsrenten (alternativ lånerente) er lavere enn lånets effektive rente?

[Vis svar Q3](#)

Effektiv rente

– *Sammenligne faktiske lånekostnader*

Definisjon: Effektiv rente

Hva renten ville blitt hvis alle betalinger skjedde med et års mellomrom og etterskuddsvis.

- Den faktiske kostnaden for lånet per år, uttrykt som en prosentandel.
- Inkluderer renter, gebyrer og betalingsfrekvens.
- Gir en rettferdig sammenligning mellom lån med forskjellige betingelser.

Hvorfor er effektiv rente viktig?

- Avslører de totale kostnadene ved lånet.
- Brukes som en standardisert måte å sammenligne ulike lånealternativer.
- Hjelper låntakere med å velge det mest økonomiske alternativet.

Hva er delperioderente?

- Renten beregnet for en termin innenfor et år, f.eks. månedlig, kvartalsvis eller halvårlig rente.
- Brukes som grunnlag for å beregne effektiv rente.

Beregning av effektiv rente

Formel for effektiv rente:

$$p = (1 + q)^m - 1$$

- q : Delperioderente (rente per termin, f.eks. månedlig eller kvartalsvis).
- m : Antall terminer per år.

Omregning fra delperioderente til effektiv rente:

$$q = (1 + p)^{\frac{1}{m}} - 1$$

Eksempel:

- En månedlig rente på $q = 0,5\%$: Beregn effektiv rente med $m = 12$.
- Effektiv rente: $p = (1 + 0,005)^{12} - 1 \approx 6,17\%$.

Effektiv rente og betalingsfrekvens

Hvordan påvirker betalingsfrekvensen effektiv rente?

- Jo hyppigere renten beregnes, desto høyere blir den effektive renten.
- Årlige rentesatser er mindre påvirket av frekvens, mens månedlige eller daglige rentesatser øker den totale rentekostnaden betydelig.

Eksempel:

- Sammenlign et lån med månedlig betaling ($m = 12$) mot kvartalsvis betaling ($m = 4$).
- Samme nominelle rente gir forskjellig effektiv rente.

Forskudds- og etterskuddsrenter

Hva er forskuds- og etterskuddsrenter?

- Forskuddsrente: Renten betales ved begynnelsen av perioden.
- Etterskuddsrente: Renten betales ved slutten av perioden.
- Konvertering mellom disse brukes ofte for sammenligning.

Formler for konvertering:

- Fra forskuddsrente (q_f) til etterskuddsrente (q_e):

$$q_e = \frac{q_f}{1 - q_f}$$

- Fra etterskuddsrente (q_e) til forskuddsrente (q_f):

$$q_f = \frac{q_e}{1 + q_e}$$

Eksempel: Forskudds- og etterskuddsrenter

Sammenligne renter

1. Nominell årlig rente 6%, **kvartalsvis** etterskuddsvis rentebetaling
2. Nominell årlig rente 6%, *halvårlig* etterskuddsvis rentebetaling
3. Nominell årlig rente 6%, **kvartalsvis** forskuddsvis rentebetaling
4. Nominell årlig rente 6%, *halvårlig* forskuddsvis rentebetaling

$$q = 0,06/4 = 1,5\% \Rightarrow p = 1,015^4 - 1 \approx 6,14\% \text{ (litt mer enn 6\%)}$$

$$q = 0,06/2 = 3\% \Rightarrow p = 1,03^2 - 1 \approx 6,09\% \text{ (litt mindre enn 6,14\%)}$$

$$q_f = 0,06/4 = 1,5\% \Rightarrow q_e = \frac{0,015}{1 - 0,015} \approx 1,52\% \Rightarrow p = 1,0152^4 - 1 \approx 6,22\%$$

$$q_f = 0,06/2 = 3\% \Rightarrow q_e = \frac{0,03}{1 - 0,03} \approx 3,09\% \Rightarrow p = 1,0309^2 - 1 \approx 6,28\%$$

Når renter betales forskuddsvis ønsker vi en så kort delperiode som mulig

Quiz: Effektiv rente

Q1: Hva er forskjellen mellom nominell rente og effektiv rente?

[Vis svar Q1](#)

Q2: Hvordan beregnes effektiv rente fra en månedlig rente?

[Vis svar Q2](#)

Q3: Hvorfor er det viktig å sammenligne effektiv rente når du velger lån?

[Vis svar Q3](#)

Lånetyper

– *Beregninger og sammenligning*

Annuitetslån og Serielån

Hva er annuitetslån?

- Låntakeren betaler samme beløp hver termin.
- Betalingen består av renter og avdrag, med en økende andel avdrag over tid.

Hva er serielån?

- Låntakeren betaler faste avdrag, mens rentekostnaden synker etter hvert som restgjelden reduseres.
- Totalt terminbeløp blir mindre over tid.

Serie- og annuitetslån

År	0	1	2	3	4	5
Serielån						
Beløp	2.000					
Avdrag		-400	-400	-400	-400	-400
Rentebetalingar		-100	-80	-60	-40	-20
KS før skatt	2.000	-500	-480	-460	-440	-420
Skattefradrag (22%)		22,0	17,60	13,20	8,80	4,40
KS etter skatt	2.000	-478,0	-462,40	-446,80	-431,20	-415,60
Annuitetslån						
Beløp	2.000					
Avdrag		-361,9	-380,05	-399,05	-419	-439,95
Renter		-100	-81,90	-62,90	-42,95	-22
KS før skatt	2.000	-461,9	-461,95	-461,95	-461,95	-461,95
Skattefradrag (22%)		22,0	18,02	13,84	9,45	4,84
KS etter skatt	2.000	-439,9	-443,93	-448,11	-452,50	-457,11

Beregninger serielån

$$\text{Avdrag: } \frac{2.000}{5} = 400$$

$$\text{Renter år 1: } 2.000 \cdot 0,05 = 100$$

$$\text{Skattefradrag: } 100 \cdot 0,22 = 22$$

$$\text{Effektiv rente etter skatt: } 0,05 \cdot (1 - 0,22) = 0,039 = 3,9\%$$

Nåverdi serielån før skatt:

$$2.000 - \frac{500}{1,05} - \frac{480}{1,05^2} - \frac{460}{1,05^3} - \frac{440}{1,05^4} - \frac{420}{1,05^5} = 0$$

Nåverdi serielån etter skatt:

$$2.000 - \frac{478}{1,039} - \frac{462,4}{1,039^2} - \frac{446,8}{1,039^3} - \frac{431,20}{1,039^4} - \frac{415,60}{1,039^5} = 0$$

Serie- og annuitetslån: Kommentarer

- Begge lån har en effektiv rente på 5% før skatt (3,9% etter skatt) ⇒ De er *like* dyre
- Om noen mener at det ene alternativet er billigere enn det andre må de vektlegge noe annet enn det finansielle
- Betaling år 1 serielån = 500 og for annuitet = 461,9 ⇒ Differanse = 38,05. Alternativ anvendelse?
- Folk har en oppfatning om at serielån er billigere fordi summen av rentebetalingene er lavere (300 for serielån og 309,748 for annuitet). Gjør feilen å summere betalinger som skjer på *forskjellige* tidspunkter

Subsidierte Lån

Hva er et subsidiert lån?

- Et lån der renten er lavere enn markedsrenten, ofte som et resultat av statlig støtte eller spesialavtaler.
- Brukes ofte for å stimulere investeringer, støtte visse grupper, eller fremme samfunnsnyttige prosjekter.

Fordeler med subsidierte lån:

- Lavere lånekostnad gir høyere økonomisk nytte for låntaker.
- Reduserer nåverdien av fremtidige betalingsforpliktelser.

Økonomisk effekt

Hvorfor er subsidierte lån attraktive?

- Lavere rente reduserer lånekostnadene, noe som gir positiv netto nåverdi for låntakeren.
- Stimulering av investeringer i samfunnsnyttige prosjekter.
- Reduserer risikoen for mislighold ved å lette betalingsbyrden.

Hvordan sammenligne med ordinære lån?

- Bruk markedsrente som sammenligningsgrunnlag.
- Beregn nåverdi og se på total besparelse.

Eksempel: Subsidiert lån

Table 1: Kontantstrøm og nåverdi for subsidiert serielån:

Låner 2 NOKm i fem år til 2% (subsidiert). Markedsrente er 5%.

ÅR	0	1	2	3	4	5
Lånebeløp	2.000					
Avdrag		-400	-400	-400	-400	-400
Rentebetaler		-40	-32	-24	-16	-8
Kontantstrøm	2.000	-440	-432	-424	-416	-408
Nåverdi KS	2.000	$-\frac{440}{(1,05)^1}$	$-\frac{432}{(1,05)^2}$	$-\frac{424}{(1,05)^3}$	$-\frac{416}{(1,05)^4}$	$-\frac{408}{(1,05)^5}$

$NPV = 160,9 > 0 \Rightarrow$ Positiv nåverdi fordi vi får låne penger billigere enn alternativet.

Betalingsalternativer

- *Hvordan betalingsstrukturer påvirker kostnader og valg*

Hva er betalingsalternativer?

- Valg mellom ulike måter å strukturere betalinger på.
- Typiske alternativer:
 - Avbetaling: Delbetalinger fordelt over tid.
 - Abonnement: Regelmessige betalinger for løpende tjenester.
 - Kontantrabatt: Rabatt ved betaling i sin helhet umiddelbart.

Hvorfor er betalingsalternativer viktige?

- Påvirker kontantstrøm og totalkostnad.
- Tilpasning til kundens økonomiske situasjon og preferanser.

Betalingsfrekvens og kostnader

Hvordan påvirker betalingsfrekvens totalkostnadene?

- Hyppigere betalinger reduserer restgjelden raskere, noe som kan redusere rentekostnaden.
- Men hyppigere betalinger kan også medføre høyere effektive kostnader (f.eks. administrasjonsgebyrer).

Sammenligning av betalingsstrukturer:

- Avbetaling: Kan være mer håndterbart for kunden, men høyere totalkostnad grunnet renter.
- Abonnement: Praktisk for tjenester, men løpende kostnad kan bli betydelig over tid.
- Kontanrabatt: Lavere totalkostnad, men krever tilgjengelige midler umiddelbart.



Watch every F1 race live

€139.99
/ Year

WATCH F1 LIVE

- ✓ Live stream F1
- ✓ Live onboard cameras and team radio
- ✓ Live stream F2, F3 and Porsche Supercup

STREAM F1 ON DEMAND*

- ✓ Watch Formula 1 race replays and highlights
- ✓ Replays F2, F3, Porsche Supercup
- ✓ Watch exclusive F1 shows
- ✓ Dig into F1 archive and documentaries

LIVE TIMING†

- ✓ F1 live timing features

€17.99
/ Month

WATCH F1 LIVE

- ✓ Live stream F1
- ✓ Live onboard cameras and team radio
- ✓ Live stream F2, F3 and Porsche Supercup

STREAM F1 ON DEMAND*

- ✓ Watch Formula 1 race replays and highlights
- ✓ Replays F2, F3, Porsche Supercup
- ✓ Watch exclusive F1 shows
- ✓ Dig into F1 archive and documentaries

LIVE TIMING†

- ✓ F1 live timing features

SUBSCRIBE NOW

F1 TV: Hvilket alternativ lønner seg?

MÅNED	0	1	2	3	4	...	11
Årlig betaling	139,99						
Månedlig betaling	17,99	17,99	17,99	17,99	17,99	...	17,99
KS differanse	122	-17,99	-17,99	-17,99	-17,99	...	-17,99

For å finne effektiv rente ved å velge månedlig betaling over årlig starter vi med å finne delperioderenten (månedlig rente). Da må vi finne den diskonteringsrenten som gir $NPV=0$ (internrenten). Bruker annuitetsfaktoren her.

$$122 = 17,99 \cdot \frac{1 - (1 + q)^{-n}}{q} \Leftrightarrow \frac{122}{17,99} = \frac{1 - (1 + q)^{-11}}{q} \Rightarrow q \approx 9,07\%$$

Effektiv rente blir da: $p = 1,0907^{12} - 1 = 184\%$

Malte hjørnesofa med sjeselong og endeavslutning

13 999,-

Fast Lav Pris er et utvalg varer som du alltid er garantert god kvalitet til en fast lav pris. Kan ikke kombineres med andre tilbud.

Malte hjørnesofa med sjeselong og endeavslutning høyre Loft grå med runde treben svart 14cm



Slik fungerer Dele opp – rentefritt

Ved å velge Dele opp kan du enkelt og bekvemt betale varene dine i mindre avdrag over tid. Vær oppmerksom på at dette medfører ekstra kostnader.

Delbetaling	Måneder	Etableringsgebyr	Rente	Administrasjonsgebyr
Fast delbetaling	3	95 NOK	-	39 NOK
Fast delbetaling	6	195 NOK	-	39 NOK
Fast delbetaling	12	295 NOK	-	39 NOK

Møbelkjøp: Er det rentefritt?

MÅNED	0	1	2	3	4	...	12
Betale nå	13.999						
Fast delbetaling (12 mnd):							
- Etablering	295						
- Administrasjon	39	39	39	39	39	...	39
- Avdrag	1.167	1.167	1.167	1.167	1.167	...	1.167
KS differanse	13.999	-1.501	-1.206	-1.206	-1.206	...	-1.206

$$\text{IRR} = 0,84\% \Rightarrow \text{Effektiv rente} = 1,0084^{12} - 1 = 10,57\%$$

Eksempel: Kontantrabatt

Kontantrabatt hos leverandør

Anta at bedriften kjøper varer fra leverandør for 100.000 kr. Leverandøren tilbyr 1% kontantrabatt hvis bedriften betaler innen 10 dager. Ellers gjelder vanlig frist med 30 dager. Når vil det lønne seg å vente 30 dager med å betale for varene? Anta 360 dager i året.

Kontantrabatten tilsier at vi kan betale $100.000 \cdot (1 - 0,01) = 99.000$ innen ti dager eller 100.000 kr om 30 dager. Ved å vente 30 dager så har vi implisitt lånt 99.000 kr av leverandøren som vi betaler tilbake om 30 dager til en totalpris på 100.000 kr. Den effektive renten finner vi da ved

$$99.000 - \frac{100.000}{1 + q} = 0 \Rightarrow q = \frac{100.000}{99.000} - 1 \Rightarrow q \approx 1,01\%$$

$$\text{Antall delperioder: } \frac{360}{30 - 10} = 18 \Rightarrow p = 1,01^{18} - 1 = 19,8\%$$

Bør benytte kontantrabatten med mindre dette medfører at vi må låne 99.000 kr og renten på dette lånet overstiger 19,8% p.a.

Quiz: Betalingsalternativer

Q1: Hva er fordelen med avbetaling sammenlignet med kontantrabatt?

[Vis svar Q1](#)

Q2: Hvordan kan betalingsfrekvens påvirke effektive kostnader?

[Vis svar Q2](#)

Q3: Hva bør du vurdere når du velger betalingsalternativer?

[Vis svar Q3](#)

Leasing

- *En alternativ løsning for finansiering av eiendeler*

Leasing: Oversikt

Hva er leasing?

- En finansieringsform der en leietaker får bruksrett til en eiendel i en avtalt periode, mot betaling.
- Kan gjelde eiendeler som biler, maskiner, utstyr eller eiendom.

To hovedtyper av leasing:

- Operasjonell leasing: Kortsiktig, eiendelen returneres ved leieperiodens slutt.
- Finansiell leasing: Langsiktig, uteier står for vedlikehold, og eiendelen kan kjøpes ut etter perioden (*vårt fokus*).

Leasing: Detaljer

- Standardiserte kontrakter gir lave administrasjonskostnader
- Gir fleksibilitet: Bedre å leie en bil i to uker enn å kjøpe og så selge den etter to uker
- Kan potensielt raskere skalere opp og ned driften basert på hvordan økonomien presterer
- Leasing er et alternativ til lånefinansiering, dvs. sammenlignbart med å kjøpe eiendelen med gjeld

Hvordan vurdere om leasing lønner seg?

- Trenger bare å fokusere på:
 - Leasingbetalinger
 - Eiendelen som leases
- Resten forblir upåvirket
- For leietaker er alternativet å kjøpe utstyrt \Rightarrow alternativkostnaden er derfor lånerenten
- For uteier er kontantstrømmen en investering \Rightarrow alternativkostnaden er plasseringsrenten

Leasing: Mulige fordeler

For leietaker:

- Frigjør kapital (for videre vekst)
- Kan styrke selskapets balanse (mindre gjeld og mer likvide midler)
- Begrenser risiko ved å eie anleggsmiddelet
- Skattefradrag for leasingbetalinger (kostnad i resultatregnskapet)

For utleier:

- Sikker avkastning på investeringen
- Garantert inntektsstrøm
- Skattefradrag for avskrivninger

Typisk store finansinstitusjoner som kjøper eiendelene i en slik prosess.

Leasingavtale

Selskapet ditt har akkurat gjennomført en sale leaseback av en maskin som skal være i fem år. Maskinen har en verdi på 5 NOKm. Hver av de årlige leasingbetalingene er på 0,8 NOKm, den første med en gang. Leietaker kan låne til 5% p.a., mens utleier kan plassere til 3,5% p.a. Skattesatsen er 22% for begge parter. Anleggsmiddelet avskrives etter saldometoden med avskrivningssats (a) på 20%. Beløp i NOKk. Finn kontantstrøm for leietaker og utleier etter skatt. Er denne avtalen lønnsom for noen av partene?

Relevante momenter:

- Kun forskjeller i kontantstrømmer fra finansieringen som er relevante
- Bruken av maskinen påvirkes ikke om den er kjøpt eller leid
- Symmetri mellom leier og utleier: Den ene partens kostnad er den andre partens inntekt

Leasing: Kontantstrømmer

Table 2: Kontantstrøm etter skatt for leietaker og utleier

ÅR	0	1	2	3	4	5
<i>Leietaker</i>						
Salgspris og tapt skrapverdi	5.000					-1.638,4
Tapt skattefordel av avskrivninger		-220	-176	-140,8	-112,6	-90,1
Leasingbetalinger	-800	-800	-800	-800	-800	
Skattefordel av leasingbetalinger	176	176	176	176	176	
Kontantstrøm etter skatt	4.376	-844	-800	-764,8	-736,6	-1.728,5
<i>Utleier</i>						
Investeringsbeløp og skrapverdi	-5.000					1.638,4
Skattefordel av avskrivninger		220	176	140,8	112,6	90,1
Leasingbetalinger	800	800	800	800	800	
Skatt av leasingbetalinger	-176	-176	-176	-176	-176	
Kontantstrøm etter skatt	-4.376	844	800	764,8	736,6	1.728,5

Leasing: Beregninger

Utrangeringsverdi

$$I_0 \cdot (1 - a)^N = 5.000 \cdot (1 - 0,2)^5 = 1.638,4$$

Kontantstrøm og nåverdi leietaker

$$\text{Lånerente etter skatt} = 0,05 \cdot (1 - 0,22) = 3,9\%$$

$$\text{NPV} = 4.376 - \frac{844}{1,039} - \dots - \frac{1728,5}{1,039^5} \approx 81.100$$

Avskrivning år 3:

$$B_2 \cdot a = 5.000 \cdot (1 - 0,2)^2 \cdot 0,2 = 3.200 \cdot 0,2 = 640$$

Tapt skattefordel avskrivning:

$$s \cdot B_2 \cdot a = 0,22 \cdot 640 = 140,8$$

Kontantstrøm og nåverdi uteier

$$\text{Plasseringsrente etter skatt} = 0,035 \cdot (1 - 0,22) = 2,73\%$$

$$\text{NPV} = -4.376 + \frac{844}{1,0273} + \dots + \frac{1728,5}{1,0273^5} \approx 81.100$$

Quiz: Leasing

Q1: Hva er en fordel med leasing fremfor kjøp?

[Vis svar Q1](#)

Q2: Hva er forskjellen mellom operasjonell og finansiell leasing?

[Vis svar Q2](#)

Q3: Hva bør en leietaker vurdere før de inngår en leasingavtale?

[Vis svar Q3](#)