Nome: André Angelo Taveira

Numero USP: 8586749

Objetivos do exercício programa:

O código desenvolvido tem por objetivo principal solucionar um problema de balística, respondendo, para uma inclinação fornecida pelo usuário (e velocidade inicial fixa), a posição em que um projétil pousa. Além disso, o programa deve avaliar para qual valor de inclinação o projétil atinge um.

Método de solução da posição de pouso do projétil dado um ângulo arbitrário entre 0 e $\frac{\pi}{2}$:

Considerações iniciais:

- O projétil tem velocidade inicial de 54.9 $\frac{m}{s^2}$.
- O canhão que lança o projétil está posicionado a 50m da base de uma montanha.
- Entre o canhão e a montanha há uma planície.
- A referência x = 0 m está tomada na base da montanha de forma que o canhão está na posição x = -50 m.
- Os limites de interesse para o polinômio de terceiro grau gerado na solução do problema do projétil é: [0,80]. Isto se deve ao fato da montanha começar em x = 0 e o projétil atingir a montanha em aproximadamente x = 79 quando α = 45º.
- O ângulo fornecido pelo usuário deve estar em radianos.

Resolução:

O programa analisa inicialmente se, para o alfa fornecido pelo usuário, o alcance máximo segundo a formula:

$$x = \frac{|V_0|^2}{g} sen(2\alpha)$$

Caso x ≤ 0, já é dada a resposta da posição de pouso do projétil.

Caso x > 0 obtemos a seguinte expressão polinomial de terceiro grau (para um alfa dado):

$$(x+50)\tan(a) - \frac{(x+50)^2 \times 5}{3014.01\cos^2(a)} - \frac{x^3 - 105x^2 + 3000x}{1000}$$

Expandindo essa expressão e elencando os coeficientes de x^3 , x^2, x e o coeficiente independente. A partir disso o programa avalia as raizes de F’(x) r1 e r2 e a raiz de F’’(x) r3. Com isso, é criado um vetor [0,r1,r2,r3,80] que estabelece os intervalos a serem checados, de forma que evitem as regiões que não são contempladas pelo método de newton (F’(x) = 0 e F’’(x) troca de sinal no intervalo) e garantam a existência de no máximo uma raiz no intervalo. O programa não contempla um intervalo de 0.001 em torno das raízes de F’(x) e a raiz de F’’(x). Ainda, caso as raízes de F’(x) sejam complexas, r1 e r2 são considerados como 0. Após extraídas as raízes este vetor de intervalos é ordenado para que as raízes de F(x) possam ser isoladas corretamente. Após isso aplica-se Bolzano para cada um dos intervalos sempre indo do intervalo com menor valor de x isso se deve ao fato de que a raiz de interesse será a que primeira raiz da F(x) (na ordem crescente de x).

A partir daí o programa está pronto para alpicar Newton Rhapson. Assim, avalia-se o valor de F(x) e F'(x) através de uma implementação do algoritmo de Horner e aplica-se a iterada de Phi de Newton. O processo de iterada se repete até atingir o critério de parada em precisão $\varepsilon = 10^{-4}$.

Obtenção de $\boldsymbol{\alpha}$ tal que atinja um alvo em $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = (\mathbf{50}, \mathbf{12.5})$:

Obteve-se a G(x) que deve ser usada para extrair o ângulo de interesse:

$$100\tan(a) - \frac{100^2 \times 5}{3014.01\cos^2(a)} - 12.5$$

Que pode ser simplificada por:

$$100\tan(a) - 16.5892\sec^2(a) - 12.5$$

A obtenção de α segue o mesmo método do problema anterior. Entretanto, as raízes de G'(x) e G''(x) foram obtidas previamente, pois trata-se de um problema bastante específico e também porque é maior a complexidade para obter as raízes dessas funções por se tratar de equações trigonométricas.

Através desse método obtêm-se duas raízes para α:

$$\alpha = 0.297385 \text{ e } \alpha = 1.397766$$

Com esses dados, o usuário pode verificar qual das duas raízes é válida. Fornecendo 0.297385 como α, o programa retorna ao usuário que o projétil atinge a montanha em x = 4.424361, que não é o valor procurado. Entretanto, caso forneça α = 1.397755, irá obter x = 50.000085, que é o valor procurado. E Portanto, o único ângulo que atinge o alvo é 1.397755 radianos.

A seguir podemos ver a trajetória do projétil para o ângulo correto:

Para $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{1.397766}$