

# Soluzioni scheda 1

VR443470 - Andrea Valentini

marzo 2023

## Indice

<b>1</b>	<b>Soluzione esercizio 1</b>	<b>3</b>
1.1	Soluzione $a$ . . . . .	3
1.2	Soluzione $b$ . . . . .	3
1.3	Soluzione $c$ . . . . .	3
1.4	Soluzione $d$ . . . . .	4

## 1 Soluzione esercizio 1

Si considerino le seguenti matrici su  $\mathbb{C}$ :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ i & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3i \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1+i & 2 \end{pmatrix}$$

### 1.1 Soluzione a

Si determini la matrice risultante ottenibile eseguendo l'operazione  $(CD)A$ :

$$\begin{aligned} (CD)A &= \left[ \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1+i & 2 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ i & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4+4i & 5 \\ -2-2i & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ i & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4+9i & -\frac{3}{2}-4i \\ -2-4i & 1+2i \end{pmatrix} \end{aligned}$$

### 1.2 Soluzione b

Si determini la matrice risultante ottenibile eseguendo l'operazione  $A^T B$ :

$$\begin{aligned} A &= \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ i & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \longrightarrow A^T = \begin{pmatrix} 1 & i \\ -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \\ A^T B &= \begin{pmatrix} 1 & i \\ -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3i \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i & 3i \\ -\frac{1}{2} & -3i \end{pmatrix} \end{aligned}$$

### 1.3 Soluzione c

Si determini la matrice risultante ottenibile eseguendo l'operazione  $3A(B - D^T)$ :

$$\begin{aligned} D &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1+i & 2 \end{pmatrix} \longrightarrow D^T = \begin{pmatrix} 0 & 1+i \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \longrightarrow -D^T = \begin{pmatrix} 0 & -1-i \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \\ 3A(B - D^T) &= 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ i & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \left[ \begin{pmatrix} 0 & 3i \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1-i \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \right] \\ &= 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ i & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1+2i \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 3i & \frac{3}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1+2i \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3+6i \\ 0 & -9-3i \end{pmatrix} \end{aligned}$$

#### 1.4 Soluzione *d*

Si determini la matrice risultante ottenibile eseguendo l'operazione  $(4B - C)^T - DC$ :

$$\begin{aligned}(4B - C)^T - DC &= \left[ \begin{pmatrix} 0 & 12i \\ -4 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} \right]^T - \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1+i & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} \\&= \left[ \begin{pmatrix} -3 & -4+12i \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \right]^T - \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1+3i & 4i \end{pmatrix} \\&= \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -4+12i & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1+3i & 4i \end{pmatrix} \\&= \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ -3+9i & 2-4i \end{pmatrix}\end{aligned}$$

## 2 Soluzione esercizio 2

Si considerino le seguenti matrici su  $\mathbb{R}$ :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -4 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 2 & -2 & 3 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$