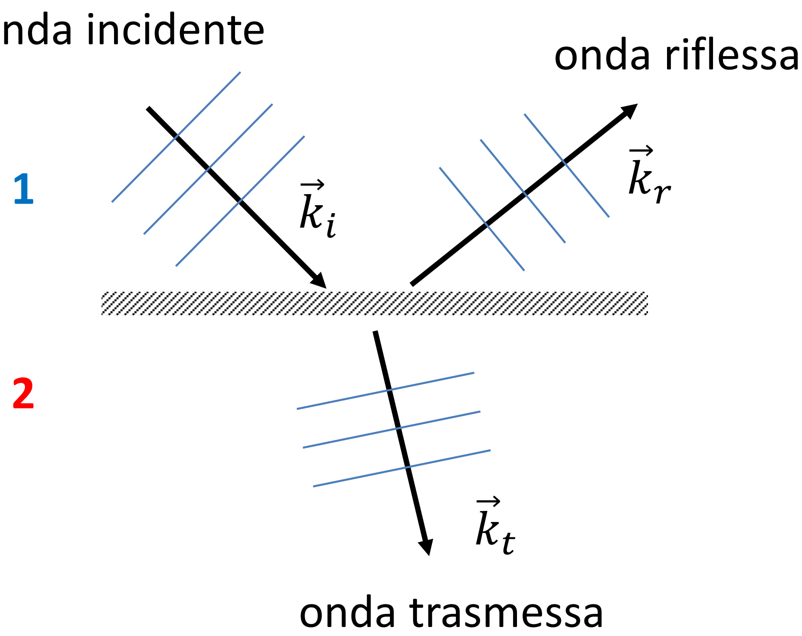
Fisica II

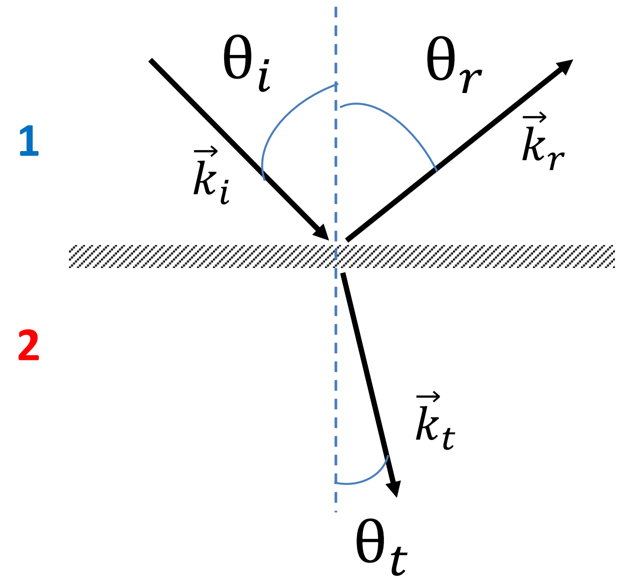
Esercitazione 12

Alessandro Pedico
alessandro.pedico@polito.it

4/11/2022

Riflessione e rifrazione





Consideriamo una **onda piana** incidente sulla superficie di separazione tra due **mezzi omogenei lineari e isotropi**. Definiamo i seguenti angoli:

- $\boldsymbol{\theta_i}$ angolo tra direzione di propagazione onda incidente e normale alla superficie
- $\boldsymbol{\theta_r}$ angolo tra direzione di propagazione onda riflessa e normale alla superficie
- $\boldsymbol{\theta_t}$ angolo tra direzione di propagazione onda trasmessa (rifratta) e normale alla superficie

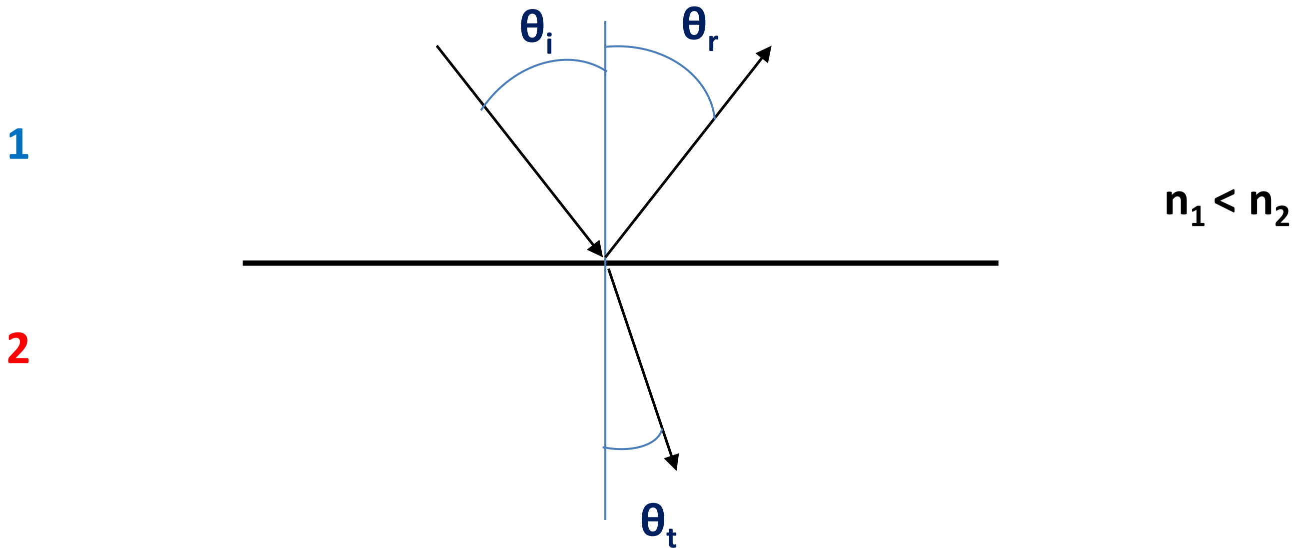
Riflessione e rifrazione

Sperimentalmente, si verifica che sono verificate le seguenti 3 leggi:

1) le direzioni di incidenza, di riflessione e di rifrazione stanno **sullo stesso piano**, che contiene anche la normale alla superficie di separazione dei due mezzi;

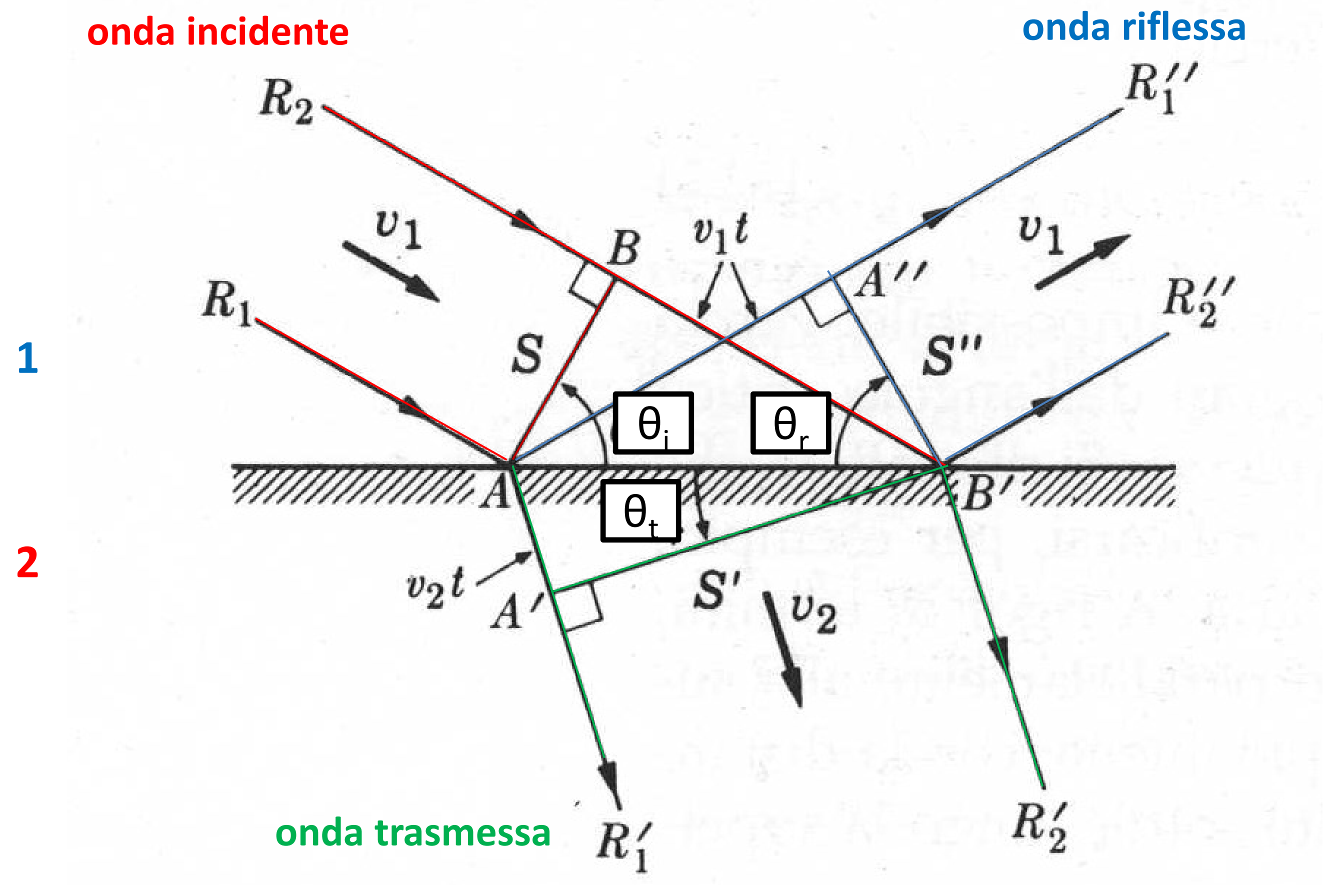
2) l'angolo di incidenza è uguale a quello di riflessione: $\boldsymbol{\theta_i = \theta_r}$

3) l'angolo di incidenza e di rifrazione sono legati dalla relazione: $\mathbf{n_1 \, sen \, \theta_i = n_2 \, sen \, \theta_t}$ dove $\mathbf{n_1}$ e $\mathbf{n_2}$ sono gli indici di rifrazione dei due mezzi, legati alla velocità di propagazione dell' onda e.m. dalle relazioni $\mathbf{v_1 = c/n_1}$, $\mathbf{v_2 = c/n_2}$.



Riflessione e rifrazione

Le leggi di riflessione e rifrazione possono essere giustificate, utilizzando i concetti di fronte d'onda e raggi.



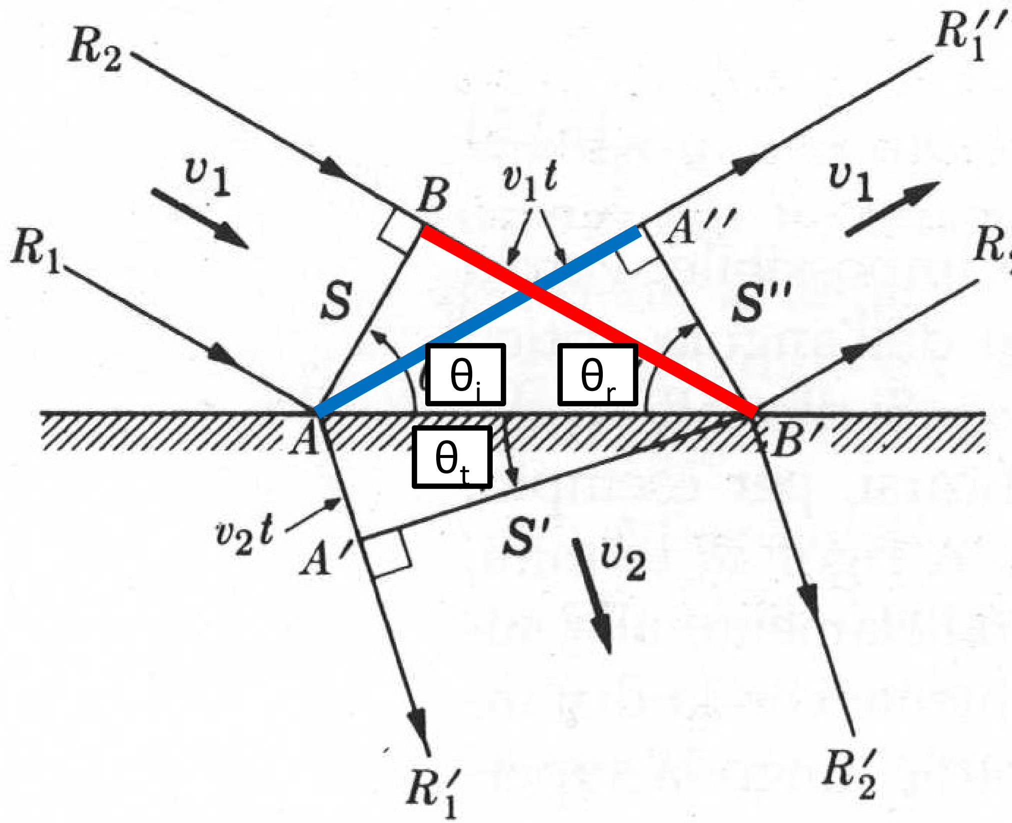
Sfruttiamo il fatto che i fronti d'onda sono i luoghi dei punti a fase costante; di conseguenza, i raggi tra punti corrispondenti del fronte d'onda devono essere percorsi in **tempi uguali**.

Riflessione e rifrazione

AA'': $\Delta t = AA''/v_1$

BB': $\Delta t = BB'/v_1$

$AA''/v_1 = BB'/v_1$



$AA'' = AB' \sin\theta_r$

$BB' = AB' \sin\theta_i$

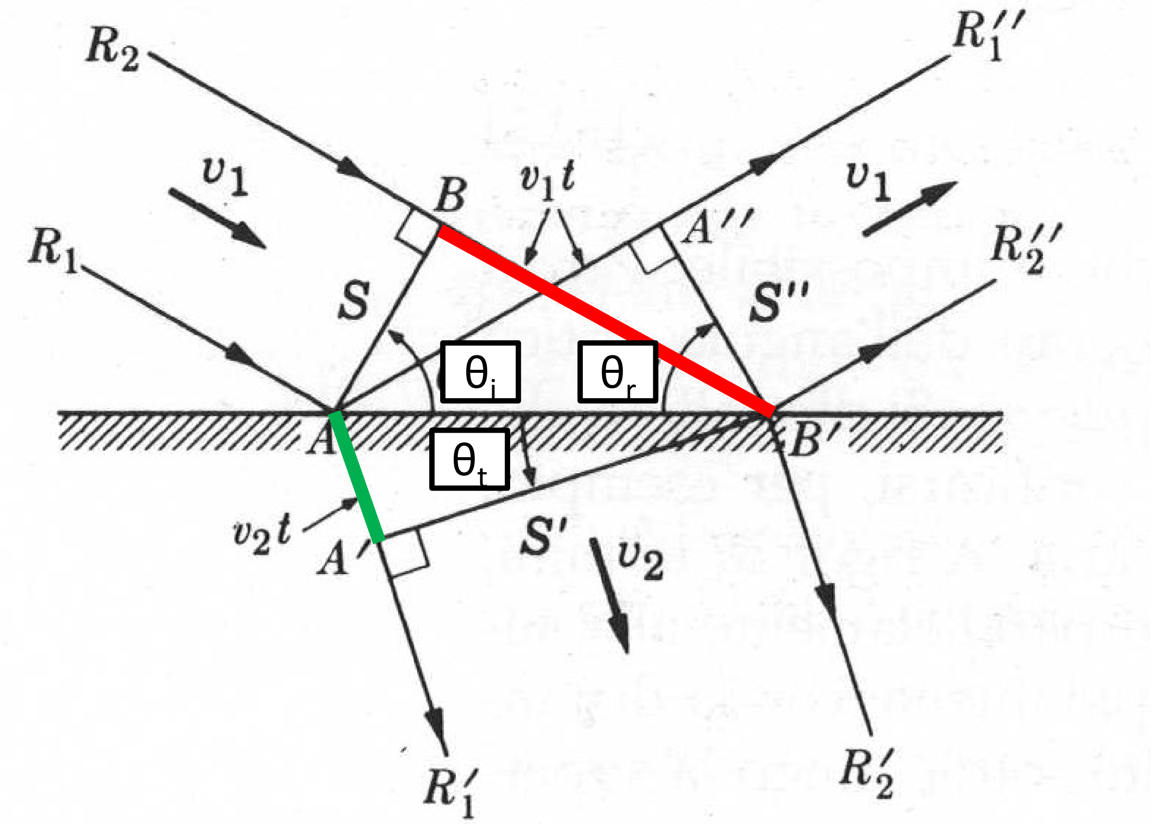
$$\theta_i = \theta_r$$

Riflessione e rifrazione

AA': $\Delta t = AA'/v_2$

BB': $\Delta t = BB'/v_1$

$AA'/v_2 = BB'/v_1$



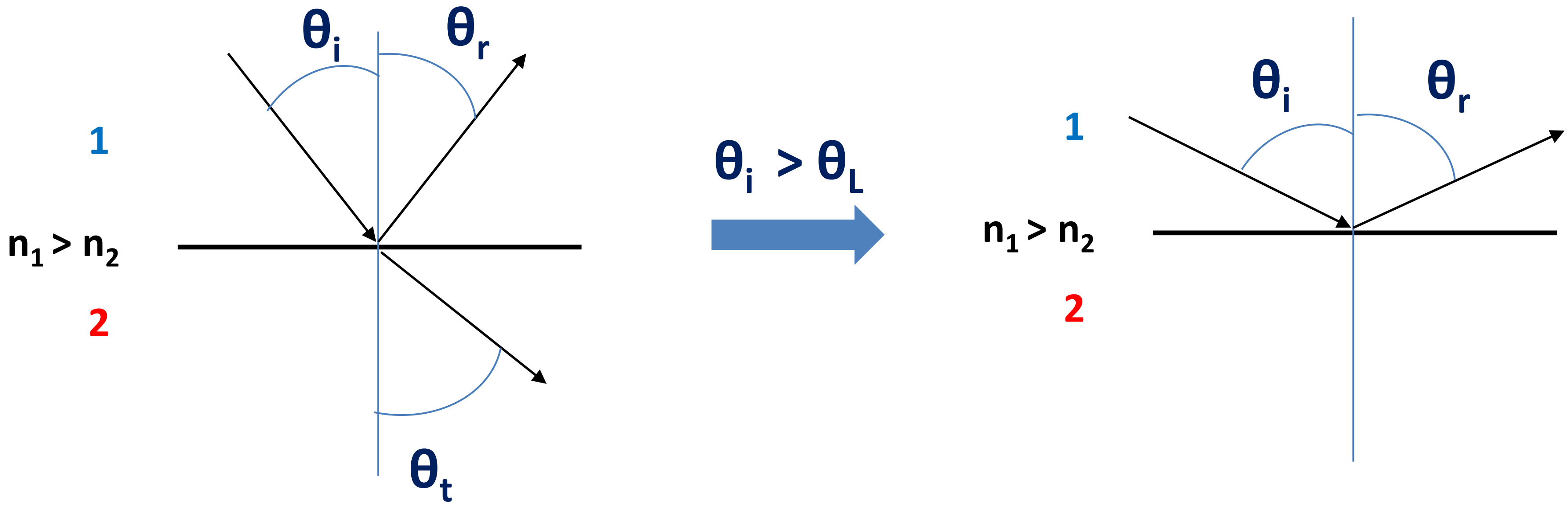
$AA' = AB' \sin\theta_t$

$BB' = AB' \sin\theta_i$

$v_1 = c/n_1$
$v_2 = c/n_2$

$$n_1 \text{ sen } \theta_i = n_2 \text{ sen } \theta_t$$

Angolo limite



Angolo limite

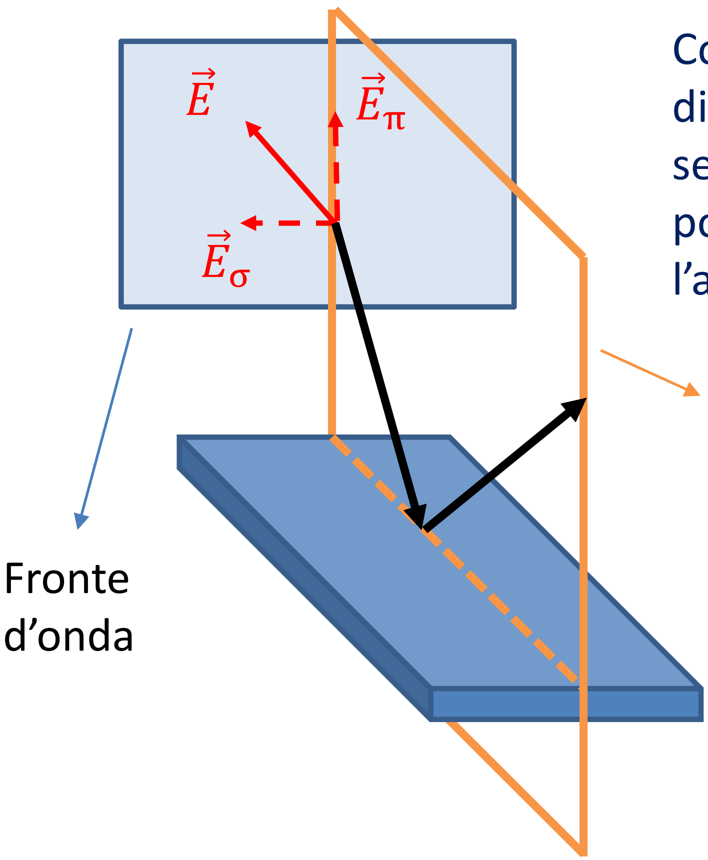
Nel caso in cui un raggio di luce passi da un mezzo 1 ad un mezzo 2 con $\mathbf{n_1 > n_2}$, se il raggio viene fatto incidere oltre un certo angolo (limite) rispetto alla normale all'interfaccia tra i due mezzi, esso viene totalmente riflesso (è il principio con cui funzionano le **fibre ottiche**)

$$n_1 \sin\underset{\theta_L}{\underset{\downarrow}{\theta_i}} = n_2 \sin\underset{90°}{\underset{\downarrow}{\theta_t}} \quad \Rightarrow \quad \theta_L = \arcsin\frac{n_2}{n_1}$$

Polarizzazione

Abbiamo descritto le leggi che governano la riflessione e la rifrazione dal punto di vista della direzione di propagazione dell'onda; fino ad adesso non abbiamo però tenuto in conto che cosa succede dal punto di vista **energetico**.

Dobbiamo tenere conto della **polarizzazione** del campo elettromagnetico, ovvero la direzione lungo la quale avviene l'oscillazione dei campi.



Consideriamo una onda piana incidente sulla superficie di separazione tra due mezzi; in generale possiamo sempre scriverla come somma di due componenti a polarizzazione lineare, una nel piano di incidenza (**π**), l'altra nel piano perpendicolare (**σ**).

PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

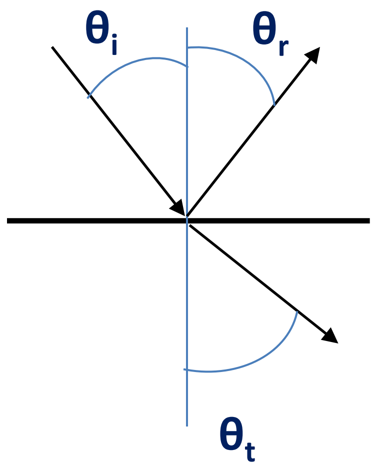
$$\vec{E}_i = \vec{E}_i^\pi + \vec{E}_i^\sigma$$

componente che oscilla nel piano di incidenza

componente che oscilla perpendicolarmente al piano di incidenza

Angolo di Brewster

Per descrivere come l'intensità dell'onda incidente si ripartisce tra onda riflessa e onda trasmessa, si utilizzano **i coefficienti di riflessione e trasmissione**:



$$R = \frac{I_r}{I_i}$$ **RIFLESSIONE**

$$T = \frac{I_t}{I_i}$$ **TRASMISSIONE**

Quando $\boldsymbol{\theta_i + \theta_t = \pi/2}$, si può dimostrare che la componente dell'onda che vibra nel piano di incidenza viene **totalmente trasmessa** (legge di Fresnel).

Utilizzando quindi la legge di Snell, si ricava l'angolo di incidenza per il quale è verificata la condizione $\boldsymbol{\theta_i + \theta_t = \pi/2}$, noto come angolo di Brewster:

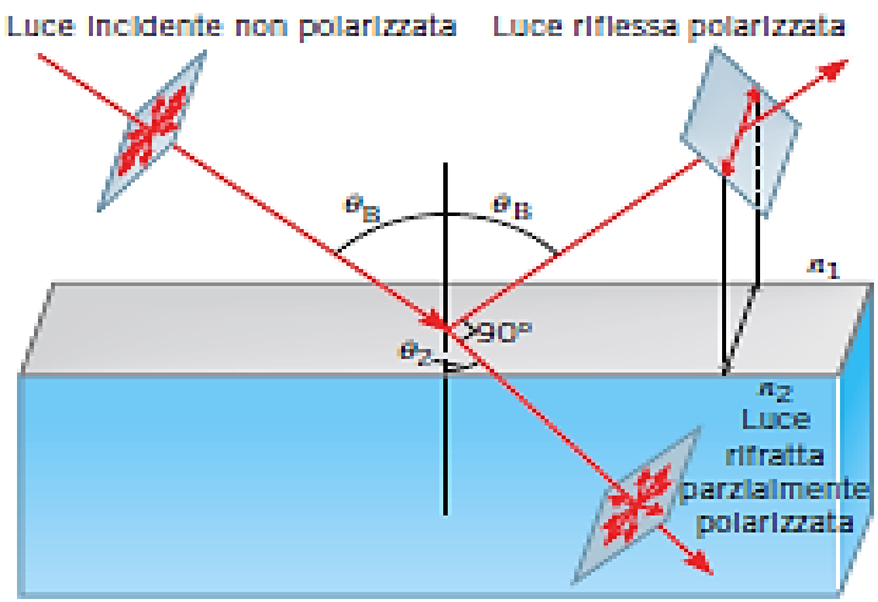
$$n_1 \sin\theta_B = n_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_B\right) \quad \Rightarrow \quad \theta_B = \arctan\frac{n_2}{n_1}$$

ANGOLO DI BREWSTER

Angolo di Brewster

Quando l'angolo di incidenza coincide con l'**angolo di Brewster**, l'onda **riflessa** è costituita esclusivamente dalla componente **polarizzata nel piano perpendicolare al piano di incidenza**.

Questo è vero anche se l'onda incidente è completamente **non polarizzata**.

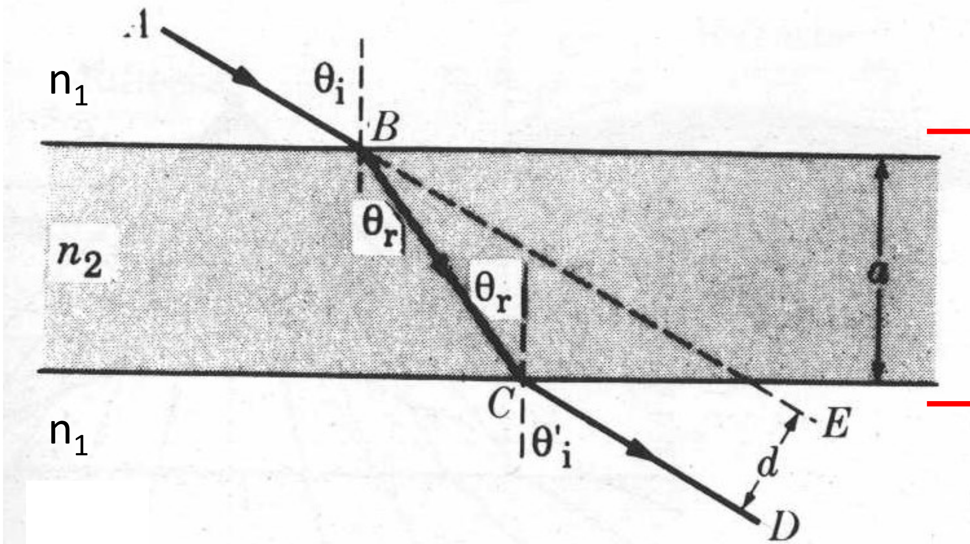


$\vec{E}_i^{\sigma}$ È l'unica componente parzialmente riflessa

$\vec{E}_i^{\pi}$ Non può essere trasmessa

Esercizio 1

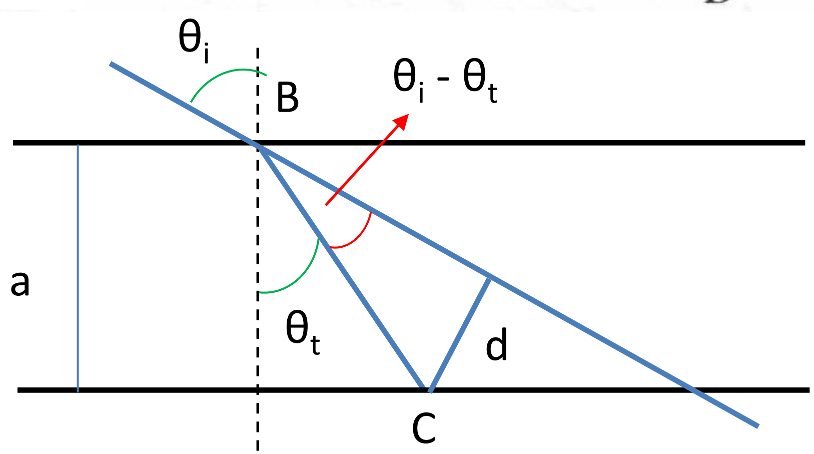
Trovare la direzione di uscita e la distanza tra punto d'ingresso e punto di uscita nel caso di **onde e.m. piane** che incidono su un lastra di spessore **a = 2 cm**. Supponiamo che $\boldsymbol{\theta_i = 30°}$, $\boldsymbol{n_1 = 1}$, $\boldsymbol{n_2 = 1.66}$.



$$\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_t} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\frac{\sin\theta_t}{\sin\theta_{i'}} = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\theta_i = \theta_{i'}$$



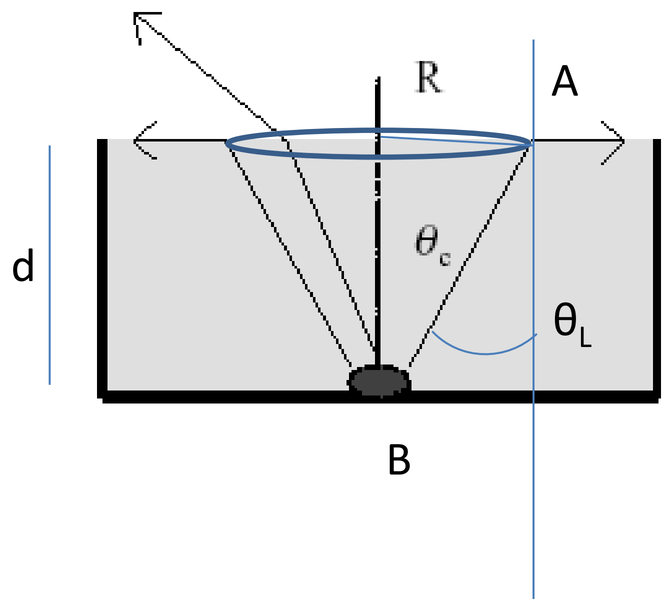
$$d = BC\ \sin(\theta_i - \theta_t)$$

$$BC = a / \cos\theta_t$$

$$\boxed{d = \frac{a}{\cos\theta_t}\sin(\theta_i - \theta_t) = 4.5\ \text{mm}}$$

Esercizio 2

Un piccolo corpo luminoso posto sul fondo di un largo recipiente colmo d'acqua (**n_1 = 1.33**) e profondo **100 cm** emette raggi di luce verso l'alto in tutte le direzioni. Sulla superficie dell'acqua si forma un cerchio di luce causato dai raggi che vengono rifratti passando nell'aria (**$n_2 \approx 1$**). All'esterno del cerchio i raggi vengono totalmente riflessi e rimangono nell'acqua. Determinare il raggio **R** di tale cerchio.



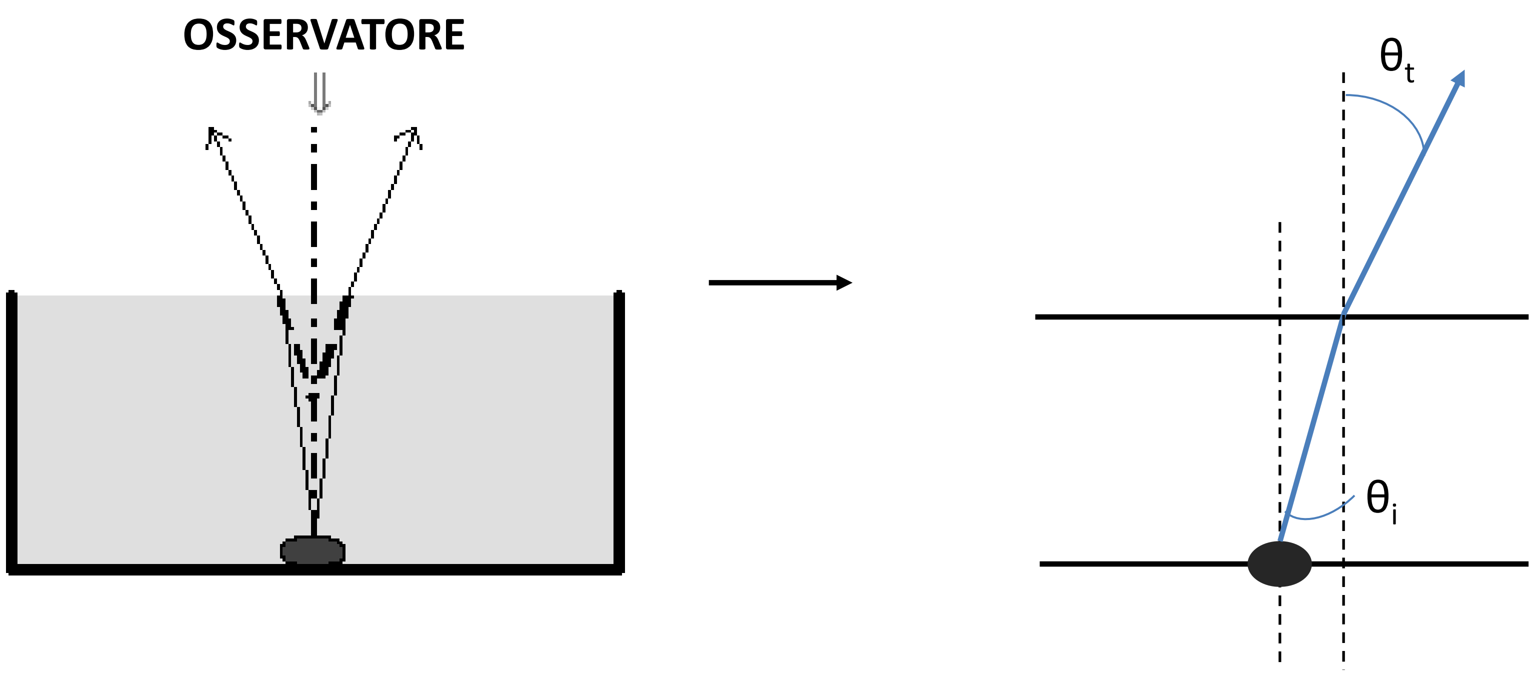
$$\theta_L = \arcsin\frac{n_2}{n_1} = 48.6°$$

$$R = AB\ \sin\theta_L \qquad AB = \frac{d}{\cos\theta_L}$$

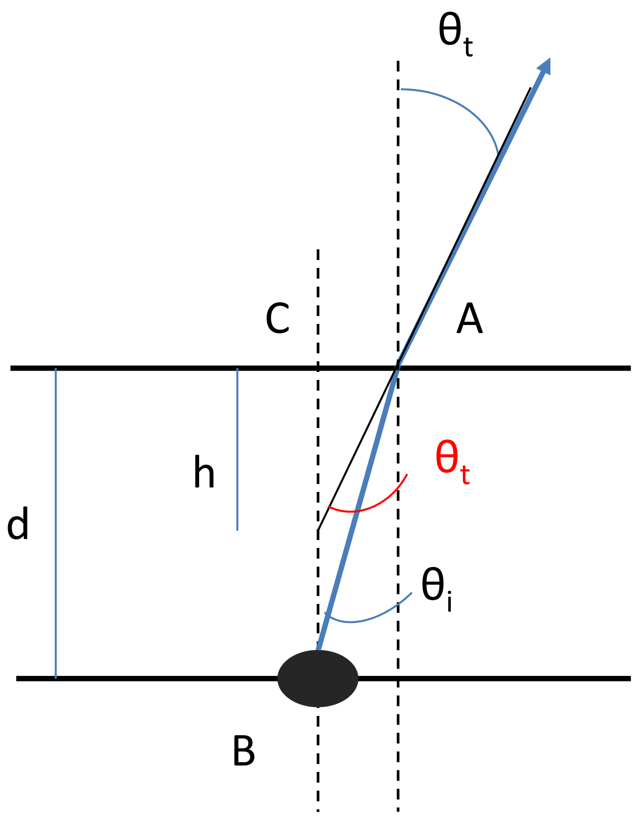
$$\boxed{R = d\ \tan\theta_L = 113\ \text{cm}}$$

Esercizio 2

Supponiamo di porre un osservatore come mostrato in figura. Una conseguenza della rifrazione è il fatto che l'osservatore percepisca l'oggetto a una profondità inferiore rispetto a quella a cui si trova realmente. Determinare la profondità **h** percepita.



Esercizio 2



$$AC = d \ \tan\theta_i$$

$$h = \frac{AC}{\tan\theta_t} = \frac{d}{\tan\theta_t} \tan\theta_i$$

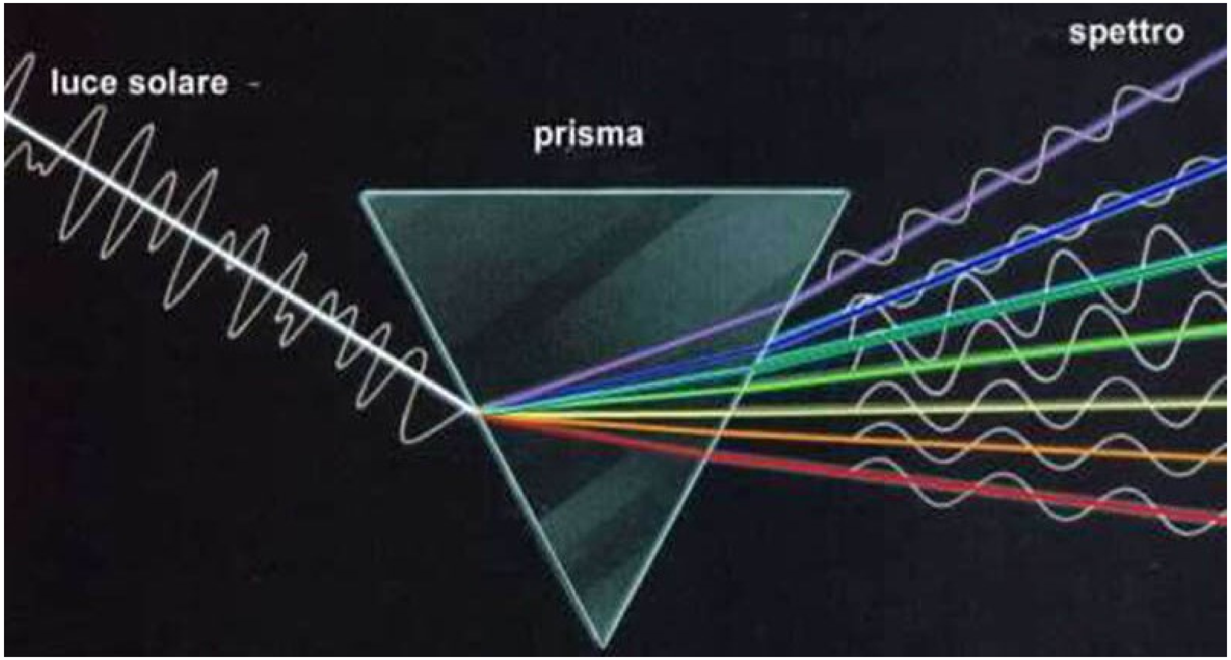
APPROSSIMAZIONE PICCOLI ANGOLI

$$\tan\theta_i \approx \sin\theta_i$$

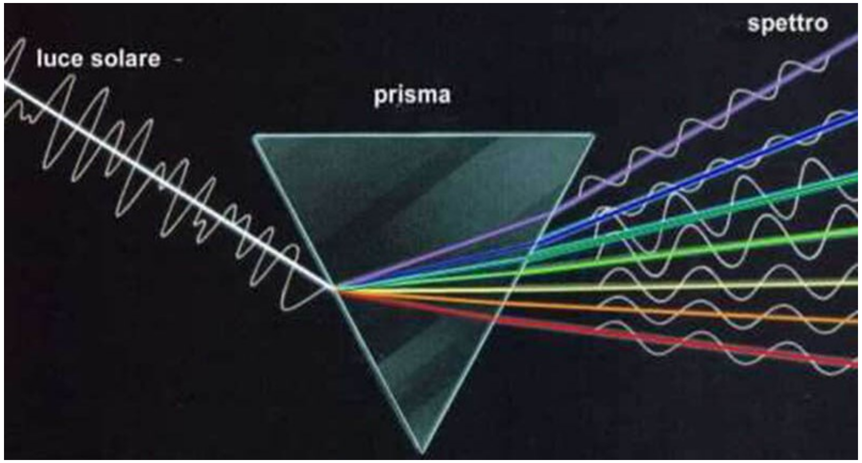
$$\boxed{h \approx \ d\,\frac{\sin\theta_i}{\sin\theta_t} = d\,\frac{n_2}{n_1} = \frac{3}{4}\,d = 75 \text{ cm}}$$

Rifrazione: prisma

Il fenomeno della rifrazione è descritto dall’equazione di Snell. Nel prisma, la luce incidente non è monocromatica. Nel momento in cui incontra la superficie del prisma, le singole componenti vengono deviate a diversi angoli. Analizziamo la situazione.



Rifrazione: prisma



aria/prisma:

$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t$$

$n_1 \approx 1$

$n_2 = 1.66$

$$\theta_t = \arcsin\frac{\sin\theta_i}{n_2} = \arcsin\frac{\sin\theta_i}{\frac{c}{v}} =$$

$$= \arcsin\frac{\sin\theta_i}{\frac{\lambda_{aria} f}{\lambda_{prisma} f}} = \arcsin\left(\frac{\lambda_{prisma}}{\lambda_{aria}}\sin\theta_i\right)$$

Rifrazione: prisma

Il fenomeno della dispersione della luce, quindi, è intrinsecamente dovuto alla dipendenza dell'indice di rifrazione dalla lunghezza d'onda incidente. Infatti, se n fosse costante, il rapporto tra le lunghezze d'onda darebbe sempre lo stesso risultato e tutta la luce verrebbe deviata con lo stesso angolo.

$$\lambda_{\text{prisma}} = \frac{\lambda_{\text{aria}}}{n_2} \approx \frac{\lambda_{\text{aria}}}{\sqrt{\varepsilon_r}} \quad \Rightarrow \quad \theta_t = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} \sin\theta_i\right)$$

Prendiamo l'esempio del vetro:

$$n_2 = 1.66 \quad \varepsilon_r = 6 \sim 8 \quad \Rightarrow \quad n_2 = 2.4 \sim 2.8 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{matrix} \varepsilon_r(\lambda) \\ n(\lambda) \end{matrix}}$$

Come per l'angolo di Brewster, la spiegazione è da ricercare nel comportamento microscopico della materia. La radiazione incidente interagisce con i dipoli elementari della materia e tale interazione non dipende solo dall'angolo di incidenza, ma anche dalla frequenza della radiazione stessa.

Rifrazione: prisma

Lo stesso accade all'uscita dal vetro

Prisma/aria:

$$n_1(\lambda) \approx 1 \qquad\qquad n_2 \sin\theta_i \;=\; n_1 \sin\theta_t$$

$$\theta_t = \arcsin(n_2(\lambda) \sin\theta_i) = \arcsin\left(\frac{\lambda_{aria}}{\lambda_{prisma}} \sin\theta_i\right)$$