Fisica II

Esercitazione 1

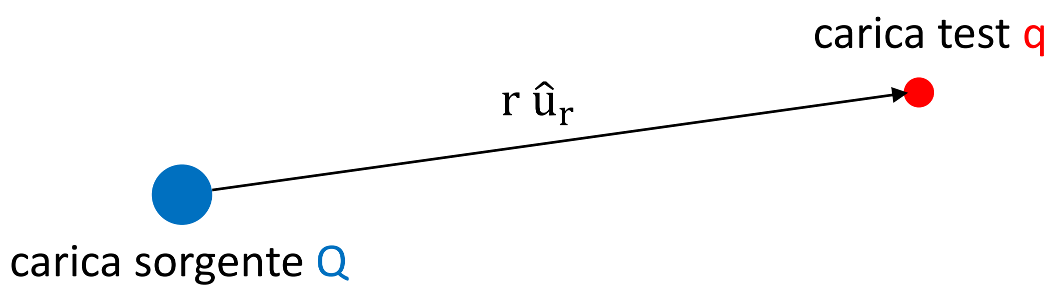
Alessandro Pedico
alessandro.pedico@polito.it

07/10/2022

Campo / Potenziale elettrostatico

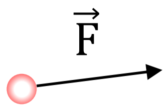
Legge di Coulomb

$$\vec{\mathbf{F}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4\,\pi\,\varepsilon_0}} \frac{\mathbf{q\,Q}}{\mathbf{r^2}} \,\hat{\mathbf{u}}_\mathbf{r}$$



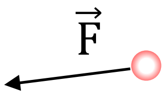
REPULSIVA

$q > 0 \quad Q > 0$



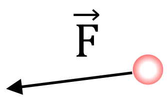
ATTRATTIVA

$q > 0 \quad Q < 0$



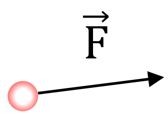
ATTRATTIVA

$q < 0 \quad Q > 0$



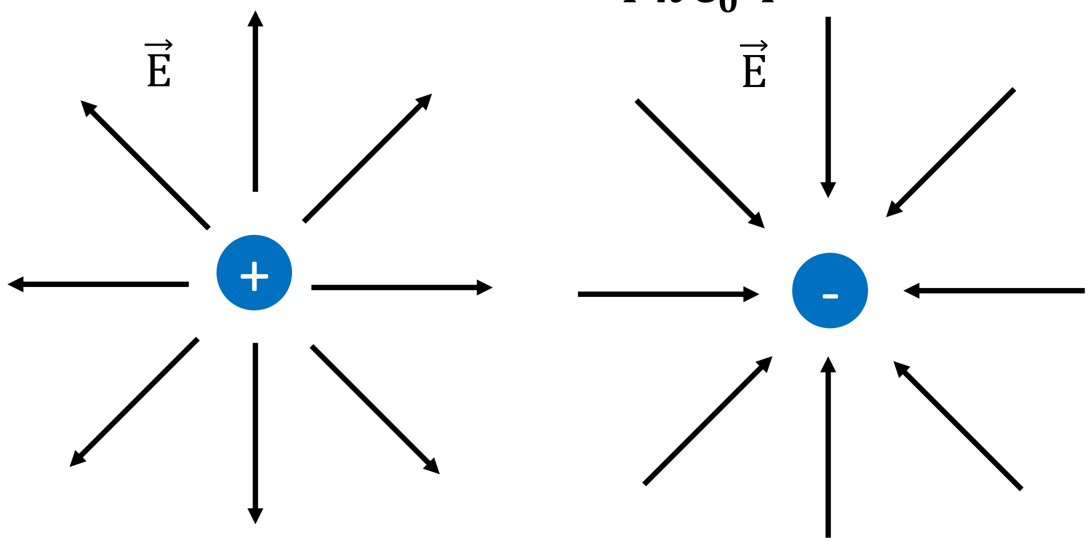
REPULSIVA

$q < 0 \quad Q < 0$



Campo Elettrico

$$\vec{\mathbf{F}} = \mathbf{q}\,\vec{\mathbf{E}} \;\Longrightarrow\; \vec{\mathbf{E}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4\,\pi\,\varepsilon_0}} \frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{r^2}} \,\hat{\mathbf{u}}_\mathbf{r}$$



Se, invece, avessimo **più cariche**?

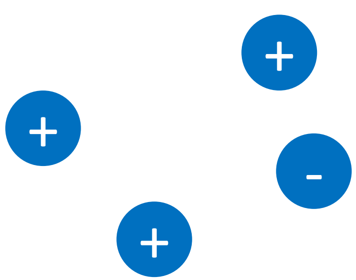
PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE: permette di calcolare il campo elettrico generato da una distribuzione di cariche a partire dalla formula per la carica singola.

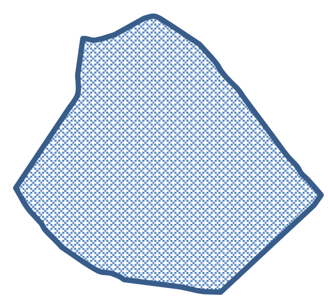
$$\vec{\mathbf{E}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\,\frac{Q_i}{r_i^2}\,\hat{\mathbf{u}}_{r_i}$$

distribuzione discreta

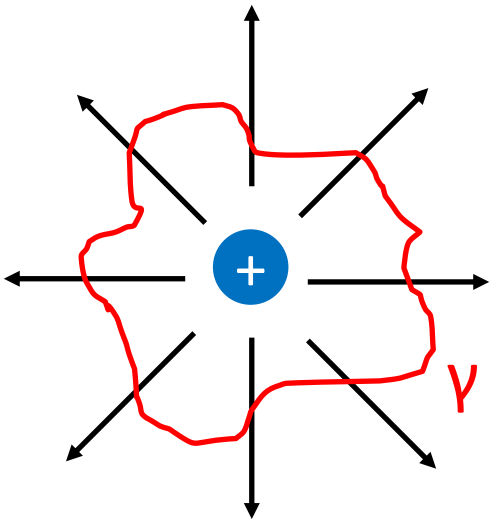
$$\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}) = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\int_{\tau} \frac{\rho(\vec{\mathbf{r}}')}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}'|^2}\,\hat{\mathbf{u}}_{r'}\,dV'$$

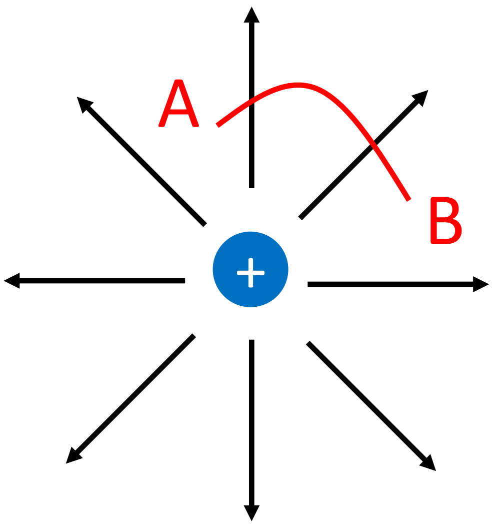
distribuzione continua





Campo / Potenziale elettrostatico





Il campo elettrico è **conservativo:**

$$\oint_{\gamma} \vec{\mathbf{E}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{dl}} = \mathbf{0}$$

$$\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\left(V_B - V_A\right)$$

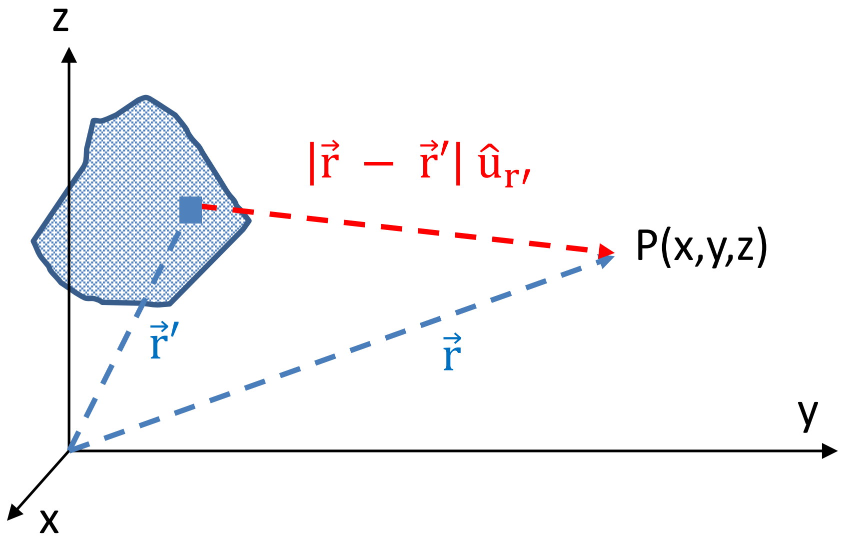
$$\vec{E} \cdot d\vec{l} = -dV$$

$$\Rightarrow \quad \vec{\mathbf{E}} = -\nabla \mathbf{V}$$

$$\nabla = \mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

V è un campo scalare detto **potenziale elettrostatico**

Campo elettrico di una distribuzione continua



$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0} \int_\tau \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^2}\, \hat{u}_{r'}\, dV'$$

$$E_x(x,y,z) = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0} \int_\tau \frac{\rho(x',y',z')}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]}\, u_{x'}\, dx'dy'dz'$$

$$E_y(x,y,z) = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0} \int_\tau \frac{\rho(x',y',z')}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]}\, u_{y'}\, dx'dy'dz'$$

$$E_z(x,y,z) = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0} \int_\tau \frac{\rho(x',y',z')}{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]}\, u_{z'}\, dx'dy'dz'$$

Esercizi dal Mazzoldi-Nigro-Voci

Campo/Potenziale elettrostatico

PAG. 14 – ESEMPIO 1.6 - *Campo Elettrostatico/Pot. Elettrostatico di un* ***Anello*** *carico*

PAG. 15 – ESEMPIO 1.7 - *Campo Elettrostatico/Pot. Elettrostatico di un* ***Disco*** *carico*

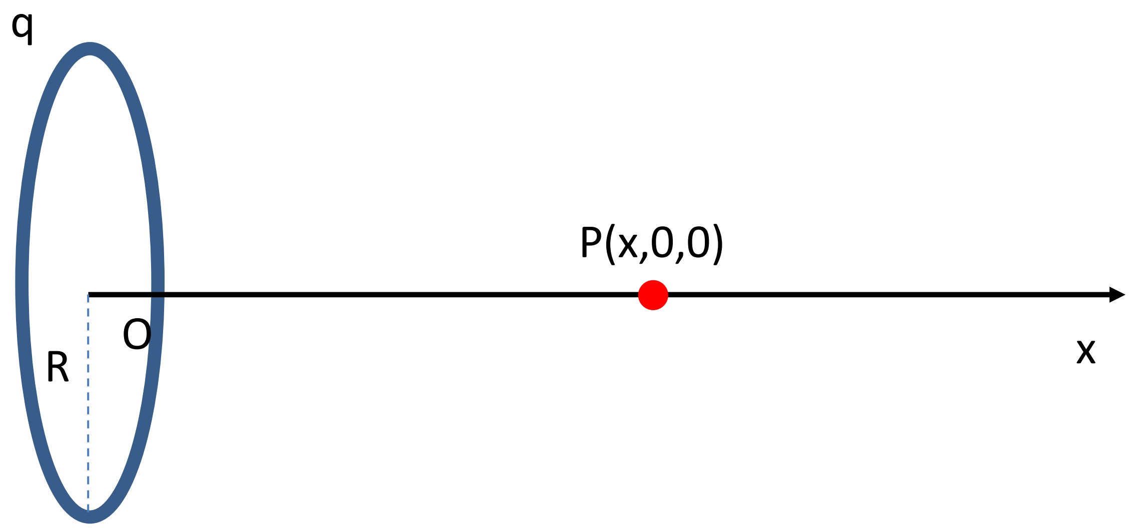
PAG. 16 – ESEMPIO 1.8 - *Campo Elettrostatico/Pot. Elettrostatico di due* ***Piani*** *carichi*

PAG. 37 – ESEMPIO 2.4 – *Separatore elettrostatico*

Gli esercizi sono tratti da «Elementi di Fisica: elettromagnetismo e onde», Mazzoldi-Nigro-Voci

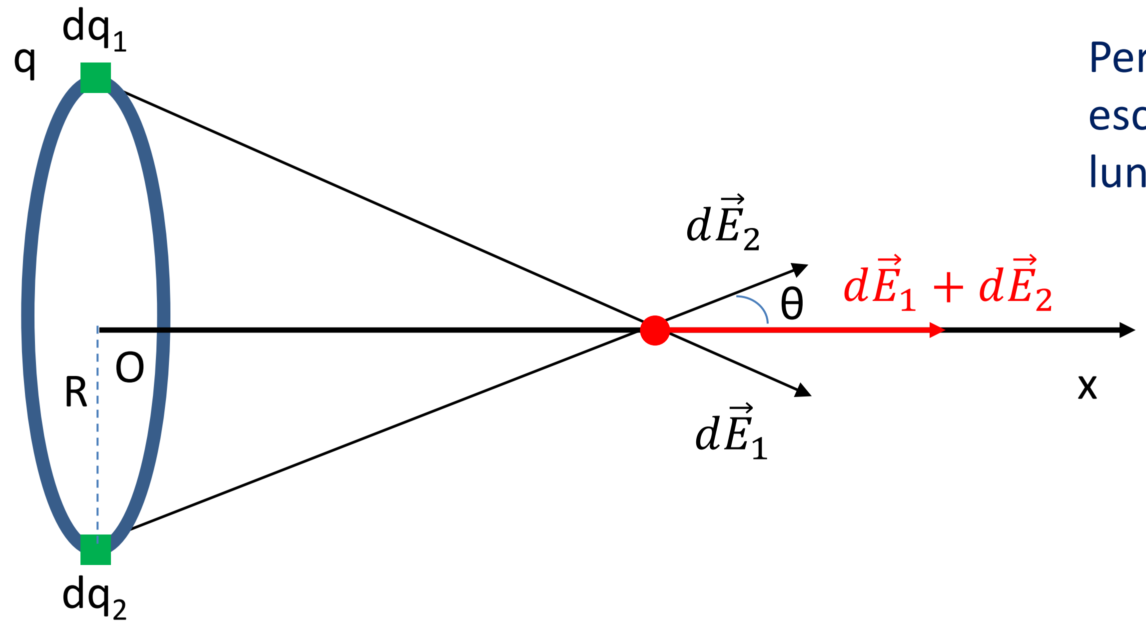
Anello carico

Una carica q è distribuita uniformemente su un sottile anello di raggio R. Calcolare il campo elettrico e il potenziale sull'asse dell'anello.



$$\vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}) = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\int_\tau \frac{\rho(\vec{\mathbf{r}}')}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}'|^2}\,\hat{\mathbf{u}}_{\mathbf{r}'}\,\mathbf{dV}'$$

Anello carico

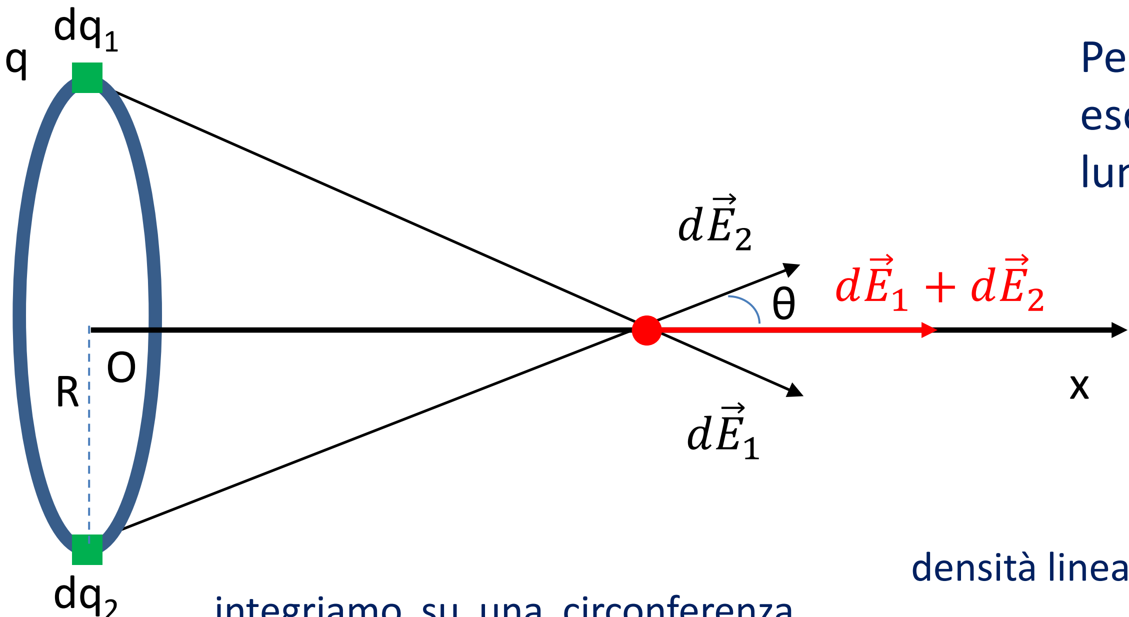


Per simmetria sopravvive esclusivamente la componente lungo x del campo elettrico

$$\mathbf{E_x(x, y, z) = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0} \int_\tau \frac{\rho(x', y', z')}{[(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2]}\, u_{x'}\; dV'}$$

Politecnico di Torino

Anello carico



Per simmetria sopravvive esclusivamente la componente lungo x del campo elettrico

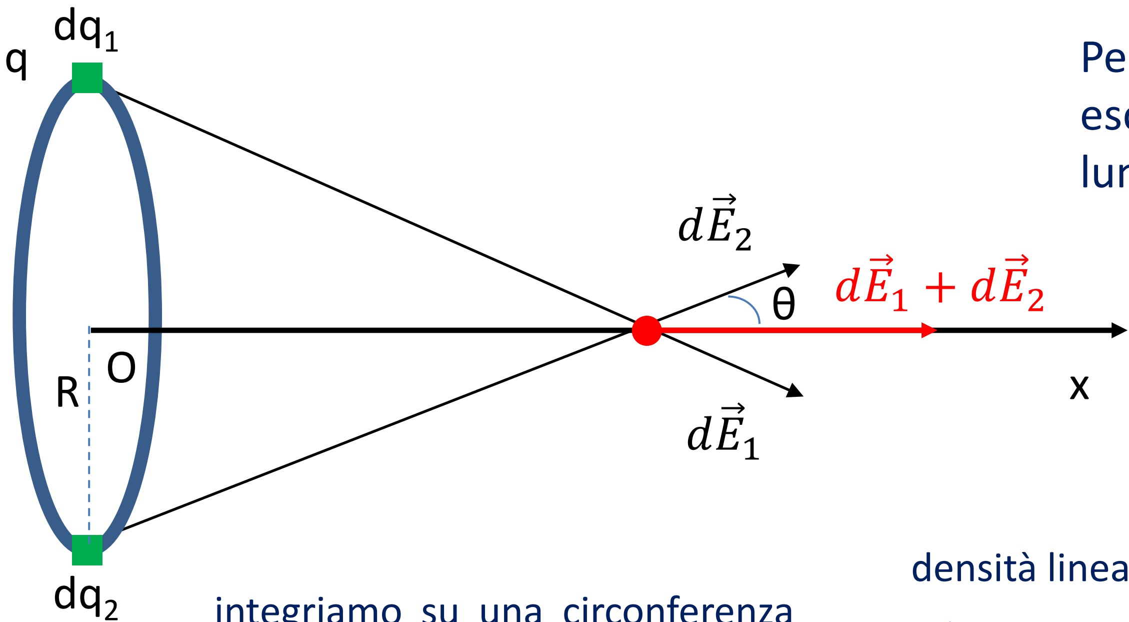
densità lineare $\lambda = \dfrac{q}{2\,\pi\,R}$

integriamo su una circonferenza di raggio R

$\cos\theta$

$$\mathbf{E_x(x,y,z)} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4\,\pi\,\varepsilon_0}} \int_{\tau} \frac{\boldsymbol{\rho}\mathbf{(x',y',z')}}{\mathbf{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]}}\, \mathbf{u_{x'}}\ \mathbf{dV'}$$

Anello carico



Per simmetria sopravvive esclusivamente la componente lungo x del campo elettrico

densità lineare $\lambda = \dfrac{q}{2\,\pi\,R}$

integriamo su una circonferenza di raggio R

$\cos\theta$

$$\mathbf{E_x(x,y,z)} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4\,\pi\,\varepsilon_0}} \int_\tau \frac{\boldsymbol{\rho}\mathbf{(x',y',z')}}{\mathbf{[(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]}}\, \mathbf{u_{x'}\; dV'}$$

punto P lungo l'asse x

$$\mathbf{E_x(x,0,0)} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4\,\pi\,\varepsilon_0}} \int_C \frac{\mathbf{q/2\pi R}}{\mathbf{[(x-0)^2 + (0-y')^2 + (0-z')^2]}}\, \cos\theta\; \mathbf{dl'}$$

Politecnico di Torino 1859

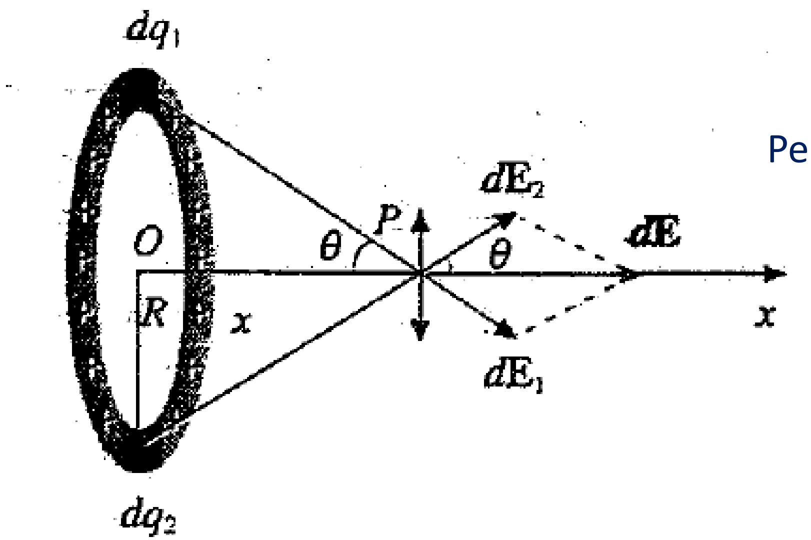
Anello carico

$$\mathbf{E_x}(\mathbf{x},\mathbf{0},\mathbf{0}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}\,\boldsymbol{\pi}\,\boldsymbol{\varepsilon}_\mathbf{0}} \int_\mathbf{C} \frac{\mathbf{q}/\mathbf{2}\boldsymbol{\pi}\mathbf{R}}{[(\mathbf{x}\ -\mathbf{0})^\mathbf{2} +\ (\mathbf{0}-\mathbf{y}')^\mathbf{2} +\ (\mathbf{0}-\mathbf{z}')^\mathbf{2}]} \cos\theta\ \mathbf{dl}'$$

Anello carico

$$E_x(x,0,0) = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\int_C \frac{q/2\pi R}{[(x-0)^2 + \underbrace{(0-y')^2 + (0-z')^2}_{R^2}]}\cos\theta\;dl'$$

Per definizione



$$\frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}$$

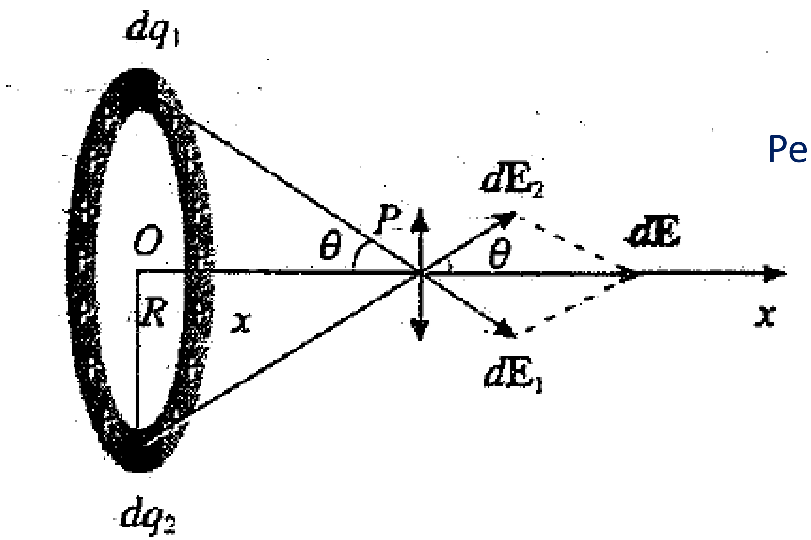
cateto

ipotenusa

Anello carico

$$E_x(x,0,0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_C \frac{q/2\pi R}{[(x-0)^2 + \underbrace{(0-y')^2 + (0-z')^2}_{R^2}]}\cos\theta \; dl'$$

Per definizione



$$\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}$$

cateto

ipotenusa

Costante nell'integrale!!

$$E_x(x,0,0) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{2\pi R}\frac{x}{[x^2+R^2]^{3/2}}\underbrace{\int_C dl'}_{2\pi R} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x}{[x^2+R^2]^{3/2}}$$

Anello carico

Per il calcolo del potenziale elettrostatico, si utilizza la formula:

$$\mathbf{V(\vec{r}) = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\int_\tau \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r}\,-\,\vec{r}'|}\,dV'}$$

Procedendo in modo analogo al calcolo del campo elettrico, si ottiene:

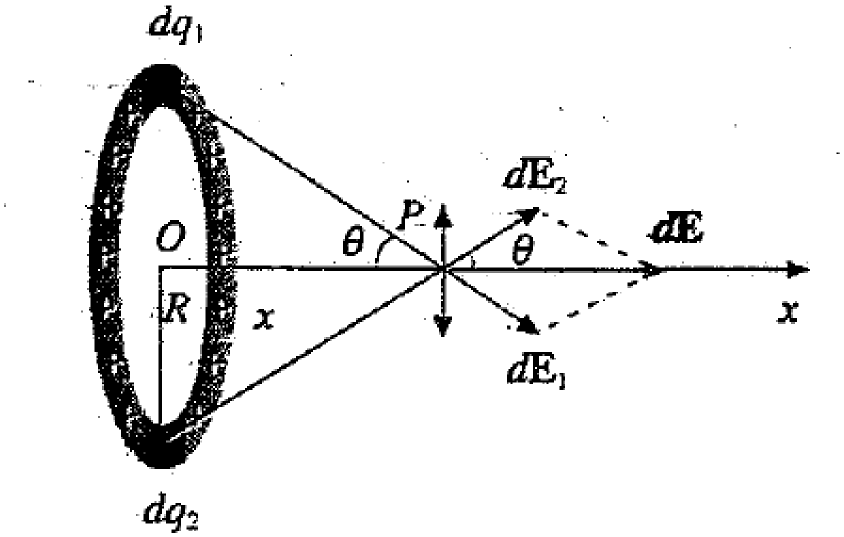
$$\mathbf{V(x) = \frac{q}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\frac{1}{[x^2+R^2]^{1/2}}}$$

ESERCIZIO:

Verificare che vale la relazione: $\mathbf{\vec{E} = -\nabla V}$

$$\mathbf{E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}} \qquad \mathbf{E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}} \qquad \mathbf{E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}}$$

Anello carico



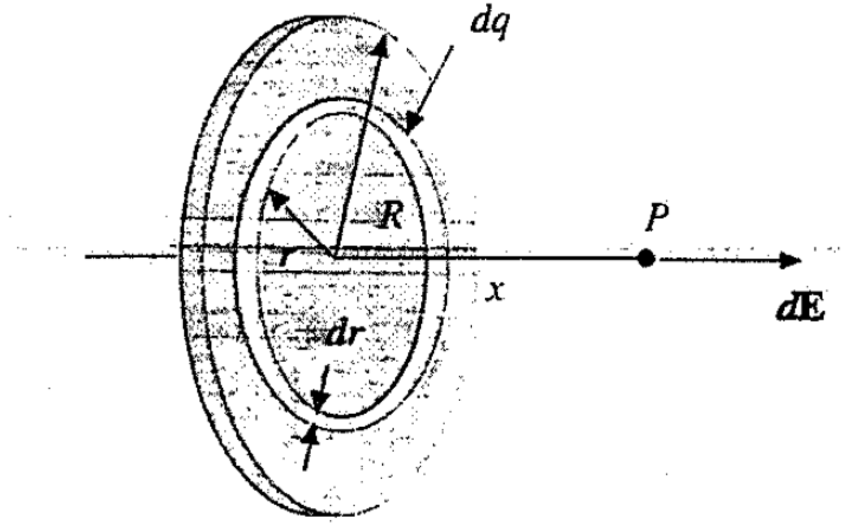
$$\vec{E}(x) = \frac{q}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\,\frac{x}{[x^2 + R^2]^{3/2}}\,\hat{u}_x$$

$$V(x) = \frac{q}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\,\frac{1}{[x^2 + R^2]^{1/2}}$$

- Per $x < 0$ il campo elettrico è discorde rispetto all'asse x, mentre l'espressione per V(x) è invariata
- A grandi distanze dal centro ($x >> R$) l'espressione del campo elettrico e quella per il potenziale dell'anello coincidono con quelle di una carica puntiforme q concentrata nell'origine

Disco carico

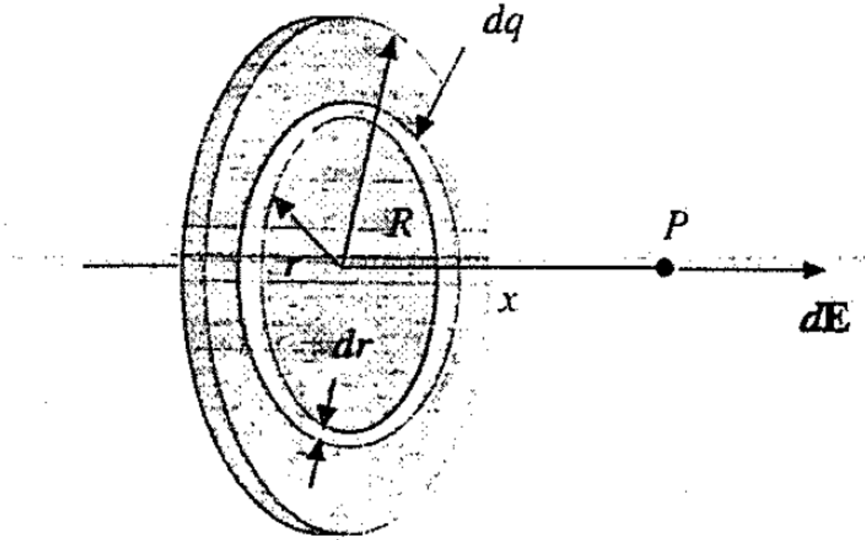
Un disco sottile di raggio R ha una carica q distribuita uniformemente su tutta la sua superficie. Calcolare il campo elettrico e il potenziale sull'asse del disco.



In questo caso, seguiamo l'approccio inverso: calcoliamo prima il potenziale e poi calcoliamo il campo elettrico.

Disco carico

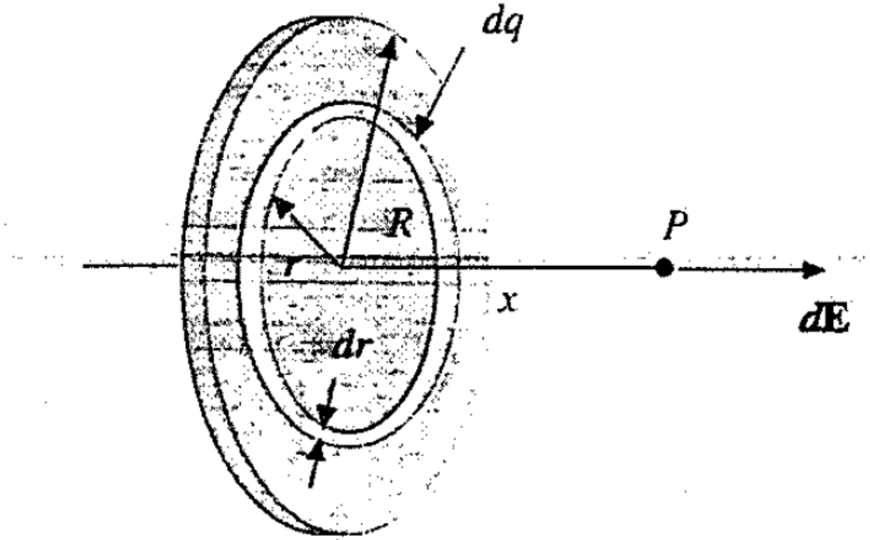
Per il calcolo del potenziale elettrostatico, si utilizza la formula:



$$\mathbf{V}(\vec{\mathbf{r}}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}\,\boldsymbol{\pi}\,\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{0}}} \int_{\mathbf{S}} \frac{\boldsymbol{\rho}(\vec{\mathbf{r}}')}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}'|}\, \mathbf{dS}'$$

Disco carico

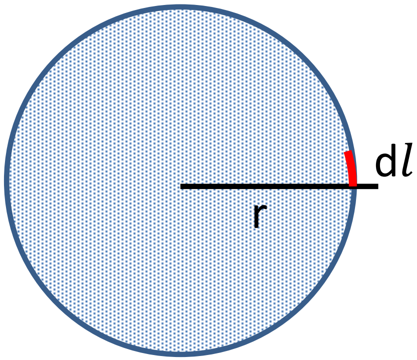
Per il calcolo del potenziale elettrostatico, si utilizza la formula:



$$\mathbf{V}(\vec{\mathbf{r}}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}\,\boldsymbol{\pi}\,\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{0}}} \int_{\mathbf{S}} \frac{\boldsymbol{\rho}(\vec{\mathbf{r}}')}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}'|}\, \mathbf{dS}'$$

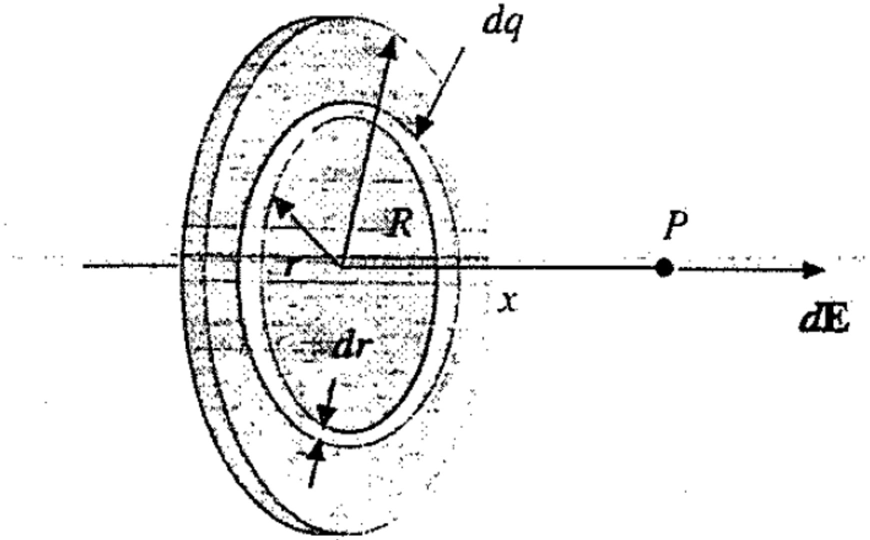
elemento infinitesimo di integrazione

$$\mathrm{d}S' = \mathrm{dr}\,\mathrm{d}l$$



Disco carico

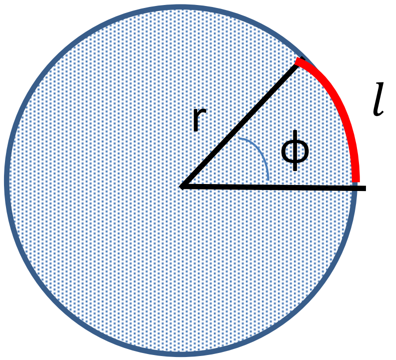
Per il calcolo del potenziale elettrostatico, si utilizza la formula:



$$\mathbf{V}(\vec{\mathbf{r}}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}\,\boldsymbol{\pi}\,\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{0}}} \int_{S} \frac{\boldsymbol{\rho}(\vec{\mathbf{r}}')}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}'|}\, \mathbf{dS}'$$

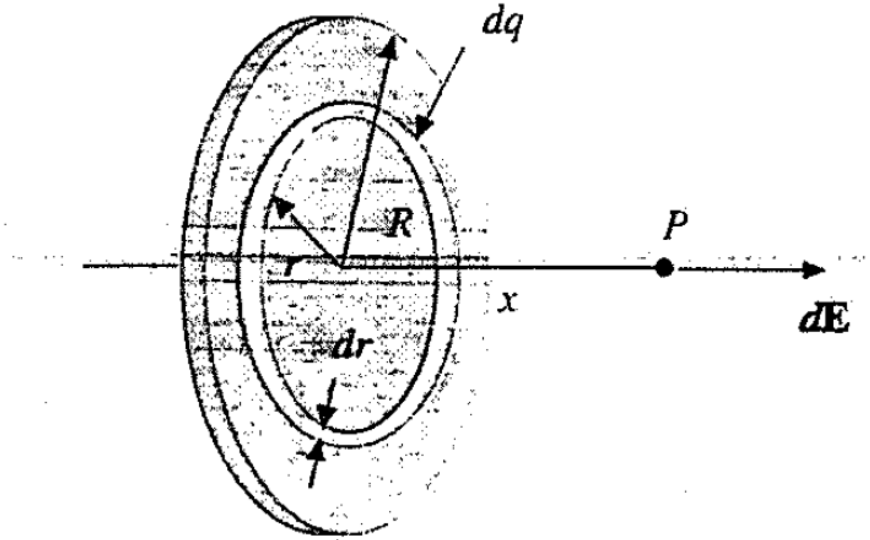
elemento infinitesimo di integrazione

$$dS' = dr\, dl$$
$$dl = r\, d\varphi$$



Disco carico

Per il calcolo del potenziale elettrostatico, si utilizza la formula:



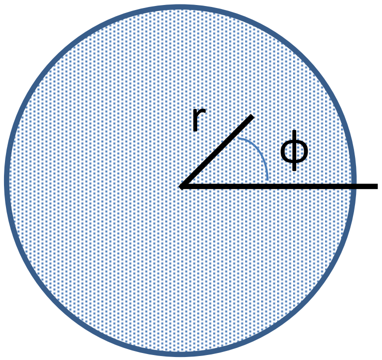
$$\mathbf{V(\vec{r}) = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0} \int_S \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}\, dS'}$$

elemento infinitesimo di integrazione

$$dS' = d\varphi\, r\, dr$$

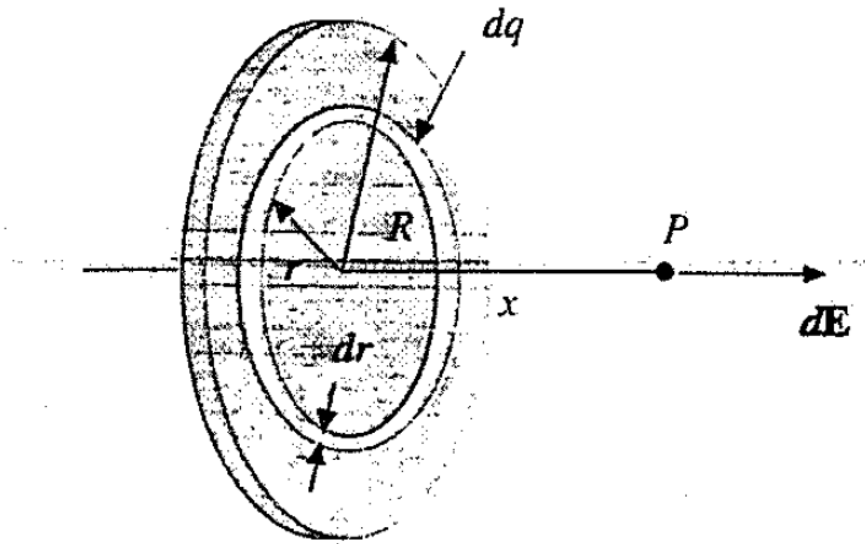
r: (0, R]

ϕ: [0, 2π)



Disco carico

Per il calcolo del potenziale elettrostatico, si utilizza la formula:



$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0}\int_S \frac{\rho(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}\, dS'$$

elemento infinitesimo di integrazione

$$dS' = d\varphi\, r\, dr$$

r: (0, R]

ϕ: [0, 2π)

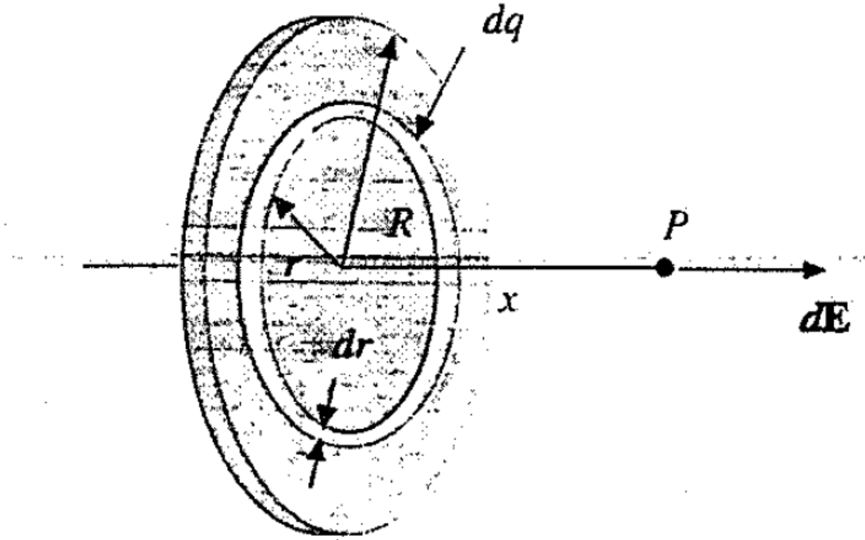
$$\frac{\rho(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}$$

$$\frac{q}{\pi R^2}$$

$$\sqrt{x^2 + r^2}$$

Disco carico

Per il calcolo del potenziale elettrostatico, si utilizza la formula:



$$\mathbf{V}(\vec{\mathbf{r}}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}\,\boldsymbol{\pi}\,\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{0}}} \int_{S} \frac{\boldsymbol{\rho}(\vec{\mathbf{r}}')}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}'|}\, \mathbf{dS}'$$

elemento infinitesimo di integrazione

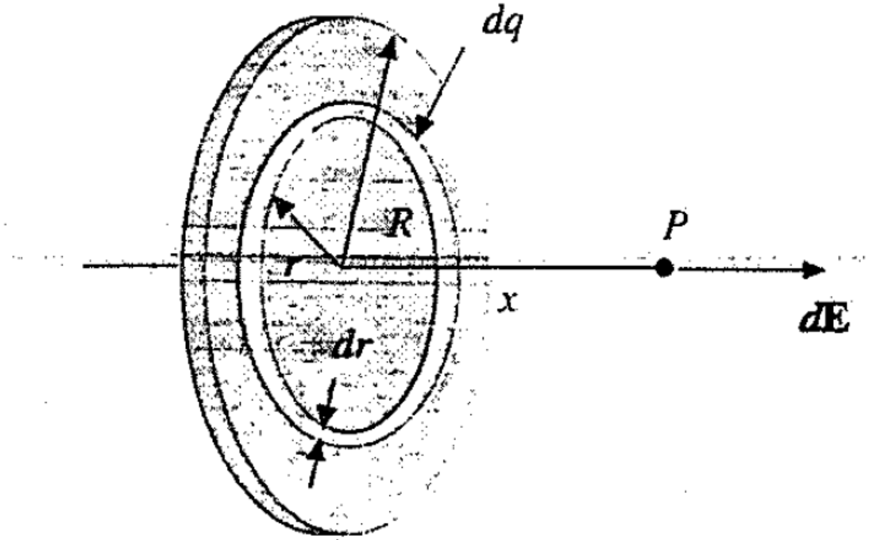
$$dS' = d\varphi\, r\, dr \qquad r: (0, R] \qquad \phi: [0, 2\pi)$$

$$\mathbf{V}(\mathbf{x}, \mathbf{0}, \mathbf{0}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}\,\boldsymbol{\pi}\,\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathbf{0}}} \int_{0}^{2\pi} \mathbf{d}\boldsymbol{\varphi} \int_{0}^{R} \frac{\frac{\mathbf{q}}{\boldsymbol{\pi}\,\mathbf{R}^2}}{\sqrt{\mathbf{x}^2 + \mathbf{r}^2}}\, \mathbf{r}\,\mathbf{dr}$$

$$\frac{\boldsymbol{\rho}(\vec{\mathbf{r}}')}{|\vec{\mathbf{r}} - \vec{\mathbf{r}}'|} \qquad \frac{q}{\pi R^2} \qquad \sqrt{x^2 + r^2}$$

Disco carico

Per il calcolo del potenziale elettrostatico, si utilizza la formula:



$$V(\vec{r}) = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0} \int_S \frac{\rho(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}\, dS'$$

elemento infinitesimo di integrazione

$$dS' = d\varphi\, r\, dr \qquad r: (0, R] \qquad \phi: [0, 2\pi)$$

$$V(x,0,0) = \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R \frac{\frac{q}{\pi R^2}}{\sqrt{x^2 + r^2}}\, r\, dr$$

$$= \frac{1}{4\,\pi\,\varepsilon_0} \frac{q}{\pi R^2} \boxed{2\pi} \int_0^R \frac{r}{\sqrt{x^2+r^2}}\, dr$$

$$\frac{\rho(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} \rightarrow \frac{q}{\pi R^2}, \quad \sqrt{x^2+r^2}$$

Disco carico

Concentriamoci sull'integrale: $$\int_0^R \frac{r}{\sqrt{x^2+r^2}}\,dr$$

Disco carico

Concentriamoci sull'integrale: $$\int_0^{\mathbf{R}} \frac{\mathbf{r}}{\sqrt{\mathbf{x^2+r^2}}}\mathbf{dr}$$

Differenziando

Sostituzione: $x^2 + r^2 = u$ → $r\,dr = \dfrac{du}{2}$

Disco carico

Concentriamoci sull'integrale: $$\int_0^R \frac{\mathbf{r}}{\sqrt{\mathbf{x}^2+\mathbf{r}^2}}\,\mathbf{dr}$$

Sostituzione: $x^2 + r^2 = u$ Differenziando → $r\,dr = \frac{du}{2}$

$$\Rightarrow \int_{\boxed{\mathbf{x}^2}}^{\boxed{\mathbf{x}^2+\mathbf{R}^2}} \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\,\mathbf{u}^{-1/2}\,\mathbf{du} = \sqrt{\mathbf{x}^2+\mathbf{R}^2} - \sqrt{\mathbf{x}^2}$$

Disco carico

Concentriamoci sull'integrale: $$\int_0^R \frac{\mathbf{r}}{\sqrt{\mathbf{x}^2+\mathbf{r}^2}}\,\mathbf{dr}$$

Sostituzione: $x^2 + r^2 = u$ $\xrightarrow{\text{Differenziando}}$ $r\,dr = \dfrac{du}{2}$

$$\Rightarrow \int_{x^2}^{x^2+R^2} \frac{1}{2}\,u^{-1/2}\,du = \sqrt{x^2+R^2} - \sqrt{x^2}$$

Otteniamo infine il potenziale:

$$\mathbf{V(x)} = \frac{\mathbf{q}}{2\,\pi\,\varepsilon_0 R^2}\left[\sqrt{x^2+R^2} - \sqrt{x^2}\right]$$

Disco carico

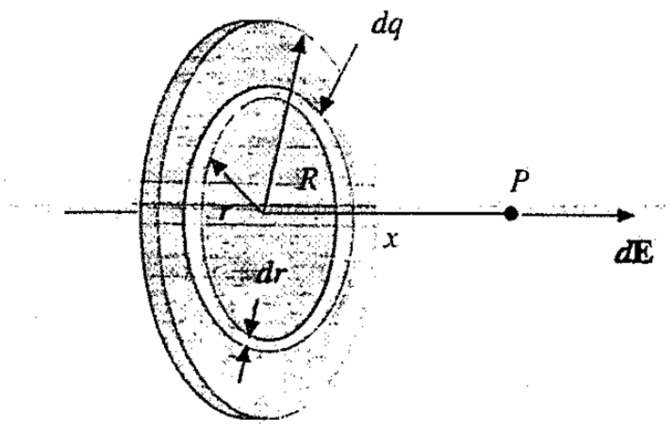
Per il calcolo del campo elettrostatico, si utilizza la formula:

$$\mathbf{V(x)} = \frac{\mathbf{q}}{\mathbf{2\,\pi\,\varepsilon_0 R^2}}\left[\sqrt{\boldsymbol{x^2+R^2}} - \sqrt{\boldsymbol{x^2}}\right] \qquad \vec{\mathbf{E}} = -\,\nabla\,\mathbf{V}$$

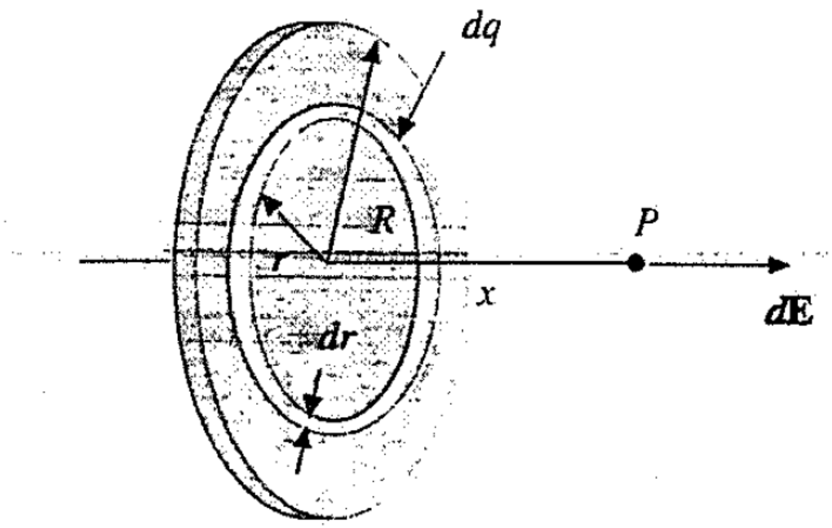
$$\mathbf{E_x} = -\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\boldsymbol{q}}{\mathbf{2\,\pi\,\varepsilon_0}\boldsymbol{R^2}}\left[\frac{\boldsymbol{x}}{\sqrt{\boldsymbol{x^2}}} - \frac{\boldsymbol{x}}{\sqrt{\boldsymbol{x^2+R^2}}}\right]$$

$$\mathbf{E_y} = -\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{y}} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{E_z} = -\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{z}} = \mathbf{0}$$



Disco carico



$$\vec{E}(x) = \frac{q}{2\,\pi\,\varepsilon_0 R^2}\left[\frac{x}{\sqrt{x^2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right]\hat{u}_x$$

$$V(x) = \frac{q}{2\,\pi\,\varepsilon_0 R^2}\left[\sqrt{x^2+R^2} - \sqrt{x^2}\right]$$

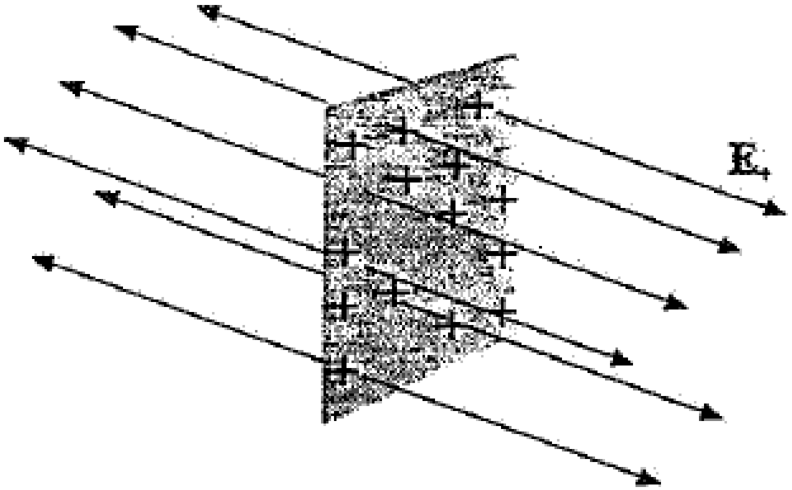
- Anche in questo caso, a grandi distanze ($x >> R$) il campo e il potenziale coincidono con quelli generati da una carica puntiforme concentrata nell'origine

Nota bene: si verifica utilizzando l'approssimazione:

$$\left[1+\frac{R^2}{x^2}\right]^{\pm 1/2} \cong 1 \pm \frac{1}{2}\frac{R^2}{x^2}$$

Disco carico

Nelle vicinanze della distribuzione di carica, $R \rightarrow \infty$ e otteniamo il campo generato da un ***piano indefinito uniformemente carico***.



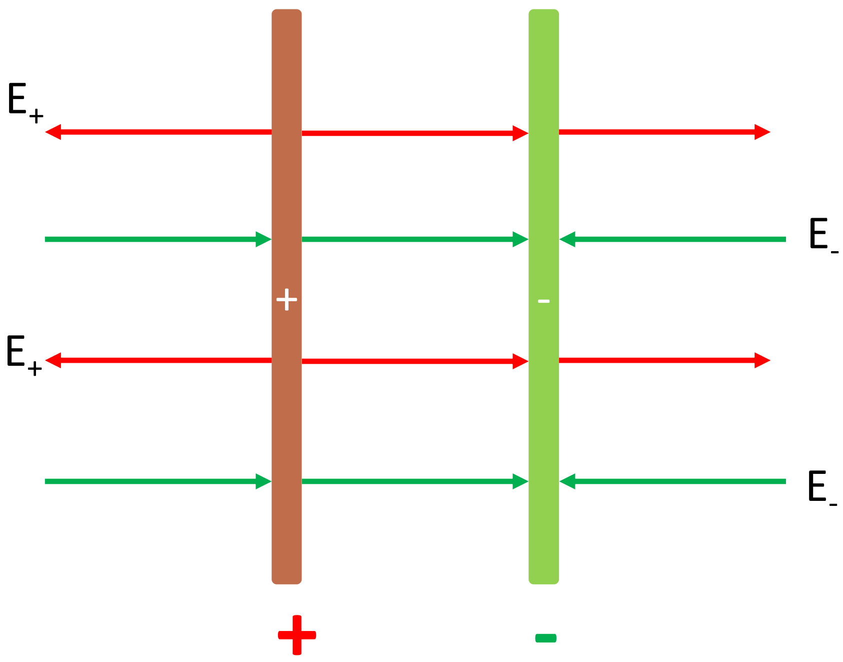
$$\vec{E}(x) = \frac{q}{2\,\pi\,\varepsilon_0 R^2}\left[\frac{x}{\sqrt{x^2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right]\hat{u}_x$$

$$\xrightarrow{R \rightarrow \infty}$$

$$\vec{E}(x) = \pm\frac{q}{2\,\pi\,\varepsilon_0 R^2}\,\hat{u}_x = \pm\frac{\sigma}{2\,\varepsilon_0}$$

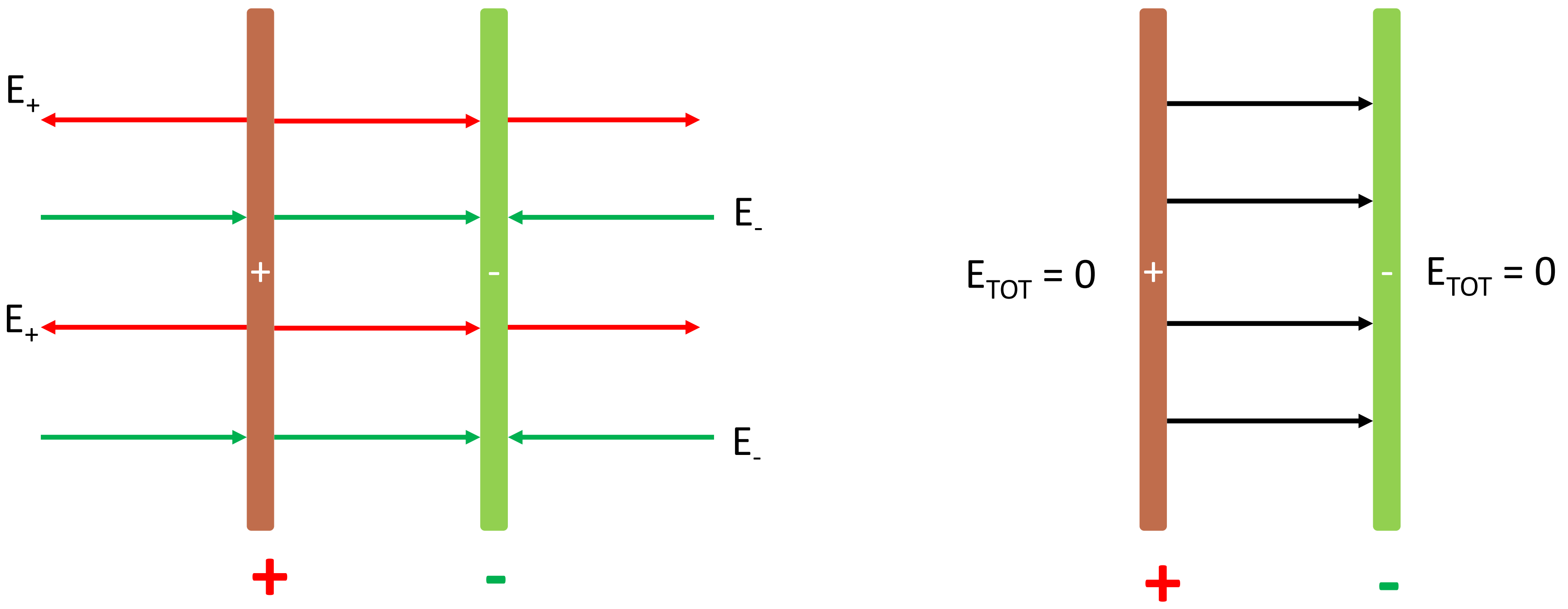
Piano carico

Calcolare il campo elettrostatico prodotto da due piani indefiniti paralleli uniformemente carichi con densità superficiale l'uno $+\sigma$ e l'altro $-\sigma$.



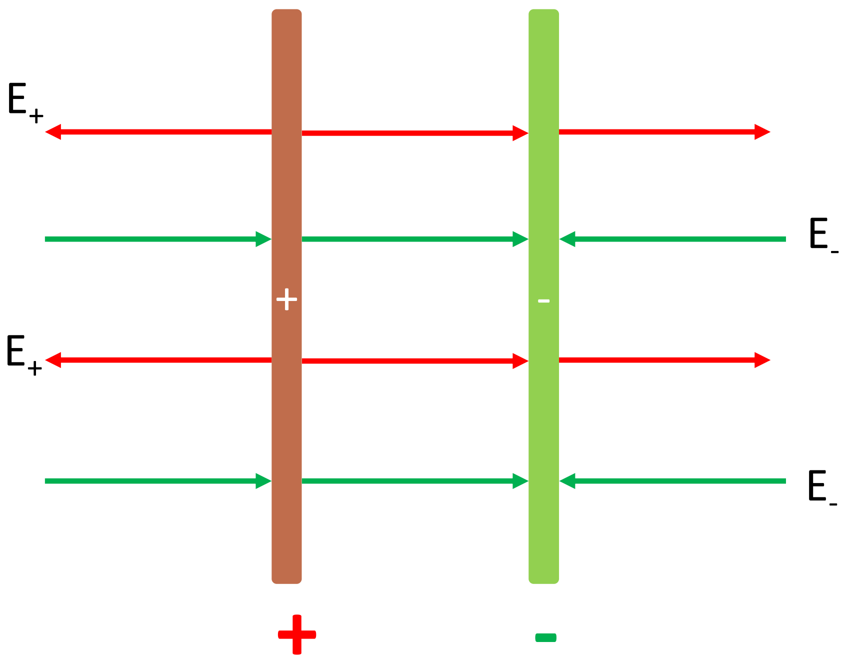
Piano carico

Calcolare il campo elettrostatico prodotto da due piani indefiniti paralleli uniformemente carichi con densità superficiale l'uno $+\sigma$ e l'altro $-\sigma$.

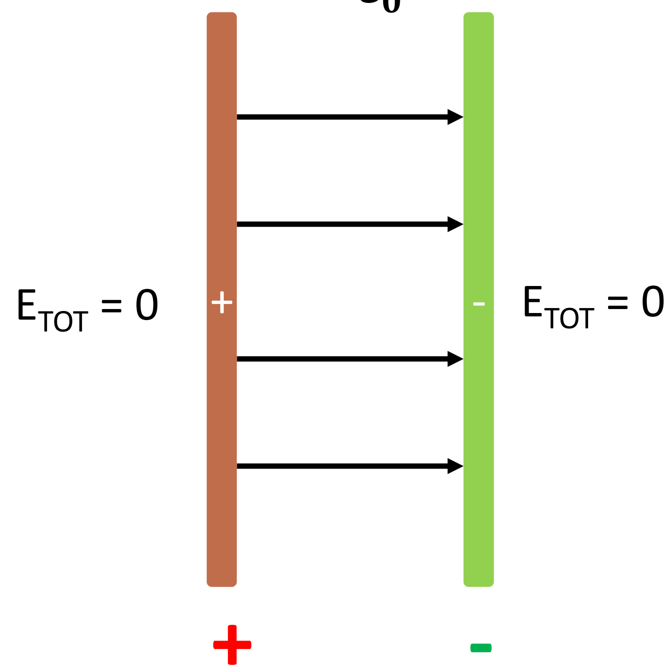


Piano carico

Calcolare il campo elettrostatico prodotto da due piani indefiniti paralleli uniformemente carichi con densità superficiale l'uno *+σ* e l'altro *–σ*.



$$\vec{\mathbf{E}}_{\mathbf{TOT}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\boldsymbol{\varepsilon_0}}\,\hat{\mathbf{u}}_{\mathbf{x}}$$



Acceleratore di cariche

Un a particella carica in un campo uniforme acquisisce energia cinetica in maniera controllabile.

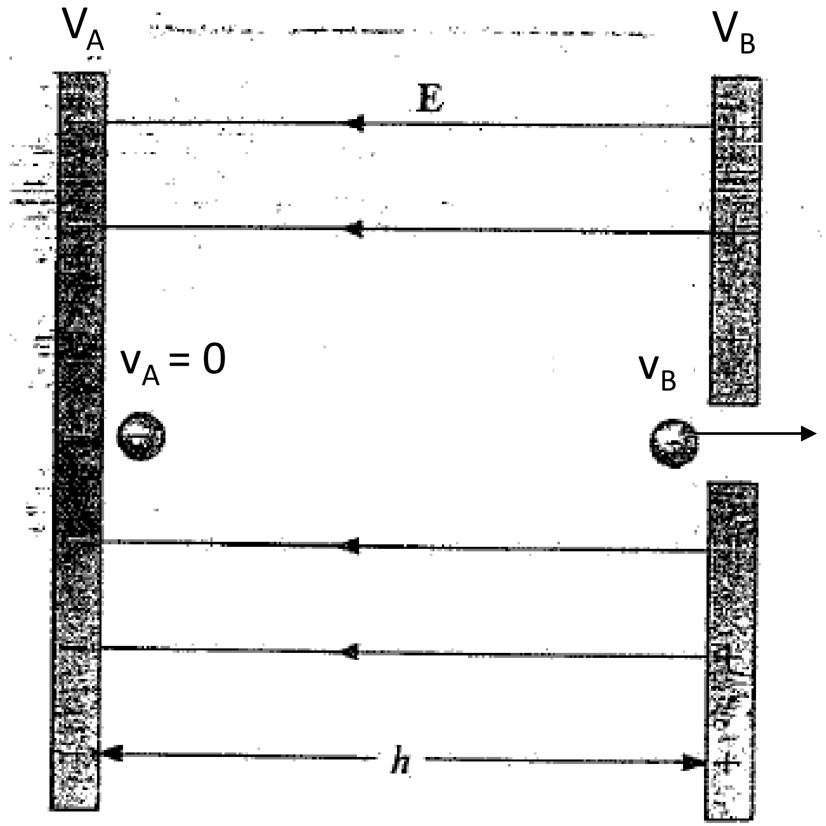
$$\mathbf{E}_{TOTA} = \mathbf{E}_{TOTB}$$

$$\mathbf{E}_{KA} + \mathbf{E}_{PA} = \mathbf{E}_{KB} + \mathbf{E}_{PB}$$

$$\frac{1}{2}\,\mathbf{m}\mathbf{v}_{A}^{2} + \mathbf{q}\mathbf{V}_{A} = \frac{1}{2}\,\mathbf{m}\mathbf{v}_{B}^{2} + \mathbf{q}\mathbf{V}_{B}$$

$$\frac{1}{2}\,\mathbf{m}\mathbf{v}_{B}^{2} - \frac{1}{2}\,\mathbf{m}\mathbf{v}_{A}^{2} = \mathbf{q}\mathbf{V}_{A} - \mathbf{q}\mathbf{V}_{B}$$

$$\boxed{\frac{1}{2}\,\mathbf{m}\mathbf{v}_{B}^{2} = \mathbf{q}\Delta\mathbf{V}}$$



Nota: un campo accelerante per una carica *+q* è decelerante per una carica *–q* e viceversa.

Acceleratore di cariche

Elettronvolt

Energia acquisita da una carica elementare accelerata da una differenza di potenziale di 1V

$$\mathbf{1\ eV = 1.6\ 10^{-19}\ J}$$

$\mu V = 10^{-6}\ V$	$\mu eV = 10^{-6}$	$eV = 1.6 \cdot 10^{-25}\ J$
$mV = 10^{-3}\ V$	$meV = 10^{-3}$	$eV = 1.6 \cdot 10^{-22}\ J$
$kV = 10^{3}\ V$	$keV = 10^{3}$	$eV = 1.6 \cdot 10^{-16}\ J$
$MV = 10^{6}\ V$	$MeV = 10^{6}$	$eV = 1.6 \cdot 10^{-13}\ J$
$GV = 10^{9}\ V$	$GeV = 10^{9}$	$eV = 1.6 \cdot 10^{-10}\ J$
	$TeV = 10^{12}$	$eV = 1.6 \cdot 10^{-7}\ J$

Esempio: Elettrone accelerato da ΔV = 10 V

Energia cinetica $E_k = 10\ eV = 1.6\ 10^{-18} J$

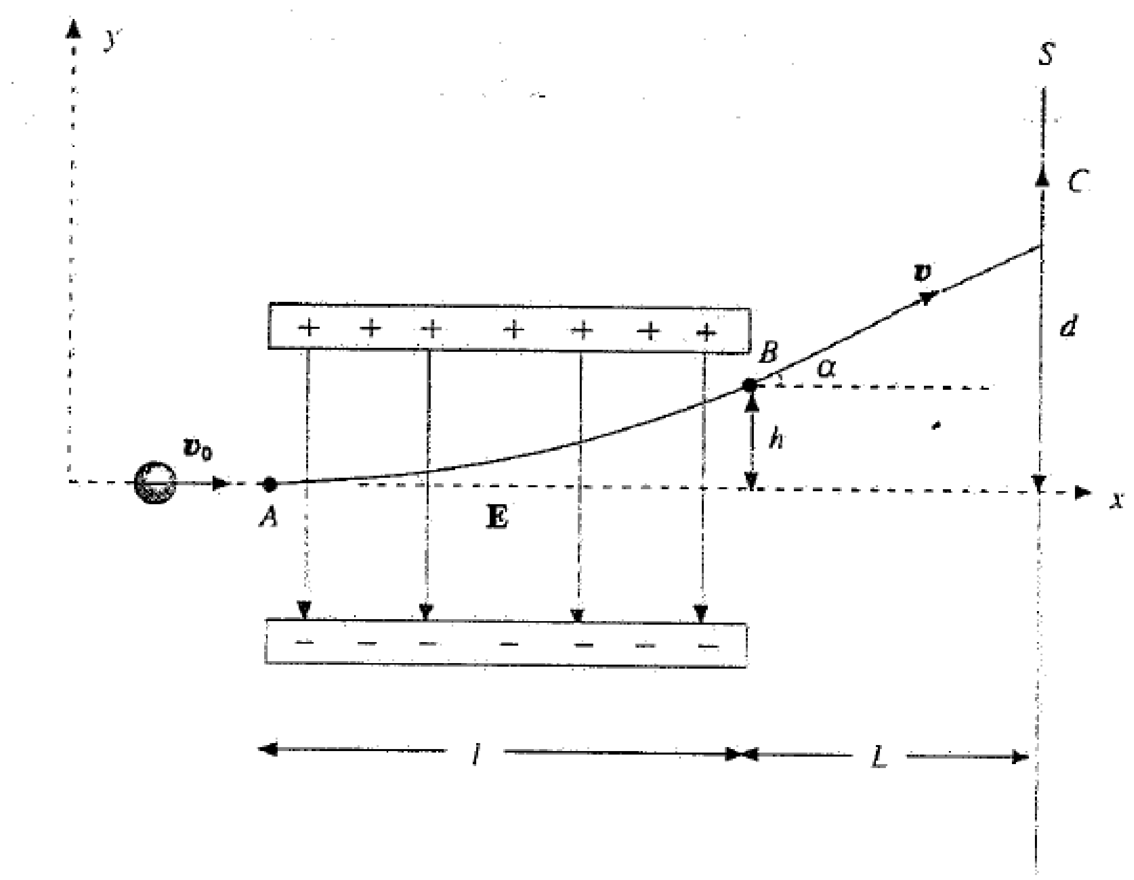
Velocità elettrone $v = 1.9\ 10^{6}\ m/s$

Massa elettrone $m_e = 9.1\ 10^{-31} kg$

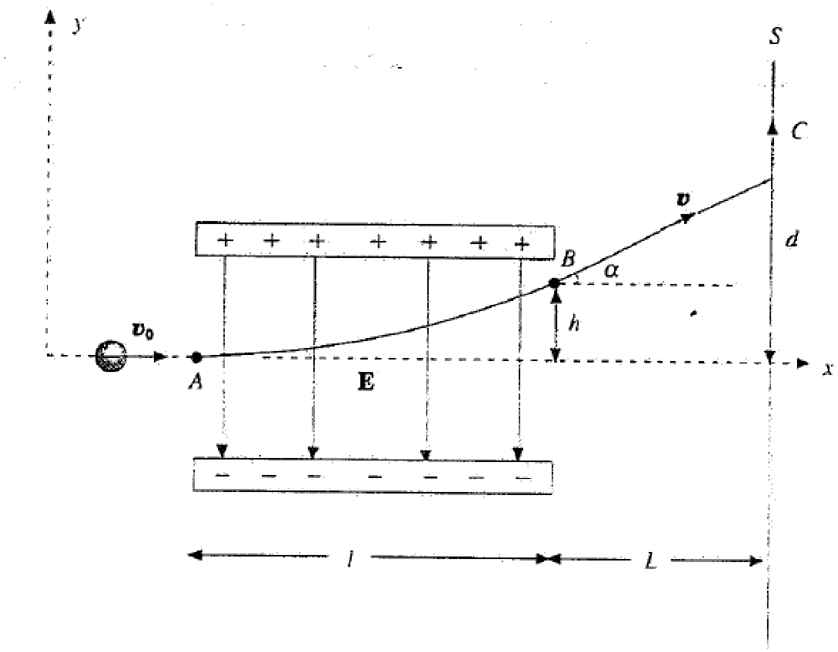
Nota:
Velocità luce $c = 3\ 10^{8}\ m/s$

Separatore elettrostatico

Il separatore elettrostatico permette di selezionare particelle cariche (con la stessa carica) in base alla loro massa. Vediamo come….



Separatore elettrostatico



moto lungo x $\quad \mathbf{x = v_0 t}$

moto lungo y $\quad \mathbf{y = \frac{1}{2}\, a t^2}$

$$\vec{F} = m\,\vec{a} = -e\,\vec{E} = e\,E\,\hat{u}_y$$

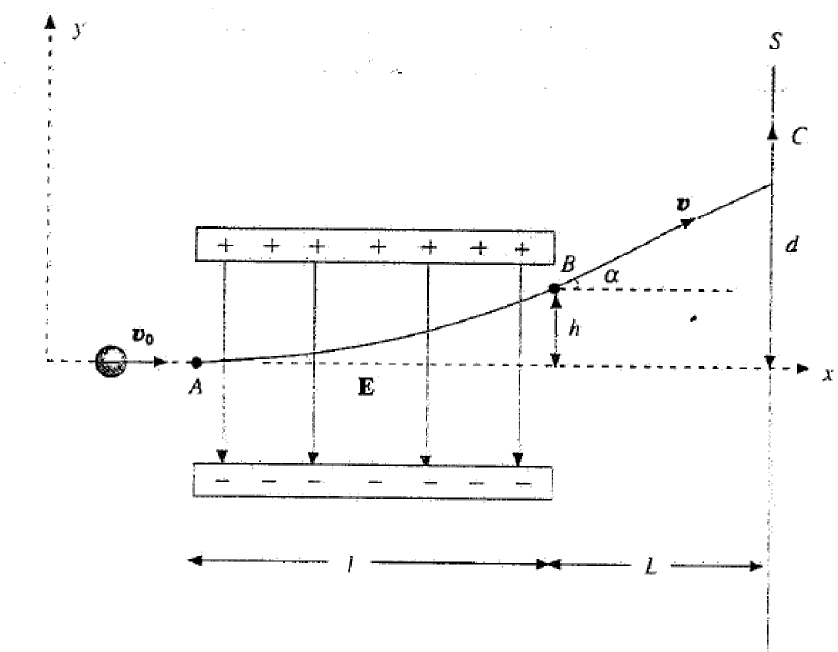
La traiettoria nel piano (x,y) è descritta da:

$$\mathbf{y = \frac{1}{2}\,\frac{e\,E}{m}\,\frac{x^2}{v_0^2}}$$

Separatore elettrostatico

La deflessione in uscita è data da:

$$\tan\alpha = \frac{d}{dx}\left[\frac{1}{2}\frac{eE}{m}\frac{x^2}{v_0^2}\right]\bigg|_{x=l} = \frac{eE}{m}\frac{l}{v_0^2}$$



Possiamo quindi calcolare la distanza *d* di impatto sullo schermo:

$$\mathbf{d = h + L\ \tan\alpha}$$

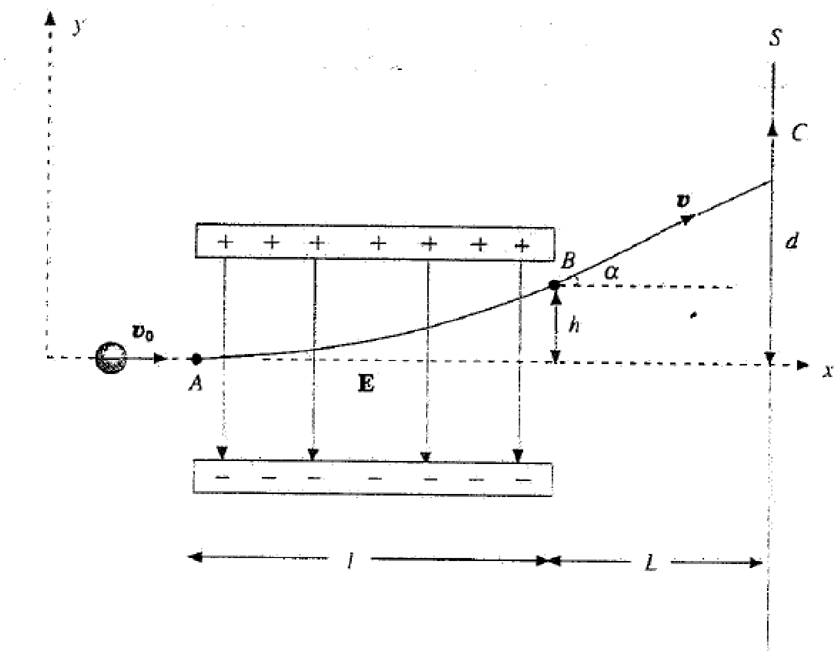
con

$$h = \frac{1}{2}\frac{e\,E}{m}\frac{x^2}{v_0^2}\bigg|_{x=l} = \frac{1}{2}\frac{eE}{m}\frac{l^2}{v_0^2}$$

ottenendo:

$$\mathbf{d = \frac{e\,E\,\mathit{l}}{m\,v_0^2}\left[\frac{\mathit{l}}{2} + L\right]}$$

Separatore elettrostatico



$$\mathbf{d} = \frac{\mathbf{e\,E}\,\boldsymbol{l}}{\mathbf{m\,v_0^2}}\left[\frac{\boldsymbol{l}}{\mathbf{2}} + \mathbf{L}\right]$$

A parità di velocità inziale, particelle con rapporto *e/m* diverso vengono deflesse in punti diversi sullo schermo

SEPARATORE ELETTROSTATICO

Particelle con la **stessa carica** e **massa diversa** vengono separate spazialmente