

FENOMENI DIFFRATTIVI:

- Il principio di Huygens;
- Il fenomeno della diffrazione dal punto di vista sperimentale e la sua giustificazione col principio di Huygens;
- Diffrazione di Fraunhofer da fenditura rettangolare;
- Potere risolutore di una fenditura rettangolare;

Principio di Huygens

La propagazione dei fronti d'onda (superfici a fase costante) può essere ottenuta supponendo ad ogni istante un fronte d'onda come la sorgente dei fronti d'onda a istanti successivi (*principio di Huygens*).

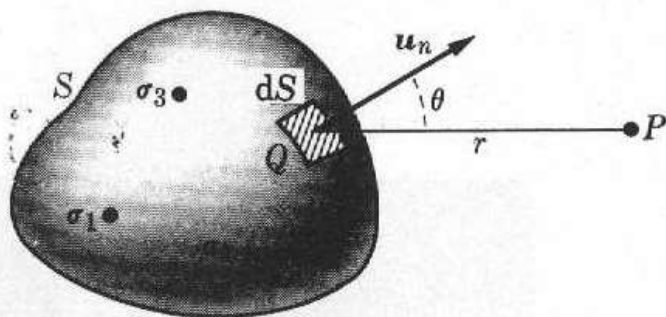
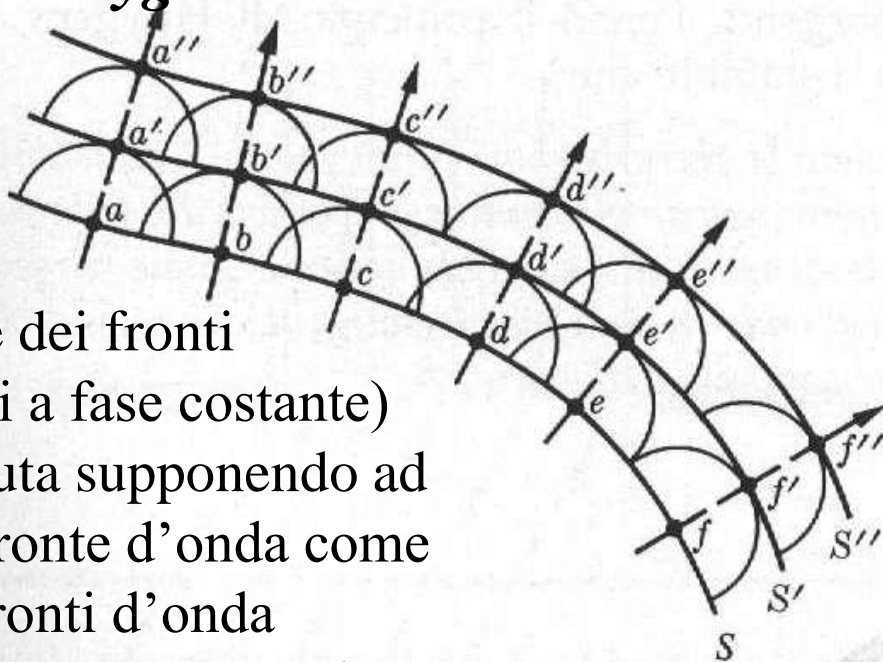


Figura 35.3 È possibile calcolare l'onda in P se si conosce quanto vale l'onda sui punti della superficie chiusa S .

Questa asserzione ha la sua giustificazione nel fatto che l'onda soddisfa ad una ben precisa eq. diff.

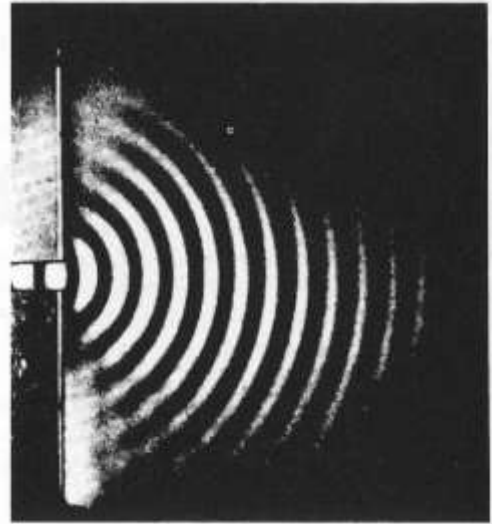
Per trovare le soluzioni di tale equazione sono

necessarie due informazioni alternative:

- (i) le sorgenti dell'onda (cond. iniziali);
- (ii) lo stato di un fronte d'onda ad un dato istante (cond. al contorno).

Fenomeno di Diffrazione

Figura 35.1 Comportamento di un'onda sulla superficie di un liquido che incide provenendo da sinistra su uno schermo dotato di una piccola apertura.



La diffrazione è il fenomeno che accade alle onde (di qualunque genere) quando incontrano un ostacolo.

Il fenomeno diventa particolarmente intenso e visibile quando l'ostacolo ha dimensioni confrontabili con la lunghezza d'onda.

Noi studieremo solo il caso in cui le onde sono piane e il fenomeno diffrattivo è osservato a grande distanza dall'ostacolo

(DIFFRAZIONE DI FRAUNHOFER)

Diffrazione di Fraunhofer di una onda attraverso un ostacolo e sua giustificazione dal principio di Huygens.

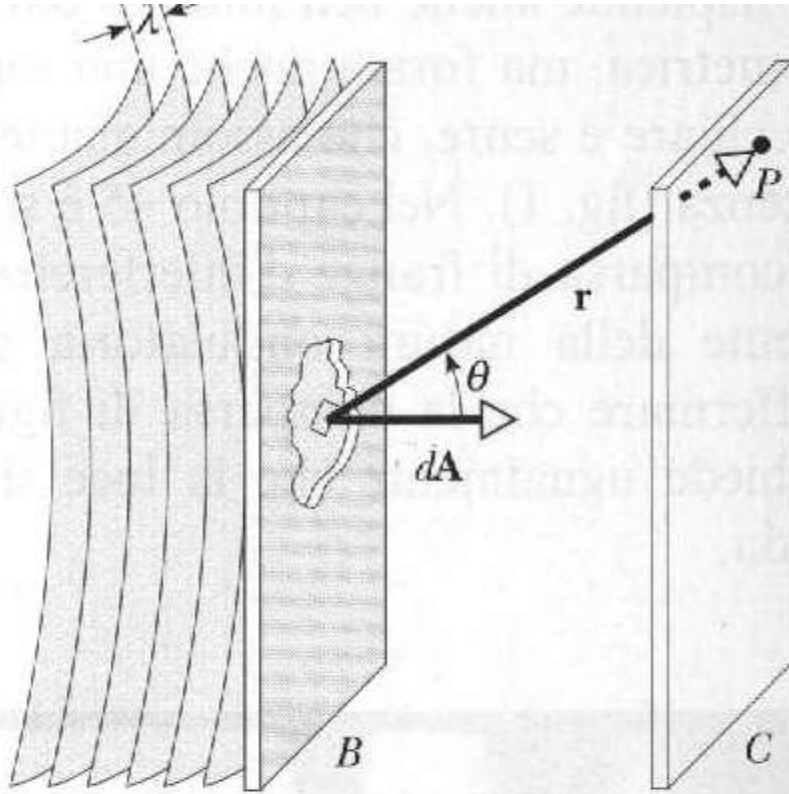


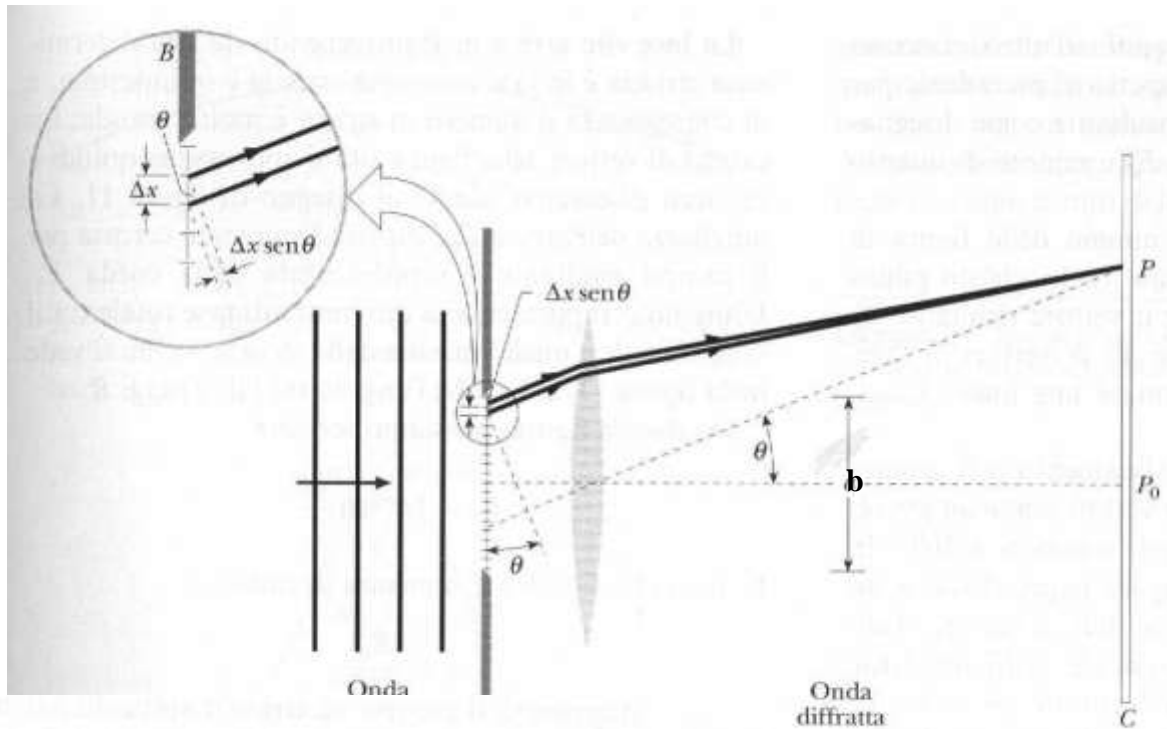
Figura 4 La diffrazione si manifesta quando fronti d'onda di luce coerente investono la barriera opaca B , che contiene un'apertura di forma arbitraria. La figura di diffrazione può essere osservata sullo schermo C .

Se fronti d'onda piani e.m. incidono su un piano in cui è praticato un foro, sullo schermo C posto a grande distanza osserveremo l'effetto perturbativo prodotto da tutti i punti infinitesimi del fronte d'onda che attraversa il foro (principio di Huygens).

Tale effetto è di fatto una interferenza a infinite sorgenti infinitesime, coerenti e sincrone.

(l'onda interferisce con se stessa perché perturbata !)

Diffrazione di Fraunhofer da fenditura rettangolare



Il fronte d'onda sulla fenditura può essere scomposto in tratti infinitesimi Δx sorgenti dei fronti d'onda successivi.

Il metodo dei fasori applicato ai campi infinitesimi degli infiniti raggi creati dai tratti Δx dà per il principio di Huygens:

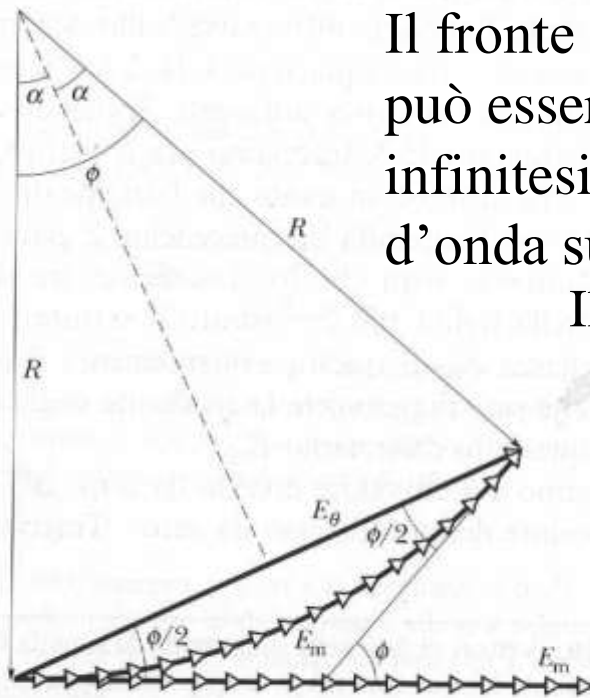


Figura 11 La costruzione usata per calcolare l'intensità in una diffrazione da singola fenditura. E qui analizzata la stessa situazione della figura 10b.

$$E_{\theta} = 2R \sin \frac{\Phi}{2}$$

$$\rightarrow E_m = R \Phi$$

Campo elettr. risult. max

$$E_{\theta} = E_m \frac{\sin \frac{\Phi}{2}}{\frac{\Phi}{2}}$$

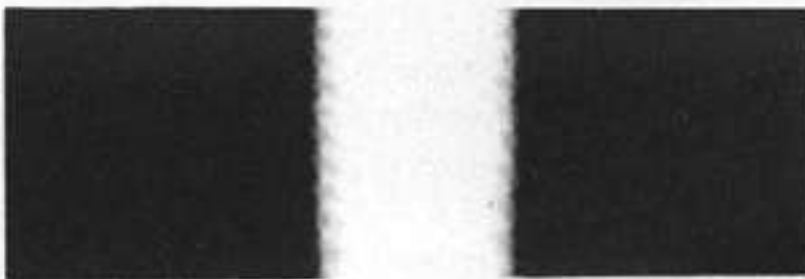
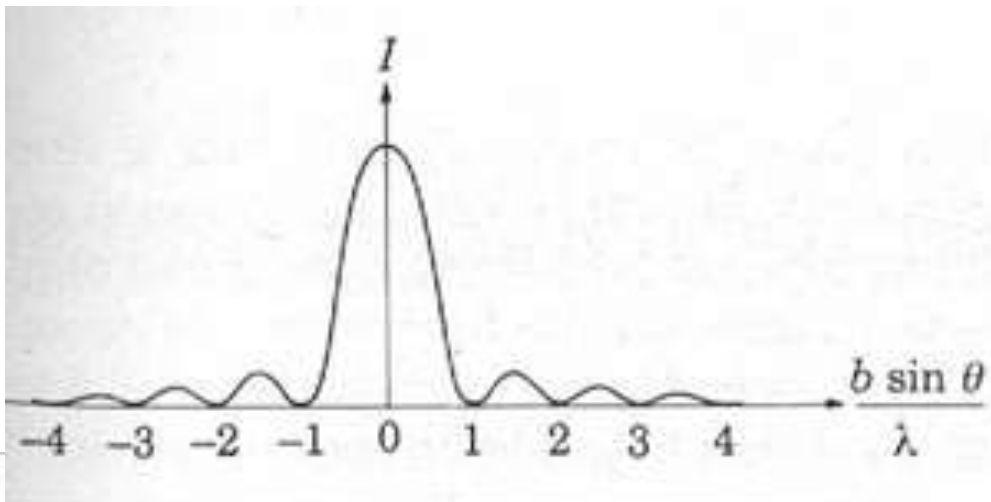
$$\Phi = kb \sin \theta$$

d.d.f. tra i due raggi estremali della fenditura

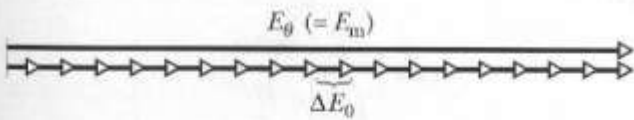
Ricordando che l'intensità media è proporzionale al modulo del fasore totale al quadrato:

$$I_{media} \propto (E_{\theta})^2 = (E_m)^2 \left[\frac{\sin \frac{\Phi}{2}}{\frac{\Phi}{2}} \right]^2$$

$$I_{media} \propto I_0^2 \left[\frac{\sin \left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \theta \right)}{\frac{\pi}{\lambda} b \sin \theta} \right]^2$$

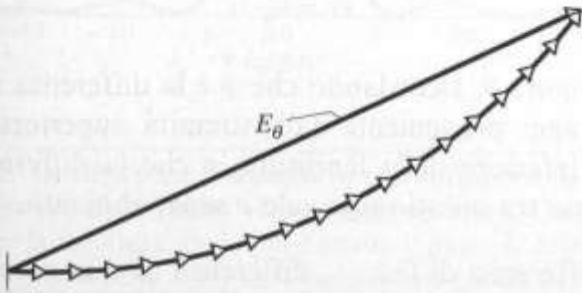


Schema dei fasori in alcuni punti dello schermo:



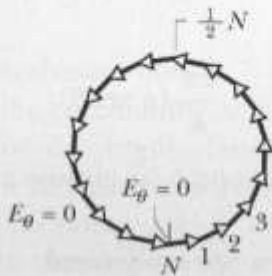
(a)

massimo centrale



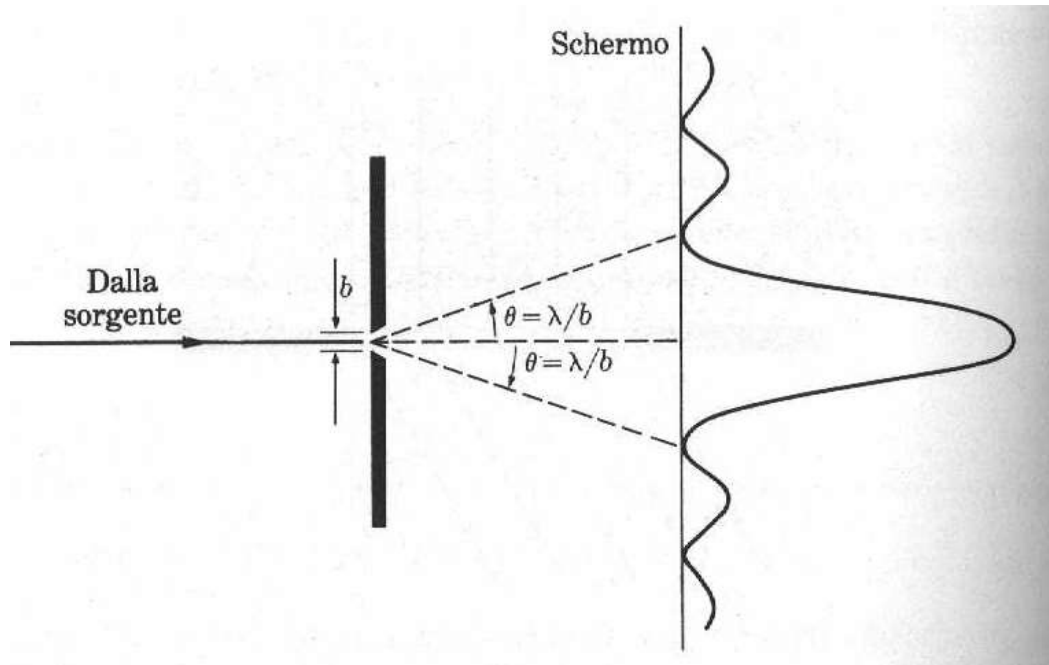
(b)

punto generico



primo punto di intensità nulla.

Punti di intensità nulla nella figura di diffrazione di una fenditura rettangolare di larghezza b



$$I_{media} \propto I_0^2 \left[\frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \theta\right)}{\frac{\pi}{\lambda} b \sin \theta} \right]^2$$

I punti di annullamento si trovano imponendo

$$I_{media} = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{\lambda} b \sin \theta = m \pi$$

$$m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

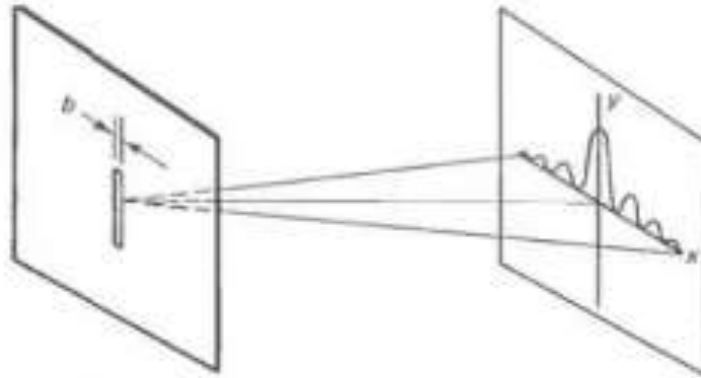
$$\sin \theta = m \frac{\lambda}{b}$$

I punti di intensità nulla più prossimi al massimo centrale si osservano ad angoli:

$$\sin \theta = \pm \frac{\lambda}{b} \quad \text{se } \lambda \ll b \quad \theta \approx \pm \frac{\lambda}{b}$$

Diffrazione da singola fenditura in approssimazione di Fraunhofer

•
sorgente



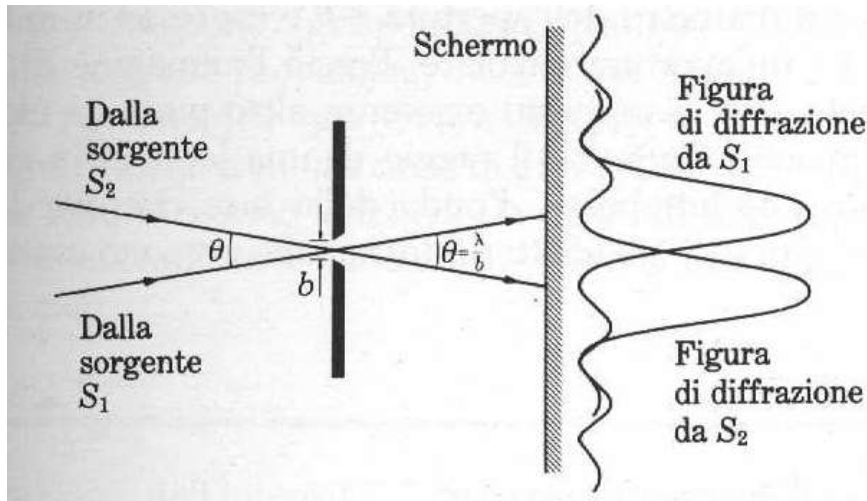
immagine

Se proiettiamo su uno schermo l'immagine di un punto attraverso una apertura, osserviamo il punto trasformato in una figura di diffrazione.

Quindi la diffrazione è il fenomeno che limita tutti i fenomeni ottici.

Non possiamo osservare (risolvere) punti (particolari) infinitamente vicini. Infatti possiamo risolvere 2 punti solo se riusciamo visivamente a separare le 2 campane di diffrazione che si sovrappongono.

Potere risolutore di una fenditura rettangolare



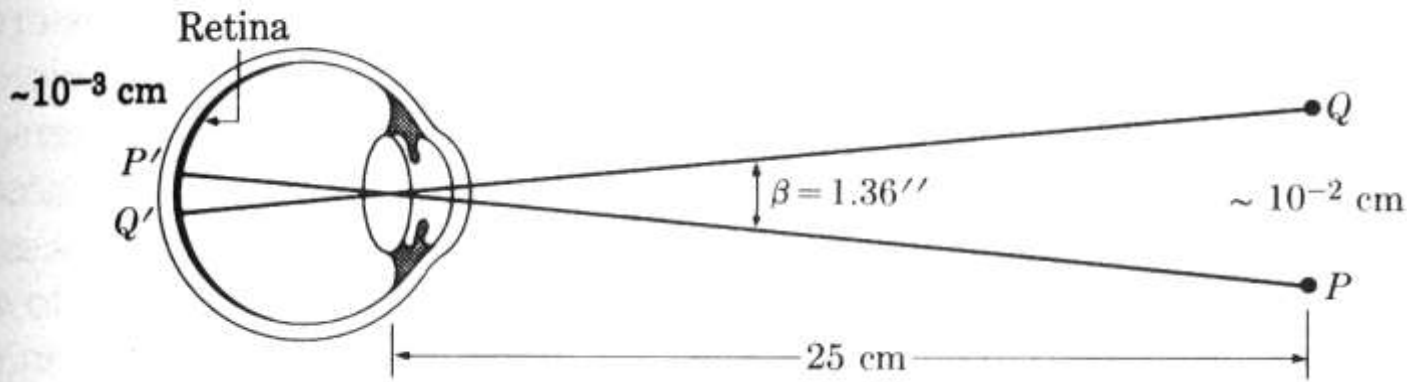
Il potere risolutore è definito come il minimo angolo di separazione tra due onde piane le cui figure di diffrazione sono ancora visivamente separabili su uno schermo.

*Il criterio ideato da Rayleigh dice che:
due figure di diffrazione sono risolvibili se come
situazione limite il massimo centrale di una delle due
cade sul primo zero dell'altra.*

Cioè se l'angolo di incidenza delle due onde piane differisce al minimo di:

$$\theta = \frac{\lambda}{b} \quad \text{se } \lambda \ll b$$

L'occhio come sistema ottico



*diametro pupilla 1-8 mm; diametro occhio 25 mm;
diametro cristallino 9 mm;
coni (colore) $6 \cdot 10^6$ / bastoncelli 10^8 (dist. $8 \mu\text{m}$)*

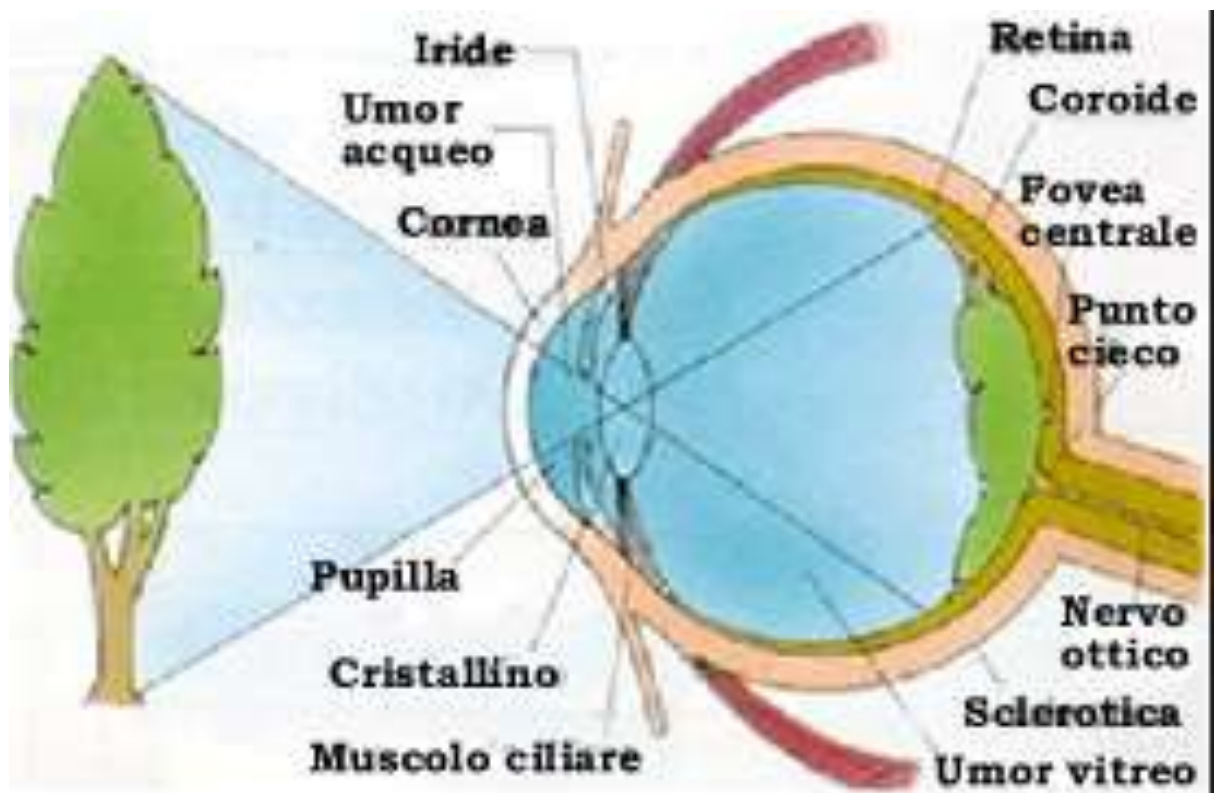
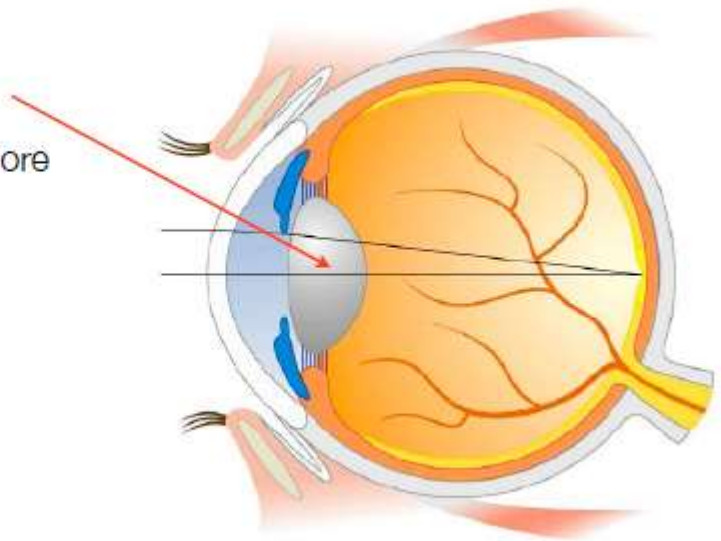
L'occhio umano è un sistema ottico costituito da una fenditura che immette i raggi luminosi verso una lente sottile (il cristallino) circondato da un liquido (l'umore vitreo) che permette la formazione dell'immagine sulla retina.

Ovviamente, il sistema cerca di far convergere (mettere a fuoco) sulla retina i punti luminosi provenienti da oggetti lontani.

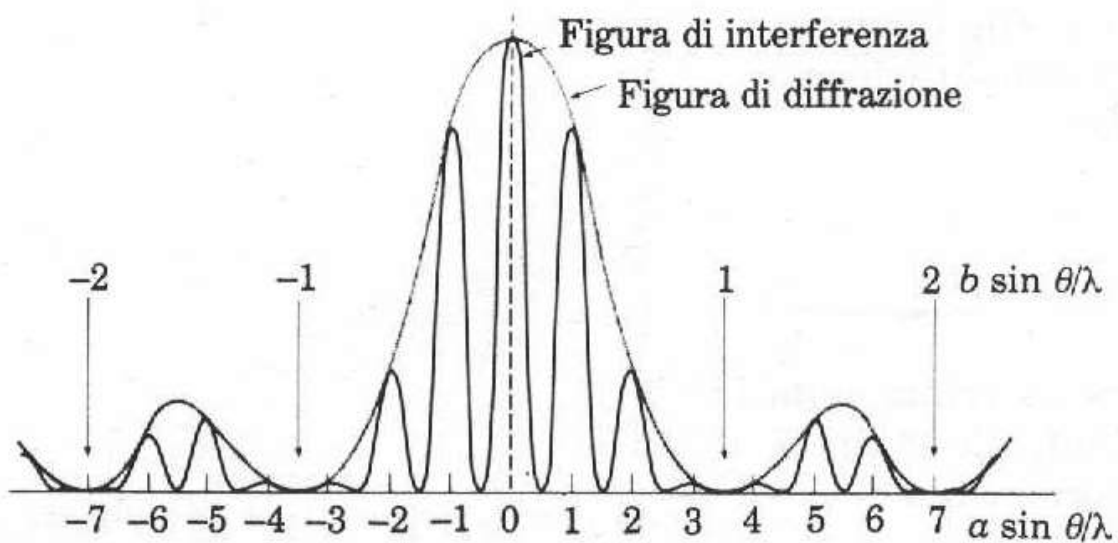
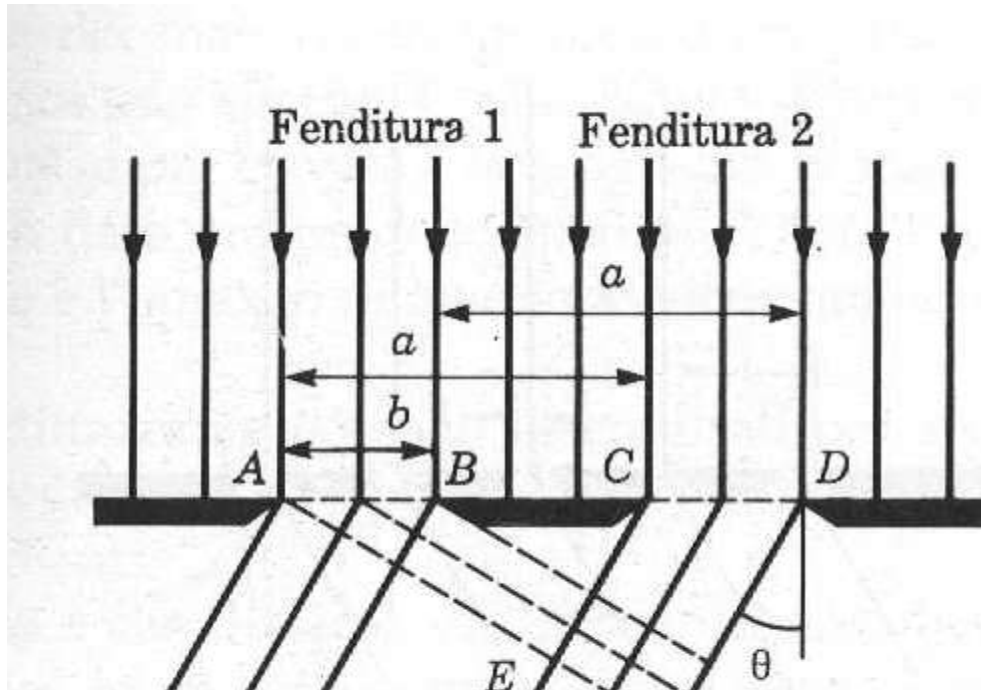
L'occhio ha un limite di separazione tra due punti luminosi distinti governato dalla figura di diffrazione: per $\delta = 25 \text{ cm}$ la capacità di separazione dell'occhio è di circa 10^{-2} cm .

Diottro di notevole complessità strutturale:

- CURVATURE delle superfici anteriore e posteriore
- SPESSORE (4mm)
- Indice di rifrazione non uniforme
 - » Periferia: 1,38
 - » Nucleo: 1,40

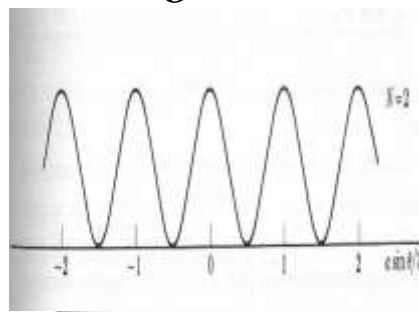


DIFFRAZIONE SOVRAPPOSTA AD INTERFERENZA NEL CASO DI DUE FENDITURE RETTANGOLARI

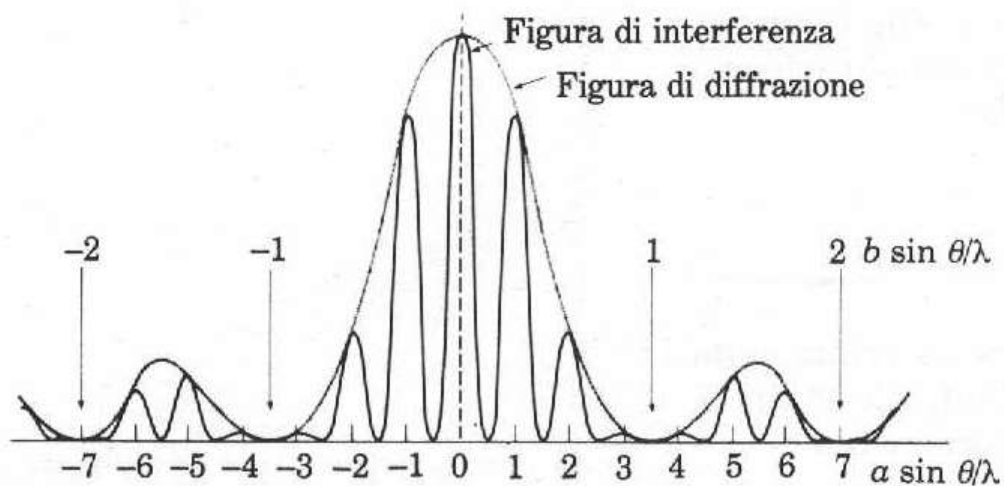
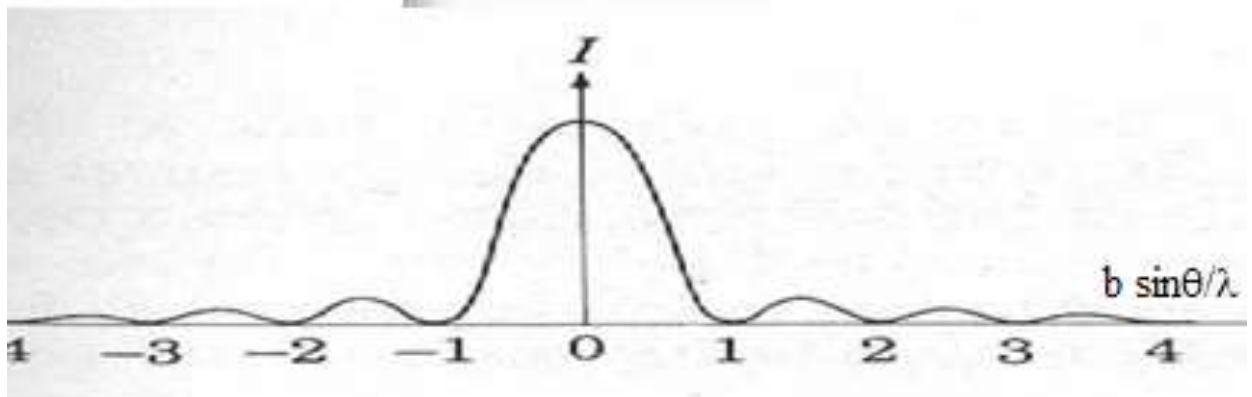


Se le fenditure sono identiche, la figura di *interferenza* è quella di 2 sorgenti sincrone, con massimi di intensità dati dalla relazione $\sin \theta = m \frac{\lambda}{a}$ $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

La distribuzione dell'intensità della figura di interferenza è modulata dall'intensità per la figura di *diffrazione* di una fenditura singola, con punti di intensità nulla dati dalla relazione $\sin \theta = m \frac{\lambda}{b}$ $m = \pm 1, \pm 2, \dots$

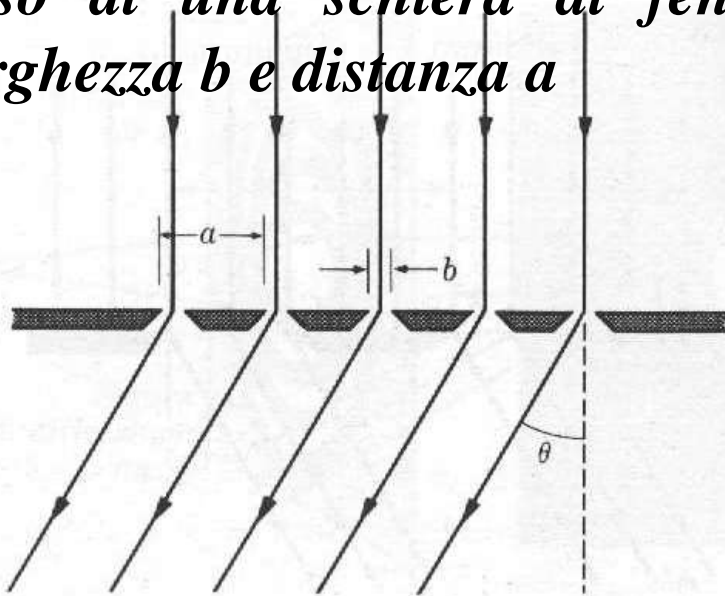


a $\sin \theta / \lambda$



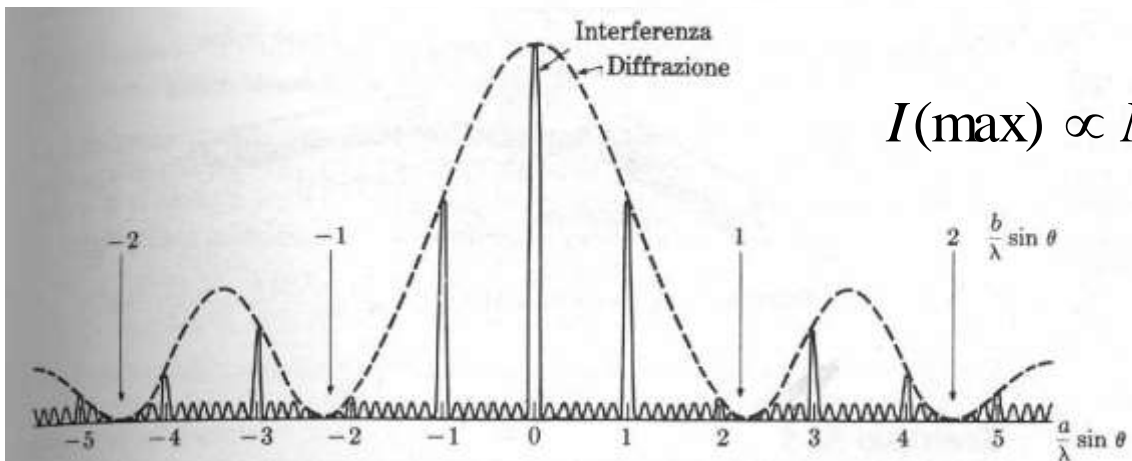
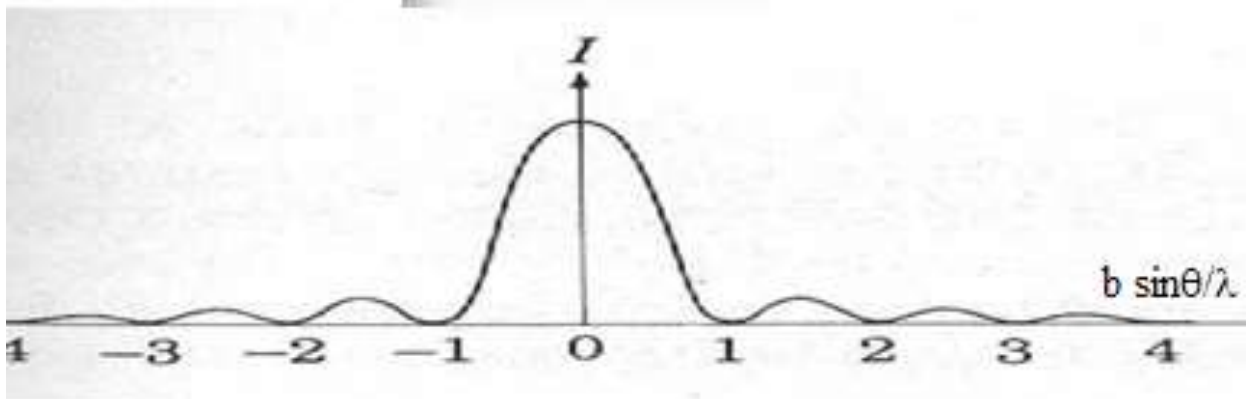
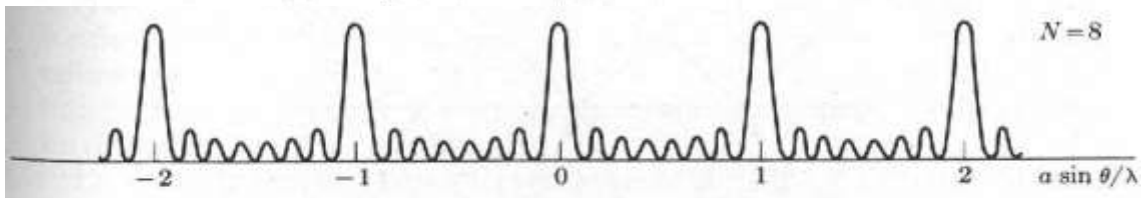
DIFFRAZIONE SOVRAPPOSTA AD INTERFERENZA NEL

caso di una schiera di fenditure rettangolari di larghezza b e distanza a



$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{a}$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$



$$I(\text{max}) \propto N^2$$

