INTERAZIONE MAGNETICA

- **Campo magnetico generato da una carica puntiforme in moto;**
- **Confronto tra interazione magnetica e interazione elettrica;**
- **Campo magnetico generato da una corrente, legge di Ampere-Laplace;**
- **Il campo magnetico generato da una corrente rettilinea di lunghezza infinita, legge di Biot-Savart**

- **Forze magnetiche tra correnti**
- **Le unità di misura elettromagnetiche**

Campo magnetico generato da una carica in moto

Le sorgenti del campo magnetico sono le cariche elettriche in moto. Sperimentalmente si è verificata la seguente legge per il campo generato da una carica ***q*** in moto con velocità ***v***:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{u}_r}{\Delta r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} q\vec{v}\times\frac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|^3}$$

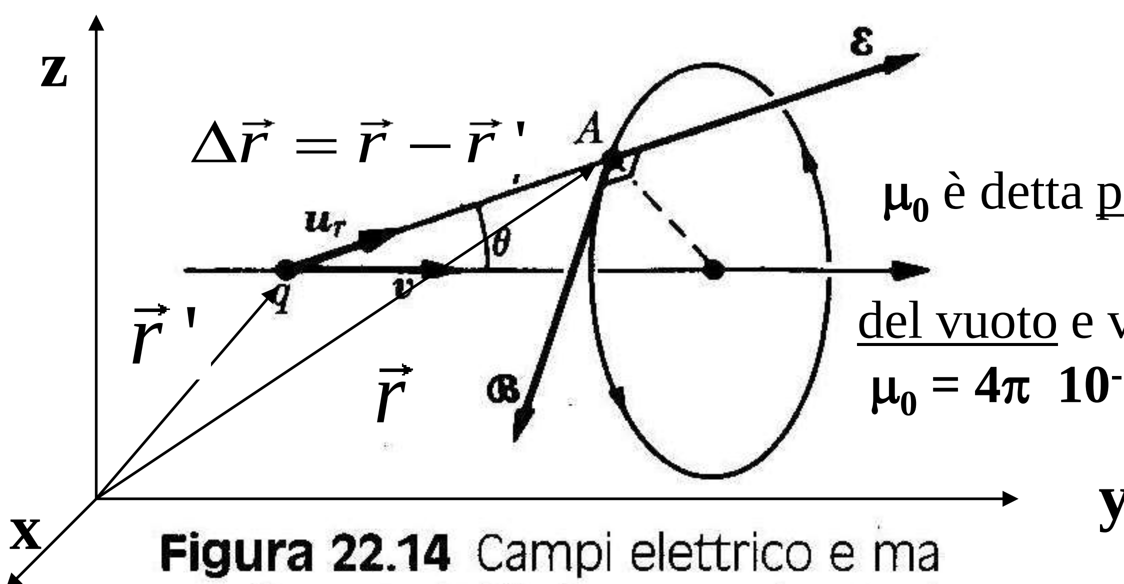


Figura 22.14 Campi elettrico e magnetico prodotti da una carica positiva in moto.

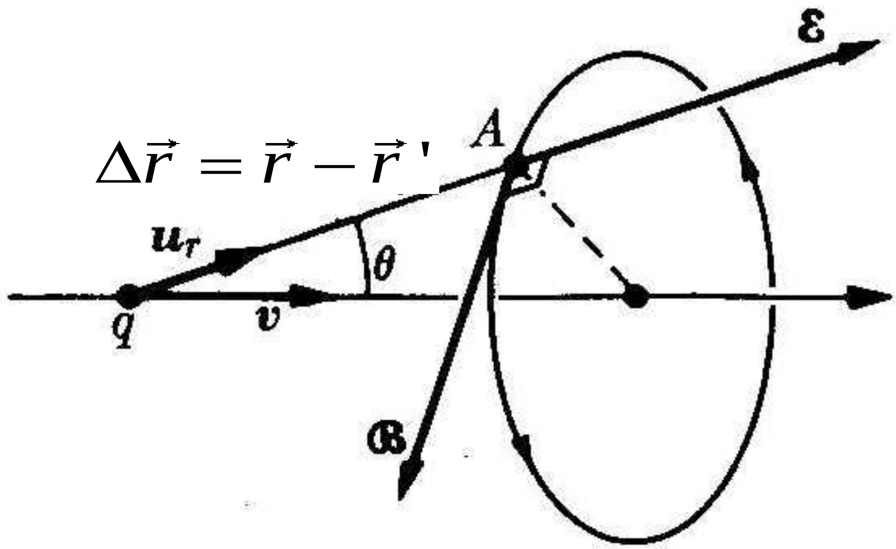
μ_0 è detta permeabilità magnetica del vuoto e vale nel S.I.
$\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ m kg C^{-2}

Ricordando che la stessa carica genera un campo elettrico

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\Delta r^2}\vec{u}_r$$

Si vede che

$$\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\ \vec{v}\times\vec{E} = \frac{1}{c^2}\vec{v}\times\vec{E}$$

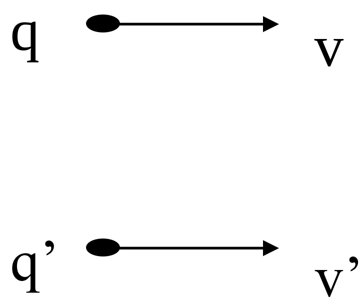


$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{u}_r}{\Delta r^2}$$

N. B. 2 osservatori in moto relativo misureranno velocità della carica diverse e quindi campi magnetici diversi

Confronto tra interazioni elettrica e magnetica

Vediamo di confrontare l’ordine di grandezza della interazione magnetica con quella elettrica.Prendiamo due cariche q e q’ con velocità v e v’ rispetto un sistema inerziale.



$$\vec{B} = \frac{1}{c^2}\,\vec{v}'\times\vec{E}$$

La forza magnetica tra le cariche è

C.M. dovuto a q’

C.E. dovuto a q’

Forza magn. agente su q

$$F_M = qvB = \left(\frac{vv'}{c^2}\right) qE$$

La forza elettrica agente sulla carica q è

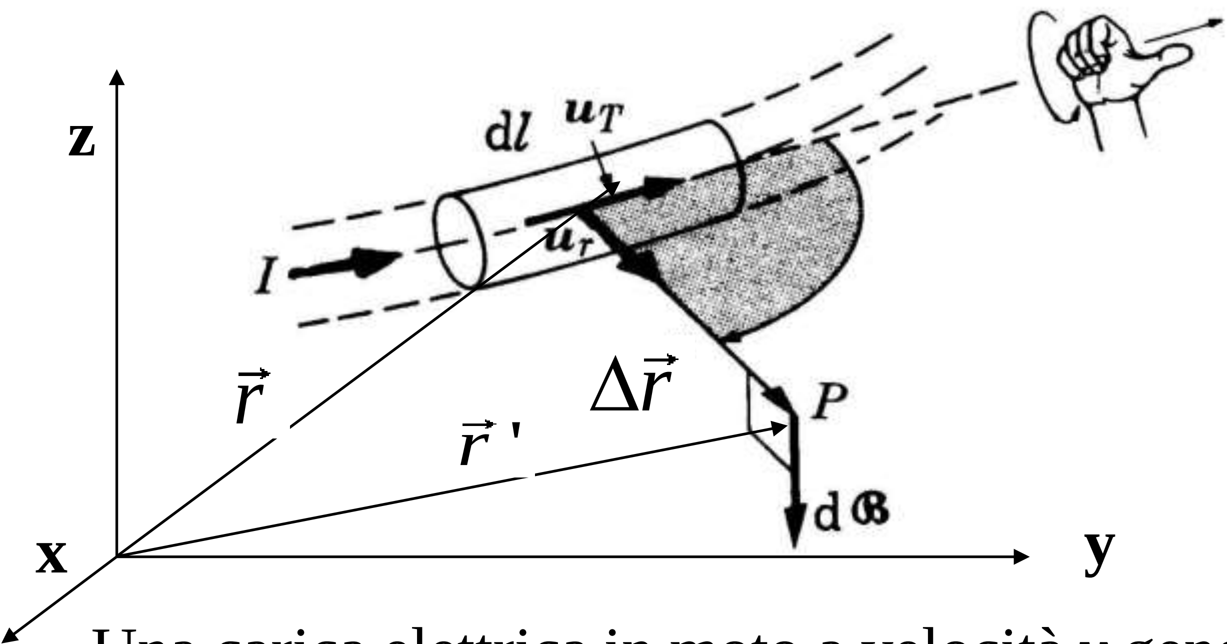
$$F_E = qE$$

$$\frac{F_M}{F_E} = \frac{vv'}{c^2}$$

Se prendiamo gli elettroni in un atomo hanno velocità dell’ordine di 10^5 m/s

$$\frac{F_M}{F_E} \approx 10^{-7}$$

Campo magnetico generato da una corrente



Una carica elettrica in moto a velocità ***v*** genera un campo magnetico:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{u}_r}{\Delta r^2}$$

In un filo percorso da corrente ci sono ***n*** cariche per unità di volume che si muovono con velocità ***v*** e generano un campo

$$\frac{\vec{B}}{Vol} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{nq\vec{v}\times\vec{u}_r}{\Delta r^2}$$

Se prendiamo un tratto di filo di sezione **S** e lunghezza ***dl*** (cioè volume ***dV=Sdl***) il campo magnetico generato da quel tratto vale:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{nq(Sdl)\vec{v}\times\vec{u}_r}{\Delta r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\vec{u}_T\times\vec{u}_r}{\Delta r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}I\frac{d\vec{l}\times\vec{u}_r}{\Delta r^2}$$

Se un tratto infinitesimo di filo genera un campo magnetico:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{\Delta r^2}$$

Il filo completo (il circuito) percorso da una corrente I genererà il campo magnetico:

$$\vec{B} = \int_{circuito} d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{circuito} \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{\Delta r^2}$$

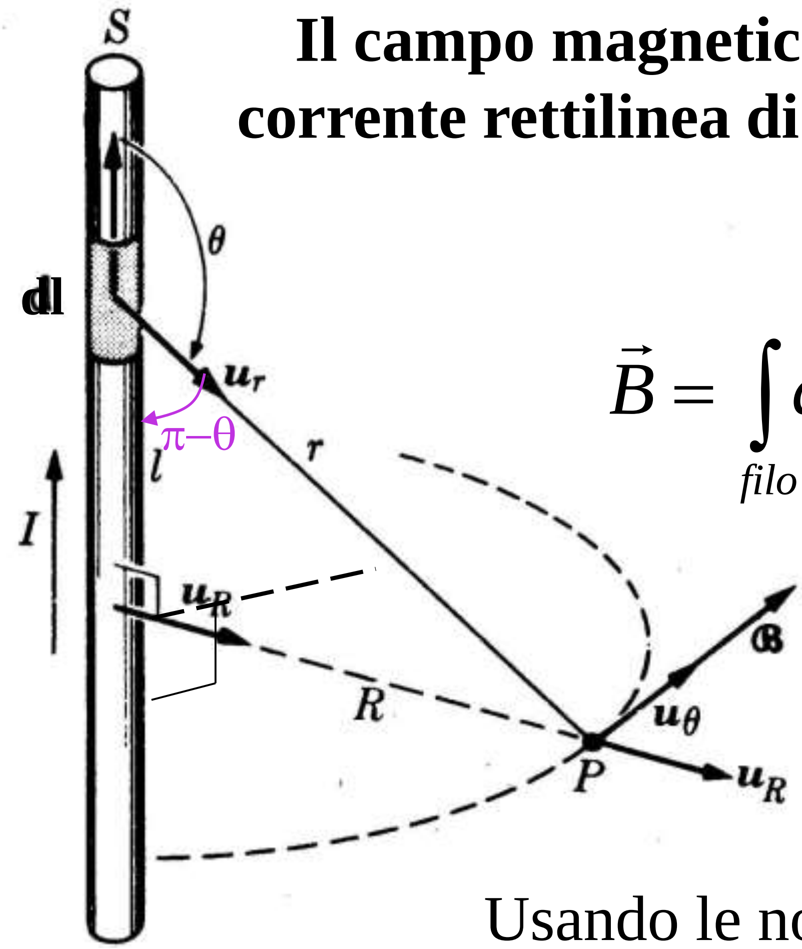
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{circuito} d\vec{l} \times \frac{\vec{r} - \vec{r}\,'}{\left|\vec{r} - \vec{r}\,'\right|^3}$$

L'espressione è detta

LEGGE DI AMPERE-LAPLACE

ed è stata ricavata sperimentalmente

Il campo magnetico generato da una corrente rettilinea di lunghezza infinita



$$\vec{B} = \int_{filo} d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{filo} \frac{d\vec{l} \times \vec{u}_r}{r^2}$$

Usando le notazioni della figura:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-\infty}^{+\infty} dl \frac{\sin\theta}{r^2} \vec{u}_\theta =$$

$$\text{essendo } r = \frac{R}{\sin(\pi - \theta)} = \frac{R}{\sin\theta}$$

$$\text{essendo } \frac{R}{l} = tg(\pi - \theta) = -tg\theta \quad l = -\frac{R}{tg\theta} \quad dl = \frac{R}{\sin^2\theta} d\theta$$

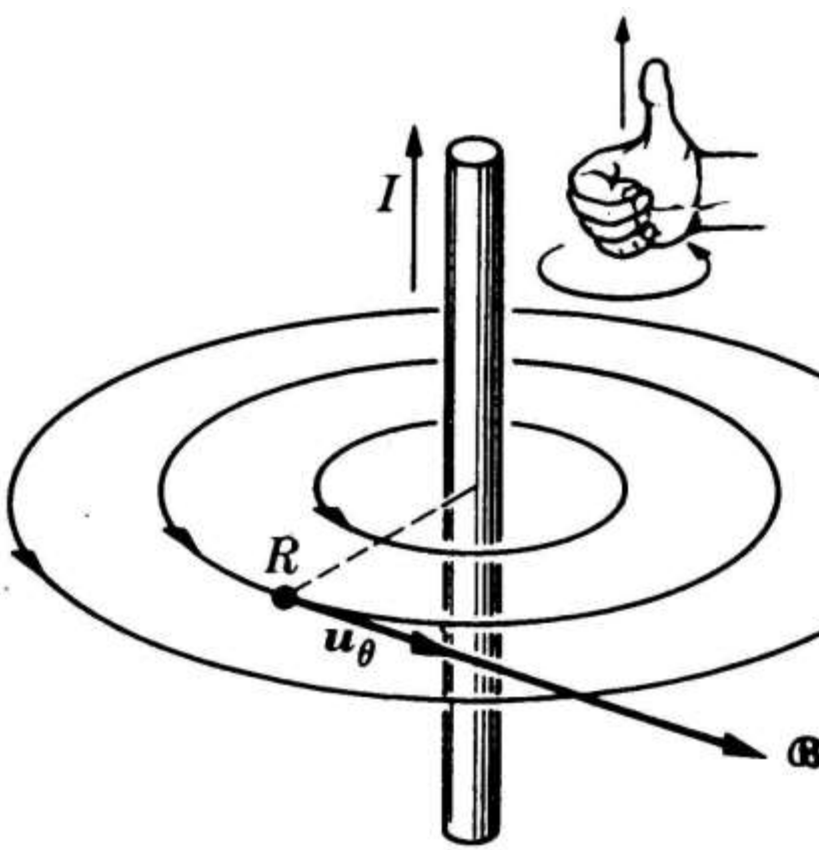
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^\pi \frac{(\sin\theta)^2 \sin\theta}{R^2} \frac{R}{\sin^2\theta} d\theta\, \vec{u}_\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_0^\pi \sin\theta\, d\theta\, \vec{u}_\theta =$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R} [-\cos\theta]_0^\pi\, \vec{u}_\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} [\cos\theta]_\pi^0\, \vec{u}_\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \vec{u}_\theta$$

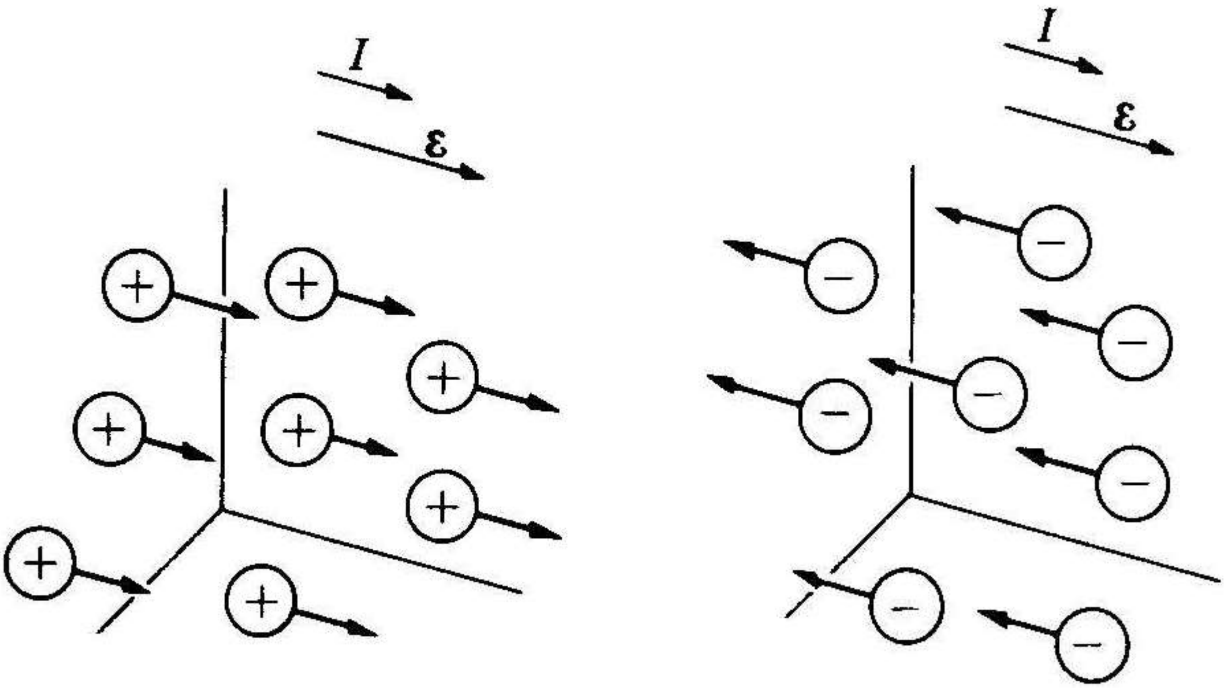
In conclusione il campo magnetico generato
da una corrente rettilinea ha modulo inversamente
proporzionale alla distanza dal filo e ha come
linee di campo circonferenze centrate sul filo.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\vec{u}_\theta$$

Legge di Biot-Savart



FORZE MAGNETICHE SU CORRENTI ELETTRICHE



(a) Cariche positive (b) Cariche negative

La forza ***F*** su una carica ***q*** in moto con velocità ***v*** in un campo magnetico ***B*** vale

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

In una corrente in un conduttore abbiamo ***n*** cariche per unità di volume, quindi la forza per unità di volume $\boldsymbol{F_v}$ è

$$\vec{F}_v = nq\vec{v} \times \vec{B} = \vec{j} \times \vec{B}$$

$$\vec{F}_v = nq\vec{v} \times \vec{B} = \vec{j} \times \vec{B}$$

Se il conduttore ha lunghezza ***dl*** e sezione ***S*** e le cariche si muovono lungo ***dl*** (con ***u*** versore tangente al conduttore), la forza ***dF*** sul tratto dl vale

$$d\vec{F} = nq\left(S\,dl\right)\vec{v} \times \vec{B} = \vec{j}\left(S\,dl\right) \times \vec{B} = I\,dl\,\vec{u} \times \vec{B}$$

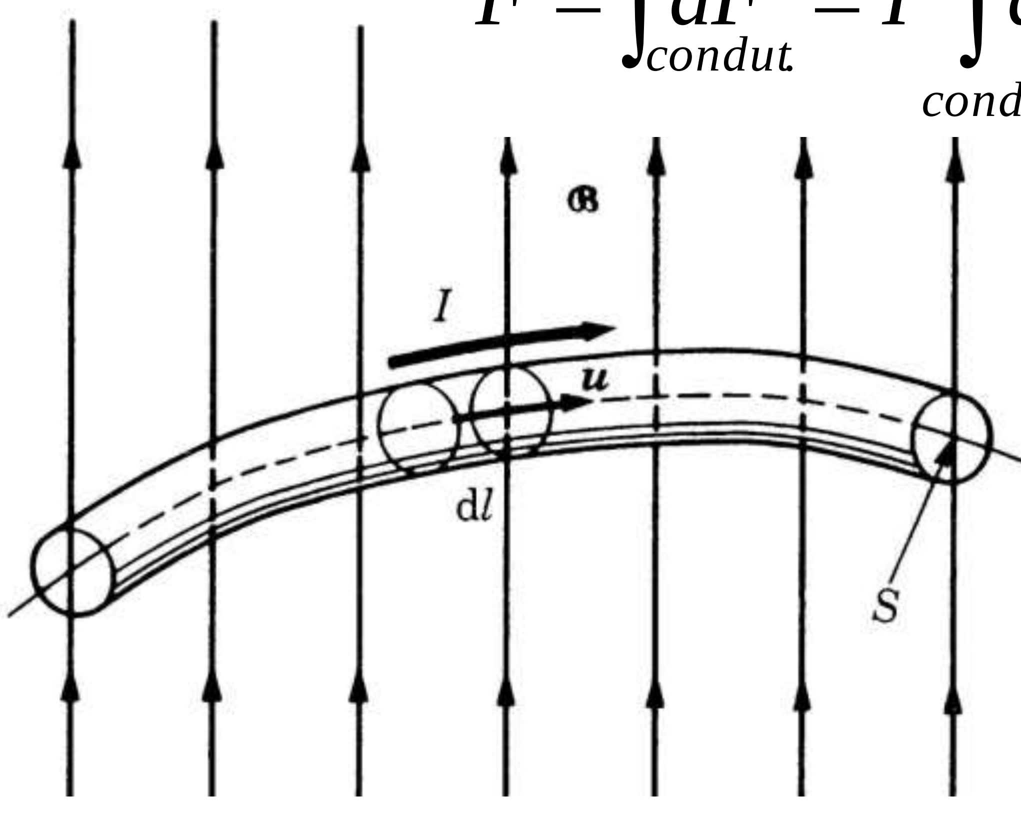
$$I\,d\vec{l} \times \vec{B}$$

Quindi la forza ***dF*** su un tratto ***dl*** del conduttore in cui passa la corrente ***I*** ed è immerso in un campo magnetico esterno ***B*** è

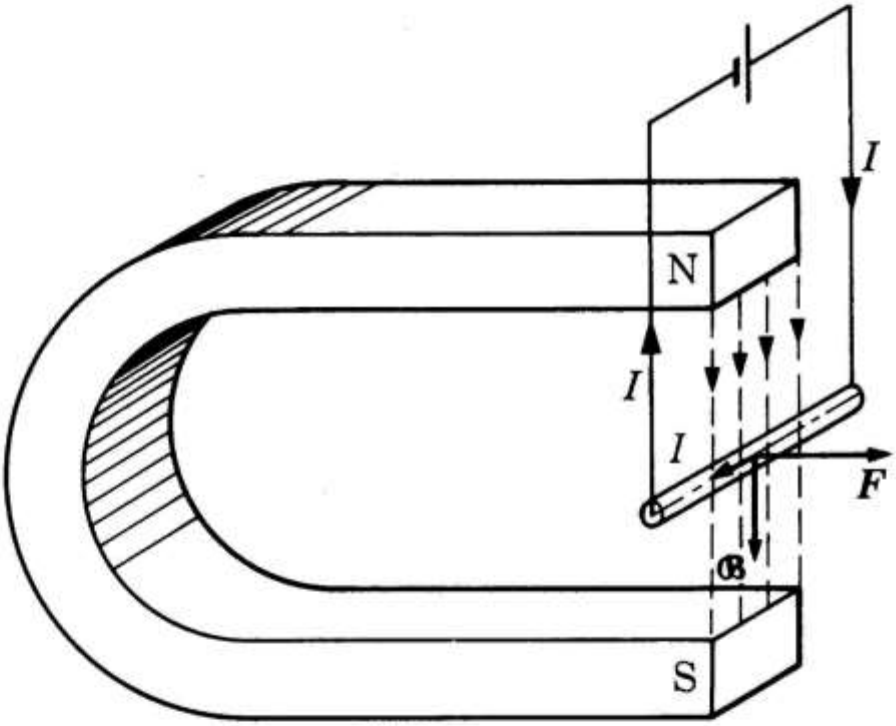
$$d\vec{F} = Idl\vec{u} \times \vec{B} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

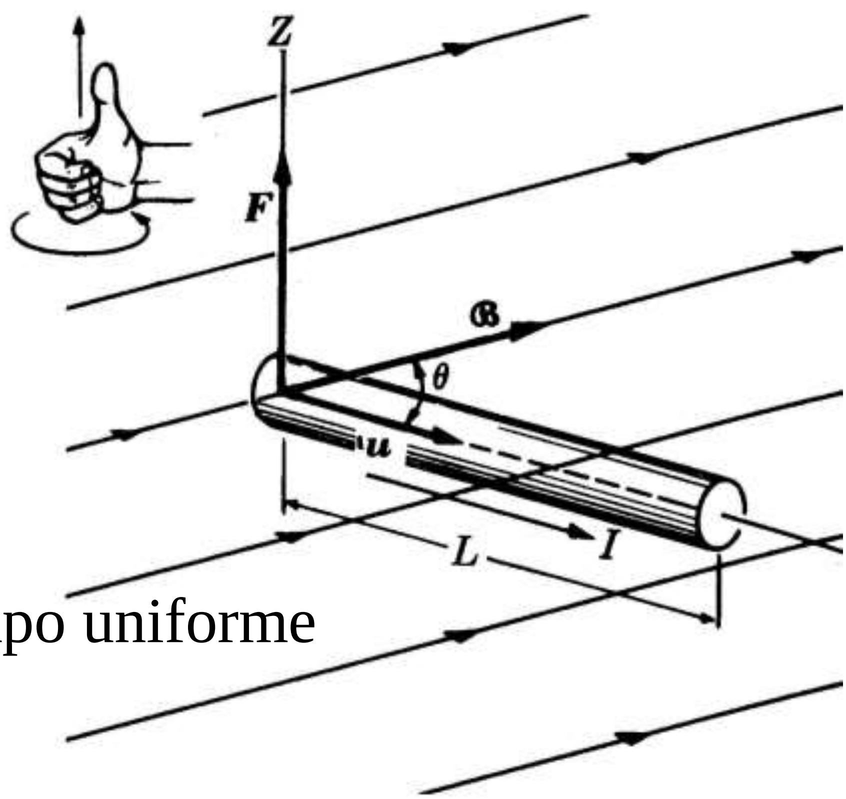
Su tutto il conduttore

$$\vec{F} = \int_{condut.} d\vec{F} = I \int_{cond.} d\vec{l} \times \vec{B}$$



Forza magnetica su una corrente elettrica rettilinea

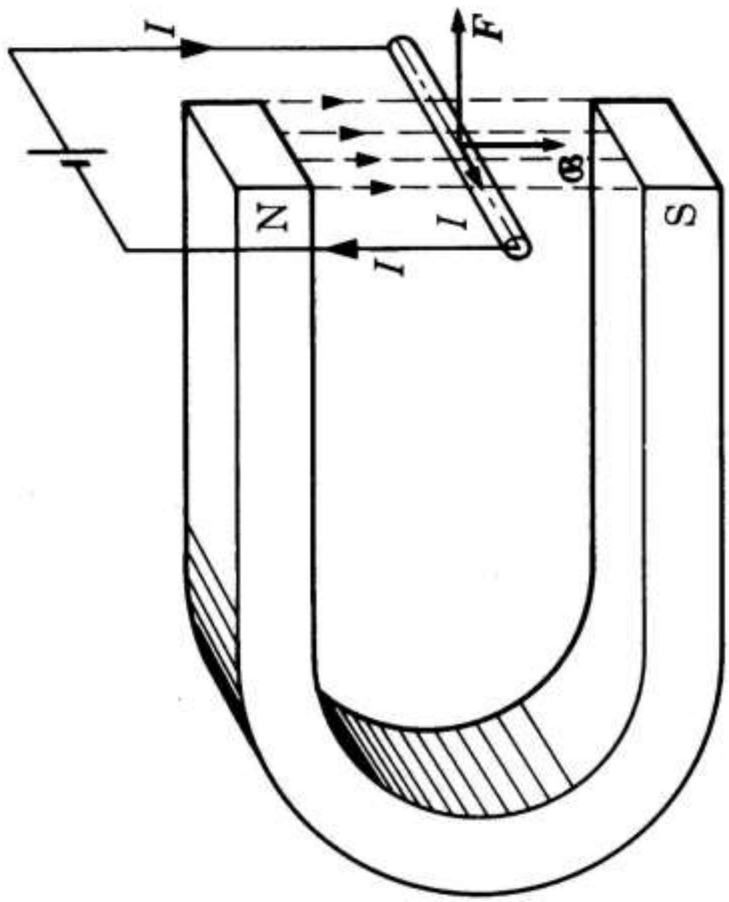


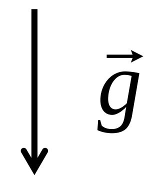


Campo uniforme

$$\vec{F} = I \int_{cond.} d\vec{l} \times \vec{B} = I(L\vec{u}) \times \vec{B} = I\vec{L} \times \vec{B}$$

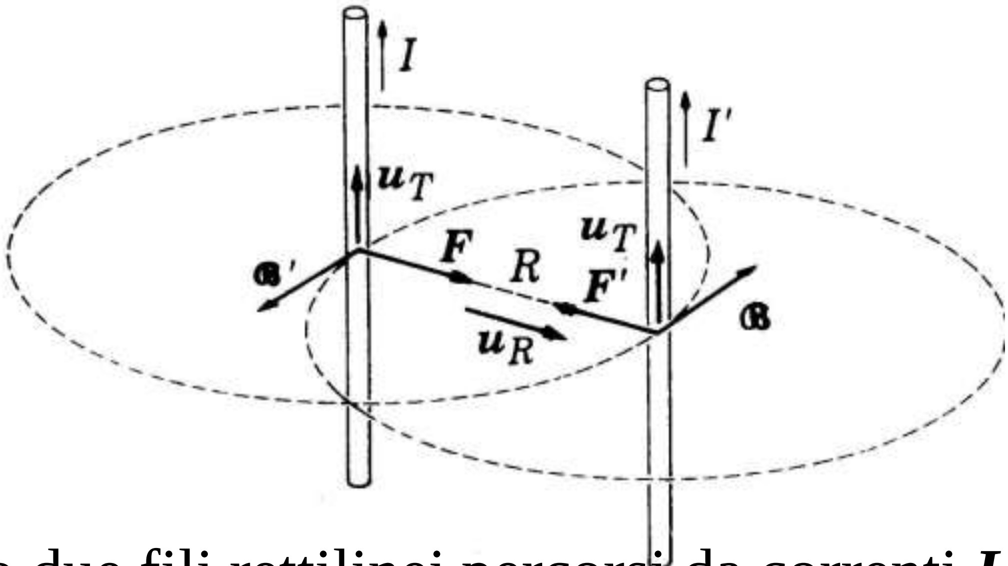
Forza magnetica su una corrente elettrica rettilinea: «levitazione magnetica»





Un filo percorso da una corrente I è immerso in un campo magnetico B = 1 T, come in figura.
Calcolare il valore della corrente che permette al filo di levitare se la sua lunghezza è L = 10 cm e la massa m = 1 g.

Forze magnetiche tra correnti



Quando due fili rettilinei percorsi da correnti ***I*** e ***I'*** sono posti parallelamente ad una distanza ***R*** l'uno dall'altro, il filo ***I*** genera un campo magnetico ***B*** che agisce con una forza ***F'*** su ***I'***.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\vec{u}_\theta$$

$$\vec{F}' = I' L' \vec{u}_T \times \vec{B} = I' \vec{L}' \times \vec{u}_\theta \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

$$\vec{F}' = -\vec{u}_R \frac{\mu_0 I I'}{2\pi R} L'$$

<u>Due correnti parallele e equiverse come risultato della loro interazione magnetica si attraggono; se le correnti hanno versi opposti si respingono.</u>

Le unità di misura elettromagnetiche

Per lo studio delle interazioni elettriche e magnetiche abbiamo dovuto introdurre:

(i) una nuova grandezza fisica ***Q***
(***CARICA ELETTRICA***);

(ii) due nuove costanti $\boldsymbol{\varepsilon_0}$
(***PERMETTIVITA' ELETTRICA DEL VUOTO***)
e $\boldsymbol{\mu_0}$
(***PERMEABILITA' MAGNETICA DEL VUOTO***).

Queste tre quantità non sono indipendenti:

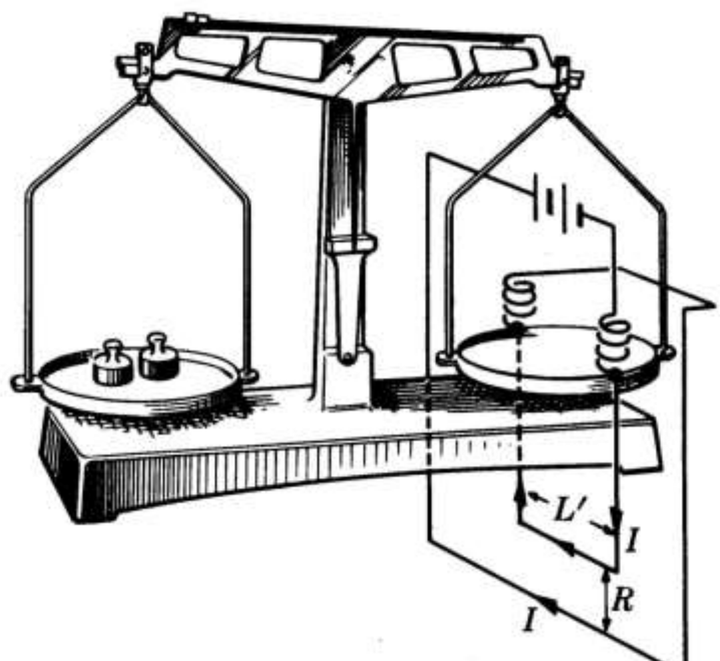
Fissata in modo operativo una di esse le altre sono derivate.

Scegliamo la strada di fissare l'unità di misura della
corrente elettrica = carica/tempo
[nel S.I. l'Ampere, 1A=1 C/s]
attraverso l'interazione di due correnti.

Un AMPERE è la corrente che circola in due conduttori rettilinei e paralleli, separati dalla distanza di un metro, che si attirano con una forza di 2 10^{-7} N per metro di lunghezza dei conduttori.

$$F = \frac{\mu_0 \, I I'}{2\pi \, R} L' \Rightarrow \; 2 \cdot 10^{-7} N = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{1A \cdot 1A}{1m} \cdot 1m$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \quad N\, C^{-2} s^2$$



In seguito dalle Equazioni di Maxwell vedremo che $\boldsymbol{\varepsilon_0}$ e $\boldsymbol{\mu_0}$ non sono indipendenti ma sono legate alla velocità della luce nel vuoto c (costante universale)

$$\frac{1}{\varepsilon_0 \, \mu_0} = \mathrm{c}^2 \;\Rightarrow\; \varepsilon_0 = \frac{1}{\mathrm{c}^2 \mu_0} = \frac{10^7}{4\pi \, \mathrm{c}^2} \, N\, C^{-2} m^2$$

Se un AMPERE è la corrente che circola in due conduttori rettilinei e paralleli, separati dalla distanza di un metro, che si attirano con una forza di 2 10^{-7} N per metro di lunghezza dei conduttori.

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \quad N\,C^{-2} s^2$$

Definito l'unità di corrente (Ampere) otteniamo l'unità di carica (Coulomb)

Sperimentalmente verifichiamo la forza che si scambiano due cariche di un coulomb poste alla distanza di un metro nel vuoto

$$F = 8.9874 \; 10^9 \; N$$

Dalle legge di Coulomb $$\vec{F} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_o r^2}\vec{u}_r$$

otteniamo $\boldsymbol{\varepsilon_0} = 8.854 \; 10^{-12} \; N^{-1} \, m^{-2} \, C^2$

Ovviamente la quantità $$\frac{1}{\varepsilon_0 \; \mu_0} = c^2$$

è una costante che introdurremo presto.