Fisica II

Esercitazione 7

Alessandro Pedico
alessandro.pedico@polito.it

21/10/2022

Legge di Ampere

LEGGE DI AMPERE

$$\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{ds} = \mu_0 \, i$$

La circuitazione del campo magnetico B lungo una qualsiasi linea chiusa è equivalente alla somma delle correnti concatenate moltiplicata per μ_0.

forma locale

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \, \vec{J}$$

Politecnico di Torino 1859

Proprietà campo magnetico

LEGGE DI GAUSS

$$\oint \vec{B} \cdot \hat{u}_n \, d\Sigma = 0$$

forma locale

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

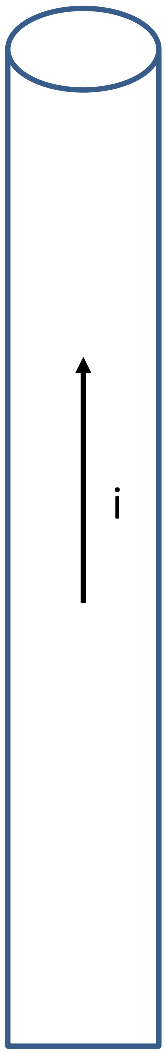
LEGGE DI AMPERE

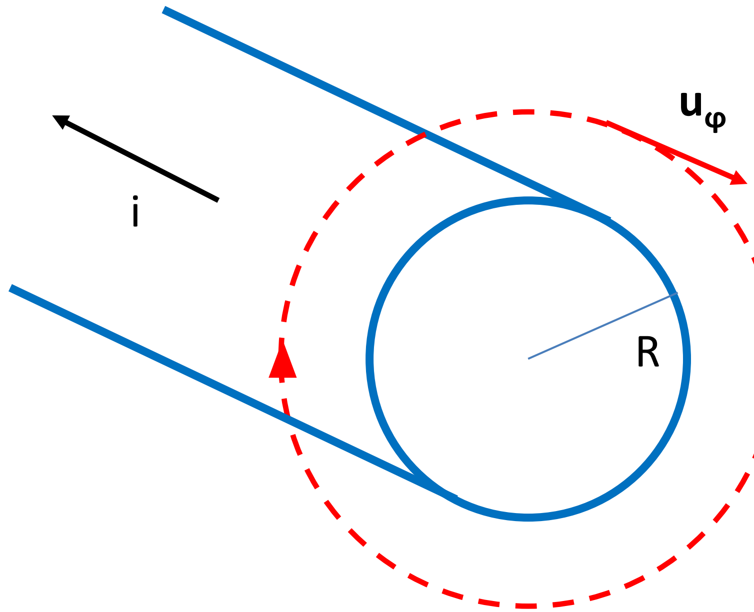
$$\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{ds} = \mu_0 \, i$$

forma locale

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \, \vec{J}$$

Filo rettilineo indefinito



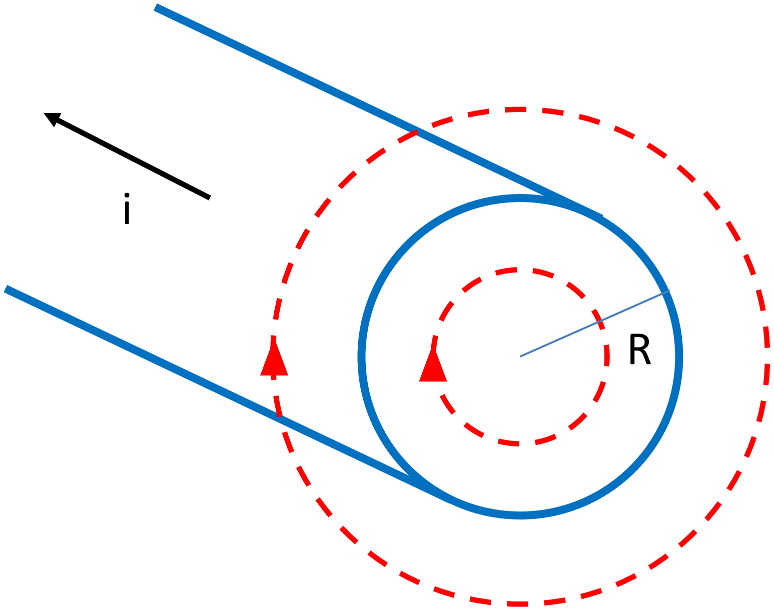


Per simmetria del problema, possiamo a priori dire che:

$$\vec{B} = B(r)\,\hat{u}_\phi$$

Quindi il modulo di **B** dipende solo dalla distanza dall'asse del filo e le sue linee di campo sono circonferenze il cui centro coincide con l'asse del filo.

Filo rettilineo indefinito



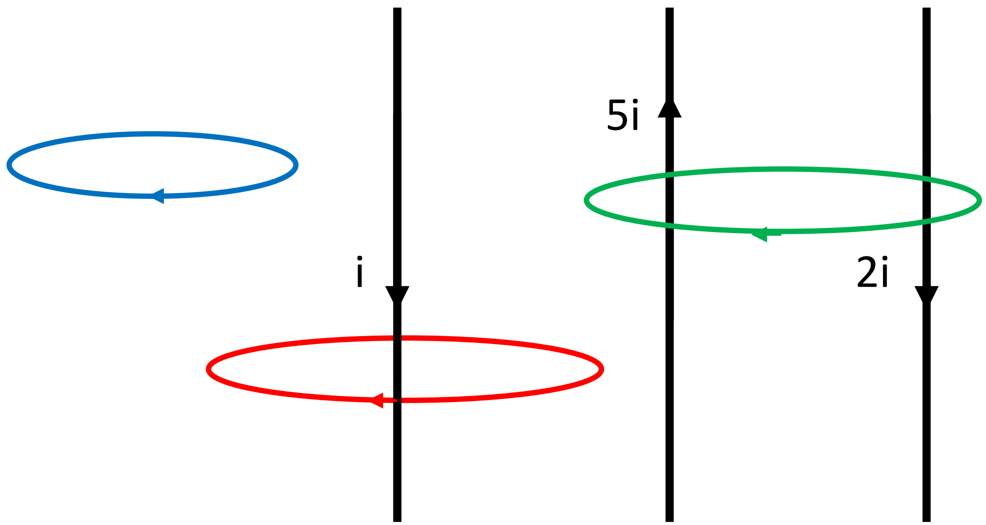
Possiamo quindi applicare la legge di Ampere integrando su circonferenze di raggio variabile per trovare la dipendenza del modulo del campo magnetico dalla distanza dal filo.

$$\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{ds} = \mu_0 \, i$$

Supponiamo inoltre che la **densità di corrente sia costante**.

r > R	$2\,\pi\, r\, B(r) = \mu_0 i$	$\Rightarrow$ $B(r) = \dfrac{\mu_0\, i}{2\,\pi\, r}$	**Biot-Savart**
r < R	$2\,\pi\, r\, B(r) = \mu_0\, j\, \pi\, r^2$	$\Rightarrow$ $B(r) = \dfrac{\mu_0\, i\, r}{2\,\pi\, R^2}$	

Filo rettilineo indefinito



$i = 1\ \mathrm{A}$

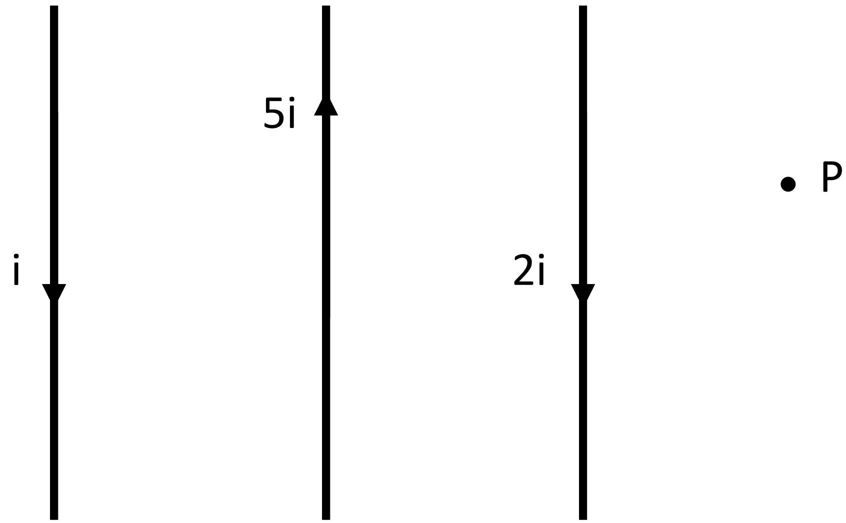
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{H/m}$

$$\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{ds} = \mu_0\, i = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m}$$

$$\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{ds} = 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{ds} = \mu_0 (2i - 5i) = -3\mu_0 i = -12\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m}$$

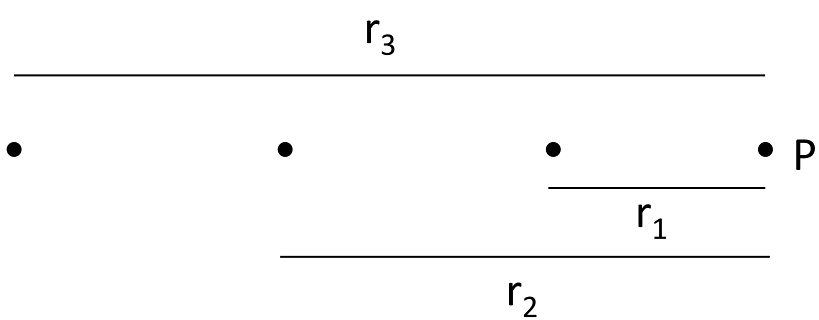
Filo rettilineo indefinito

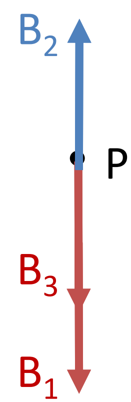


$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{H/m}$$

$$\mathrm{i} = 1\ \mathrm{A} \qquad r_2 = 2\ \mathrm{m}$$

$$r_1 = 1\ \mathrm{m} \qquad r_3 = 4\ \mathrm{m}$$

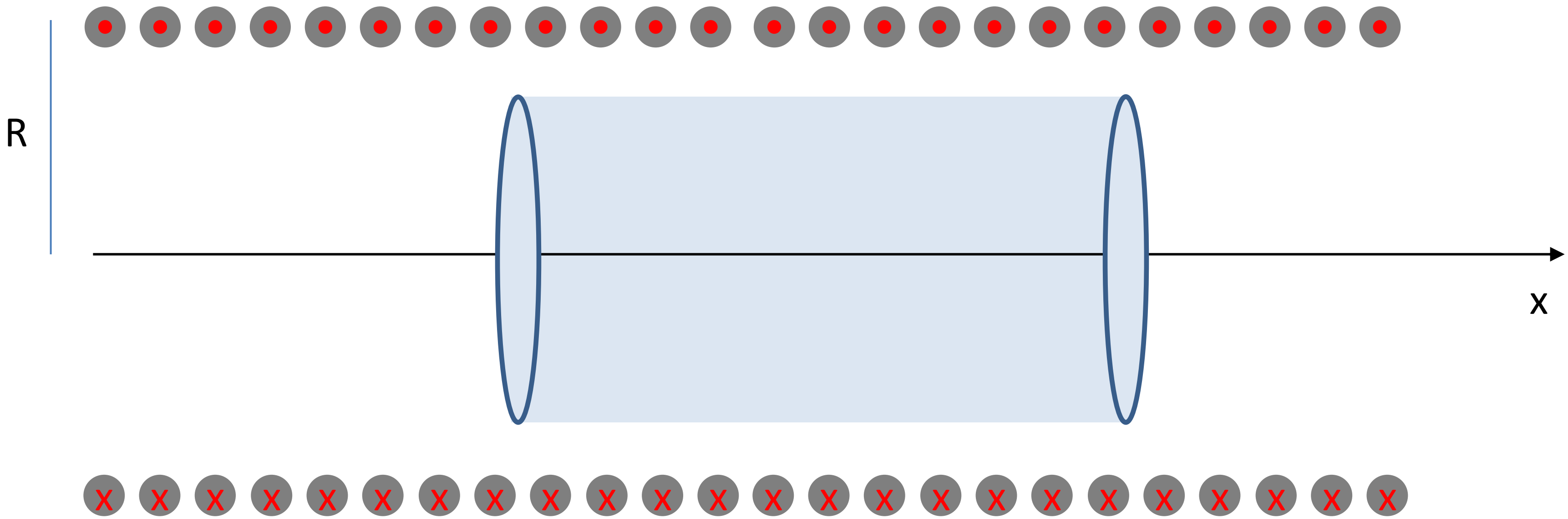




Se i fili e il punto P non sono allineati, bisogna tenere conto delle orientazioni dei vettori B nello spazio…

$$B(P) = \frac{\mu_0}{2\pi}\left|\frac{2\mathrm{i}}{r_1} - \frac{5\mathrm{i}}{r_2} + \frac{\mathrm{i}}{r_3}\right| = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi}\left|\frac{2}{1} - \frac{5}{2} + \frac{1}{4}\right| = 5 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{T}$$

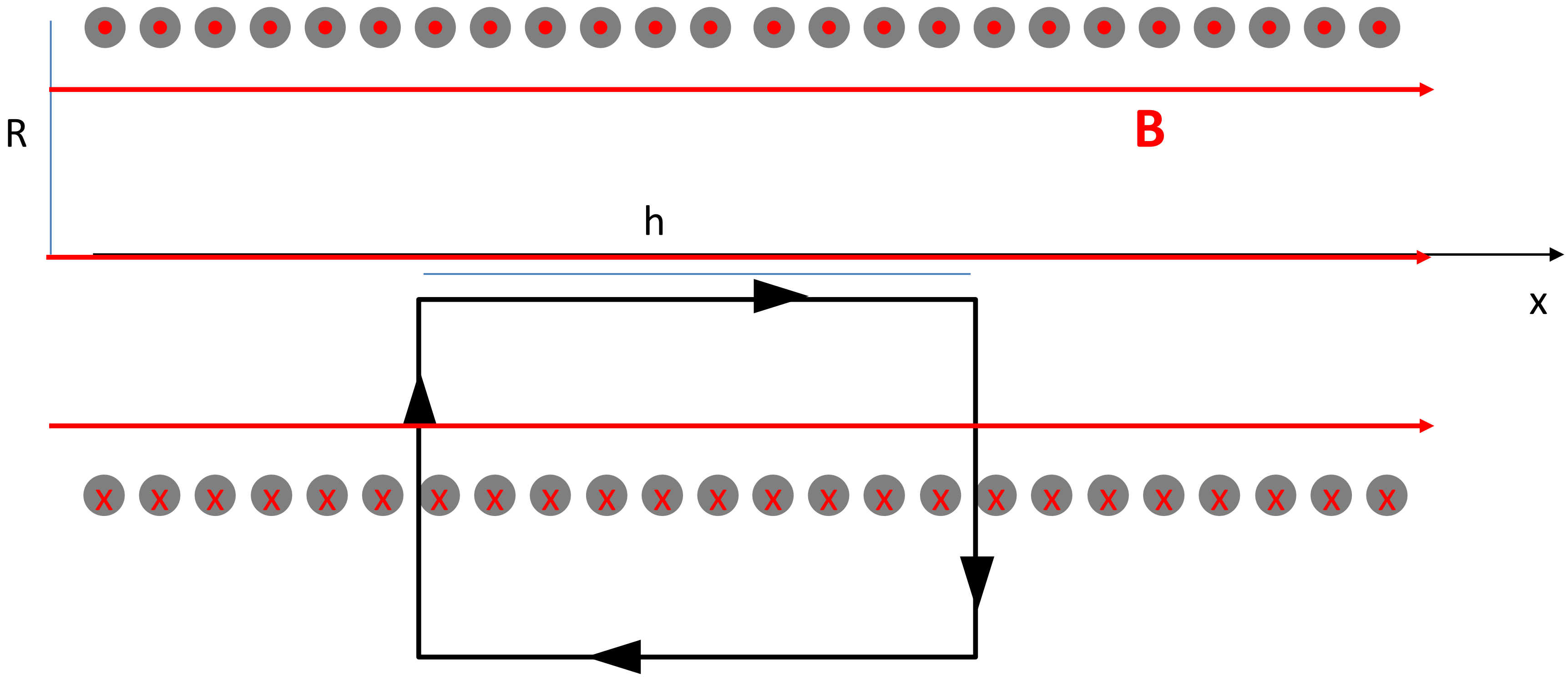
Solenoide indefinito



Dato che il solenoide è infinito e la densità di spire costante, **B** non dipende da x. Applichiamo la **legge di Gauss** per il campo magnetico a una qualsiasi superficie cilindrica completamente contenuta all'interno del solenoide. Dato che il **flusso totale deve essere nullo** e i flussi sulle basi si elidono, ne consegue che il flusso sulla superficie laterale deve essere nullo

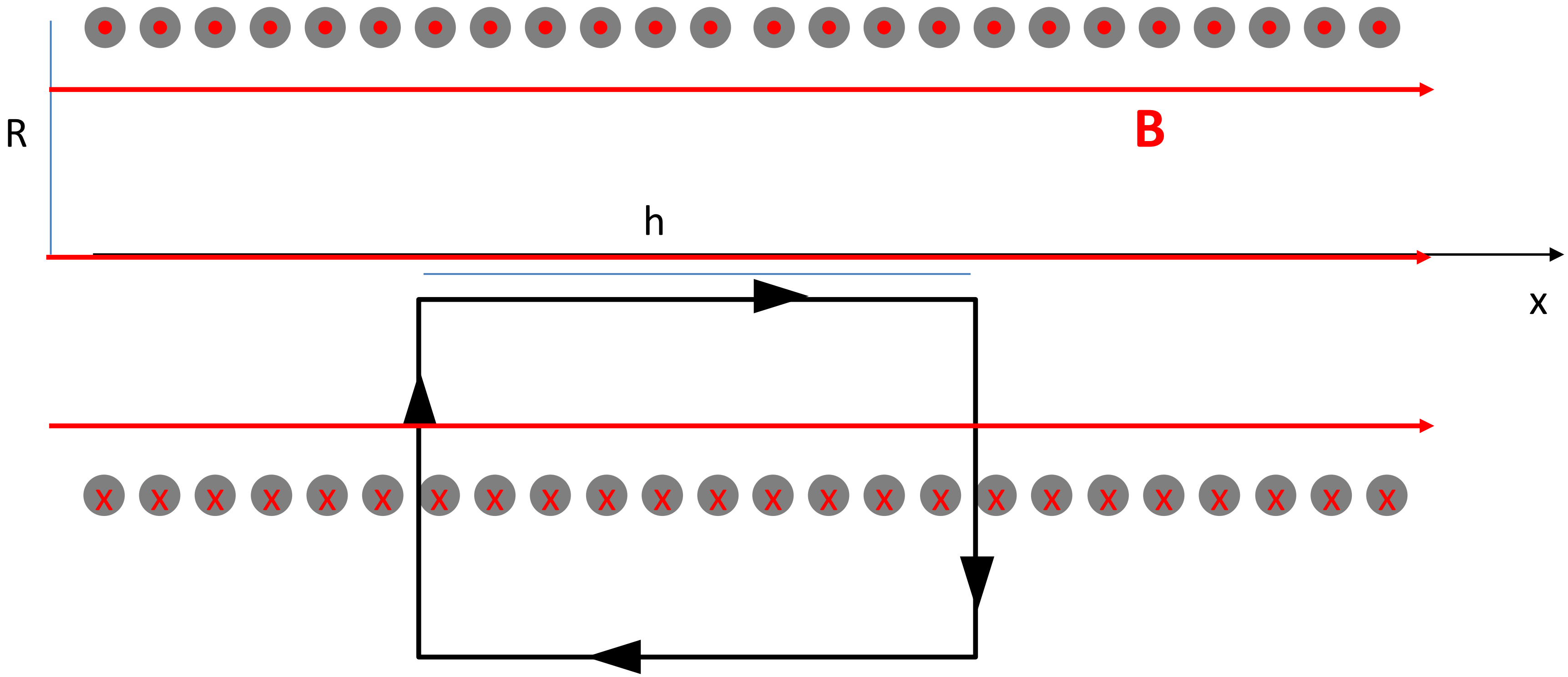
B parallelo all'asse su tutta la sezione del solenoide

Solenoide indefinito



$$\underbrace{\oint \vec{B}\cdot\overrightarrow{ds}}_{B\,h} = \mu_0\, \underbrace{i_{TOT}}_{N\,i} \quad \Rightarrow \quad B = \mu_0 \frac{N}{h}\, i$$

Solenoide indefinito



$$\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = \mu_0 \, i_{TOT}$$

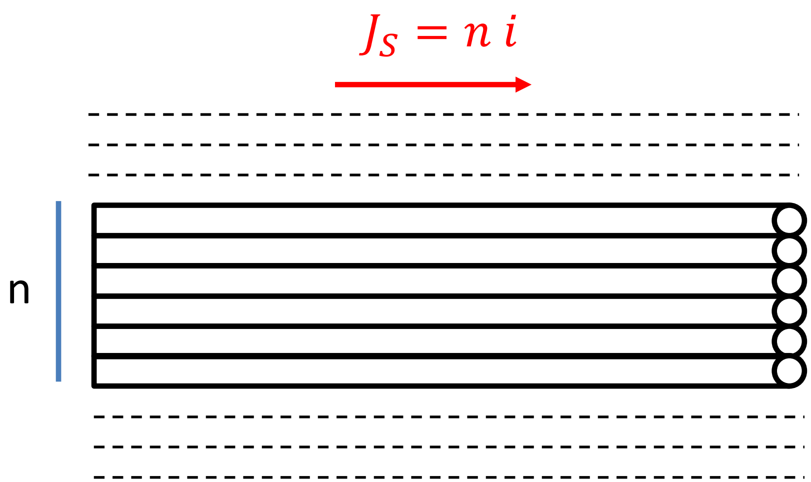
$$B = \mu_0 \, n \, i$$

B parallelo all'asse e uniforme su tutta la sezione del solenoide

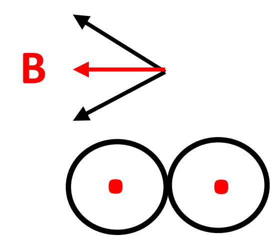
Corrente piana

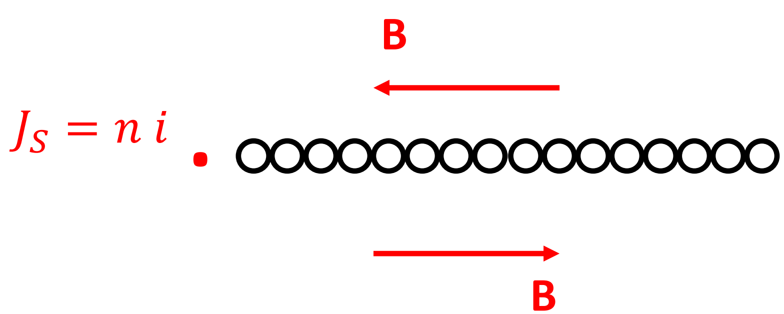
Fili paralleli

Consideriamo un sistema costituito da molti fili rettilinei indefiniti disposti su una superficie piana uno accanto all'altro. Tutti i fili sono percorsi da una corrente *i*; la densità di fili per metro è *n*.

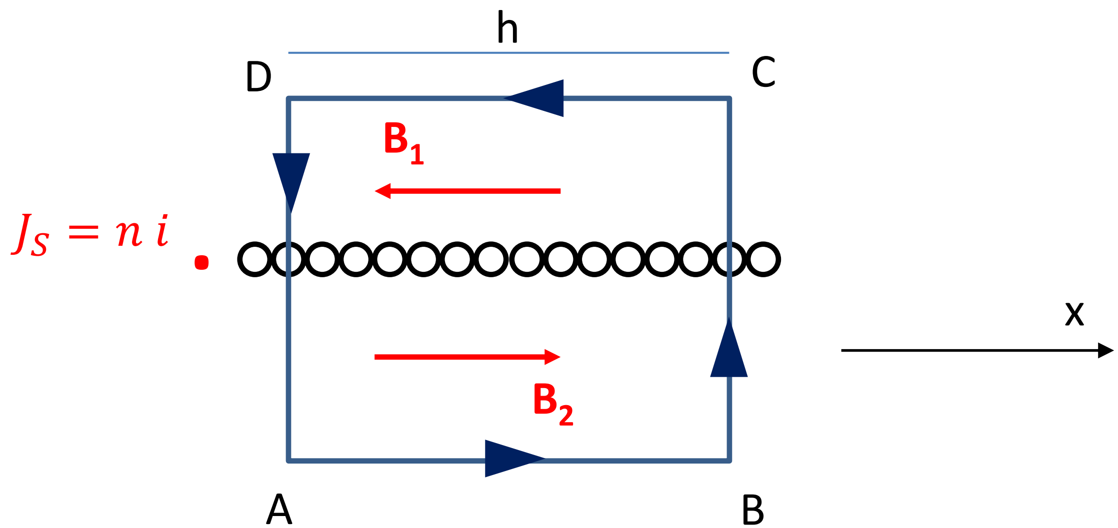


Per **simmetria** il campo magnetico generato deve essere parallelo al piano delle correnti



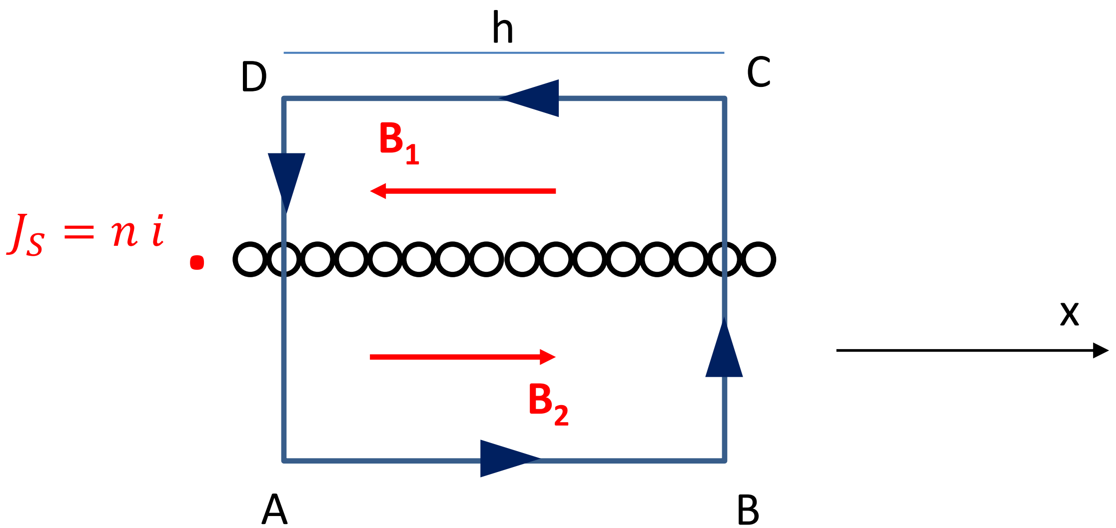


Corrente piana



$$\underbrace{\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{ds}}_{2hB} = \mu_0 \underbrace{i_{TOT}}_{N\, i}$$

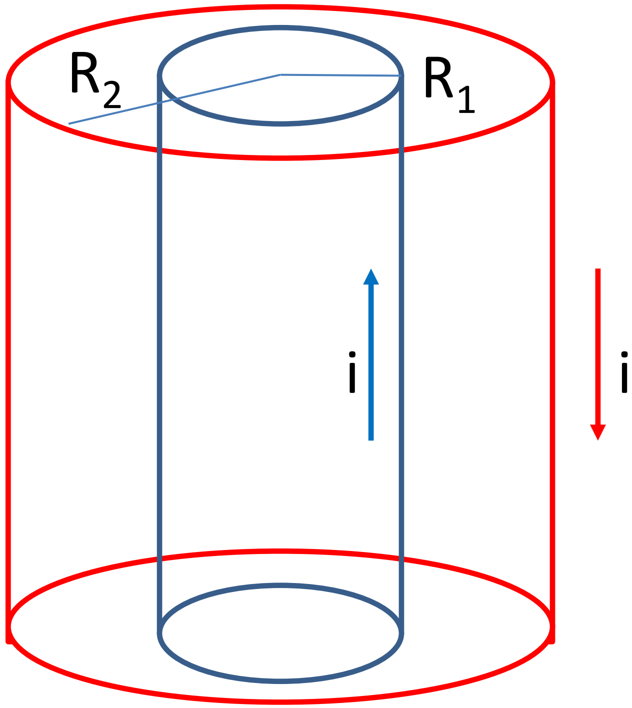
Corrente piana



$$\oint \vec{B} \cdot \overrightarrow{ds} = \mu_0 \, i_{TOT} \quad \Longrightarrow \quad B = \frac{\mu_0 n \, i}{2} = \frac{\mu_0 j}{2}$$

$$\boxed{\vec{B}_1 = -\frac{\mu_0 j}{2}\,\hat{u}_x \qquad \vec{B}_2 = +\frac{\mu_0 j}{2}\,\hat{u}_x}$$

Cavo coassiale

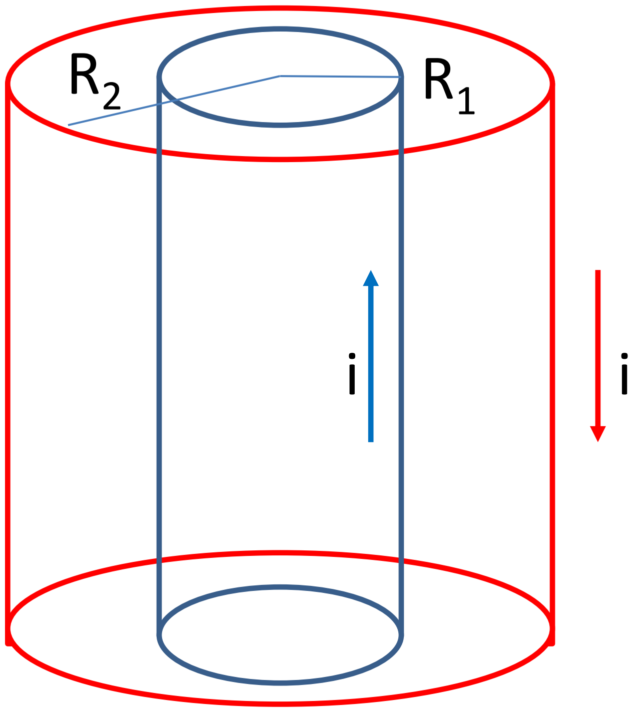


Consideriamo due superfici coassiali di raggio R_1 e R_2; una corrente *i* fluisce nel conduttore interno e una corrente *i* di verso contrario nel conduttore esterno.

Per simmetria del problema, possiamo a priori dire che: $\vec{B} = B(r)\,\hat{u}_\phi$

Quindi il modulo di **B** dipende solo dalla distanza dall'asse del cavo e le sue linee di campo sono circonferenze il cui centro coincide con l'asse del cavo.

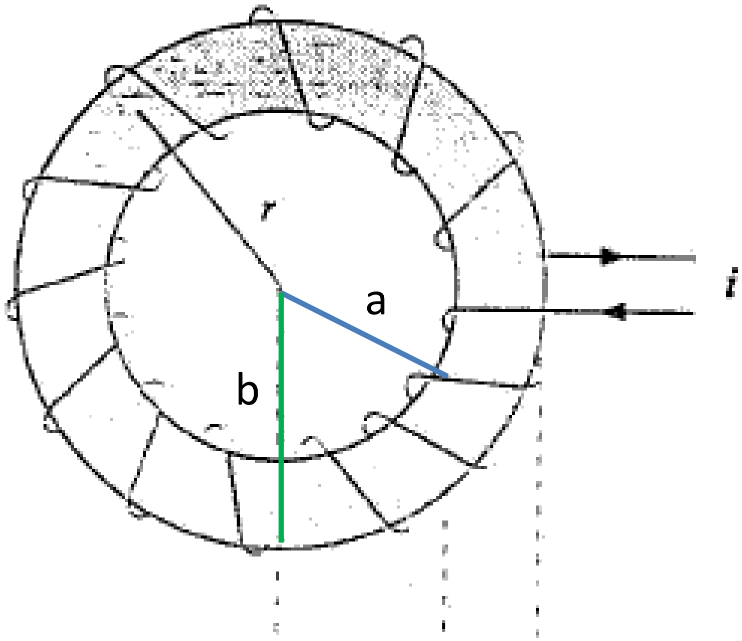
Cavo coassiale



$r < R_1$	$B(r) = 0$
$R_1 < r < R_2$	$B(r) = \dfrac{\mu_0\, i}{2\,\pi\, r}$
$r > R_2$	$B(r) = 0$

Il campo magnetico **B** è non nullo solo nell’intercapedine

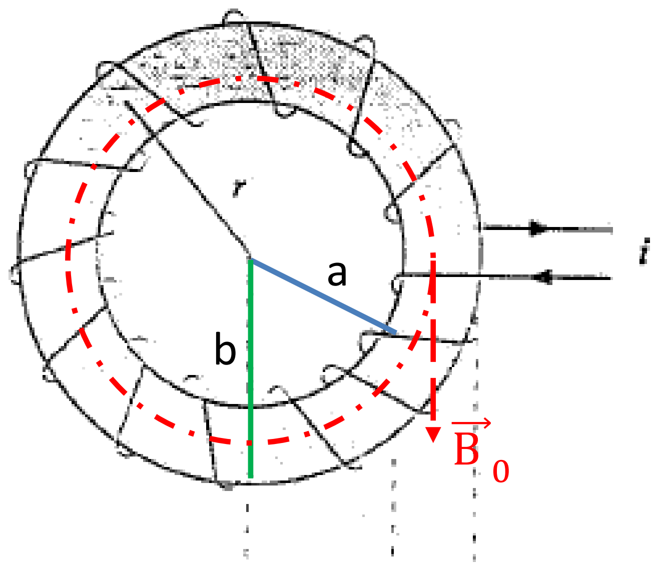
Solenoide toroidale



Consideriamo un solenoide costituito da *N* spire avvolte attorno a una superficie a forma di ciambella. Tale superficie è chiamata **toroide**. Chiamiamo *a* e *b* i raggi interno e esterno del toroide.

Calcoliamo il campo magnetico supponendo che l'interno del toroide sia **vuoto**, e che il toroide sia percorso da corrente *i*.

Solenoide toroidale



La **simmetria** del problema ci suggerisce che le linee del campo magnetico sono circonferenze con centro sull'asse del toroide; applichiamo la legge di Ampere:

r < a $$\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = 0$$

r > b $$\oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = 2\,\pi\, r\, B(r) = 0$$

$$\Rightarrow \quad B(r) = 0$$

a < r < b

$$\oint \vec{B}_0 \cdot \vec{ds} = \mu_0\, N\, i$$

$$\oint \vec{B}_0 \cdot \vec{ds} = 2\,\pi\, r\, B(r)$$

$$\Rightarrow \quad B_0(r) = \frac{\mu_0\, N\, i}{2\,\pi\, r}$$