FORMULARIO DI ANALISI

Sviluppi in serie di Taylor (centro in $z_0 = 0$)

Sviluppo	Raggio	Sviluppo	Raggio
$\frac{1}{1-z} = \sum_{n=0}^{\infty} z^n$	1	$\sin z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} z^{2n+1}$	∞
$e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$	∞	$\cosh z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n}}{(2n)!}$	∞
$\cos z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} z^{2n}$	∞	$\sinh z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n+1}}{(2n+1)!}$	∞

Trasformata di Fourier

Proprietà della trasformata di Fourier (T distribuzione temperata)

- Traslazione:

$$\mathcal{F}(T(t-t_0))(\nu) = e^{-2\pi i t_0 \nu} \hat{T}(\nu), \qquad t_0 \in \mathbb{R}$$
$$\mathcal{F}(e^{2\pi i \nu_0 t} T)(\nu) = \hat{T}(\nu - \nu_0), \qquad \nu_0 \in \mathbb{R}$$

- Riscalamento:

$$\mathcal{F}(T(at))(\nu) = \frac{1}{|a|} \hat{T}\left(\frac{\nu}{a}\right), \qquad a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

- Derivazione:

$$\mathcal{F}(T^{(k)})(\nu) = (2\pi i \nu)^k \hat{T}(\nu), \qquad k \in \mathbb{N}$$
$$\mathcal{F}(t^k T(t))(\nu) = \left(-\frac{1}{2\pi i}\right)^k \hat{T}^{(k)}(\nu), \qquad k \in \mathbb{N}$$

Tavola di trasformate di Fourier (con $a \in \mathbb{R}_+$)

Distribuzione	Trasformata	Distribuzione	Trasformata
$H(t)e^{-at}$	$\frac{1}{a + 2\pi i \nu}$	e^{-at^2}	$\sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\pi^2 \nu^2 / a}$
$e^{-a\|t\|}$	$\frac{2a}{a^2 + 4\pi^2 \nu^2}$	$\frac{1}{a^2 + t^2}$	$\frac{\pi}{a} e^{-2\pi a \|\nu\|}$
$p_a(t)$	$\frac{\sin(a\pi\nu)}{\pi\nu}$	$\frac{\sin(at)}{t}$	$\pi p_{a/\pi}(\nu)$
δ_{t_0}	$e^{-2\pi i t_0 \nu}$	$e^{2\pi i \nu_0 t}$	δ_{ν_0}

Trasformata di Laplace

Proprietà della trasformata di Laplace ($\boldsymbol{T}$ distribuzione, $\boldsymbol{f}$ funzione)

- Traslazione:

$$\mathcal{L}(e^{s_0 t}T)(s) = \hat{T}(s - s_0), \qquad s \in \Omega_T + s_0 \quad (s_0 \in \mathbb{C})$$
$$\mathcal{L}(T(t - t_0))(s) = e^{-t_0 s}\hat{T}(s), \qquad s \in \Omega_T \quad (t_0 > 0)$$
$$\mathcal{L}(f(t - t_0)H(t - t_0))(s) = e^{-t_0 s}\hat{f}(s), \qquad s \in \Omega_f \quad (t_0 > 0)$$

- Riscalamento:
$$\mathcal{L}(T(at))(s) = \frac{1}{a}\hat{T}\left(\frac{s}{a}\right), \qquad s \in a\Omega_T \quad (a > 0)$$

- Derivazione:

$$\mathcal{L}(t^k T(t))(s) = (-1)^k\ \hat{T}^{(k)}(s) \qquad k \geq 1, s \in \Omega_T$$
$$\mathcal{L}(T^{(k)})(s) = s^k\ \hat{T}(s), \qquad k \geq 1, s \in \Omega_T$$
$$\mathcal{L}(f')(s) = s\hat{f}(s) - f(0^+), \qquad s \in \Omega_f \cap \Omega_{f'}$$

Tavola di trasformate di Laplace ($\boldsymbol{H(t)}$ funzione di Heaviside)

Distribuzione	Trasformata	Semipiano di convergenza
$t^k H(t)$	$\frac{k!}{s^{k+1}}$	$\Re\mathrm{e}\, s > 0 \quad (k \in \mathbb{N})$
$e^{s_0 t} H(t)$	$\frac{1}{s - s_0}$	$\Re\mathrm{e}\, s > \Re\mathrm{e}\, s_0 \quad (s_0 \in \mathbb{C})$
$\cos(\omega t) H(t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$\Re\mathrm{e}\, s > 0 \quad (\omega \in \mathbb{R})$
$\sin(\omega t) H(t)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$\Re\mathrm{e}\, s > 0 \quad (\omega \in \mathbb{R})$
$\cosh(\omega t) H(t)$	$\frac{s}{s^2 - \omega^2}$	$\Re\mathrm{e}\, s > \lvert\omega\rvert \quad (\omega \in \mathbb{R})$
$\sinh(\omega t) H(t)$	$\frac{\omega}{s^2 - \omega^2}$	$\Re\mathrm{e}\, s > \lvert\omega\rvert \quad (\omega \in \mathbb{R})$
$\delta_{t_0}^{(k)}$	$s^k e^{-t_0 s}$	$s \in \mathbb{C} \quad (t_0 \in \mathbb{R},\ k \in \mathbb{N})$