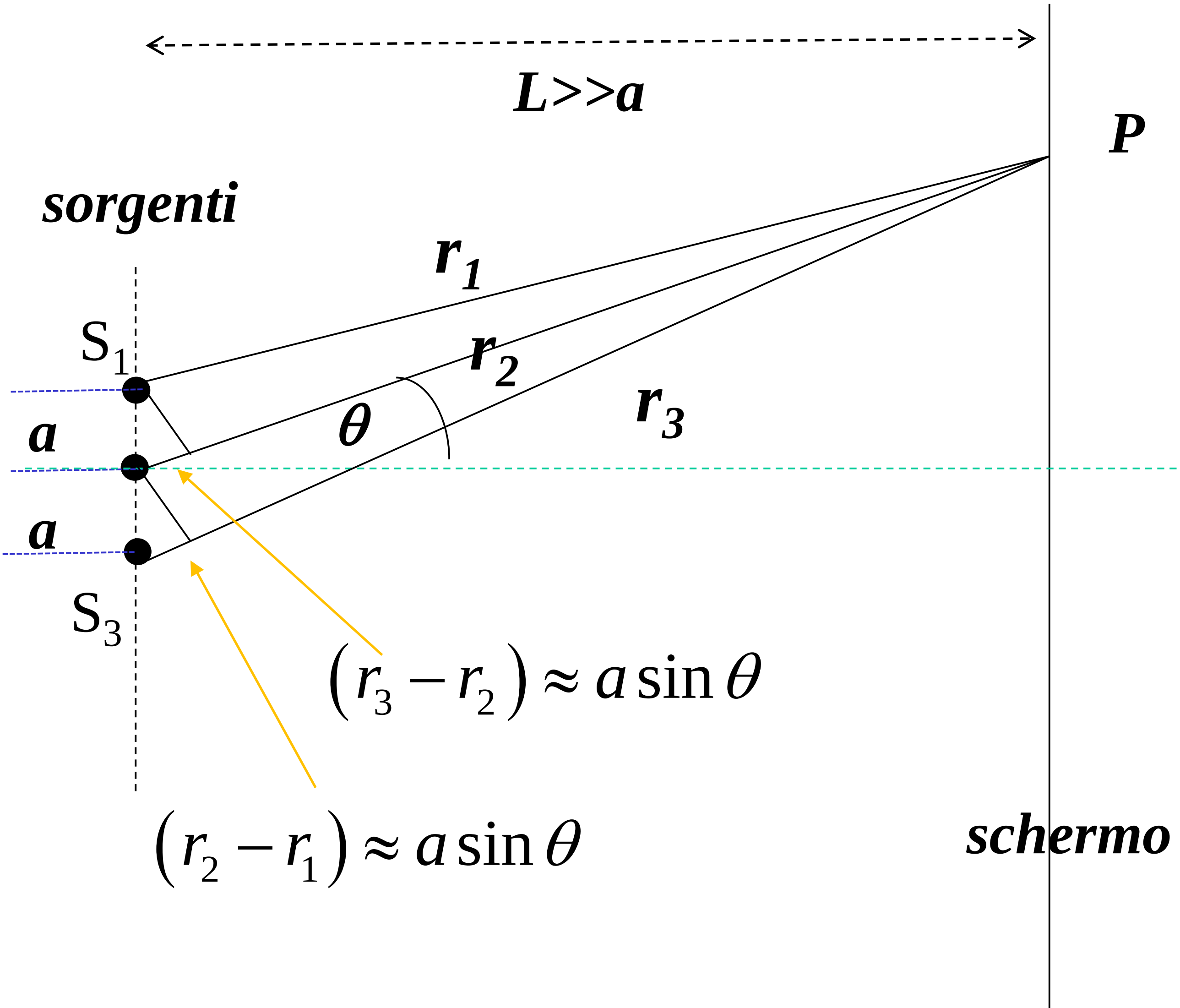
FENOMENI INTERFERENZIALI :

- Interferenza tra onde e.m. prodotte da molte sorgenti coerenti sincrone.

- Interferenza prodotta da una schiera di fenditure rettangolari;

Interferenza prodotta su uno schermo a grande distanza da 3 sorgenti coerenti sincrone poste in schiera



$$\left(r_3 - r_2\right) \approx a\sin\theta$$

$$\left(r_2 - r_1\right) \approx a\sin\theta$$

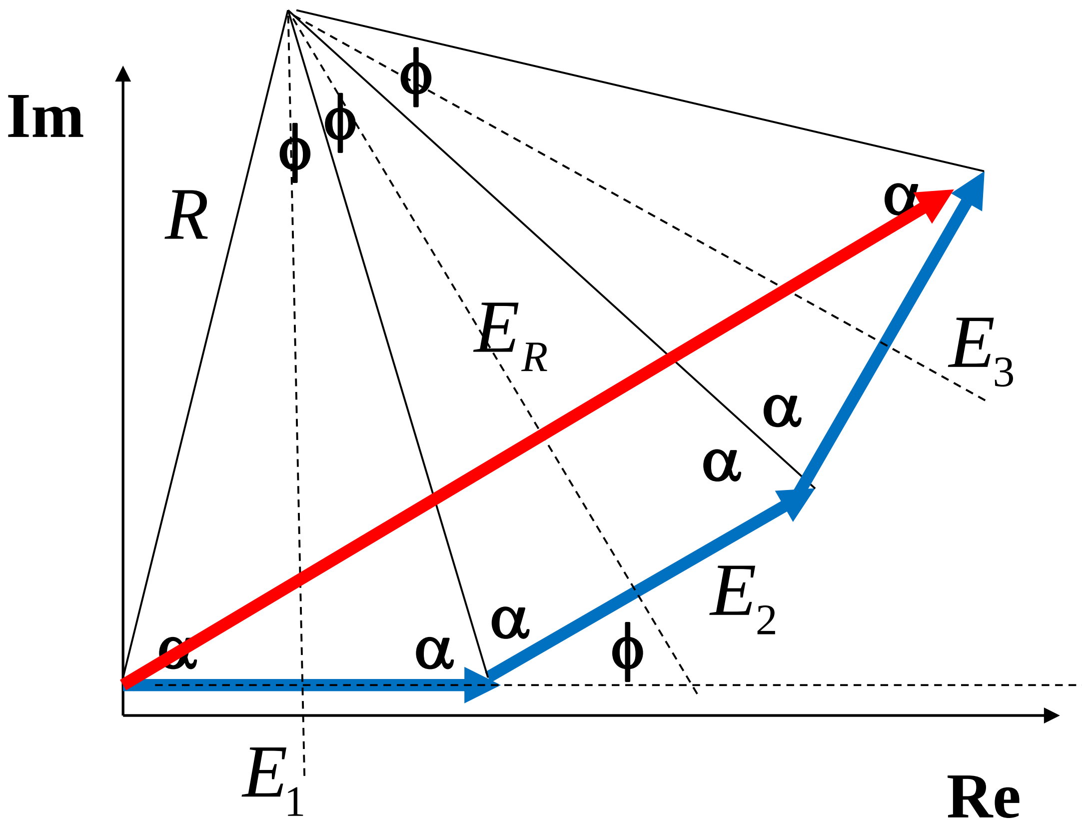
$$E_1(r_1,t) = E_0\ e^{i\left(kr_1-\omega\ t\right)} = E_0\ e^{i\Phi_1}$$

$$E_2(r_2,t) = E_0\ e^{i\left(kr_2-\omega\ t\right)} = E_0\ e^{i\Phi_2}$$

$$E_3(r_3,t) = E_0\ e^{i\left(kr_3-\omega\ t\right)} = E_0\ e^{i\Phi_3}$$

$$\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = k(r_2 - r_1) = \Phi_3 - \Phi_2 = k(r_3 - r_2)$$

Sommiamo le onde in P utilizzando la notazione complessa.



$$\Phi = ka\sin\theta = \frac{2\pi a \sin\theta}{\lambda}$$

$$E(P,t) = E_1(P,t) + E_2(P,t) + E_3(P,t)$$

$$E_R = 2R\sin\frac{3\Phi}{2}$$

$$E_0 = 2R\sin\frac{\Phi}{2}$$

$$\Longrightarrow \quad E_R = E_0 \frac{\sin\frac{3\Phi}{2}}{\sin\frac{\Phi}{2}}$$

$$E_R = E_0 \frac{\sin\frac{3\Phi}{2}}{\sin\frac{\Phi}{2}} \Longrightarrow E(P,t) = E_R e^{i(\Phi-\omega t)}$$

L'energia in P vale $$w = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0} = \varepsilon_0 E^2$$

Tenendo conto della relazione tra ***E*** e ***B*** e del significato fisico del coefficiente dell'immaginario del campo complesso

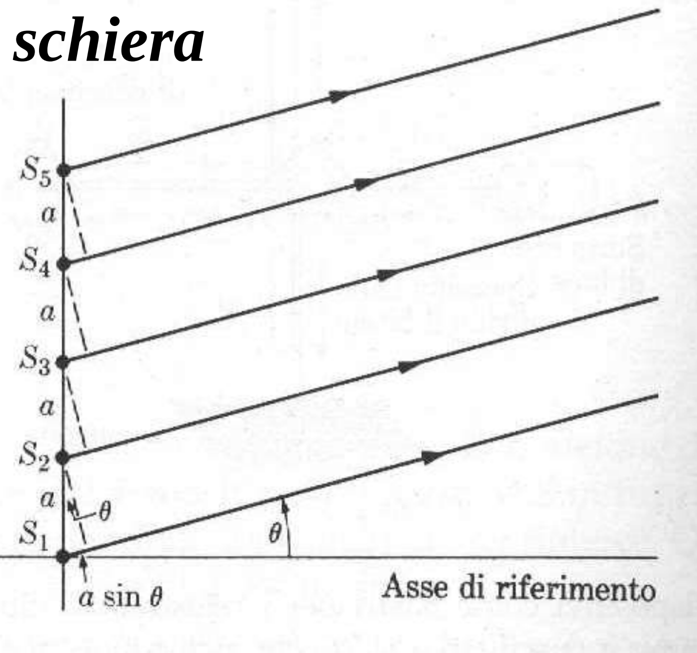
$$w(p,t) = \varepsilon_0 E^2(P,t) = \varepsilon_0 \left[E_0 \frac{\sin\frac{3\Phi}{2}}{\sin\frac{\Phi}{2}} \right]^2 \sin^2(\Phi - \omega t)$$

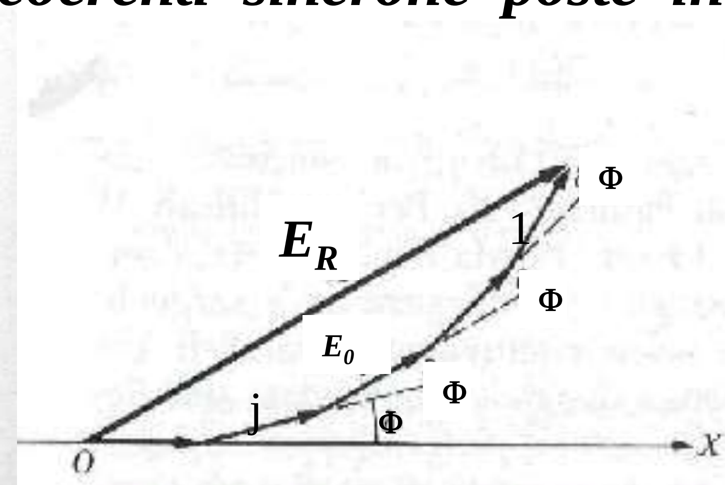
Valutando il valore medio sul periodo ***T*** e chiamiamo tale valore intensità ***I*** dell'onda e.m.

$$\langle w(p,t) \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \varepsilon_0 E^2(P,t)dt = I$$

$$I \propto \left[E_0 \frac{\sin\frac{3\Phi}{2}}{\sin\frac{\Phi}{2}} \right]^2$$

Interferenza prodotta su uno schermo a grande distanza da N sorgenti coerenti sincrone poste in schiera





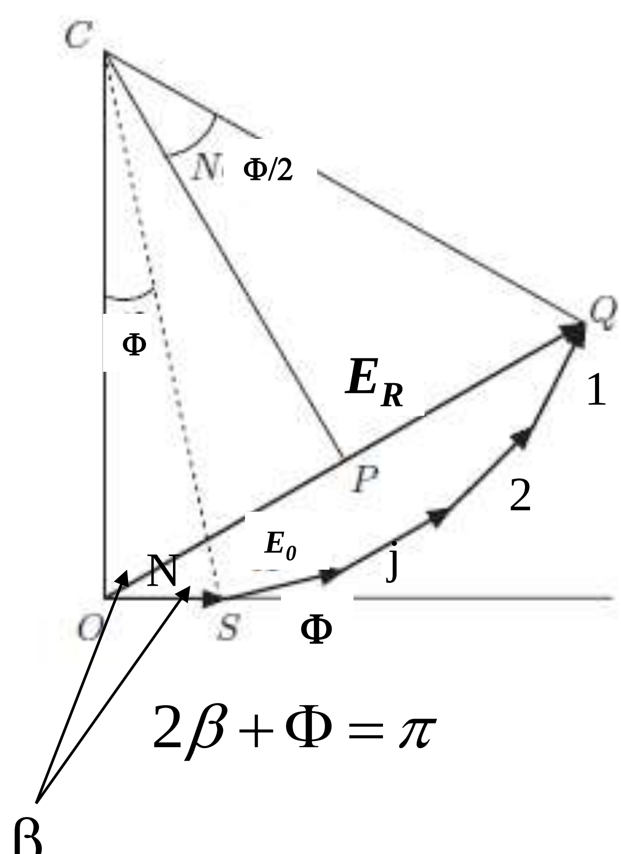
Abbiamo N onde coerenti

$$E_j = E_0 \sin\left(kr_j - \omega t\right)$$

$$j = 1, \ldots N$$

$$OS = E_0; \quad \Phi = k(r_{j+1} - r_j)$$

$$j = 1, \ldots N$$



$$2\beta + \Phi = \pi$$

$$\frac{OS}{2} = CO \sin\left(\Phi/2\right)$$

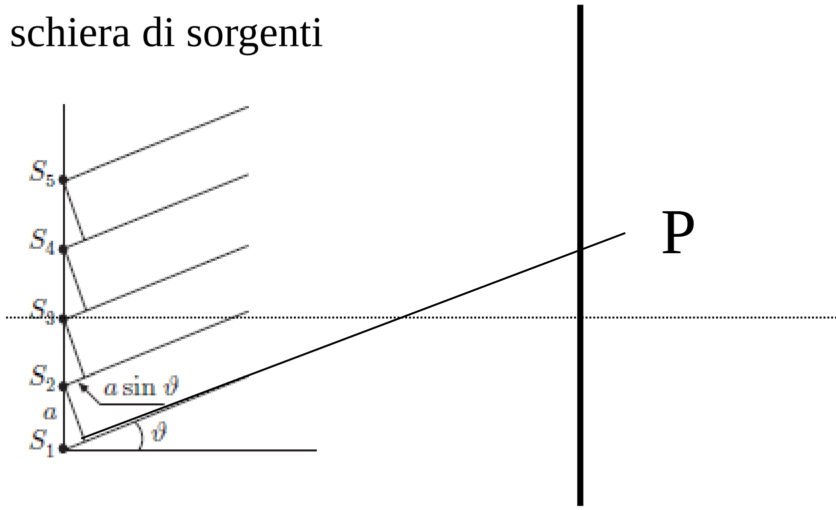
$$\frac{OQ}{2} = CO \sin\left(N\Phi/2\right)$$

$$\frac{OQ}{OS} = \frac{\sin\left(N\Phi/2\right)}{\sin\left(\Phi/2\right)}$$

$$Ampiezza - del - Campo = E_R = E_0 \frac{\sin\left(N\Phi/2\right)}{\sin\left(\Phi/2\right)}$$

schermo a grande distanza

schiera di sorgenti



$$Intensità - in - P$$

$$I(P) \quad \alpha \quad E_0^{\,2} \frac{\sin^2(N\Phi/2)}{\sin^2(\Phi/2)}$$

Nel caso in cui tutti i vettori (che rappresentano il campo elettrico associato ad ogni onda) sono allineati, si avrà la **massima ampiezza** risultante possibile, cioè $E_R = NE_0$ .Questo si ha per $\Phi/2 = m\pi$ cioè $\Phi = 2m\pi$

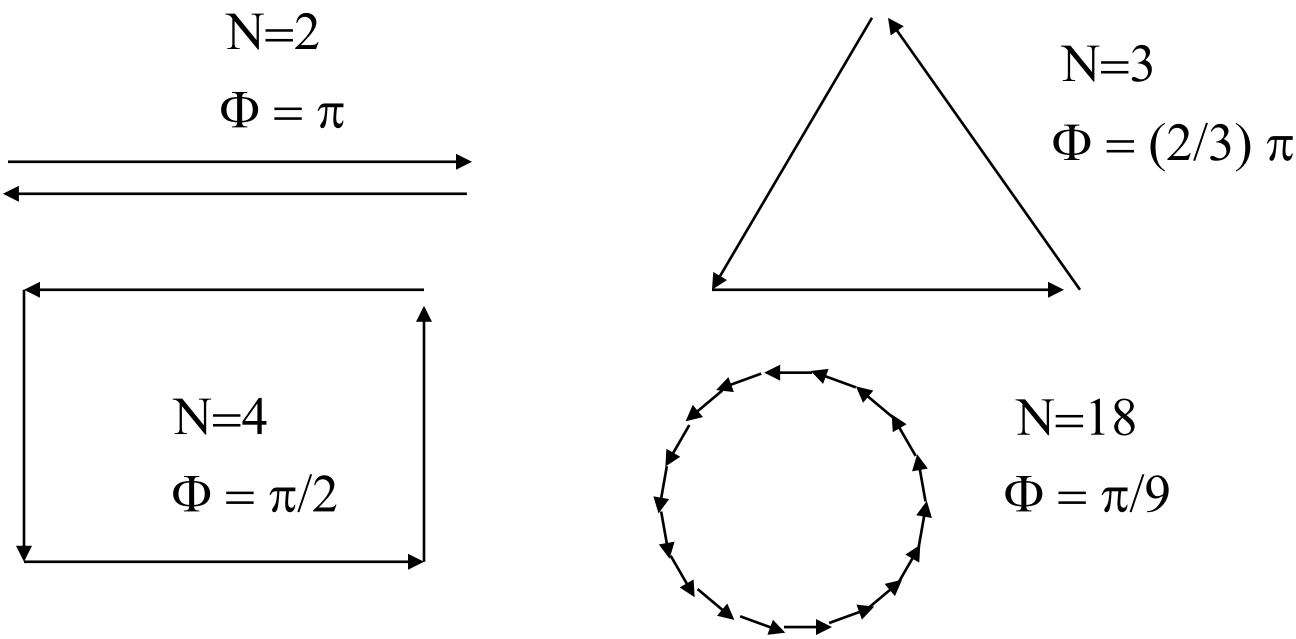
<u>cioè annullamento del denominatore della funzione I(P)</u>

$$\frac{\Phi}{2} = \frac{1}{2}\frac{2\pi}{\lambda} a \ \sin\theta \quad \Rightarrow \quad sin\theta = \frac{m\lambda}{a}$$

Massimo valore del campo elettrico risultante

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

L’intensità totale è: $I(\max\ princ.) \propto E_0^{\,2} N^2$



Si avrà **ampiezza nulla** nel caso in cui tutti i vettori formano un poligono chiuso

$E_R=0$. Questo si ha per $N\Phi/2=m'\pi$ $\Longrightarrow$ $\Phi = 2m'\pi/N$

<u>cioè annullamento del numeratore della funzione I(P)</u>

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\theta \Longrightarrow \sin\theta = \frac{m'\lambda}{Na}$$

Minimo valore (nullo) del campo elettrico risultante

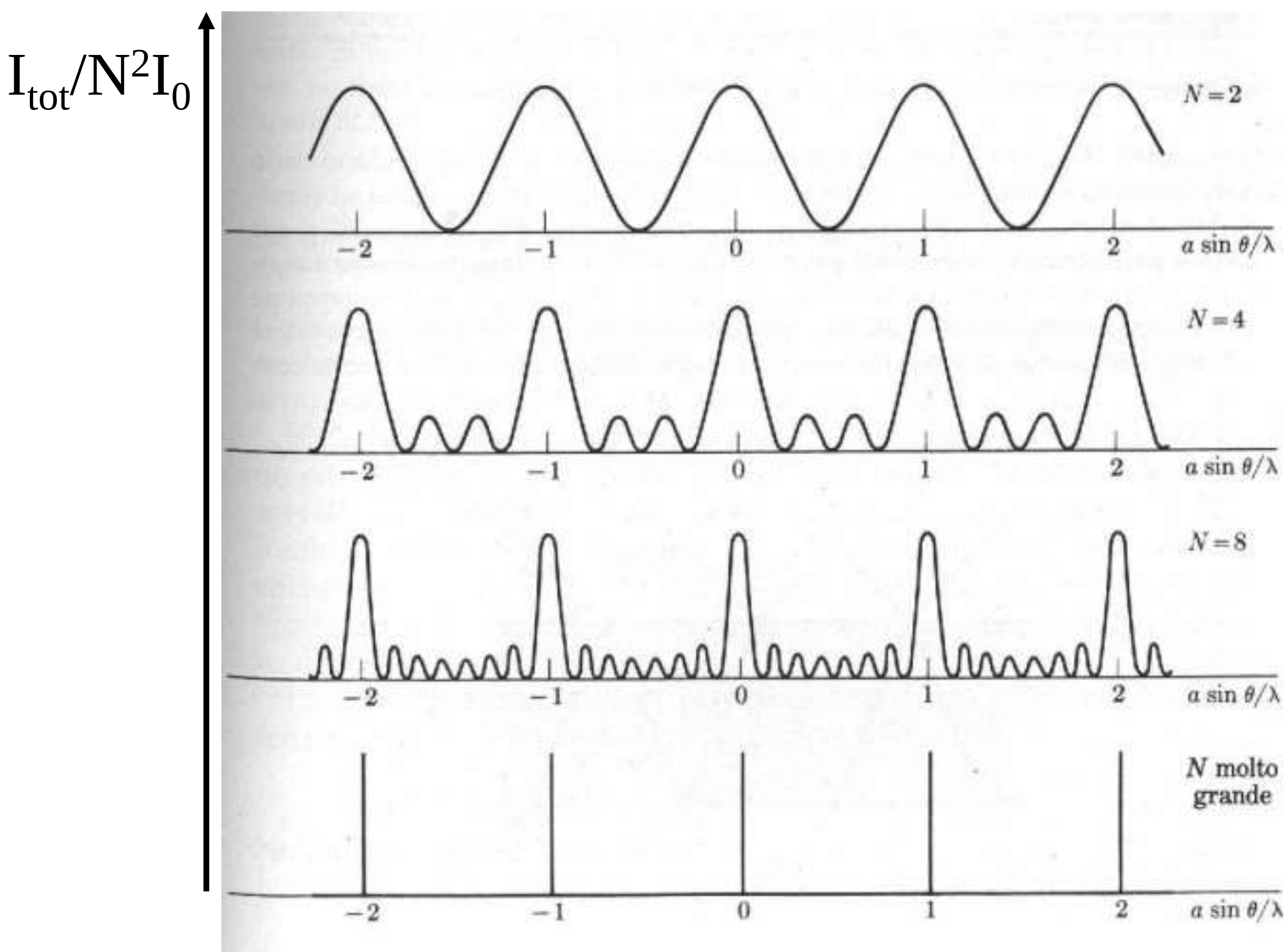
$$m' = 1,2,\ldots(N-1),(N+1),\ldots\ldots(2N-1),(2N+1),\ldots.$$

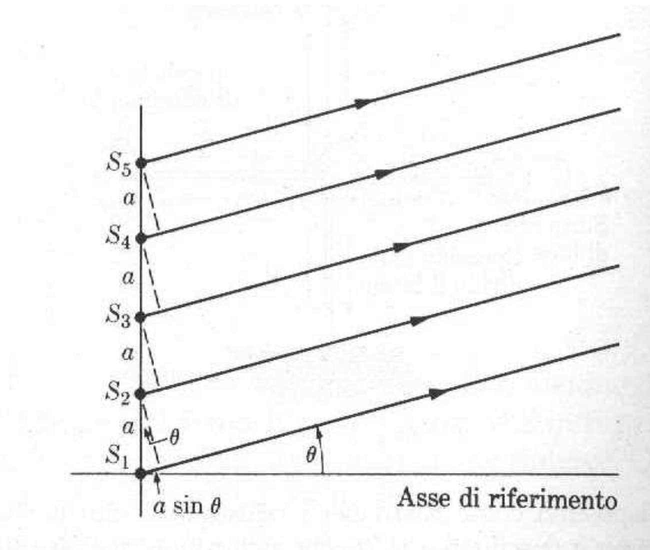
L'intensità totale è: $I(zeri) = 0$

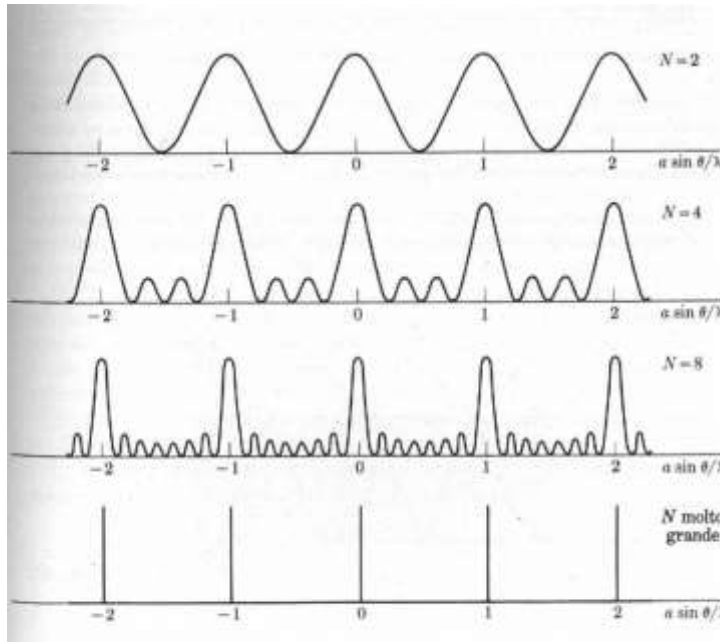
Tra due massimi principali per cui $\sin\theta_{(\max)} = \dfrac{m\lambda}{a}$

ci sono (N-1) zeri, per cui $\sin\theta_{(\min)} = \dfrac{m'\lambda}{Na}$

tra due minimi ci deve comunque essere un massimo, quindi ci saranno anche (N-2) massimi secondari (di ampiezza esigua) tra i massimi principali.







Riassumendo, se poniamo uno schermo a grande distanza dalle sorgenti osserviamo un serie di strisce luminose e strisce buie

<u>Strisce buie</u>

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\theta \Longrightarrow \sin\theta = \frac{m'\lambda}{Na}$$

$$m' = 1,2,\ldots(N-1),(N+1),\ldots\ldots(2N-1),(2N+1),\ldots.$$

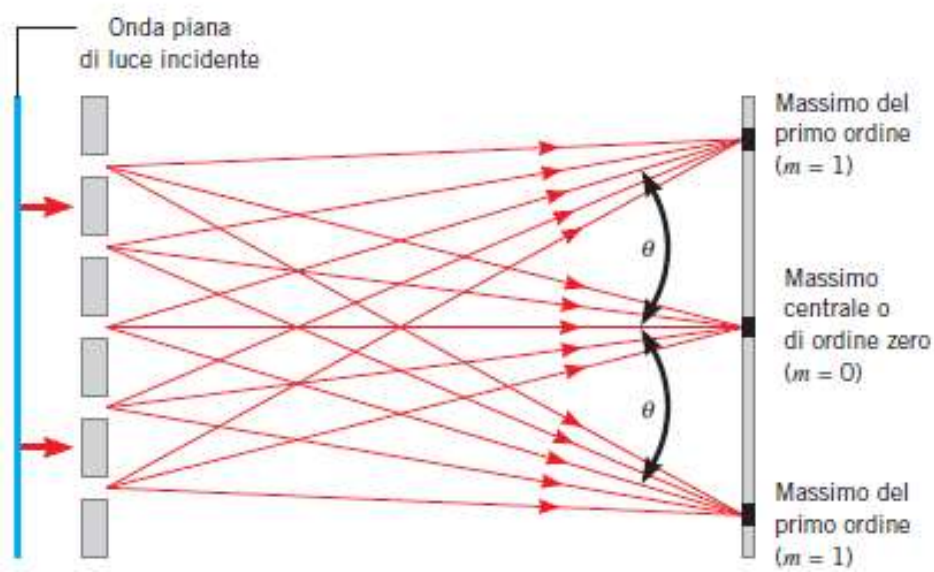
<u>Strisce chiare</u>

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\theta \Longrightarrow \sin\theta = \frac{m\lambda}{a}$$

$$m = 0,\pm1,\pm2,\ldots$$

RETICOLO di INTERFERENZA

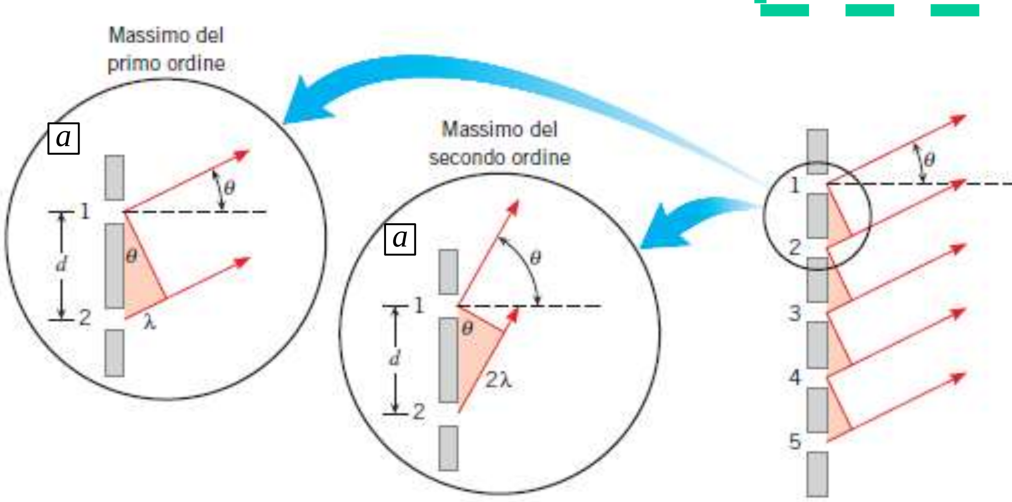
La schiera di sorgenti coerenti può essere costruita, come nell'esperienza di Young, con una schiera di fenditure rettangolari.



$$I(P) \quad \alpha \quad E_0^{\,2}\,\frac{\sin^2\left(\dfrac{N\pi a\sin\theta}{\lambda}\right)}{\sin^2\left(\dfrac{\pi a\sin\theta}{\lambda}\right)}$$

i punti di zero sono situati agli angoli θ in cui si annulla il numeratore

i massimi principali sono situati agli angoli θ in cui si annulla il denominatore



$$\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda} = m\pi$$

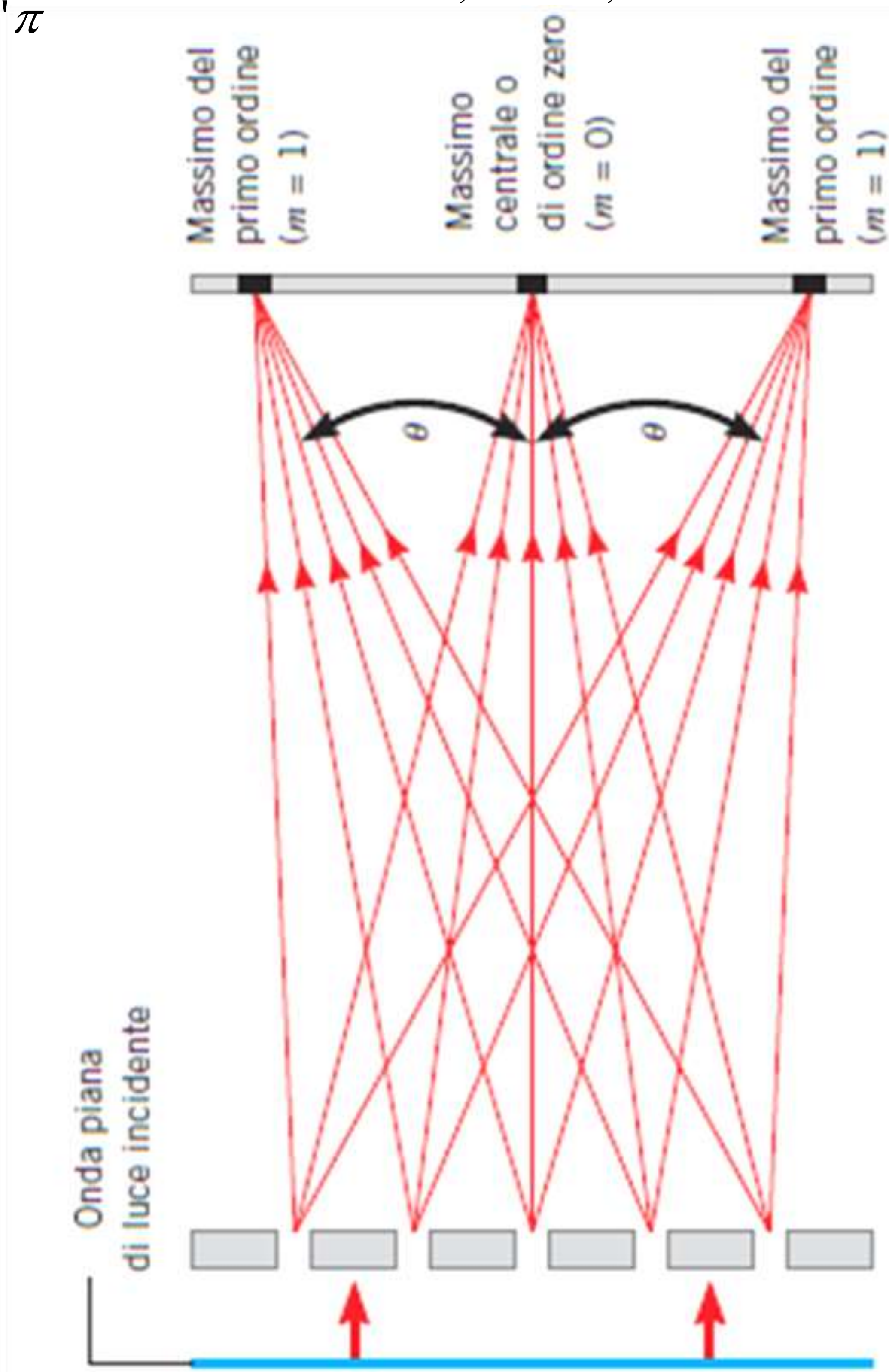
m

+1 0 -1

m’

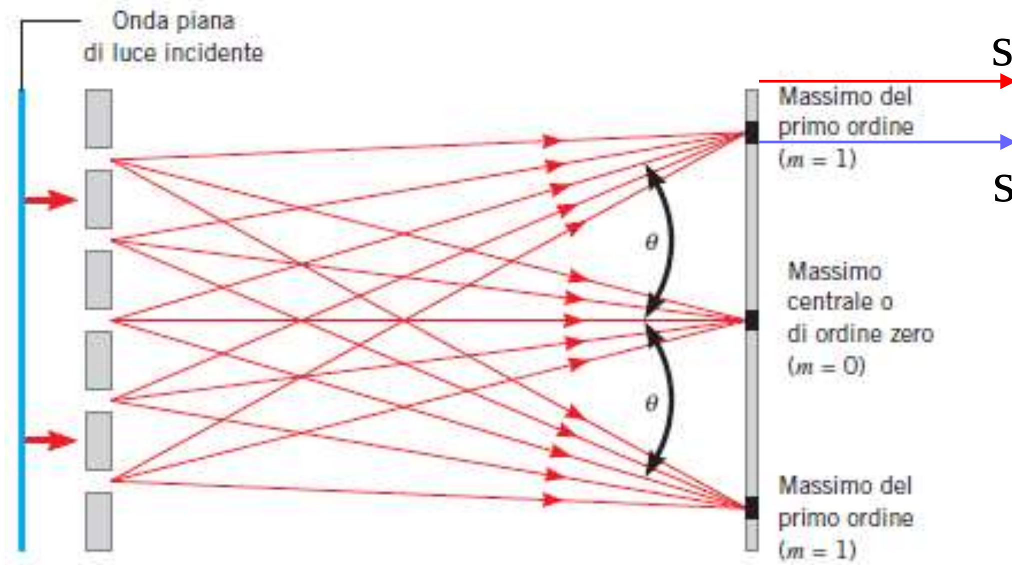
N-1……..1, -1, …… -N+1

$$\frac{N\pi a \sin\theta}{\lambda} = m'\pi$$



RETICOLO di INTERFERENZA

Una schiera di fenditure rettangolari effetto della lunghezza d'onda



$$\sin\theta_{rosso} = \frac{m\lambda_{rosso}}{a}$$

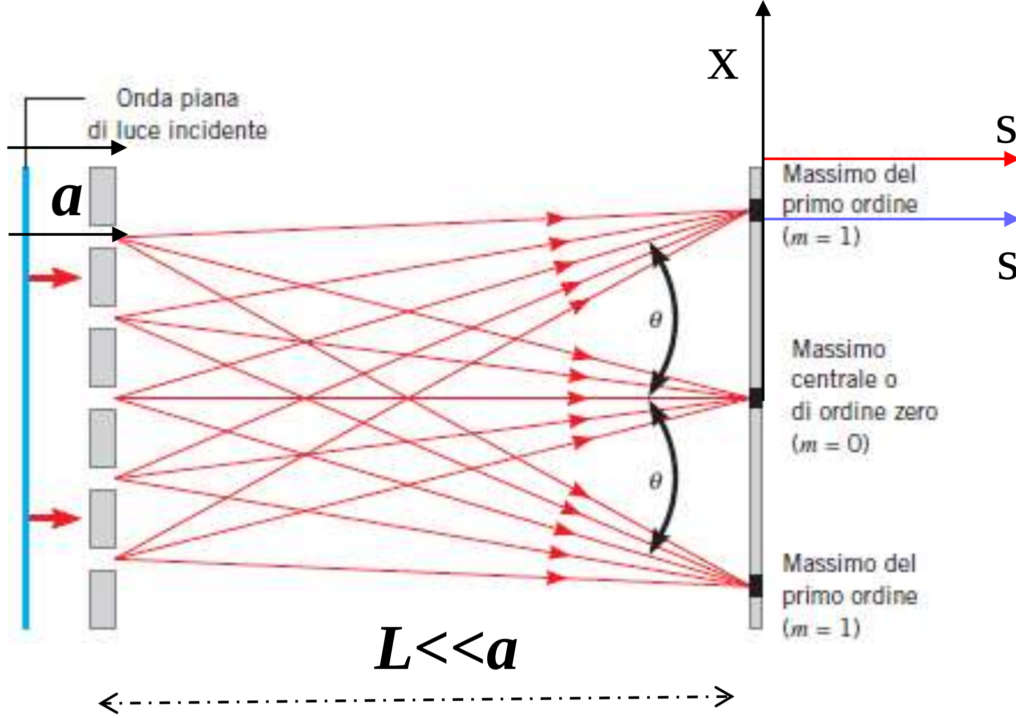
$$\sin\theta_{blu} = \frac{m\lambda_{blu}}{a}$$

$$I(P) \quad \alpha \quad E_0^{\,2} \frac{\sin^2\left(\dfrac{N\pi a \sin\theta}{\lambda}\right)}{\sin^2\left(\dfrac{\pi a \sin\theta}{\lambda}\right)}$$

I massimi di interferenza sono dati da: $\dfrac{\pi a \sin\theta}{\lambda} = m\pi$

Sapendo che $l_{blu} < l_{rosso}$

$$\sin\theta_{blu} = \frac{m\lambda_{blu}}{a} \qquad \sin\theta_{rosso} = \frac{m\lambda_{rosso}}{a}$$



$$\sin\theta_{rosso} = \frac{m\lambda_{rosso}}{a}$$

$$\sin\theta_{blu} = \frac{m\lambda_{blu}}{a}$$

I massimi sono visti ad angoli:

$$\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda} = m\pi$$

$$\sin\theta = m\frac{\lambda}{a}$$

Se gli angoli $\boldsymbol{\theta}$ sono piccoli

$$\sin\theta \approx \theta \approx tg\theta = m\frac{\lambda}{a}$$

$$x \approx Ltg\theta = Lm\frac{\lambda}{a}$$