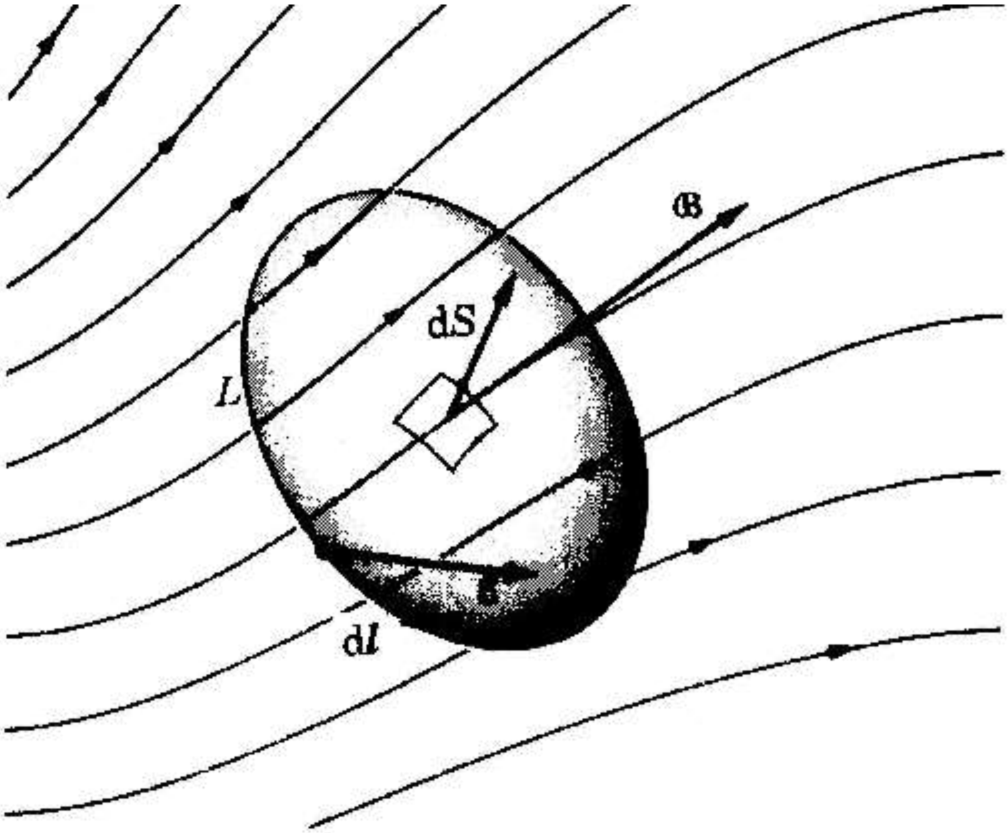
IL CAMPO MAGNETOSTATICO NEL VUOTO.
LA LEGGE DI AMPERE E DI GAUSS PER IL MAGNETISMO

- **Il flusso del vettore campo magnetico.**
- **Potenziale vettore**
- **Legge di Ampere in forma differenziale e integrale (circuitazione del vettore campo magnetico statico) ;**
- **Calcolo del campo B generato da una circuito a grande distanza (dipolo magnetico);**

- **le equazioni base dei campi E e B statici nel vuoto**

IL FLUSSO DEL CAMPO MAGNETICO



Il flusso del vettore campo magnetico ***B*** attraverso una qualsiasi superficie ***S*** è definito come:

$$\Phi_{magn.} = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

L'unità di misura del flusso magnetico nel S.I. **T m^2 = Wb (Weber)**

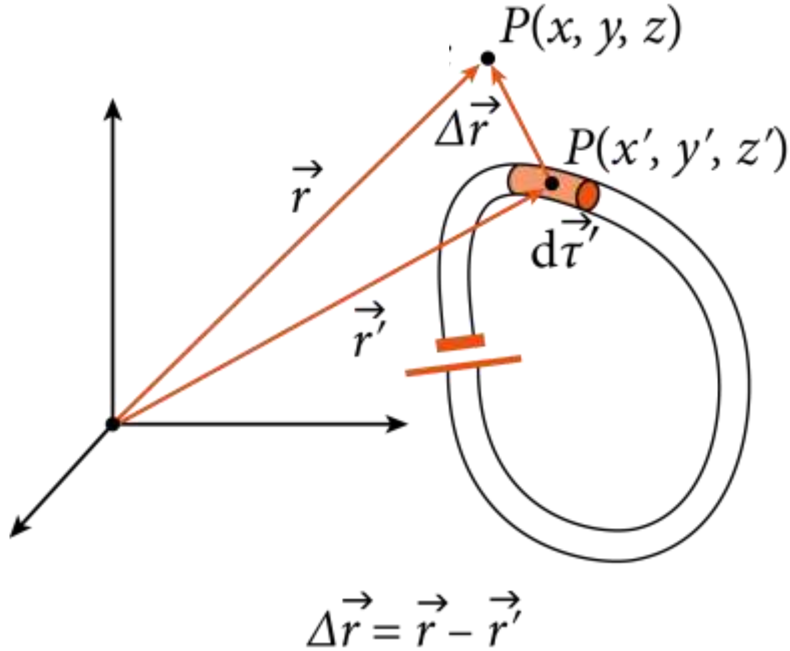
Poiché l'esperienza mostra che non esistono masse o monopoli magnetici, le linee di forza del campo magnetico sono sempre chiuse.

Quindi se si considerano superfici chiuse ***S*** otteniamo che tante linee entrano, le stesse linee escono, cioè:

il flusso del campo magnetico attraverso una superficie chiusa è sempre nullo.

$$\Phi_{magn.} = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

La Legge del flusso del campo magnetico attraverso una superficie chiusa è valida sempre e costituisce una delle
<u>**equazioni di Maxwell (la seconda equazione)**</u>



$$\vec{B}(\vec{r}) = \int_{\tau'(circuito)} \frac{\mu_0}{4\pi} \vec{j}(\vec{r}\,') \times \frac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|^3} dSdl$$

Facendo la divergenza di ambo i membri

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\tau'(circuito)} \vec{\nabla}\cdot\left[\vec{j}(\vec{r}\,') \times \frac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|^3}\right] d\tau'$$

Ricordando l’identità vettoriale che coinvolge l’operatore nabla e campi vettoriali

$$\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{A}\times\vec{B}\right) = \vec{B}\cdot\left(\vec{\nabla}\times\vec{A}\right) - \vec{A}\cdot\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right)$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\tau'(circuito)}\left[\frac{\vec{u}_r}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^2}\cdot\left(\vec{\nabla}\times\vec{j}(\vec{r}\,')\right)-\vec{j}(\vec{r}\,')\cdot\vec{\nabla}\times\frac{\vec{u}_r}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^2}\right]d\tau'$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\tau'(circuito)}\left[\frac{\vec{u}_r}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^2}\cdot\left(\vec{\nabla}\times\vec{j}(\vec{r}\,')\right)\right]d\tau'$$

$$-\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\tau'(circuito)}\left[\vec{j}(\vec{r}\,')\cdot\vec{\nabla}\times\frac{\vec{u}_r}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^2}\right]d\tau'$$

0

perché l'operatore nabla agisce con le derivate rispetto ad r

0

perché rotore di un campo centrale variabile come $1/r^2$

Legge di Gauss in forma differenziale

Ricordando che per il flusso del campo elettrico attraverso la superficie di un parallelepipedo infinitesimo abbiamo dimostrato che

$$\oiint_{S(dxdydz)} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) dxdydz =$$

$$= \int_{dxdydz} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dxdydz = \int_{dxdydz} \frac{\rho}{\varepsilon_o} dxdydz$$

Cioè:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_o}$$

Prendendo un volume finito V delimitato dalla superficie chiusa S otteniamo

$$\oiint_{S(V)} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dV = \int_{dV} \frac{\rho}{\varepsilon_o} dV$$

TEOREMA DI GUASS o DELLA DIVERGENZA

Sostituendo nel ragionamento: $\vec{B}$ al posto di $\vec{E}$

e

$\rho = 0$

$$\int_{vol-V} \vec{\nabla} \cdot \vec{B} dV = \oint_{S-chiusa} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = div\vec{B} = \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

Si dice che il campo magnetico è solenoidale:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

Ricordiamo che la divergenza del rotore di una funzione vettoriale è sempre nulla.
Infatti, prendiamo la funzione vettoriale regolare ***A*** e applichiamo ad essa l'operatore ***NABLA*** in prodotto vettoriale

$$\vec{A}(\vec{r})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{A}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{A} = 0$$

Quindi il vettore ***B*** è scrivibile come

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

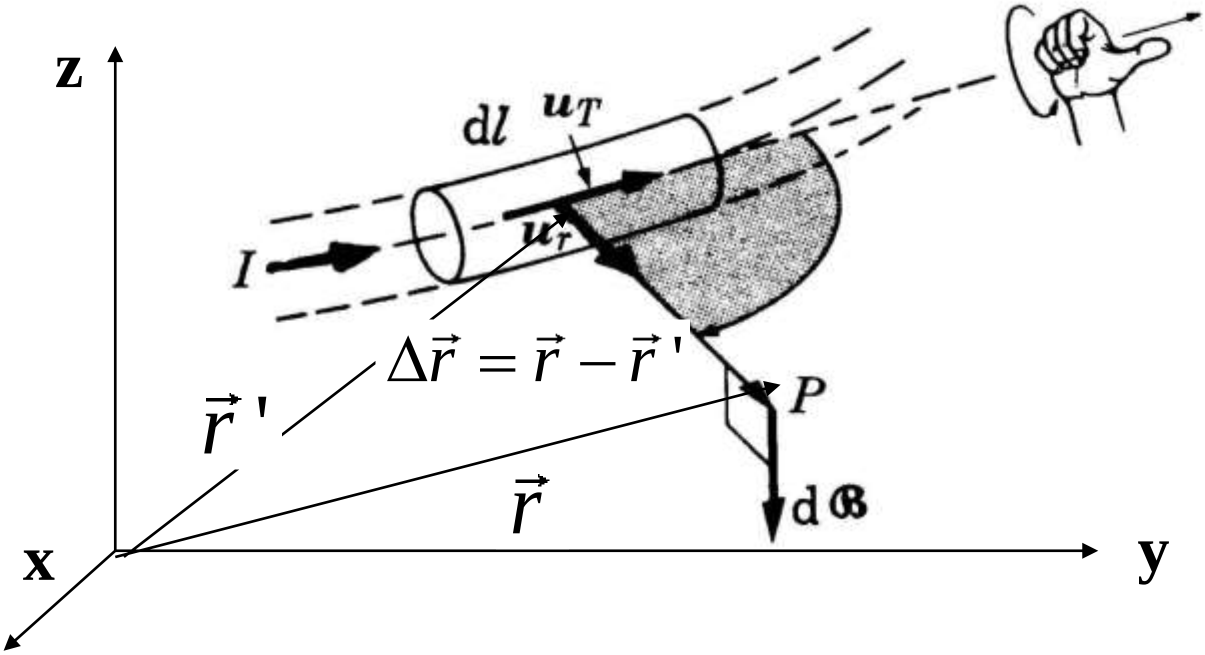
La funzione ***A*** non è unica perché prendendo una funzione scalare Φ dello spazio e applicando l'operatore gradiente, si ottiene sempre che

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla}\Phi(\vec{r}) = 0$$

Da cui

$$\vec{B}' = \vec{\nabla} \times \left(\vec{A} + \vec{\nabla}\Phi\right) = \vec{\nabla} \times \vec{A} + \vec{\nabla} \times \vec{\nabla}\Phi = \vec{B}$$

Campo magnetico generato da una corrente



Se prendiamo un elemento infinitesimo di filo ***dl*** di sezione ***S*** in presenza di ***n*** cariche per unità di volume che si muovono con velocità ***v*.**
Se consideriamo la sezione **S** formata da areole **d*S*,** (cioè il tratto di filo costituito da infinitesimi volumetti ***dV=dSdl***) il campo magnetico generato da quel tratto vale:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\left(dSdl\right)nq\vec{v}\times\vec{u}_r}{\Delta r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}nq\vec{v}\times\frac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|^3}dSdl$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{j\vec{u}_T\times\vec{u}_r}{\Delta r^2}dSdl$$

Il campo magnetico ***B*** generato da tutto il filo (circuito percorso da corrente) nel punto **P** sarà la somma di tutti i contributi infinitesimo cioè l'integrale:

$$\vec{B} = \int_{sezione} \int_{circuito} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{j\vec{u}_T \times \vec{u}_r}{\Delta r^2} dSdl$$

Applichiamo adesso a **B** l'operatore **NABLA** come prodotto vettoriale

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial z} \right) \vec{k}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{\nabla} \times \int_{circuito} \int_{completo} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{j\vec{u}_T \times \vec{u}_r}{\Delta r^2} dSdl =$$

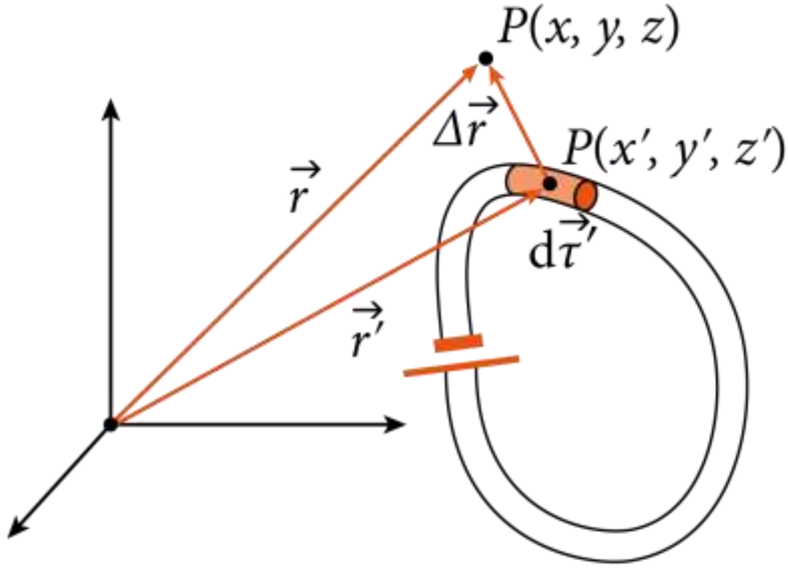
$$\vec{\nabla} \times \int_{circuito} \int_{completo} \frac{\mu_0}{4\pi} \vec{j} \times \frac{\vec{r} - \vec{r}\,'}{\left|\vec{r} - \vec{r}\,'\right|^3} dSdl$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}(\vec{r}) = \vec{\nabla} \times \int_{circuito} \int_{completo} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{j(\vec{r}\,')\vec{u}_T \times \vec{u}_{r'\to r}}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|^2} dSdl$$

Il calcolo è svolto nel testo «FISICA: ELETTROMAGNETISMO E OTTICA» C. Mencuccini e V. Silvestrini (Ed. Ambrosiana) pag. 243-246.

Il risultato finale del calcolo prende il nome di **Legge di Ampere in formulazione differenziale.**

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 \vec{j}(\vec{r})$$



$$\Delta\vec{r} = \vec{r} - \vec{r}\,'$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \int_{\tau'(circuito)} \frac{\mu_0}{4\pi}\,\vec{j}(\vec{r}\,')\times\frac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}\,dSdl$$

Ricordando che $$-\vec{\nabla}\left[\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\right] = \frac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = -\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\tau'(circuito)} \vec{j}(\vec{r}\,')\times\vec{\nabla}\left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\right)dSdl$$

Ricordando l'identità vettoriale dell'operatore nabla che agisce campi scalari e vettoriali

$$\vec{\nabla}\times\left(f\vec{u}\right)=f\cdot\left(\vec{\nabla}\times\vec{u}\right)+\vec{\nabla}f\times\vec{u}$$

$$-\vec{\nabla}f\times\vec{u}=\vec{u}\times\vec{\nabla}f=f\cdot\left(\vec{\nabla}\times\vec{u}\right)-\vec{\nabla}\times\left(f\vec{u}\right)$$

$$\vec{B}(\vec{r})=-\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\tau'(circuito)}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\vec{\nabla}\times\vec{j}(\vec{r}')-\vec{\nabla}\times\left(\frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right)d\tau'$$

si annulla perché nabla opera su r e j dipende da r'

$$\vec{B}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{\tau'(circuito)}\vec{\nabla}\times\left(\frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right)d\tau'=\vec{\nabla}\times\vec{A}(\vec{r})$$

ricordando che ***B*** deriva dal rotore di un campo vettoriale ***A*** detto potenziale vettore

Quindi $$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\tau'(circuito)} \left(\frac{\vec{j}(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} \right) d\tau'$$

Ricordando l'equazione di Poisson per il potenziale elettrostatico V(r) e la sua soluzione, abbiamo

$$\Delta\vec{A}(\vec{r}) = -\mu_0 \vec{j}(\vec{r})$$

Calcoliamo adesso $\vec{\nabla} \times \vec{B}(\vec{r}) = \vec{\nabla} \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{A}(\vec{r}) \right)$

Ricordando l'identità vettoriale dell'operatore nabla che agisce su un campo vettoriale

$$\vec{\nabla} \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{A} \right) = -\Delta\vec{A} + \vec{\nabla}\left(\vec{\nabla} \cdot \vec{A} \right) = \vec{\nabla} \times \vec{B}(\vec{r})$$

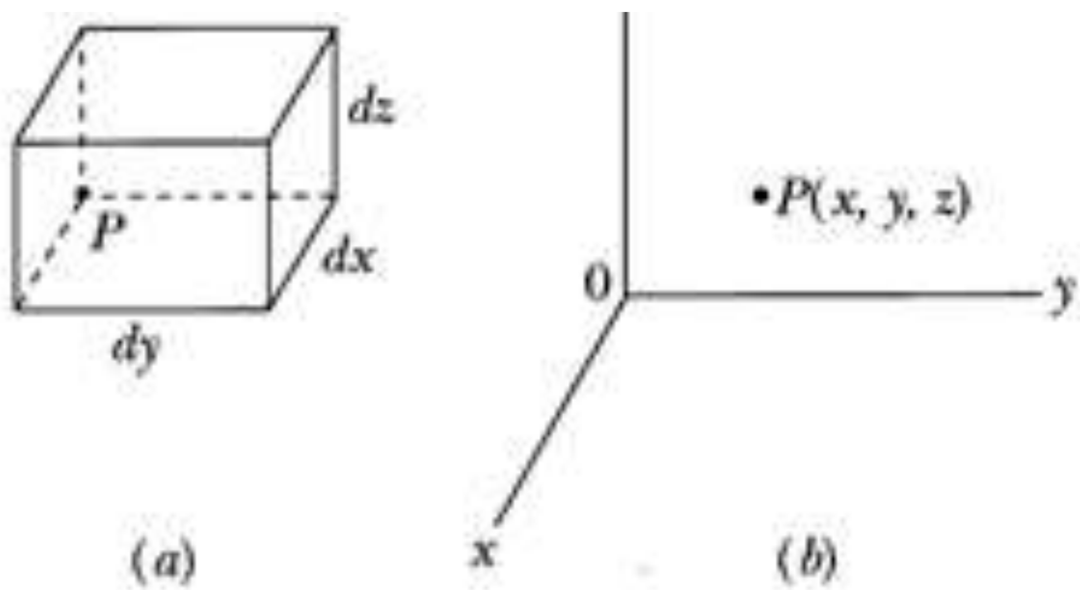
$\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$: ricordando che il potenziale vettore ***A*** è definito a meno del gradiente di un campo scalare ***Φ(r)***

$$\vec{A} + \vec{\nabla}\phi(\vec{r}) = \vec{A}\,'$$

Scegliamo una ***Φ(r)*** **:** $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$

$$\vec{\nabla} \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{A} \right) = -\Delta\vec{A} = \vec{\nabla} \times \vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 \vec{j}$$

Il rotore del campo magnetostatico



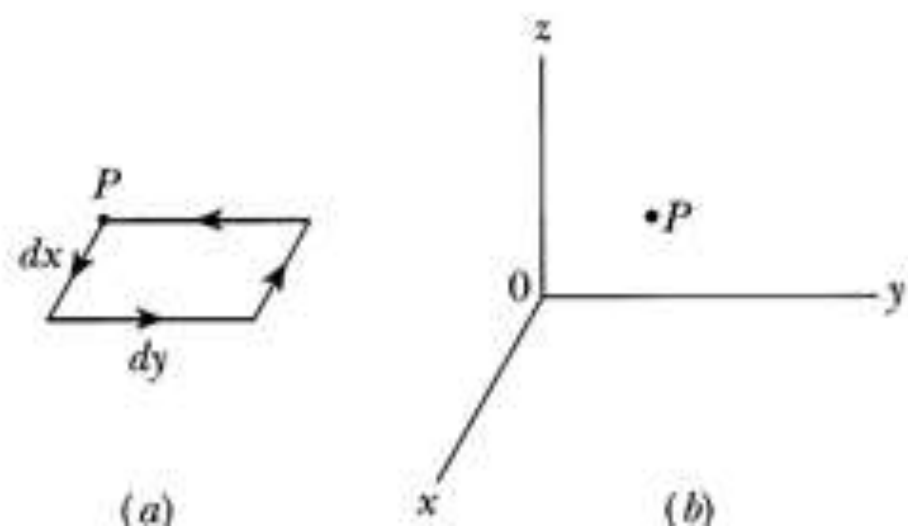
Mettiamoci in un punto P dello spazio in un sistema di riferimento cartesiano.
Consideriamo un parallelepipedo infinitesimo *dx dy dz*.

Calcoliamo la circuitazione del campo magnetico ***B*** sulla curva chiusa ***L***

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

Costituita dal contorno delle 3 facce coordinate.

Cominciamo con la faccia *dx dy*



$$\oint_{dxdy} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{dx} \vec{B} \cdot \vec{i} dx + \int_{dy} \left(\vec{B} + \frac{d\vec{B}}{dx} dx \right) \cdot \vec{j} dy +$$

$$+ \int_{dx} \left(\vec{B} + \frac{d\vec{B}}{dy} dy \right) \cdot \left(-\vec{i} dx \right) + \int_{dy} \vec{B} \cdot \left(-\vec{j} dy \right) =$$

$$= \int_{dx} B_x dx + \int_{dy} \left(B_y + \frac{dB_y}{dx} dx \right) dy +$$

$$- \int_{dx} \left(B_x + \frac{dB_x}{dy} dy \right) dx - \int_{dy} B_y dy =$$

$$= B_x dx + \left(B_y + \frac{dB_y}{dx} dx \right) dy - \left(B_x + \frac{dB_x}{dy} dy \right) dx - B_y dy =$$

$$= \left(\frac{dB_y}{dx} dx \right) dy - \left(\frac{dB_x}{dy} dy \right) dx =$$

$$= \left[\left(\frac{\partial B_y}{\partial x} \right) - \left(\frac{\partial B_x}{\partial y} \right) \right] dxdy = \oint_{dxdy} \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

Ripetendo lo stesso calcolo sulle facce *dy dz* e *dx dz*

$$\left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \right) dydz = \oint_{dydz} \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

$$\left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) dxdz = \oint_{dxdz} \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

Possiamo inventarci il vettore:

$$\left(\frac{\partial B_z}{\partial y}-\frac{\partial B_y}{\partial z}\right)\vec{i}+\left(\frac{\partial B_x}{\partial z}-\frac{\partial B_z}{\partial x}\right)\vec{j}+\left(\frac{\partial B_y}{\partial x}-\frac{\partial B_x}{\partial z}\right)\vec{k}=\vec{\nabla}\times\vec{B}$$

La circuitazione di ***B*** lungo la curva ***L*** che con torna le facce coordinate infinitesime ***dxdy, dxdz, dydz*** può essere scritta

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\int_{dS}\vec{\nabla}\times\vec{B}\cdot dS\vec{u}_N$$

Dove $\boldsymbol{u_N}$ è un versore normale alla superficie ***dS*** con bordo percorso in senso antiorario.

Questa formula può essere letta come:
la circuitazione del campo ***B*** lungo la linea chiusa ***L*** è uguale al flusso del ***rotore di B*** attraverso una superficie che ha come contorno ***L*** .
Se passiamo ad una curva e a una superficie correlata finita

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\int_{S(L)}\vec{\nabla}\times\vec{B}\cdot dS\vec{u}_N$$

Il risultato lo incontrerete più generale ad Analisi II con il nome di Teorema di Stokes

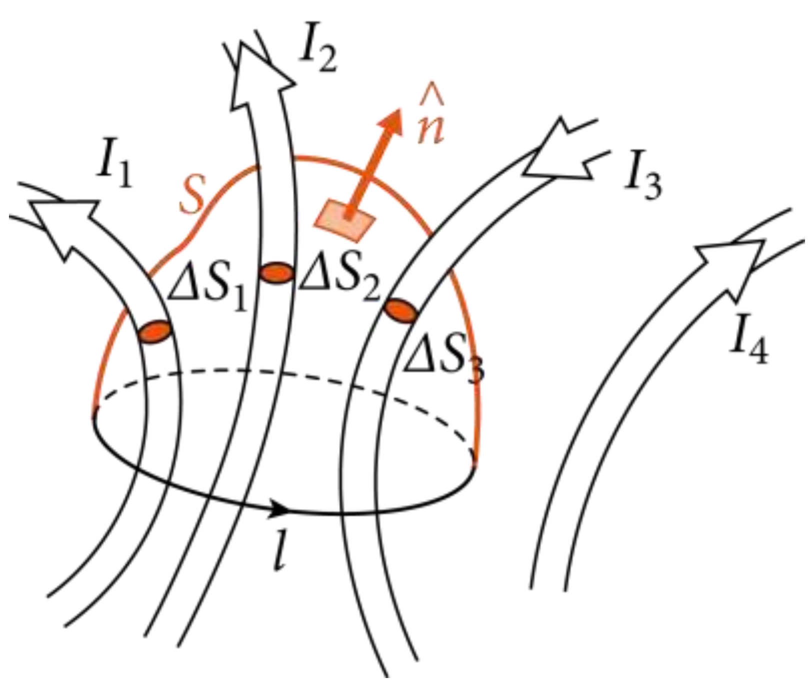
Ricordando la relazione

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

Il risultato sulla circuitazione di **B** può essere scritta

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{S(L)} \vec{\nabla} \times \vec{B} \cdot dS\vec{u}_N = \int_{S(L)} \mu_0 \vec{j} \cdot dS\vec{u}_N = \mu_0 \left(\sum_k I_k \right)_L$$

Dove le correnti $\boldsymbol{I_k}$ sono concatenate alla curva $\boldsymbol{L}$.
Questa espressione prende il nome di **Legge di Ampere** in forma integrale



Proviamo a partire dalle ***formulazioni differenziali della Legge di Ampere e della Legge di Flusso di B*** attraverso una superficie chiusa.

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

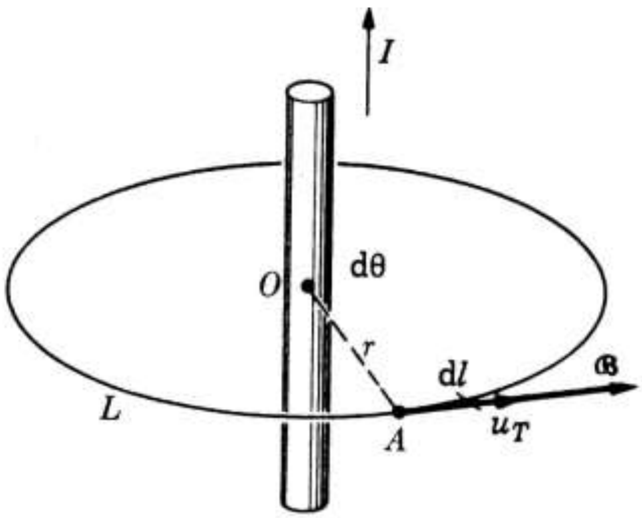
Sostituendo la formulazione di B rispetto al potenziale vettore A nella prima equazione otteniamo

$$\vec{\nabla} \times \left(\vec{\nabla} \times \vec{A}\right) = -\Delta\vec{A} + \vec{\nabla}\left(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}\right) = \mu_0 \vec{j}$$

Essendo ***A*** non unica scelgo quella per cui la divergenza è nulla in modo che

$$\Delta\vec{A}(\vec{r}) = -\mu_0 \vec{j}(\vec{r})$$

Applicazione della Legge di AMPERE



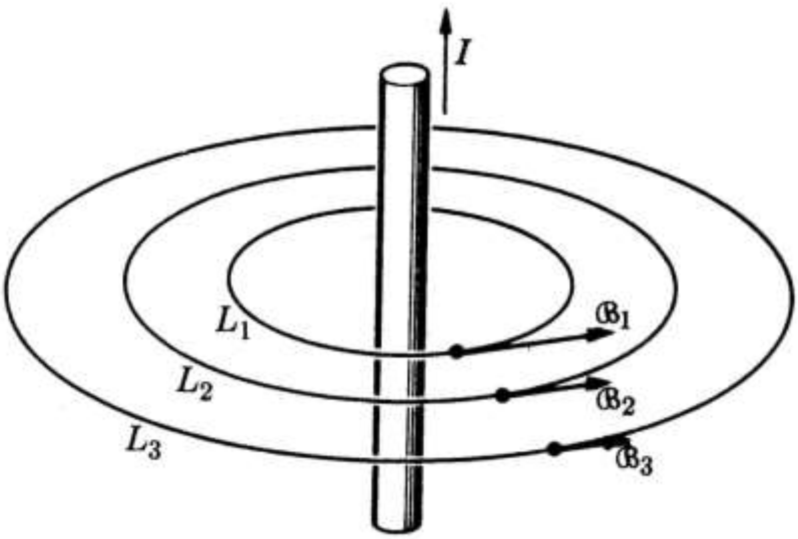
Prendiamo il campo magnetico generato da un filo rettilineo:

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}\vec{u}_T$$

Definiamo la circuitazione di ***B*** lungo la circonferenza ***L*** di raggio ***r*** come:

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = B\oint_L dl = B(2\pi r) =$$

$$= (\mu_0 \frac{I}{2\pi r})(2\pi r) = \mu_0 I$$



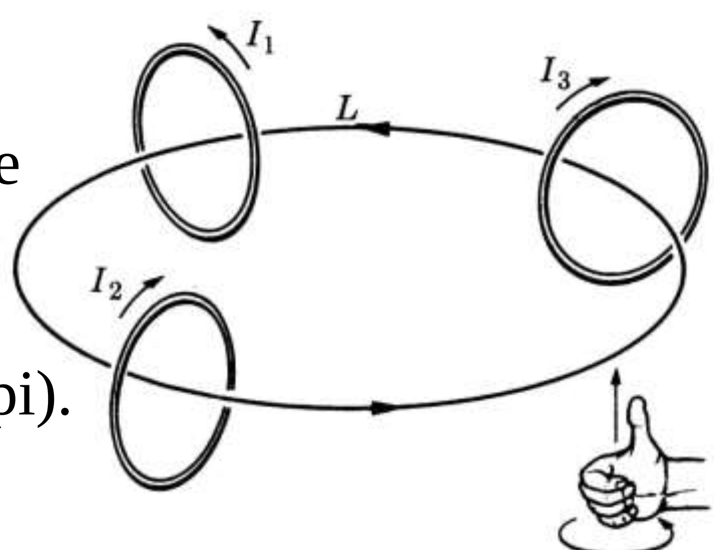
Il risultato della circuitazione non dipende dal raggio della circonferenza.

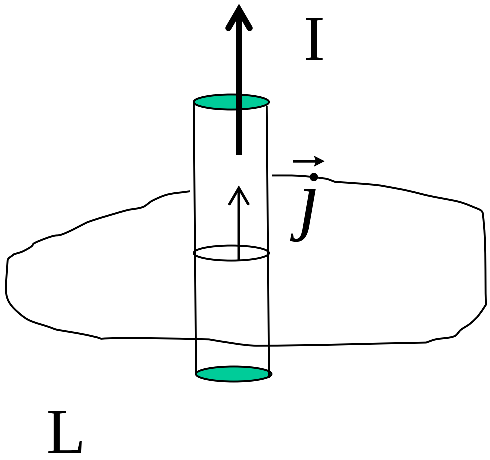
Si può poi dimostrare che non dipende dalla forma della curva su cui si integra per cui :

La circuitazione del campo magnetico lungo una linea chiusa che circonda le correnti I_1, I_2, …I_N è

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(\sum_{i=1}^{N} I_i \right)$$

Le correnti $\boldsymbol{I_i}$ vanno prese con segno con la regola della mano destra (vite destrorsa o cavatappi).



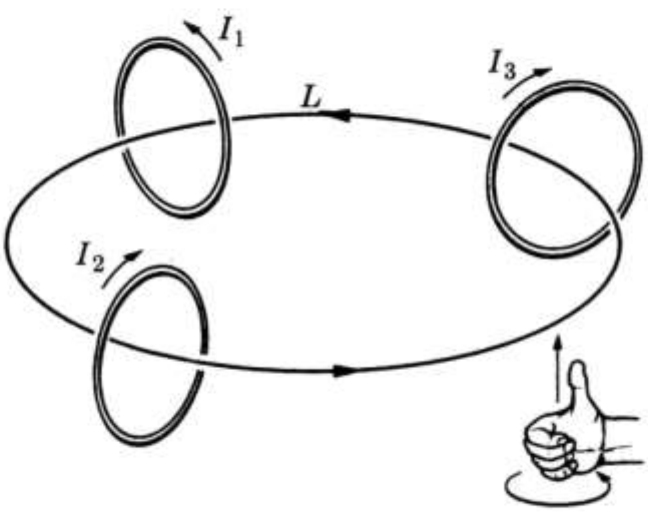


Ricordando il vettore densità di corrente j e la sua relazione con la corrente

Chiamando S(L) una qualunque superficie aperta che ha come contorno L

$$I = \int_{S(L)} \vec{j}_i \cdot d\vec{s}$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_{S(L)} \vec{j}_i \cdot d\vec{s}$$

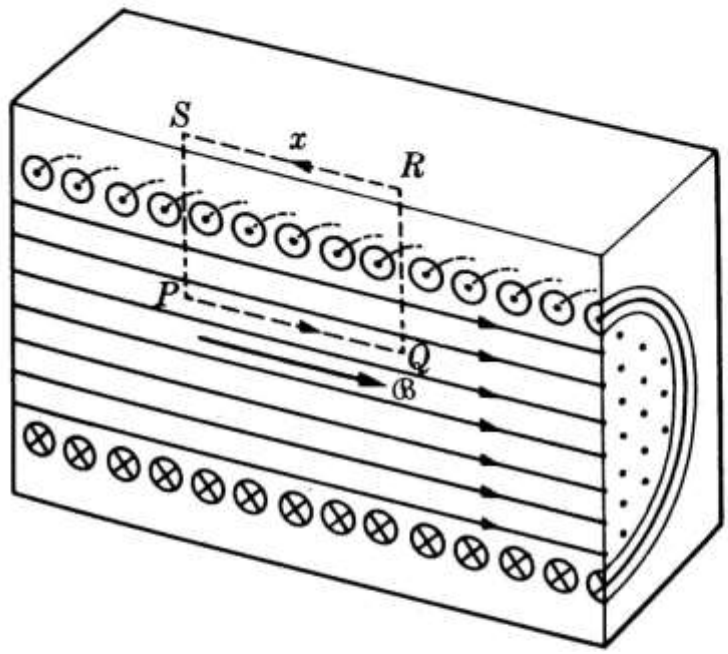


Con più di una corrente:

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(\sum_{i=1}^{N} I_i\right) = \mu_0 \sum_{i=1}^{N} \int_{S(L)} \vec{j}_i \cdot d\vec{s}$$

Campo magnetico nella zona centrale di un solenoide di lunghezza infinita

Siano: ***n*** il numero di spire per unità di lunghezza
I la corrente che le percorre



dentro il solenoide

$$B = \mu_0 \, n \, I$$

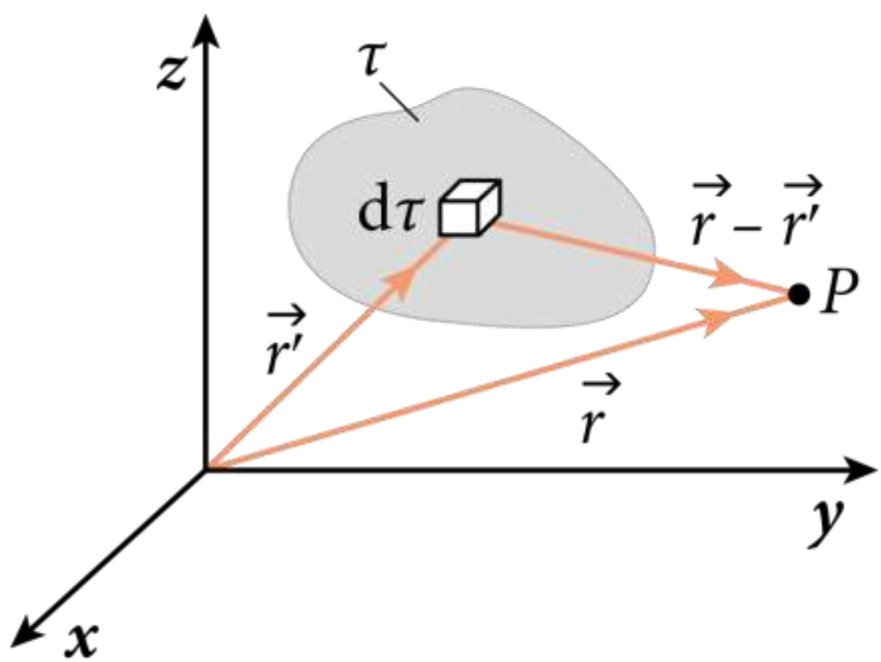
fuori del solenoide

$$B = 0$$

$$\Delta\vec{A}(\vec{r}) = -\mu_0 \vec{j}(\vec{r})$$

Questa equazione differenziale è formalmente identica alla equazione di Poisson per il potenziale ***V*** dell'elettrostatica. La sua soluzione è quindi formalmente nota

$\vec{j}(\vec{r}\,')$

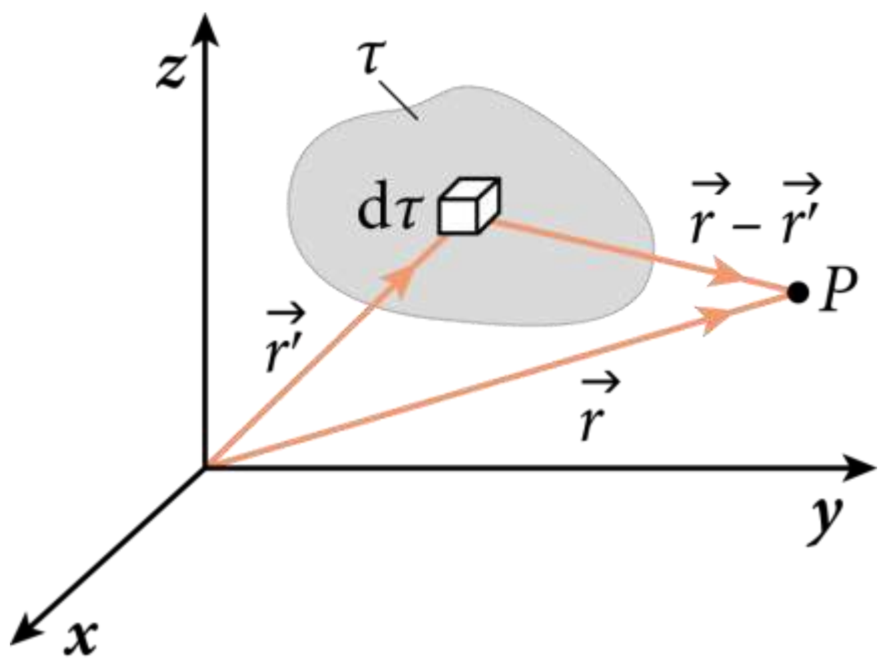


$$\vec{A}(x,y,z) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{j}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}d\tau$$

Equazione di Poisson $\Delta V(x,y,z) = -\dfrac{\rho}{\varepsilon_o}$

La sua soluzione è nota.
Infatti sappiamo che una distribuzione di carica genera in ogni punto dello spazio un potenziale

$$\rho = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}\tau}$$

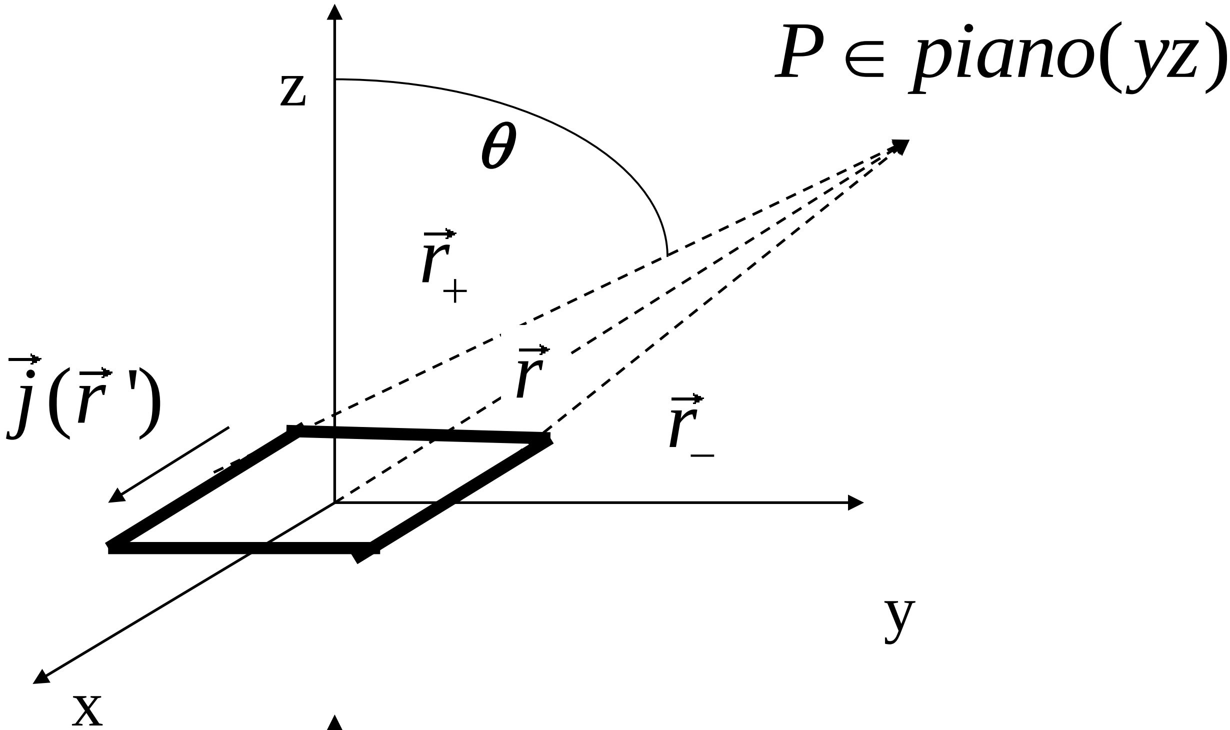


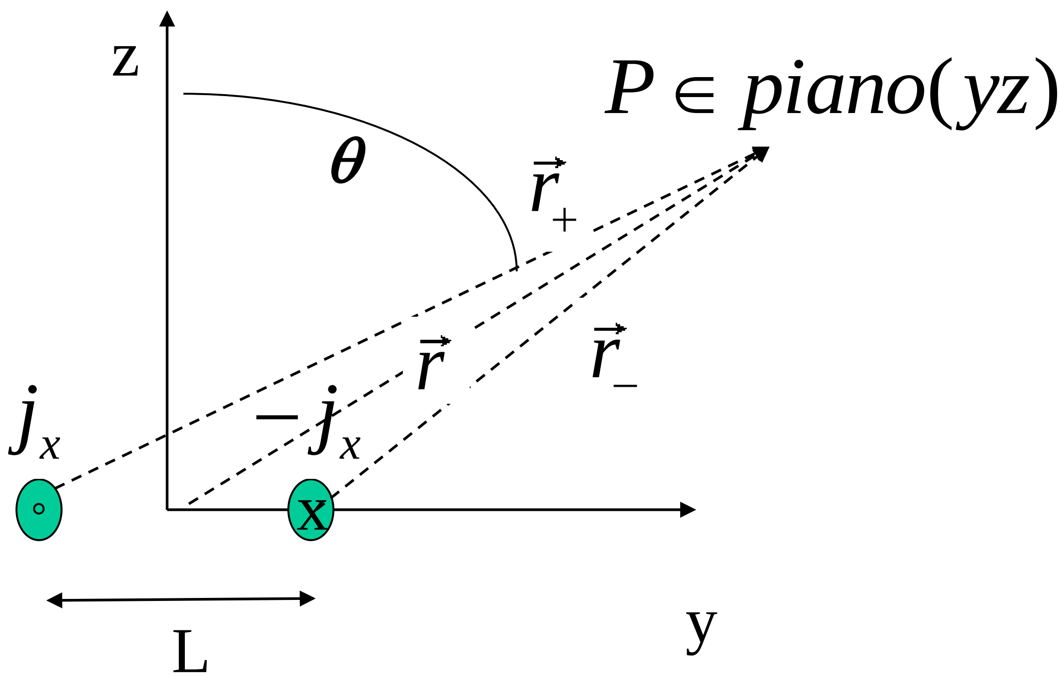
$$V(x,y,z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\int \frac{\rho}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} d\tau$$

Calcolo del campo B generato da un dipolo magnetico

Prendiamo una spira quadrata molto piccola di lato ***L*** e sezione ***S*** percorsa da una densità di corrente ***j*** e mettiamola nell'origine del ***piano xy*** di un sistema di riferimento cartesiano.
Calcoliamo il potenziale vettore in un punto ***P*** sul ***piano yz*** a grande distanza dalla spira ***r>>L***

$$\vec{A}(x,y,z) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{j}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}d\tau$$





$$A_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[j_x \frac{SL}{r_+} - j_x \frac{SL}{r_-} \right] = \frac{\mu_0}{4\pi} IL \frac{r_- - r_+}{r_+ r_-} \approx -\frac{\mu_0}{4\pi} IL^2 \frac{\sin\theta}{r^2}$$

$$A_y = A_z = 0$$

Chiamando momento magnetico della spira la quantità

$$\vec{m} = IL^2\vec{k}$$

$$A_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{|\vec{m}\times\vec{r}|}{r^3}$$

$$A_y = A_z = 0$$

In punti P a grande distanza dalla spira (***r>>L)*** la spira quadrata si può considerare infinitesima e si può confondere con una spira circolare. Il problema prende quindi simmetria cilindrica e abbiamo

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{m}\times\vec{r}}{r^3}$$

Ricordando che

$$\vec{B} = \vec{\nabla}\times\vec{A}$$

Possiamo ottenere

$$\vec{B} = \vec{\nabla}\times\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{3\vec{r}\left(\vec{m}\cdot\vec{r}\right)}{r^5} - \frac{\vec{m}}{r^3}\right]$$

RIASSUNTO DELLE EQUAZIONI PER IL CAMPO STATICO <u>NEL VUOTO</u>

Legge di Gauss per E

$$\oint_{sup.chiusa} \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} = \frac{q_L}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_0 = \frac{\rho_L}{\varepsilon_0}$$

$$\Updownarrow$$

$$\Delta V(\vec{r}) = -\frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0}$$

Circuitazione di E o conservatività di E

$$\oint_{curva\ chiusa} \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_0 = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$\vec{E}_0 = -\vec{\nabla} V(\vec{r})$$

Legge di Gauss per B

$$\oint_{sup.chiusa} \vec{B}_0 \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}_0 = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$\vec{B}_0 = \vec{\nabla} \times \vec{A}(\vec{r})$$

Circuitazione di B o Legge di Ampere

$$\oint_{curva\ chiusa} \vec{B}_0 \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_L$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}_L$$

$$\Updownarrow$$

$$\Delta\vec{A}(\vec{r}) = -\mu_0 \vec{j}(\vec{r})$$

RIASSUNTO DELLE EQUAZIONI PER IL CAMPO STATICO <u>NEL VUOTO</u>

Legge di Gauss per E

$$\oint_{sup.chiusa} \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} = \frac{q_L}{\varepsilon_0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_0 = \frac{\rho_L}{\varepsilon_0}$$

$$\Updownarrow$$

$$\Delta V(\vec{r}) = -\frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0}$$

Legge di Gauss per B

$$\oint_{sup.chiusa} \vec{B}_0 \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}_0 = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$\vec{B}_0 = \vec{\nabla} \times \vec{A}(\vec{r})$$

<u>queste relazioni valgono sempre</u>

Circuitazione di E o conservatività di E

$$\oint_{curva\ chiusa} \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_0 = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$\vec{E}_0 = -\vec{\nabla} V(\vec{r})$$

Circuitazione di B o Legge di Ampere

$$\oint_{curva\ chiusa} \vec{B}_0 \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_L$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}_L$$

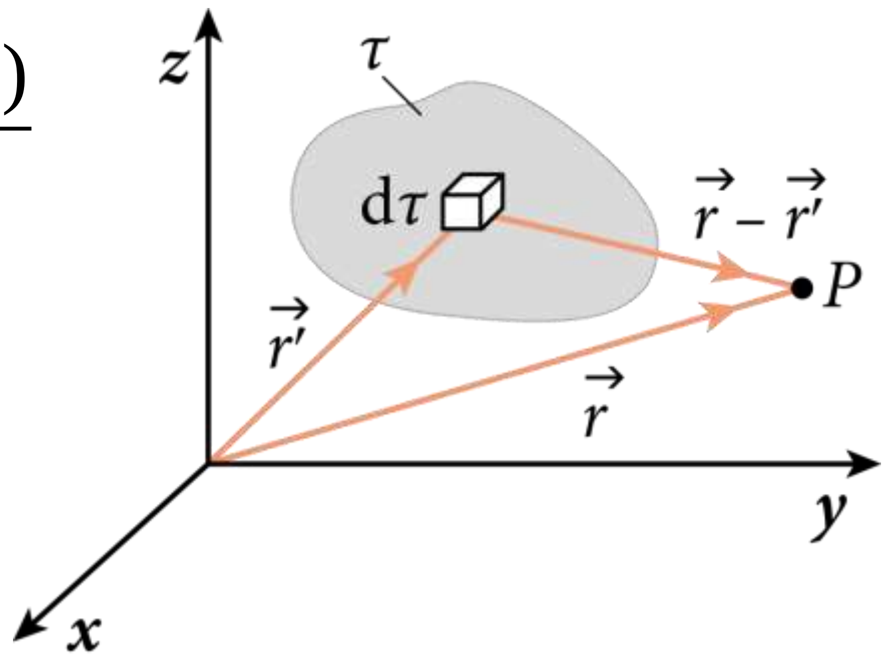
$$\Updownarrow$$

$$\Delta \vec{A}(\vec{r}) = -\mu_0 \vec{j}(\vec{r})$$

<u>queste relazioni valgono solo in statica</u>

Nota la distribuzione di carica $\rho = \dfrac{dq}{d\tau}$

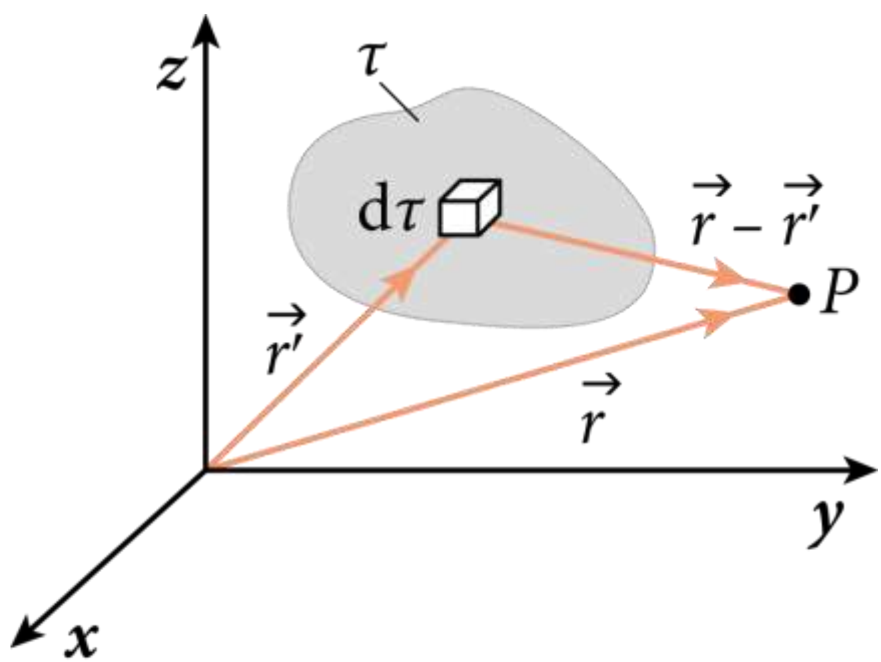
$$\Delta V(\vec{r}) = -\frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0}$$



$$V(x,y,z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\int \frac{\rho}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|}d\tau$$

Nota la distribuzione di carica $\vec{j}(\vec{r}\,')$

$$\Delta\vec{A}(\vec{r}) = -\mu_0 \vec{j}(\vec{r})$$



$$\vec{A}(x,y,z) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\vec{j}(\vec{r}\,')}{\left|\vec{r}-\vec{r}\,'\right|} d\tau$$