



Politecnico
di Torino



Algebra Relazionale

Argomenti

- Introduzione
- Selezione e proiezione
- Prodotto cartesiano e join
- Natural join, theta-join e semi-join
- Outer join
- Unione e intersezione
- Differenza e antijoin
- Divisione e altri operatori

Introduzione

Algebra Relazionale

Algebra relazionale

- Estende l'algebra degli insiemi per il modello relazionale
- Definisce un insieme di operatori che operano su relazioni e producono come risultato una relazione
- Gode della proprietà di chiusura
 - il risultato di qualunque operazione algebrica su relazioni è a sua volta una relazione

Operatori dell'algebra relazionale

- Operatori unari
 - selezione (σ)
 - proiezione (π)
- Operatori binari
 - prodotto cartesiano (\times)
 - join (\bowtie)
 - unione (\cup)
 - intersezione (\cap)
 - differenza ($-$)
 - divisione ($/$)
- Operatori insiemistici
 - unione (\cup)
 - intersezione (\cap)
 - differenza ($-$)
 - prodotto cartesiano (\times)
- Operatori relazionali
 - selezione (σ)
 - proiezione (π)
 - join (\bowtie)
 - divisione ($/$)

Relazioni d'esempio

Corsi

| <u>Codice</u> | NomeCorso | Semestre | MatrDocente |
|---------------|------------------|----------|-------------|
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 |
| M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 |
| F1401 | Elettronica | 1 | D104 |
| F0410 | Basi di dati | 2 | D102 |

Docenti

| <u>MatrDocente</u> | NomeDoc | Dipartimento |
|--------------------|---------|--------------|
| D102 | Verdi | Informatica |
| D105 | Neri | Informatica |
| D104 | Bianchi | Elettronica |

Selezione e proiezione

Algebra Relazionale

Selezione

- La selezione estrae un sottoinsieme *“orizzontale”* della relazione
 - opera una decomposizione orizzontale della relazione

Selezione: esempio

- *Trovare i corsi tenuti nel secondo semestre*

Corsi

| <u>Codice</u> | NomeCorso | Semestre | MatrDocente |
|---------------|-------------------------|----------|-------------|
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 |
| <i>M4880</i> | <i>Sistemi digitali</i> | <i>2</i> | <i>D104</i> |
| F1401 | Elettronica | 1 | D104 |
| <i>F0410</i> | <i>Basi di dati</i> | <i>2</i> | <i>D102</i> |



R

| <u>Codice</u> | NomeCorso | Semestre | MatrDocente |
|---------------|-------------------------|----------|-------------|
| <i>M4880</i> | <i>Sistemi digitali</i> | <i>2</i> | <i>D104</i> |
| <i>F0410</i> | <i>Basi di dati</i> | <i>2</i> | <i>D102</i> |

Selezione: definizione

$$R = \sigma_p A$$

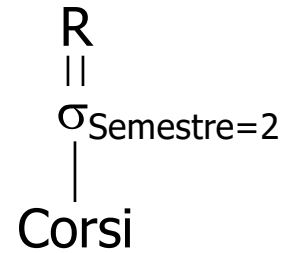
- L'operatore selezione σ_p genera una **relazione R**
 - avente lo **stesso schema di A**
 - contenente tutte le tuple della relazione A per cui è vero il **predicato p**
- Il predicato **p** è un'espressione booleana (operatori \wedge, \vee, \neg) di espressioni di confronto tra attributi o tra attributi e costanti.

Esempi:

- $p: \text{Città} = \text{'Torino'} \wedge \text{Età} > 18$
- $p: \text{DataRestituzione} > \text{DataConsegna} + 10$

Selezione: esempio

- *Trovare i corsi tenuti nel secondo semestre*



$$R = \sigma_{\text{Semestre}=2} \text{Corsi}$$

Corsi

| <u>Codice</u> | NomeCorso | Semestre | MatrDocente |
|---------------|-------------------------|----------|-------------|
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 |
| <i>M4880</i> | <i>Sistemi digitali</i> | <i>2</i> | <i>D104</i> |
| F1401 | Elettronica | 1 | D104 |
| <i>F0410</i> | <i>Basi di dati</i> | <i>2</i> | <i>D102</i> |

R

| <u>Codice</u> | NomeCorso | Semestre | MatrDocente |
|---------------|-------------------------|----------|-------------|
| <i>M4880</i> | <i>Sistemi digitali</i> | <i>2</i> | <i>D104</i> |
| <i>F0410</i> | <i>Basi di dati</i> | <i>2</i> | <i>D102</i> |

Proiezione

- La proiezione estrae un sottoinsieme *“verticale”* della relazione
 - opera una decomposizione verticale della relazione



Proiezione: esempio (n. 1)

- *Trovare il nome dei docenti*

Docenti

| <u>MatrDocente</u> | <i>NomeDoc</i> | Dipartimento |
|--------------------|----------------|--------------|
| D102 | <i>Verdi</i> | Informatica |
| D105 | <i>Neri</i> | Informatica |
| D104 | <i>Bianchi</i> | Elettronica |



R

| <i>NomeDoc</i> |
|----------------|
| <i>Verdi</i> |
| <i>Neri</i> |
| <i>Bianchi</i> |

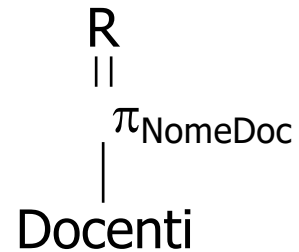
Proiezione: definizione

$$R = \pi_L A$$

- L'operatore proiezione π_L genera una **relazione R**
 - avente come **schema la lista di attributi L** (sottoinsieme dello schema di A)
 - contenente **tutte le tuple presenti in A**
- Sono **eliminati gli eventuali duplicati** dovuti all'esclusione degli attributi non in L
 - se L include una chiave candidata, non vi sono duplicati

Proiezione: esempio (n. 1)

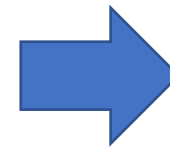
- Trovare il nome dei docenti*



$$R = \pi_{\text{NomeDoc}} \text{Docenti}$$

Docenti

| <u>MatrDocente</u> | <i>NomeDoc</i> | Dipartimento |
|--------------------|----------------|--------------|
| D102 | <i>Verdi</i> | Informatica |
| D105 | <i>Neri</i> | Informatica |
| D104 | <i>Bianchi</i> | Elettronica |

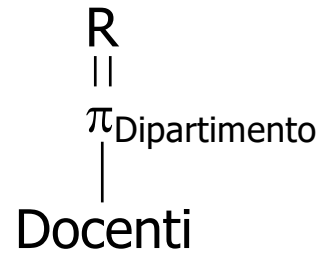


R

| <i>NomeDoc</i> |
|----------------|
| <i>Verdi</i> |
| <i>Neri</i> |
| <i>Bianchi</i> |

Proiezione: esempio (n. 2)

- *Trovare i nomi dei dipartimenti in cui è presente almeno un docente*



$$R = \pi_{\text{Dipartimento}} \text{Docenti}$$

Docenti

| <u>MatrDocente</u> | NomeDoc | <i>Dipartimento</i> |
|--------------------|---------|---------------------|
| D102 | Verdi | <i>Informatica</i> |
| D105 | Neri | <i>Informatica</i> |
| D104 | Bianchi | <i>Elettronica</i> |



R

| <i>Dipartimento</i> |
|---------------------|
| <i>Informatica</i> |
| <i>Elettronica</i> |

Selezione+proiezione: esempio

- *Selezionare il nome dei corsi nel secondo semestre*

Corsi

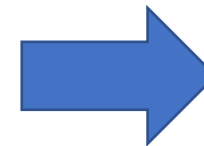
| <u>Codice</u> | NomeCorso | Semestre | MatrDocente |
|---------------|-------------------------|----------|-------------|
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 |
| <i>M4880</i> | <i>Sistemi digitali</i> | <i>2</i> | <i>D104</i> |
| F1401 | Elettronica | 1 | D104 |
| <i>F0410</i> | <i>Basi di dati</i> | <i>2</i> | <i>D102</i> |



Selezione

| Codice | <i>NomeCorso</i> | Semestre | MatrDocente |
|--------|-------------------------|----------|-------------|
| M4880 | <i>Sistemi digitali</i> | 2 | D104 |
| F0410 | <i>Basi di dati</i> | 2 | D102 |

Proiezione



R

| NomeCorso |
|------------------|
| Sistemi digitali |
| Basi di dati |

Selezione+proiezione: esempio

- *Selezionare il nome dei corsi nel secondo semestre*

Corsi

| <u>Codice</u> | NomeCorso | Semestre | MatrDocente |
|---------------|-------------------------|----------|-------------|
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 |
| <i>M4880</i> | <i>Sistemi digitali</i> | <i>2</i> | <i>D104</i> |
| F1401 | Elettronica | 1 | D104 |
| <i>F0410</i> | <i>Basi di dati</i> | <i>2</i> | <i>D102</i> |

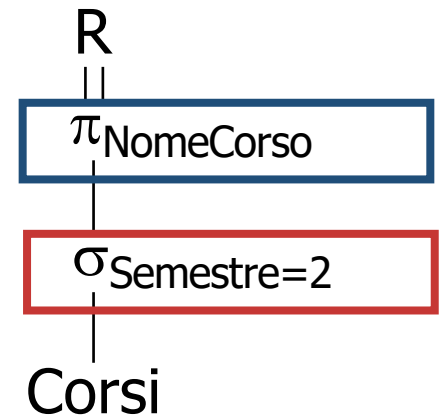
Selezione

| Codice | <i>NomeCorso</i> | Semestre | MatrDocente |
|--------|-------------------------|----------|-------------|
| M4880 | <i>Sistemi digitali</i> | 2 | D104 |
| F0410 | <i>Basi di dati</i> | 2 | D102 |

Proiezione

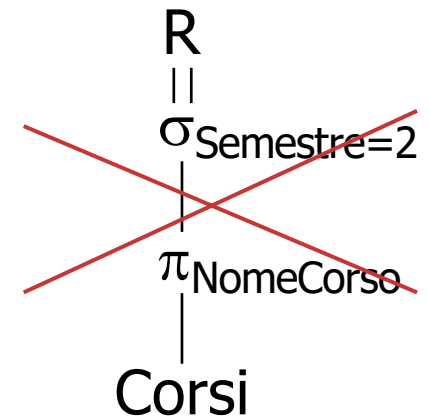
R

| NomeCorso |
|------------------|
| Sistemi digitali |
| Basi di dati |



Selezione+proiezione: SOLUZIONE ERRATA

- *Trovare il nome dei corsi nel secondo semestre*



Selezione+proiezione: SOLUZIONE ERRATA

- *Trovare il nome dei corsi nel secondo semestre*

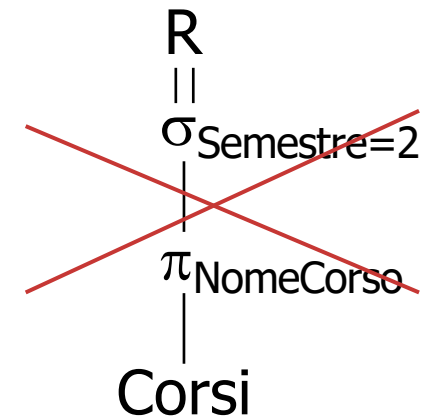
Corsi

| <u>Codice</u> | <i>NomeCorso</i> | Semestre | MatrDocente |
|---------------|-------------------------|----------|-------------|
| M2170 | <i>Informatica 1</i> | 1 | D102 |
| M4880 | <i>Sistemi digitali</i> | 2 | D104 |
| F1401 | <i>Elettronica</i> | 1 | D104 |
| F0410 | <i>Basi di dati</i> | 2 | D102 |



Proiezione

| <i>NomeCorso</i> |
|-------------------------|
| <i>Informatica 1</i> |
| <i>Sistemi digitali</i> |
| <i>Elettronica</i> |
| <i>Basi di dati</i> |



L'attributo Semestre non è incluso nello schema della relazione risultante: non si può eseguire la successiva operazione di selezione

Prodotto cartesiano e join

Algebra Relazionale

Prodotto cartesiano

- Il prodotto cartesiano di due relazioni A e B genera tutte le coppie formate da una tupla di A e una tupla di B

Prodotto cartesiano: esempio

- *Trovare il prodotto cartesiano tra Corsi e Docenti*

Corsi

| <u>Codice</u> | NomeCorso | Semestre | MatrDocente |
|---------------|------------------|----------|-------------|
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 |
| M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 |
| F1401 | Elettronica | 1 | D104 |
| F0410 | Basi di dati | 2 | D102 |

Docenti

| <u>MatrDocente</u> | NomeDoc | Dipartimento |
|--------------------|---------|--------------|
| D102 | Verdi | Informatica |
| D105 | Neri | Informatica |
| D104 | Bianchi | Elettronica |

Prodotto cartesiano: esempio

R

| Corsi. Codice | Corsi. NomeCorso | Corsi. Semestre | Corsi. MatrDocente | Docenti. MatrDocente | Docenti. NomeDoc | Docenti. Dipartimento |
|------------------|----------------------|--------------------|-----------------------|-------------------------|---------------------|--------------------------|
| <i>M2170</i> | <i>Informatica 1</i> | <i>1</i> | <i>D102</i> | <i>D102</i> | <i>Verdi</i> | <i>Informatica</i> |
| <i>M2170</i> | <i>Informatica 1</i> | <i>1</i> | <i>D102</i> | <i>D105</i> | <i>Neri</i> | <i>Informatica</i> |
| <i>M2170</i> | <i>Informatica 1</i> | <i>1</i> | <i>D102</i> | <i>D104</i> | <i>Bianchi</i> | <i>Elettronica</i> |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

Prodotto cartesiano: esempio

R

| Corsi. Codice | Corsi. NomeCorso | Corsi. Semestre | Corsi. MatrDocente | Docenti. MatrDocente | Docenti. NomeDoc | Docenti. Dipartimento |
|------------------|-------------------------|--------------------|-----------------------|-------------------------|---------------------|--------------------------|
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 | D102 | Verdi | Informatica |
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 | D105 | Neri | Informatica |
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 | D104 | Bianchi | Elettronica |
| <i>M4880</i> | <i>Sistemi digitali</i> | <i>2</i> | <i>D104</i> | <i>D102</i> | <i>Verdi</i> | <i>Informatica</i> |
| <i>M4880</i> | <i>Sistemi digitali</i> | <i>2</i> | <i>D104</i> | <i>D105</i> | <i>Neri</i> | <i>Informatica</i> |
| <i>M4880</i> | <i>Sistemi digitali</i> | <i>2</i> | <i>D104</i> | <i>D104</i> | <i>Bianchi</i> | <i>Elettronica</i> |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

Prodotto cartesiano: esempio

R

| Corsi. Codice | Corsi. NomeCorso | Corsi. Semestre | Corsi. MatrDocente | Docenti. MatrDocente | Docenti. NomeDoc | Docenti. Dipartimento |
|------------------|---------------------|--------------------|-----------------------|-------------------------|---------------------|--------------------------|
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 | D102 | Verdi | Informatica |
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 | D105 | Neri | Informatica |
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 | D104 | Bianchi | Elettronica |
| M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 | D102 | Verdi | Informatica |
| M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 | D105 | Neri | Informatica |
| M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 | D104 | Bianchi | Elettronica |
| <i>F1401</i> | <i>Elettronica</i> | <i>1</i> | <i>D104</i> | <i>D102</i> | <i>Verdi</i> | <i>Informatica</i> |
| <i>F1401</i> | <i>Elettronica</i> | <i>1</i> | <i>D104</i> | <i>D105</i> | <i>Neri</i> | <i>Informatica</i> |
| <i>F1401</i> | <i>Elettronica</i> | <i>1</i> | <i>D104</i> | <i>D104</i> | <i>Bianchi</i> | <i>Elettronica</i> |
| <i>F0410</i> | <i>Basi di dati</i> | <i>2</i> | <i>D102</i> | <i>D102</i> | <i>Verdi</i> | <i>Informatica</i> |
| <i>F0410</i> | <i>Basi di dati</i> | <i>2</i> | <i>D102</i> | <i>D105</i> | <i>Neri</i> | <i>Informatica</i> |
| <i>F0410</i> | <i>Basi di dati</i> | <i>2</i> | <i>D102</i> | <i>D104</i> | <i>Bianchi</i> | <i>Elettronica</i> |

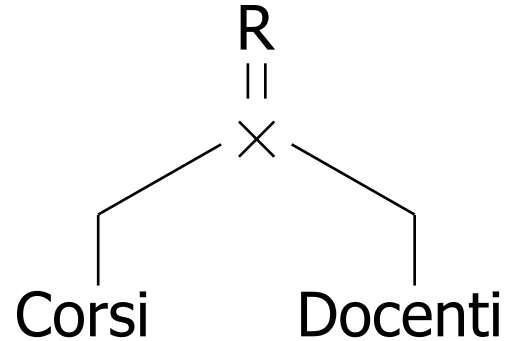
Prodotto cartesiano: definizione e proprietà

$$R = A \times B$$

- Il prodotto cartesiano di due relazioni A e B genera una relazione R
 - avente come **schema l'unione degli schemi di A e di B**
 - contenente **tutte le coppie formate da una tupla di A e una tupla di B**
- Il prodotto cartesiano è
 - commutativo
 - $A \times B = B \times A$
 - associativo
 - $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$

Prodotto cartesiano: esempio

- *Trovare il prodotto cartesiano tra Corsi e Docenti*



$$R = \text{Corsi} \times \text{Docenti}$$

Legame tra attributi

R

| Corsi. Codice | Corsi. NomeCorso | Corsi. Semestre | Corsi. MatrDocente | Docenti. MatrDocente | Docenti. NomeDoc | Docenti. Dipartimento |
|------------------|---------------------|--------------------|-----------------------|-------------------------|---------------------|--------------------------|
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 | D102 | Verdi | Informatica |
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 | D105 | Neri | Informatica |
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 | D104 | Bianchi | Elettronica |
| M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 | D102 | Verdi | Informatica |
| M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 | D105 | Neri | Informatica |
| M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 | D104 | Bianchi | Elettronica |
| F1401 | Elettronica | 1 | D104 | D102 | Verdi | Informatica |
| F1401 | Elettronica | 1 | D104 | D105 | Neri | Informatica |
| F1401 | Elettronica | 1 | D104 | D104 | Bianchi | Elettronica |
| F0410 | Basi di dati | 2 | D102 | D102 | Verdi | Informatica |
| F0410 | Basi di dati | 2 | D102 | D105 | Neri | Informatica |
| F0410 | Basi di dati | 2 | D102 | D104 | Bianchi | Elettronica |

Join

- Il join di due relazioni A e B genera tutte le coppie formate da una tupla di A e una tupla di B “*semanticamente legate*”

Join: esempio

- Trovare le informazioni sui corsi e sui docenti che li tengono*

Corsi

| <u>Codice</u> | NomeCorso | Semestre | MatrDocente |
|---------------|------------------|----------|-------------|
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 |
| M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 |
| F1401 | Elettronica | 1 | D104 |
| F0410 | Basi di dati | 2 | D102 |

Docenti

| <u>MatrDocente</u> | NomeDoc | Dipartimento |
|--------------------|---------|--------------|
| D102 | Verdi | Informatica |
| D105 | Neri | Informatica |
| D104 | Bianchi | Elettronica |

Join: esempio

R

| Corsi. Codice | Corsi. NomeCorso | Corsi. Semestre | Corsi. MatrDocente | Docenti. MatrDocente | Docenti. NomeDoc | Docenti. Dipartimento |
|------------------|-------------------------|--------------------|-----------------------|-------------------------|---------------------|--------------------------|
| <i>M2170</i> | <i>Informatica 1</i> | <i>1</i> | <i>D102</i> | <i>D102</i> | <i>Verdi</i> | <i>Informatica</i> |
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 | D105 | Neri | Informatica |
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 | D104 | Bianchi | Elettronica |
| M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 | D102 | Verdi | Informatica |
| M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 | D105 | Neri | Informatica |
| <i>M4880</i> | <i>Sistemi digitali</i> | <i>2</i> | <i>D104</i> | <i>D104</i> | <i>Bianchi</i> | <i>Elettronica</i> |
| F1401 | Elettronica | 1 | D104 | D102 | Verdi | Informatica |
| F1401 | Elettronica | 1 | D104 | D105 | Neri | Informatica |
| <i>F1401</i> | <i>Elettronica</i> | <i>1</i> | <i>D104</i> | <i>D104</i> | <i>Bianchi</i> | <i>Elettronica</i> |
| <i>F0410</i> | <i>Basi di dati</i> | <i>2</i> | <i>D102</i> | <i>D102</i> | <i>Verdi</i> | <i>Informatica</i> |
| F0410 | Basi di dati | 2 | D102 | D105 | Neri | Informatica |
| F0410 | Basi di dati | 2 | D102 | D104 | Bianchi | Elettronica |

Join: esempio

R

| Corsi. Codice | Corsi. NomeCorso | Corsi. Semestre | Corsi. MatrDocente | Docenti. MatrDocente | Docenti. NomeDoc | Docenti. Dipartimento |
|------------------|-------------------------|--------------------|-----------------------|-------------------------|---------------------|--------------------------|
| <i>M2170</i> | <i>Informatica 1</i> | <i>1</i> | <i>D102</i> | <i>D102</i> | <i>Verdi</i> | <i>Informatica</i> |
| <i>M4880</i> | <i>Sistemi digitali</i> | <i>2</i> | <i>D104</i> | <i>D104</i> | <i>Bianchi</i> | <i>Elettronica</i> |
| <i>F1401</i> | <i>Elettronica</i> | <i>1</i> | <i>D104</i> | <i>D104</i> | <i>Bianchi</i> | <i>Elettronica</i> |
| <i>F0410</i> | <i>Basi di dati</i> | <i>2</i> | <i>D102</i> | <i>D102</i> | <i>Verdi</i> | <i>Informatica</i> |

- *Nota bene:* il docente (D105,Neri,Informatica), che non tiene alcun corso, non compare nel risultato del join

Join: definizione

- Il join è un operatore derivato
 - può essere espresso utilizzando gli operatori \times , σ_p , π_L
- Il join è definito separatamente perché esprime sinteticamente molte operazioni ricorrenti nelle interrogazioni
- Esistono diversi tipi di join
 - natural join
 - theta-join (e il suo sottocaso equi-join)
 - semi-join

Natural join, theta-join, semi-join

Algebra Relazionale

Natural join: definizione e proprietà

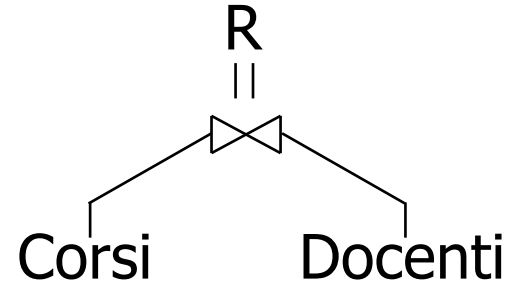
$$R = A \bowtie B$$

- Il natural join di due relazioni A e B genera una relazione R
 - avente come schema
 - gli attributi presenti nello schema di A e non presenti nello schema di B
 - gli attributi presenti nello schema di B e non presenti nello schema di A
 - una sola copia degli attributi comuni (con lo stesso nome nello schema di A e di B)
 - contenente tutte le coppie costituite da una tupla di A e una tupla di B per cui il valore degli attributi comuni è uguale
- Il natural join è commutativo e associativo

Natural join: esempio

- Trovare le informazioni sui corsi e sui docenti che li tengono*

$$R = \text{Corsi} \bowtie \text{Docenti}$$



R

| Corsi. Codice | Corsi. NomeCorso | Corsi. Semestre | Corsi. MatrDocente | Docenti. NomeDoc | Docenti. Dipartimento |
|------------------|---------------------|--------------------|-----------------------|---------------------|--------------------------|
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 | Verdi | Informatica |
| M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 | Bianchi | Elettronica |
| F1401 | Elettronica | 1 | D104 | Bianchi | Elettronica |
| F0410 | Basi di dati | 2 | D102 | Verdi | Informatica |

Nota bene: l'attributo comune MatrDocente è presente una volta sola nello schema della relazione risultante R

Theta-join: definizione e proprietà

$$R = A \bowtie_p B$$

- Il theta-join di due relazioni A e B genera tutte le coppie formate da una tupla di A e una tupla di B che soddisfano una generica *“condizione di legame”*
- Il theta-join di due relazioni A e B genera una relazione R
 - avente come schema *l’unione degli schemi di A e di B*
 - contenente tutte le coppie costituite da una tupla di A e una tupla di B per cui è vero il *predicato p*
- Il *predicato p* è nella forma $X \theta Y$
 - X è un attributo di A, Y è un attributo di B
 - θ è un operatore di confronto compatibile con i domini di X e di Y
- Il theta-join è commutativo e associativo

Equi-join: definizione

$$R = A \bowtie_p B$$

- Equi-join
 - caso particolare del theta-join in cui θ è l'operatore di uguaglianza (=)

Theta-join: esempio

- Trovare la matricola dei docenti che sono titolari di almeno due corsi*

Corsi C1

| <u>Codice</u> | NomeCorso | Semestre | MatrDocente |
|---------------|------------------|----------|-------------|
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 |
| M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 |
| F1401 | Elettronica | 1 | D104 |
| F0410 | Basi di dati | 2 | D102 |

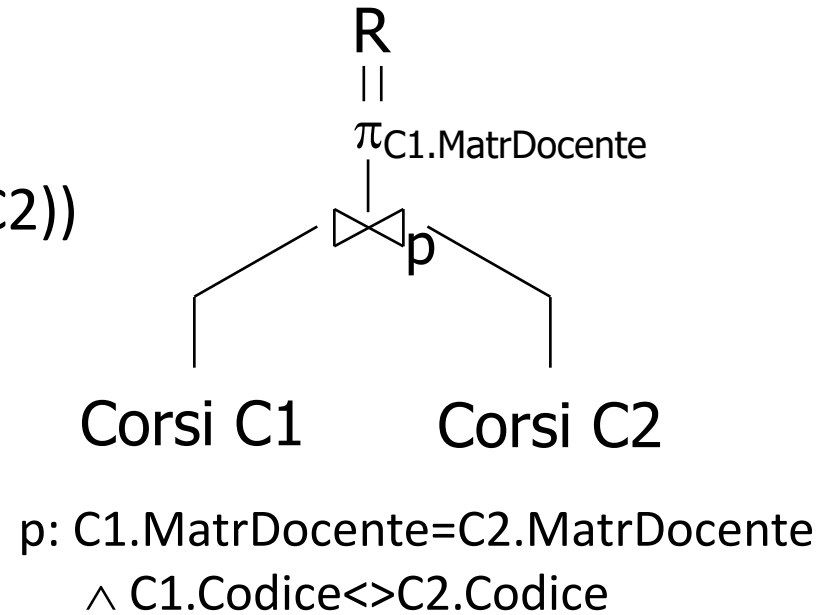
Corsi C2

| <u>Codice</u> | NomeCorso | Semestre | MatrDocente |
|---------------|------------------|----------|-------------|
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 |
| M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 |
| F1401 | Elettronica | 1 | D104 |
| F0410 | Basi di dati | 2 | D102 |

Theta-join: esempio

- Trovare la matricola dei docenti che sono titolari di almeno due corsi*

$$R = \pi_{C1.MatrDocente}((Corsi\ C1) \bowtie_p (Corsi\ C2))$$



Theta-join: esempio

| Corsi C1. Codice | Corsi C1. NomeCorso | Corsi C1. Semestre | Corsi C1. MatrDocente | Corsi C2. Codice | Corsi C2. NomeCorso | Corsi C2. Semestre | Corsi C2. MatrDocente |
|------------------|-------------------------|--------------------|-----------------------|------------------|-------------------------|--------------------|-----------------------|
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 | M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 |
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 | M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 |
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 | F1401 | Elettronica | 1 | D104 |
| <i>M2170</i> | <i>Informatica 1</i> | <i>1</i> | <i>D102</i> | <i>F0410</i> | <i>Basi di dati</i> | <i>2</i> | <i>D102</i> |
| M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 | M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 |
| M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 | M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 |
| <i>M4880</i> | <i>Sistemi digitali</i> | <i>2</i> | <i>D104</i> | <i>F1401</i> | <i>Elettronica</i> | <i>1</i> | <i>D104</i> |
| M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 | F0410 | Basi di dati | 2 | D102 |
| F1401 | Elettronica | 1 | D104 | M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 |
| <i>F1401</i> | <i>Elettronica</i> | <i>1</i> | <i>D104</i> | <i>M4880</i> | <i>Sistemi digitali</i> | <i>2</i> | <i>D104</i> |
| F1401 | Elettronica | 1 | D104 | F1401 | Elettronica | 1 | D104 |
| F1401 | Elettronica | 1 | D104 | F0410 | Basi di dati | 2 | D102 |
| <i>F0410</i> | <i>Basi di dati</i> | <i>2</i> | <i>D102</i> | <i>M2170</i> | <i>Informatica 1</i> | <i>1</i> | <i>D102</i> |
| F0410 | Basi di dati | 2 | D102 | M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 |
| F0410 | Basi di dati | 2 | D102 | F1401 | Elettronica | 1 | D104 |
| F0410 | Basi di dati | 2 | D102 | F0410 | Basi di dati | 2 | D102 |

Theta-join: esempio

| Corsi C1. Codice | Corsi C1. NomeCorso | Corsi C1. Semestre | Corsi C1. MatrDocente | Corsi C2. Codice | Corsi C2. NomeCorso | Corsi C2. Semestre | Corsi C2. MatrDocente |
|---------------------|-------------------------|-----------------------|--------------------------|---------------------|-------------------------|-----------------------|--------------------------|
| <i>M2170</i> | <i>Informatica 1</i> | <i>1</i> | <i>D102</i> | <i>F0410</i> | <i>Basi di dati</i> | <i>2</i> | <i>D102</i> |
| <i>M4880</i> | <i>Sistemi digitali</i> | <i>2</i> | <i>D104</i> | <i>F1401</i> | <i>Elettronica</i> | <i>1</i> | <i>D104</i> |
| <i>F1401</i> | <i>Elettronica</i> | <i>1</i> | <i>D104</i> | <i>M4880</i> | <i>Sistemi digitali</i> | <i>2</i> | <i>D104</i> |
| <i>F0410</i> | <i>Basi di dati</i> | <i>2</i> | <i>D102</i> | <i>M2170</i> | <i>Informatica 1</i> | <i>1</i> | <i>D102</i> |



Proiezione

R

| Corsi C1. MatrDocente |
|--------------------------|
| <i>D102</i> |
| <i>D104</i> |

Semi-join: definizione e proprietà

$$R = A \bowtie_p B$$

- Il semi-join di due relazioni A e B seleziona tutte le tuple di A *“semanticamente legate”* ad almeno una tupla di B
 - le informazioni di B non compaiono nel risultato
- Il semi-join di due relazioni A e B genera una relazione R
 - avente lo stesso schema di A
 - contenente tutte le tuple di A per cui è vero il predicato specificato da *p*
- Il predicato *p* è espresso nella stessa forma del theta-join (confronto tra attributi di A e di B)

Semi-join: definizione e proprietà

- Il semi-join può essere espresso in funzione del theta-join

$$A \bowtie_p B = \pi_{\text{schema}(A)}(A \Join_p B)$$

- Il semi-join *non gode* della proprietà commutativa

Semi-join: esempio

- Trovare le informazioni relative ai docenti titolari di almeno un corso*

Docenti

| <u>MatrDocente</u> | NomeDoc | Dipartimento |
|--------------------|---------|--------------|
| D102 | Verdi | Informatica |
| D105 | Neri | Informatica |
| D104 | Bianchi | Elettronica |

Corsi

| <u>Codice</u> | NomeCorso | Semestre | MatrDocente |
|---------------|------------------|----------|-------------|
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 |
| M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 |
| F1401 | Elettronica | 1 | D104 |
| F0410 | Basi di dati | 2 | D102 |

Semi-join: esempio

| Docenti. MatrDocente | Docenti. NomeDoc | Docenti. Dipartimento | Corsi. Codice | Corsi. NomeCorso | Corsi. Semestre | Corsi. MatrDocente |
|-------------------------|---------------------|--------------------------|------------------|-------------------------|--------------------|-----------------------|
| <i>D102</i> | <i>Verdi</i> | <i>Informatica</i> | <i>M2170</i> | <i>Informatica 1</i> | <i>1</i> | <i>D102</i> |
| D102 | Verdi | Informatica | M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 |
| D102 | Verdi | Informatica | F1401 | Elettronica | 1 | D104 |
| <i>D102</i> | <i>Verdi</i> | <i>Informatica</i> | <i>F0410</i> | <i>Basi di dati</i> | <i>2</i> | <i>D102</i> |
| D105 | Neri | Informatica | M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 |
| D105 | Neri | Informatica | M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 |
| D105 | Neri | Informatica | F1401 | Elettronica | 1 | D104 |
| D105 | Neri | Informatica | F0410 | Basi di dati | 2 | D102 |
| D104 | Bianchi | Elettronica | M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 |
| <i>D104</i> | <i>Bianchi</i> | <i>Elettronica</i> | <i>M4880</i> | <i>Sistemi digitali</i> | <i>2</i> | <i>D104</i> |
| <i>D104</i> | <i>Bianchi</i> | <i>Elettronica</i> | <i>F1401</i> | <i>Elettronica</i> | <i>1</i> | <i>D104</i> |
| D104 | Bianchi | Elettronica | F0410 | Basi di dati | 2 | D102 |

Semi-join: esempio

| Docenti. MatrDocente | Docenti. NomeDoc | Docenti. Dipartimento | Corsi. Codice | Corsi. NomeCorso | Corsi. Semestre | Corsi. MatrDocente |
|-------------------------|---------------------|--------------------------|------------------|-------------------------|--------------------|-----------------------|
| <i>D102</i> | <i>Verdi</i> | <i>Informatica</i> | <i>M2170</i> | <i>Informatica 1</i> | <i>1</i> | <i>D102</i> |
| <i>D102</i> | <i>Verdi</i> | <i>Informatica</i> | <i>F0410</i> | <i>Basi di dati</i> | <i>2</i> | <i>D102</i> |
| <i>D104</i> | <i>Bianchi</i> | <i>Elettronica</i> | <i>M4880</i> | <i>Sistemi digitali</i> | <i>2</i> | <i>D104</i> |
| <i>D104</i> | <i>Bianchi</i> | <i>Elettronica</i> | <i>F1401</i> | <i>Elettronica</i> | <i>1</i> | <i>D104</i> |



Proiezione

R

| Docenti. MatrDocente | Docenti. NomeDoc | Docenti. Dipartimento |
|-------------------------|---------------------|--------------------------|
| <i>D102</i> | <i>Verdi</i> | <i>Informatica</i> |
| <i>D104</i> | <i>Bianchi</i> | <i>Elettronica</i> |

Semi-join: esempio

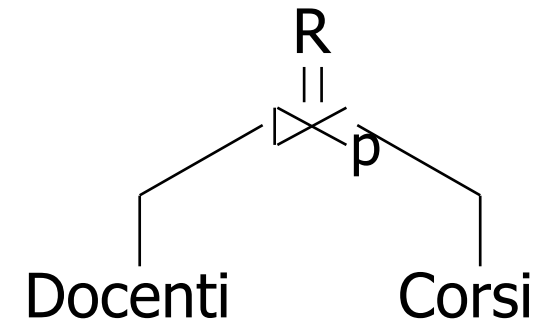
- Trovare le informazioni relative ai docenti titolari di almeno un corso*

$R = \text{Docenti} \bowtie_p \text{Corsi}$

$p: \text{Docenti.MatrDocente} = \text{Corsi.MatrDocente}$

R

| Docenti. MatrDocente | Docenti. NomeDoc | Docenti. Dipartimento |
|-------------------------|---------------------|--------------------------|
| <i>D102</i> | <i>Verdi</i> | <i>Informatica</i> |
| <i>D104</i> | <i>Bianchi</i> | <i>Elettronica</i> |



Outer-join

Algebra Relazionale

Outer-join

- Variante del join che permette di conservare l'informazione relativa alle tuple non semanticamente legate dal predicato di join
 - completa con valori nulli le tuple prive di controparte
- Esistono tre tipi di outer-join
 - left: sono completate solo le tuple del primo operando
 - right: sono completate solo le tuple del secondo operando
 - full: sono completate le tuple di entrambi gli operandi

Left outer-join

- Il left outer-join di due relazioni A e B genera le coppie formate da
 - una tupla di A e una di B “*semanticamente legate*”

+

- una tupla di A “*non semanticamente legata*” a tuple di B completata con valori nulli per tutti gli attributi di B

Left outer-join: esempio

- Trovare le informazioni sui docenti e sui corsi che tengono*

Docenti

| <u>MatrDocente</u> | NomeDoc | Dipartimento |
|--------------------|---------|--------------|
| D102 | Verdi | Informatica |
| D105 | Neri | Informatica |
| D104 | Bianchi | Elettronica |

Corsi

| <u>Codice</u> | NomeCorso | Semestre | MatrDocente |
|---------------|------------------|----------|-------------|
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 |
| M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 |
| F1401 | Elettronica | 1 | D104 |
| F0410 | Basi di dati | 2 | D102 |

Left outer-join: esempio

R

| Docenti. MatrDocente | Docenti. NomeDoc | Docenti. Dipartimento | Corsi. Codice | Corsi. NomeCorso | Corsi. Semestre | Corsi. MatrDocente |
|-------------------------|---------------------|--------------------------|------------------|---------------------|--------------------|-----------------------|
| D102 | Verdi | Informatica | M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 |
| D102 | Verdi | Informatica | F0410 | Basi di dati | 2 | D102 |
| D104 | Bianchi | Elettronica | M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 |
| D104 | Bianchi | Elettronica | F1401 | Elettronica | 1 | D104 |

Left outer-join: esempio

R

| Docenti. MatrDocente | Docenti. NomeDoc | Docenti. Dipartimento | Corsi. Codice | Corsi. NomeCorso | Corsi. Semestre | Corsi. MatrDocente |
|-------------------------|---------------------|--------------------------|------------------|---------------------|--------------------|-----------------------|
| D102 | Verdi | Informatica | M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 |
| D102 | Verdi | Informatica | F0410 | Basi di dati | 2 | D102 |
| D104 | Bianchi | Elettronica | M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 |
| D104 | Bianchi | Elettronica | F1401 | Elettronica | 1 | D104 |
| <i>D105</i> | <i>Neri</i> | <i>Informatica</i> | <i>null</i> | <i>null</i> | <i>null</i> | <i>null</i> |

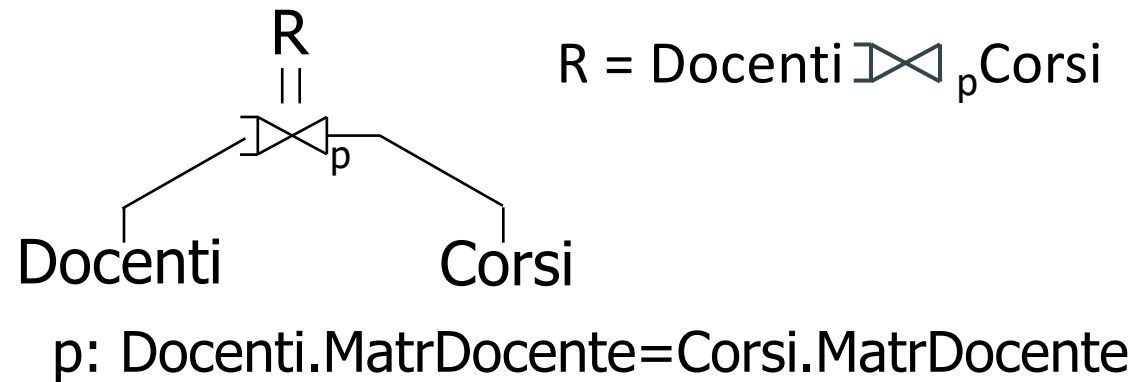
Left outer-join: definizione e proprietà

$$R = A \bowtie_p B$$

- Il left outer-join di due relazioni A e B genera una relazione R
 - avente come schema l'unione degli schemi di A e di B
 - contenente le coppie formate da
 - una tupla di A e una tupla di B per cui è vero il predicato *p*
 - una tupla di A che non è correlata mediante il predicato *p* a tuple di B completata con valori nulli per tutti gli attributi di B
- Il left outer-join *non è* commutativo

Left outer-join: esempio

- Trovare le informazioni sui docenti e sui corsi che tengono



R

| Docenti. MatrDocente | Docenti. NomeDoc | Docenti. Dipartimento | Corsi. Codice | Corsi. NomeCorso | Corsi. Semestre | Corsi. MatrDocente |
|-------------------------|---------------------|--------------------------|------------------|---------------------|--------------------|-----------------------|
| D102 | Verdi | Informatica | M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 |
| D102 | Verdi | Informatica | F0410 | Basi di dati | 2 | D102 |
| D104 | Bianchi | Elettronica | M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 |
| D104 | Bianchi | Elettronica | F1401 | Elettronica | 1 | D104 |
| <i>D105</i> | <i>Neri</i> | <i>Informatica</i> | <i>null</i> | <i>null</i> | <i>null</i> | <i>null</i> |

Right outer-join: definizione e proprietà

$$R = A \bowtie_p B$$

- Il right outer-join di due relazioni A e B genera una relazione R
 - avente come schema l'unione degli schemi di A e di B
 - contenente le coppie formate da
 - una tupla di A e una tupla di B per cui è vero il predicato *p*
 - una tupla di B che non è correlata mediante il predicato *p* a tuple di A completata con valori nulli per tutti gli attributi di A
- Il right outer-join *non è* commutativo

Full outer-join: definizione e proprietà

$$R = A \bowtie_p B$$

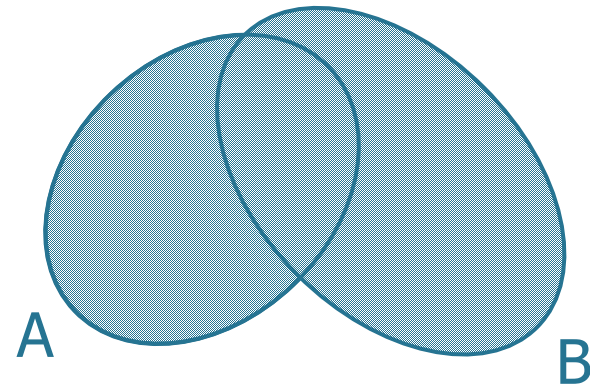
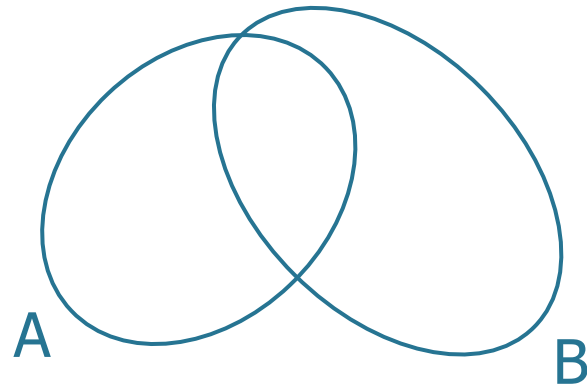
- Il full outer-join di due relazioni A e B genera una relazione R
 - avente come schema l'unione degli schemi di A e di B
- contenente le coppie formate da
 - una tupla di A e una tupla di B per cui è vero il predicato p
 - una tupla di A che non è correlata mediante il predicato p a tuple di B completata con valori nulli per tutti gli attributi di B
 - una tupla di B che non è correlata mediante il predicato p a tuple di A completata con valori nulli per tutti gli attributi di A
- Il full outer-join è commutativo

Unione e intersezione

Algebra Relazionale

Unione

- L'unione di due relazioni A e B seleziona tutte le tuple presenti in almeno una delle due relazioni



Unione: esempio

- *Trovare le informazioni relative ai docenti dei corsi di laurea o di master*

DocentiLaurea

| <u>MatrDocente</u> | NomeDoc | Dipartimento |
|--------------------|---------|--------------|
| D102 | Verdi | Informatica |
| D105 | Neri | Informatica |
| D104 | Bianchi | Elettronica |

DocentiMaster

| <u>MatrDocente</u> | NomeDoc | Dipartimento |
|--------------------|---------|--------------|
| D102 | Verdi | Informatica |
| D101 | Rossi | Elettrica |

Unione: esempio

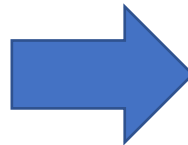
- *Trovare le informazioni relative ai docenti dei corsi di laurea o di master*

DocentiLaurea

| <u>MatrDocente</u> | NomeDoc | Dipartimento |
|--------------------|---------|--------------|
| D102 | Verdi | Informatica |
| D105 | Neri | Informatica |
| D104 | Bianchi | Elettronica |

DocentiMaster

| <u>MatrDocente</u> | NomeDoc | Dipartimento |
|--------------------|---------|--------------|
| D102 | Verdi | Informatica |
| D101 | Rossi | Elettrica |



R

| <u>MatrDocente</u> | NomeDoc | Dipartimento |
|--------------------|---------|--------------|
| D102 | Verdi | Informatica |
| D105 | Neri | Informatica |
| D104 | Bianchi | Elettronica |
| D101 | Rossi | Elettrica |

- *Nota bene:* i duplicati sono eliminati

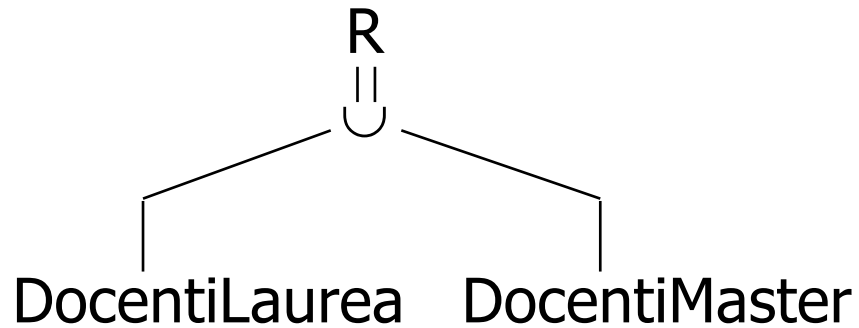
Unione: definizione e proprietà

$$R = A \cup B$$

- L'unione di due relazioni A e B genera una relazione R
 - avente lo stesso schema di A e B
 - contenente tutte le tuple appartenenti ad A e tutte le tuple appartenenti a B (o a entrambi)
- *Compatibilità*
 - le relazioni A e B devono avere lo stesso schema (numero e tipo degli attributi)
- Le tuple duplicate sono eliminate
- L'unione è commutativa e associativa

Unione: esempio

- Trovare le informazioni relative ai docenti dei corsi di laurea o di master*



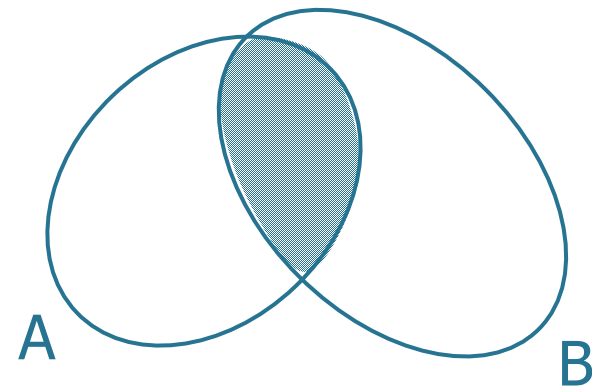
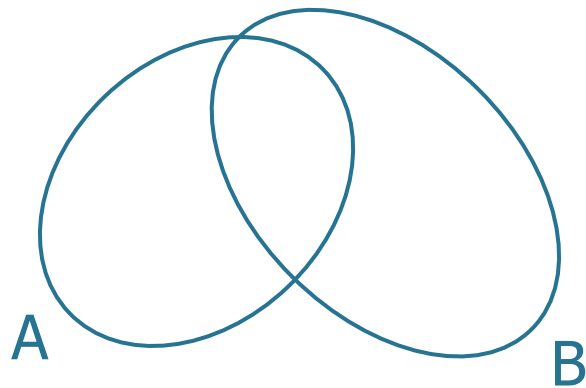
$$R = \text{DocentiLaurea} \cup \text{DocentiMaster}$$

R

| MatrDocente | NomeDoc | Dipartimento |
|-------------|---------|--------------|
| D102 | Verdi | Informatica |
| D105 | Neri | Informatica |
| D104 | Bianchi | Elettronica |
| D101 | Rossi | Elettrica |

Intersezione

- L'intersezione di due relazioni A e B seleziona tutte le tuple presenti in entrambe le relazioni



Intersezione: esempio

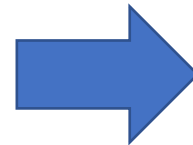
- Trovare le informazioni relative ai docenti sia di corsi di laurea, sia di master*

DocentiLaurea

| MatrDocente | NomeDoc | Dipartimento |
|-------------|---------|--------------|
| D102 | Verdi | Informatica |
| D105 | Neri | Informatica |
| D104 | Bianchi | Elettronica |

DocentiMaster

| MatrDocente | NomeDoc | Dipartimento |
|-------------|---------|--------------|
| D102 | Verdi | Informatica |
| D101 | Rossi | Elettrica |



R

| MatrDocente | NomeDoc | Dipartimento |
|-------------|---------|--------------|
| D102 | Verdi | Informatica |

Intersezione: definizione e proprietà

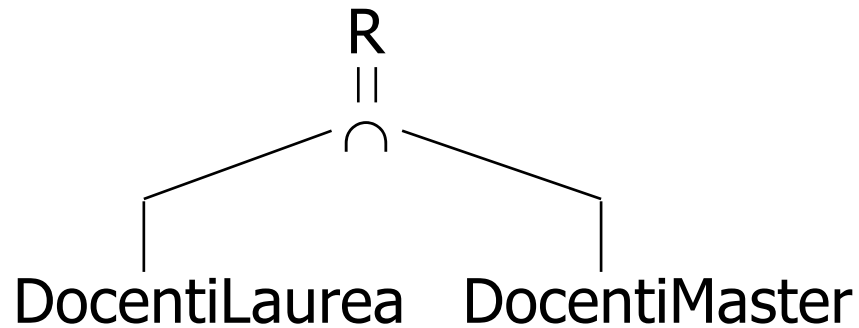
$$R = A \cap B$$

- L'intersezione di due relazioni A e B genera una relazione R
 - avente lo stesso schema di A e B
 - contenente tutte le tuple appartenenti sia ad A sia a B
- *Compatibilità*
 - le relazioni A e B devono avere lo stesso schema (numero e tipo degli attributi)
- L'intersezione è commutativa e associativa

Intersezione: esempio

- *Trovare le informazioni relative ai docenti sia di corsi di laurea, sia di master*

$$R = \text{DocentiLaurea} \cap \text{DocentiMaster}$$



R

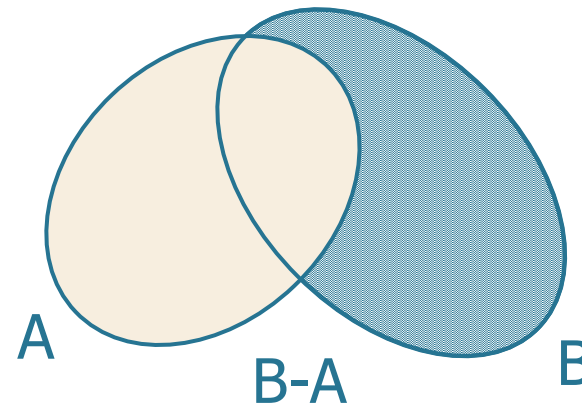
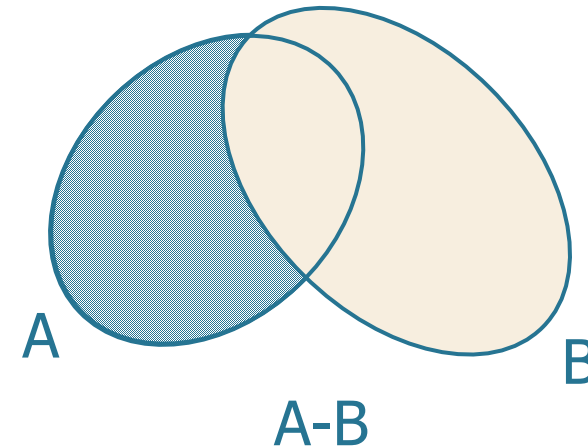
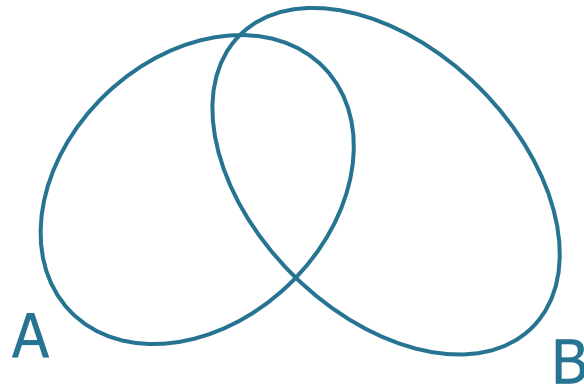
| MatrDocente | NomeDoc | Dipartimento |
|-------------|---------|--------------|
| D102 | Verdi | Informatica |

Differenza e anti-join

Algebra Relazionale

Differenza

- La differenza di due relazioni A e B seleziona tutte le tuple presenti *esclusivamente* in A



$$A-B \neq B-A$$

Differenza: esempio (n.1)

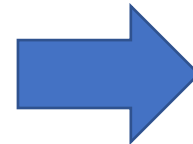
- Trovare i docenti di corsi di laurea ma non di master*

DocentiLaurea

| MatrDocente | NomeDoc | Dipartimento |
|-------------|---------|--------------|
| D102 | Verdi | Informatica |
| D105 | Neri | Informatica |
| D104 | Bianchi | Elettronica |

DocentiMaster

| MatrDocente | NomeDoc | Dipartimento |
|-------------|---------|--------------|
| D102 | Verdi | Informatica |
| D101 | Rossi | Elettrica |



R

| MatrDocente | NomeDoc | Dipartimento |
|-------------|---------|--------------|
| D105 | Neri | Informatica |
| D104 | Bianchi | Elettronica |

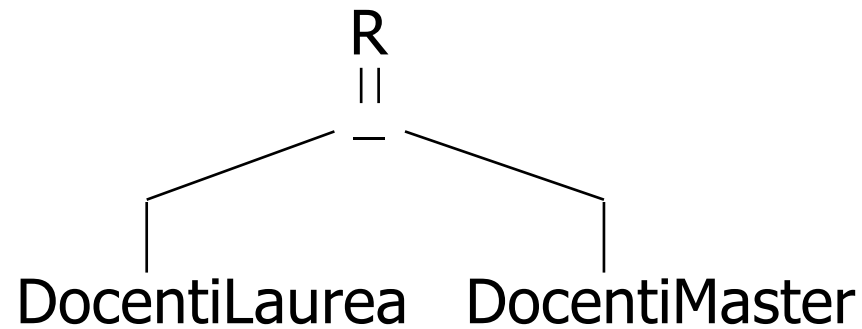
Differenza: definizione e proprietà

$$R = A - B$$

- La differenza di due relazioni A e B genera una relazione R
 - avente lo stesso schema di A e di B
 - contenente tutte le tuple appartenenti ad A che non appartengono a B
- *Compatibilità*
 - le relazioni A e B devono avere lo stesso schema (numero e tipo degli attributi)
- La differenza *non gode* né della proprietà commutativa, né della proprietà associativa

Differenza: esempio (n.1)

- Trovare i docenti di corsi di laurea ma non di master*



$R = \text{DocentiLaurea} - \text{DocentiMaster}$

R

| MatrDocente | NomeDoc | Dipartimento |
|-------------|---------|--------------|
| D105 | Neri | Informatica |
| D104 | Bianchi | Elettronica |

Differenza: esempio (n. 2)

- Trovare i docenti di corsi di master ma non di laurea*

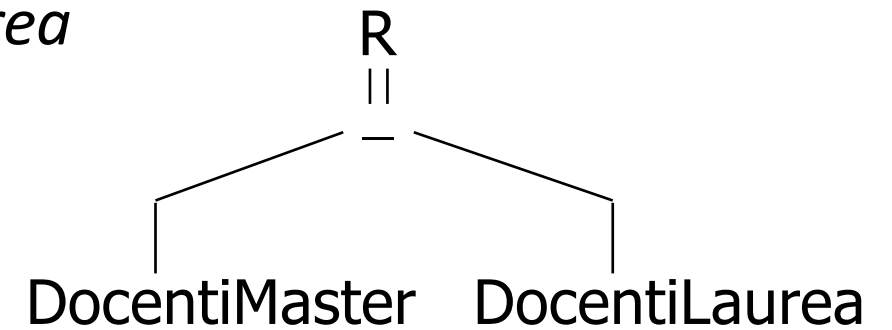
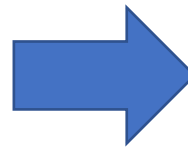
$$R = \text{DocentiMaster} - \text{DocentiLaurea}$$

DocentiMaster

| <u>MatrDocente</u> | NomeDoc | Dipartimento |
|--------------------|---------|--------------|
| D102 | Verdi | Informatica |
| D101 | Rossi | Elettrica |

DocentiLaurea

| <u>MatrDocente</u> | NomeDoc | Dipartimento |
|--------------------|---------|--------------|
| D102 | Verdi | Informatica |
| D105 | Neri | Informatica |
| D104 | Bianchi | Elettronica |



R

| <u>MatrDocente</u> | NomeDoc | Dipartimento |
|--------------------|---------|--------------|
| D101 | Rossi | Elettrica |

Differenza: esempio (n. 3)

- Trovare Matricola, Nome e Dipartimento dei docenti che non tengono corsi*

Proiezione
Matricole dei docenti

Docenti

| <u>MatrDocente</u> | NomeDoc | Dipartimento |
|--------------------|---------|--------------|
| <i>D102</i> | Verdi | Informatica |
| <i>D105</i> | Neri | Informatica |
| <i>D104</i> | Bianchi | Elettronica |

Corsi

| <u>Codice</u> | NomeCorso | Semestre | MatrDocente |
|---------------|------------------|----------|-------------|
| M2170 | Informatica 1 | 1 | <i>D102</i> |
| M4880 | Sistemi digitali | 2 | <i>D104</i> |
| F1401 | Elettronica | 1 | <i>D104</i> |
| F0410 | Basi di dati | 2 | <i>D102</i> |

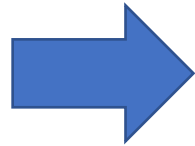
Proiezione

Matricole dei docenti che tengono
almeno un corso

Differenza: esempio (n. 3)

| MatrDocente |
|-------------|
| D102 |
| <i>D105</i> |
| D104 |

Differenza



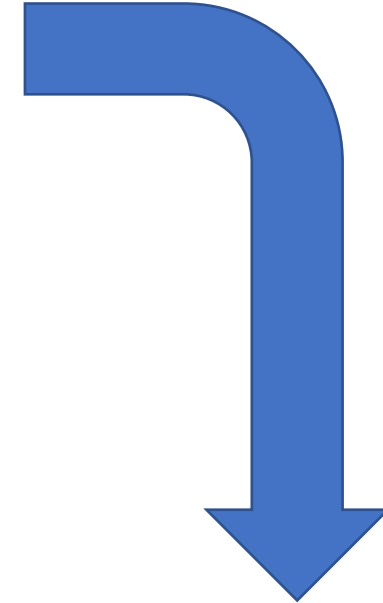
| MatrDocente |
|-------------|
| <i>D105</i> |

| MatrDocente |
|-------------|
| D102 |
| D104 |

Docenti

| <u>MatrDocente</u> | NomeDoc | Dipartimento |
|--------------------|-------------|--------------------|
| D102 | Verdi | Informatica |
| <i>D105</i> | <i>Neri</i> | <i>Informatica</i> |
| D104 | Bianchi | Elettronica |

Natural Join

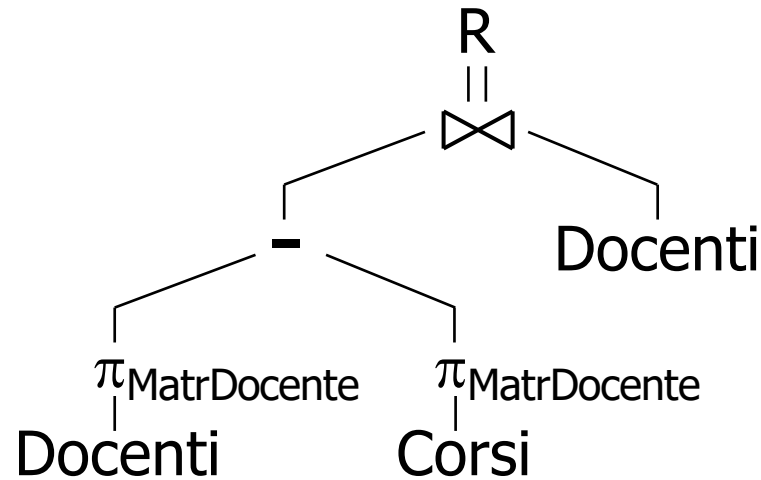


R

| MatrDocente | NomeDoc | Dipartimento |
|-------------|-------------|--------------------|
| <i>D105</i> | <i>Neri</i> | <i>Informatica</i> |

Differenza: esempio (n. 3)

- Trovare Matricola, Nome e Dipartimento dei docenti che non tengono corsi*



$$R = \text{Docenti} \bowtie ((\pi_{\text{MatrDocente}} \text{Docenti}) - (\pi_{\text{MatrDocente}} \text{Corsi}))$$

Anti-join: definizione e proprietà

$$R = A \bowtie_p B$$

- L'anti-join tra due relazioni A e B seleziona tutte le tuple di A *“semanticamente non legate”* a tuple di B
 - le informazioni di B non compaiono nel risultato
- L'anti-join di due relazioni A e B genera una relazione R
 - avente lo stesso schema di A
 - contenente tutte le tuple di A per cui non esiste nessuna tupla in B per cui è vero il predicato *p*
- Il predicato *p* è espresso nella stessa forma del theta-join e del semi-join
- L'anti-join *non gode* né della proprietà commutativa, né della proprietà associativa

Anti-join: esempio

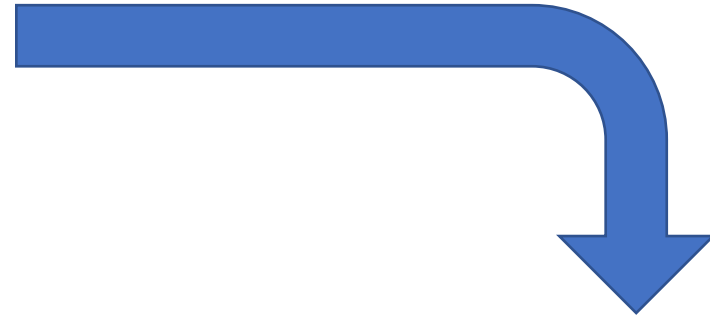
- *Trovare Matricola, Nome e Dipartimento dei docenti che non tengono corsi*

Docenti

| <u>MatrDocente</u> | NomeDoc | Dipartimento |
|--------------------|-------------|--------------------|
| D102 | Verdi | Informatica |
| <i>D105</i> | <i>Neri</i> | <i>Informatica</i> |
| D104 | Bianchi | Elettronica |

Corsi

| <u>Codice</u> | NomeCorso | Semestre | MatrDocente |
|---------------|------------------|----------|-------------|
| M2170 | Informatica 1 | 1 | D102 |
| M4880 | Sistemi digitali | 2 | D104 |
| F1401 | Elettronica | 1 | D104 |
| F0410 | Basi di dati | 2 | D102 |



R

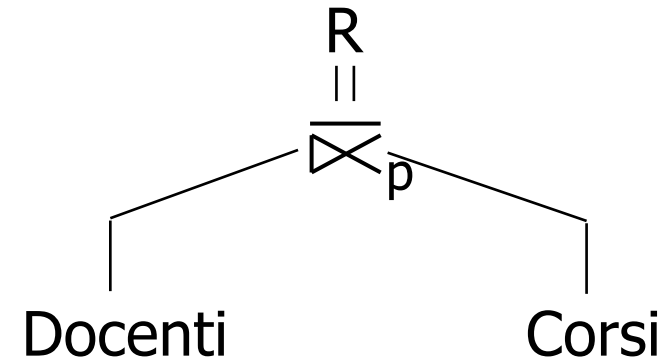
| MatrDocente | NomeDoc | Dipartimento |
|-------------|-------------|--------------------|
| <i>D105</i> | <i>Neri</i> | <i>Informatica</i> |

Anti-join: esempio

- Trovare Matricola, Nome e Dipartimento dei docenti che non tengono corsi*

$$R = \text{Docenti} \bowtie_p \text{Corsi}$$

p: Docenti.MatrDocente=Corsi.MatrDocente



R

| MatrDocente | NomeDoc | Dipartimento |
|-------------|---------|--------------|
| D105 | Neri | Informatica |

Divisione e altri operatori

Algebra Relazionale

Divisione: esempio

- *Trovare gli studenti che hanno superato l'esame di **tutti** i corsi del primo anno*

EsamiSuperati

| <u>MatrStudente</u> | <u>CodCorso</u> |
|---------------------|-----------------|
| S1 | C1 |
| S1 | C2 |
| S1 | C3 |
| S1 | C4 |
| S1 | C5 |
| S1 | C6 |
| S2 | C1 |
| S2 | C2 |
| S3 | C2 |
| S4 | C2 |
| S4 | C4 |
| S4 | C5 |

CorsiPrimoAnno

| <u>CodCorso</u> |
|-----------------|
| ... |
| ... |
| ... |
| ... |

Divisione: esempio

- *Trovare gli studenti che hanno superato l'esame di **tutti** i corsi del primo anno*

| EsamiSuperati | | CorsiPrimoAnno |
|---------------------|-----------------|-----------------|
| <u>MatrStudente</u> | <u>CodCorso</u> | <u>CodCorso</u> |
| S1 | C1 | C1 |
| S1 | C2 | |
| S1 | C3 | |
| S1 | C4 | |
| S1 | C5 | |
| S1 | C6 | |
| S2 | C1 | |
| S2 | C2 | |
| S3 | C2 | |
| S4 | C2 | |
| S4 | C4 | |
| S4 | C5 | |

Divisione: esempio

- Trovare gli studenti che hanno superato l'esame di *tutti* i corsi del primo anno

| MatrStudente | CodCorso |
|--------------|----------|
| S1 | C1 |
| S1 | C2 |
| S1 | C3 |
| S1 | C4 |
| S1 | C5 |
| S1 | C6 |
| S2 | C1 |
| S2 | C2 |
| S3 | C2 |
| S4 | C2 |
| S4 | C4 |
| S4 | C5 |

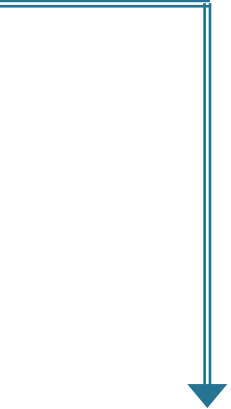
| CodCorso |
|----------|
| C1 |



| MatrStudente |
|--------------|
| S1 |
| S2 |

Divisione: esempio (n. 2)

- Trovare gli studenti che hanno superato l'esame di *tutti* i corsi del primo anno

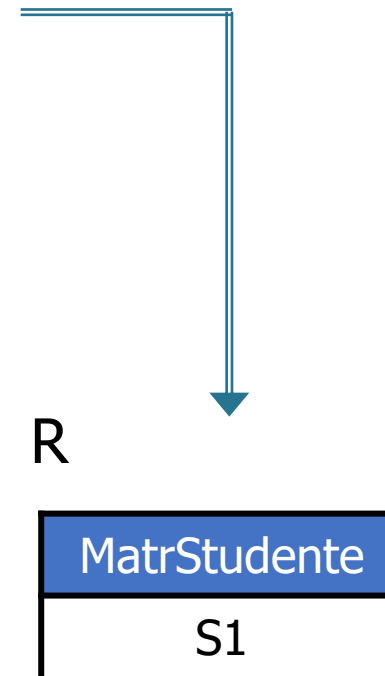
| EsamiSuperati | | CorsiPrimoAnno | |
|---------------|----------|----------------|---|
| MatrStudente | CodCorso | CodCorso | |
| S1 | C1 | C2 |  |
| S1 | C2 | C4 | |
| S1 | C3 | | |
| S1 | C4 | | |
| S1 | C5 | | |
| S1 | C6 | | |
| S2 | C1 | | |
| S2 | C2 | | |
| S3 | C2 | | |
| S4 | C2 | | |
| S4 | C4 | | |
| S4 | C5 | | |

| R | |
|--------------|--|
| MatrStudente | |
| S1 | |
| S4 | |

Divisione: esempio (n. 3)

- Trovare gli studenti che hanno superato l'esame di **tutti** i corsi del primo anno*

| EsamiSuperati | | CorsiPrimoAnno |
|---------------|----------|-----------------|
| MatrStudente | CodCorso | <u>CodCorso</u> |
| S1 | C1 | C1 |
| S1 | C2 | C2 |
| S1 | C3 | C3 |
| S1 | C4 | C4 |
| S1 | C5 | C5 |
| S1 | C6 | C6 |
| S2 | C1 | |
| S2 | C2 | |
| S3 | C2 | |
| S4 | C2 | |
| S4 | C4 | |
| S4 | C5 | |



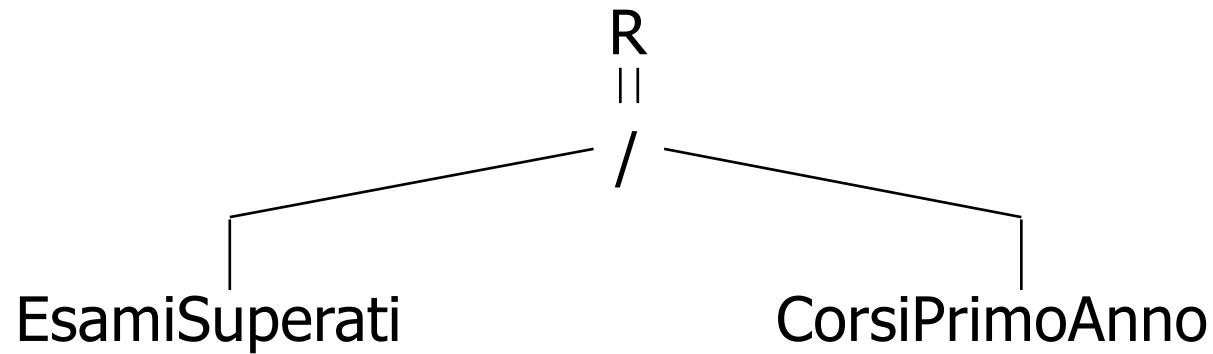
Divisione: definizione e proprietà

$$R = A / B$$

- La divisione della relazione A per la relazione B genera una relazione R
 - avente come schema *schema(A) - schema(B)*
 - contenente tutte le tuple di A tali che per ogni tupla (Y:y) presente in B esiste una tupla (X:x, Y:y) in A
- La divisione *non gode* né della proprietà commutativa, né della proprietà associativa

Divisione: esempio

- *Trovare gli studenti che hanno superato l'esame di **tutti** i corsi del primo anno*



$R = \text{EsamiSuperati} / \text{CorsiPrimoAnno}$

Altri operatori

- Sono stati proposti numerosi altri operatori per estendere il potere espressivo dell'algebra relazionale
 - estensione con un nuovo attributo, definito da un'espressione scalare
 - $\text{PESO_LORDO} = \text{PESO_NETTO} + \text{TARA}$
 - calcolo di funzioni aggregate
 - max, min, avg, count, sum
 - eventualmente con la definizione di sottoinsiemi in cui raggruppare i dati (GROUP BY di SQL)