

Esercizi scheda 2

1. Data la matrice stocastica seguente, indicare quale delle risposte si ritiene corretta.

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

- (a) $\pi = \left(\frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right)$ è una misura invariante (o *stazionaria*) di P e il tempo medio di ritorno nel secondo stato è 5.
- (b) $\pi = \left(\frac{1}{10}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}\right)$ è una misura invariante (o *stazionaria*) di P e il tempo medio di ritorno nel secondo stato è 5.
- (c) $\pi = \left(\frac{2}{5}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right)$ è una misura invariante (o *stazionaria*) di P e il tempo medio di ritorno nel secondo stato è 2.
- (d) $\pi = \left(\frac{1}{10}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}\right)$ è una misura invariante (o *stazionaria*) di P e il tempo medio di ritorno nel secondo stato è 10.

2. Data la matrice stocastica seguente P , dove per ciascuno stato le probabilità di transizione sono ordinate per riga, dallo stato 1 allo stato 6, indicare la suddivisione in classi che si ritiene corretta (può aiutare uno schema grafico):

$$P = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

- (a) $\{1, 2, 3\}$; $\{4\}$; $\{5, 6\}$.
- (b) $\{1, 2, 3, 5, 6\}$; $\{4\}$.
- (c) $\{1, 2, 3\}$; $\{4, 5, 6\}$.
- (d) $\{1, 2, 3, 4\}$; $\{5, 6\}$.

3. Indicare tra le seguenti affermazioni quella che si ritiene non corretta, riguardante il processo forward o backward del modello di diffusione con dinamica forward $\prod_t q(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1})$:

- (a) La ottimizzazione della parametrizzazione della distribuzione di prova $p_\theta(\mathbf{x}_{t-1} | \mathbf{x}_t)$ viene effettuata confrontandola direttamente con la $q(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1})$ del processo forward, con l'obiettivo di approssimare al meglio l'uguaglianza $p_\theta(\mathbf{x}_{t-1} | \mathbf{x}_t) = q(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1})$ ad ogni passo temporale del processo inverso.
- (b) La ottimizzazione della parametrizzazione della distribuzione di prova $p_\theta(\mathbf{x}_{t-1} | \mathbf{x}_t)$ viene effettuata confrontandola con la $q(\mathbf{x}_{t-1} | \mathbf{x}_t, \mathbf{x}_0)$, che è nota grazie al teorema di Bayes.
- (c) La riparametrizzazione gaussiana del processo forward, di per sé, non rende il processo stesso stazionario e reversibile nel tempo.
- (d) Nel processo forward vale sempre $q(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}) = q(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{x}_{t-2})$.