

ESERCIZI DI LOGICA

1. Date p, q e r tre proposizioni semplici, dimostrare le seguenti equivalenze:

- $p \wedge (q \wedge r) = (p \wedge q) \wedge r$;
- $p \vee (q \vee r) = (p \vee q) \vee r$;
- $\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$;
- $\neg(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$.

2. Dimostrare la seguente non equivalenza: $(p \wedge q) \vee r \neq p \wedge (q \vee r)$

3. Dimostrare che $p \vee \neg p$ e' una tautologia.

4. Dimostrare le seguenti proprieta' dell'implicazione logica:

- $p \implies q = \neg(p \wedge \neg q)$;
- $[(p \implies q) \wedge (q \implies r)] = p \implies r$.

5. Studiare la veridicita' delle seguenti proposizioni:

- $\neg(p \wedge q) \implies \neg q$;
- $q \implies \neg(\neg p \vee \neg q)$

6. Scrivere un esempio che evidenzi l'equivalenza: $p \implies q = \neg q \implies \neg p$

7. Considerato l'insieme $S = \{2, 4, 6, \dots\}$ dei numeri pari e considerati i seguenti predicati:

- $p(x) = x \text{ e' divisibile per } 2$,
- $q(x) = x \text{ e' minore di } 7$,
- $t(x) = x = 2k + 1, k \in \mathbb{N}$,

discutere la veridicita' dei seguenti enunciati:

- $\forall x p(x)$,
- $\exists x q(x)$,
- $\exists x t(x)$.

8. Dati $x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$ e $p(x) = x \leq y$, discutere la veridicita' dei seguenti enunciati, nel caso in cui siano falsi fornire un controesempio:

- $\forall x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N} \quad p(x, y)$,
- $\exists x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N} \quad p(x, y)$,
- $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N} \quad p(x, y)$,
- $\exists x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N} \quad p(x, y)$.

9. Scrivere la negazione dei seguenti enunciati:

- $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N} \quad \text{tale che } x \geq y$,
- $\exists x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N} \quad \text{tale che } x \geq y$.