

**POLITECNICO DI TORINO a.a. 2021-2022**  
**corso di ANALISI MATEMATICA I (corso 15 QUAS-ROA)**

docenti: Francesca Ceragioli, Giada Fiandaca  
contatti: francesca.ceragioli@polito.it, giada.fiandaca@polito.it  
ricevimento studenti: Ceragioli venerdì ore 14.30-15.30 online al link  
<https://didattica.polito.it/VClass/ceragioli>

### **Presentazione**

L'insegnamento di Analisi Matematica I costituisce la cerniera tra la scuola media superiore e l'università. Lo scopo principale dell'insegnamento è abituare gli studenti a seguire la concatenazione di semplici argomentazioni e insegnare loro gli elementi fondamentali del calcolo differenziale integrale per le funzioni di una variabile, con applicazioni alle equazioni differenziali ordinarie.

### **Conoscenze e abilità da acquisire**

Capacità di seguire una catena di ragionamenti logici. Comprensione delle proprietà essenziali del calcolo differenziale e integrale per funzioni di una variabile. Acquisizione di una sufficiente manualità di calcolo.

### **Prerequisiti**

Insiemi numerici, equazioni e disequazioni, geometria analitica, trigonometria. Funzioni elementari e loro proprietà.

### **Materiale didattico**

S. Lancelotti, *Lezioni di Analisi Matematica I*, Celid (acquistabile on line, sia in formato cartaceo sia nella versione pdf protetta, e consultabile online sulla piattaforma Usophy, previo abbonamento sul sito <https://usophy.com>)

Esercizi a cura del Dipartimento di Scienze Matematiche: <http://exercise.polito.it>  
(link diretto dalla pagina del corso)

### **Alcuni libri**

R. Courant e H. Robbins, *Che cos'è la matematica?* Bollati Boringhieri  
C. Canuto e A. Tabacco, *Analisi Matematica I*, Springer-Verlag  
F. Nicola, *Analisi Matematica I - Appunti delle lezioni*, CLUT  
G. Baranenkova e B. Demidovic, *Esercizi e problemi di Analisi Matematica*, Editori Riuniti  
C. Bianca e F. Perri, *Chi ha paura dell'Analisi ....Matematica I?*, Pitagora Editrice  
S. Lancelotti, *Esercizi di Analisi Matematica I*, CELID  
G.G. Quelali, *Il bernoccolo del Calcolo I. Esercizi di Analisi Matematica I*, CLUT

### **Organizzazione del corso**

Le ore si dividono in lezioni (circa 60 ore) ed esercitazioni (circa 40 ore). Entrambe le docenti terranno sia ore di lezione sia ore di esercitazione, secondo un calendario disponibile nella sezione Materiale sul portale della didattica.

Le lezioni o esercitazioni del lunedì si svolgono a squadre. Le squadre sono così composte:  
squadra A: QUAS-ROA , squadra B: ROB-SAB

### **Corso interattivo di accompagnamento online (CIAO)**

Il corso interattivo CIAO è uno strumento utile al ripasso delle nozioni di base date per note all'inizio del corso di Analisi I. Se ne consiglia l'utilizzo per il ripasso e l'autovalutazione. In particolare, è consigliato per la preparazione alla prima prova in itinere (si vedano le modalità d'esame esposte sotto).

### **Laboratorio di Matematica del Politecnico di Torino (La.M.Po.)**

Nel corso dell'anno accademico saranno proposte delle attività di laboratorio con lo scopo di consolidare alcuni concetti visti nei corsi di Analisi e Geometria. Gli studenti potranno prenotarsi per queste attività (in parte in presenza in parte online) che hanno un numero limitato di posti. E' previsto il riconoscimento di un credito formativo a chi parteciperà attivamente a 4 incontri (su 12) e presenterà un elaborato al termine dell'anno accademico.

### **Modalità di esame**

L'esame è volto ad accertare la conoscenza teorica degli argomenti elencati nel programma del corso, nonché la capacità di applicare la teoria stessa allo svolgimento di esercizi. Esso consiste in un test con risposte a scelta multipla, seguito da una prova scritta di tipo tradizionale. A queste due prove può eventualmente seguire una prova orale, su richiesta del docente o dello studente. Il voto finale dell'esame, espresso in trentesimi, viene determinato tenendo conto dei punteggi conseguiti nelle attività in itinere, nel test, nella prova scritta, nonché dell'esito della prova orale, nel caso questa venga effettuata.

**Attività in itinere.** Nel corso del semestre verranno proposte 3 prove online di 30 minuti, ciascuna consistente di 5 domande a risposta aperta. In base alle risposte date nelle verifiche verranno attribuiti un massimo di tre punti che concorreranno al voto finale.

**Test.** Il test, della durata di 45 minuti è svolto al calcolatore, consiste in 15 domande a risposta multipla, con quesiti (anche di tipo teorico) che coprono l'intero programma. La consultazione di libri o altro materiale non è consentita, così come l'utilizzo di qualsivoglia dispositivo elettronico non esplicitamente autorizzato. Ogni risposta esatta vale un punto, e il punteggio massimo è quindi pari a 15. Se il punteggio è inferiore a 8, la prova è considerata insufficiente e l'esame viene registrato come "respinto". Se invece il punteggio è pari a 8 o superiore, l'esame prosegue e lo studente viene ammesso alla prova scritta.

**Prova scritta.** La prova scritta, della durata di 75 minuti e durante la quale non è consentito l'uso di libri o altro materiale, così come l'utilizzo di qualsivoglia dispositivo elettronico non esplicitamente autorizzato, consiste tipicamente nello svolgimento di due esercizi aventi vari sottopunti. Questa prova permette di conseguire un punteggio massimo pari a 15 punti. Se il punteggio è inferiore a 8, la prova è considerata insufficiente e l'esame viene registrato come "respinto". Se invece il punteggio è pari a 8 o superiore, il voto finale dell'esame è dato dalla somma dei punteggi conseguiti nelle attività in itinere, nel test e nella prova scritta, a meno che venga richiesta, da parte del docente (o dello studente, qualora il voto complessivo sia almeno 18/30), una prova orale.

**Prova orale.** L'eventuale prova orale è prevalentemente rivolta ad accertare ulteriormente la conoscenza della teoria appresa nel corso, e costituisce un ulteriore elemento di valutazione. Nel caso in cui venga effettuata anche questa prova, il voto finale dell'esame sarà stabilito tenendo conto sia dei punteggi già conseguiti nelle altre prove, sia dell'esito della prova orale.

## Programma

### Concetti introduttivi

Logica: proposizioni, connettivi logici, predicati, quantificatori. Schema di dimostrazione per contrapposizione e per assurdo.

Insiemi, sottoinsiemi, operazioni sugli insiemi.

Insiemi numerici: **N**, **Z**, **Q**, **R**. Proprietà di somma, prodotto, ordinamento.

Principio di Dedekind.

Insiemi limitati, estremi, massimi e minimi.

Numeri complessi: forma algebrica e forma trigonometrica. Parte reale, parte immaginaria, modulo e argomento. Operazioni di somma e prodotto.

Esponenziale di un numero complesso e formule di Eulero.

Radici di numeri complessi. Teorema fondamentale dell'algebra.

### Funzioni, limiti di funzioni e continuità

Funzioni: iniettività e suriettività; funzioni composte e inverse.

Proprietà delle funzioni reali di variabile reale: limitatezza, simmetrie, monotonia, periodicità.

Funzioni elementari e inverse delle funzioni elementari.

Intorni, punti di accumulazione, punti isolati.

Definizione generale di limite di funzione. Legame fra funzioni e successioni. Limiti laterali.

Definizione di continuità, classificazione delle discontinuità.

Teoremi sui limiti di funzioni. Teorema sui limiti di funzioni composte.

Successioni. Limiti di successioni.

Teoremi sui limiti: unicità del limite, permanenza del segno e limitatezza locale, teoremi di confronto, algebra dei limiti, teorema sui limiti di successioni monotone.

Il numero  $e$ .

Forme indeterminate. Limiti notevoli trigonometrici ed esponenziali.

Infiniti e infinitesimi. Simboli di Landau.

Principio di eliminazione dei termini trascurabili.

Ordine di infinito e infinitesimo, parte principale rispetto a un dato campione.

Asintoti.

Teoremi globali sulle funzioni continue: esistenza degli zeri e dei valori intermedi, teorema di Weierstrass.

### Calcolo differenziale

Definizione di derivata, significato geometrico e fisico.

Teorema di Fermat.

Prima formula dell'incremento finito e legame fra derivabilità e continuità.

Derivate laterali, classificazione punti di non derivabilità.

Regole di derivazione.

Teoremi globali sulle funzioni derivabili: teoremi di Rolle e Lagrange.

Legami tra monotonia e segno della derivata prima.

Teoremi di de L'Hospital e applicazioni alla derivabilità.

Formula di Taylor con resto di Peano e di Lagrange. Sviluppi di McLaurin.

Funzioni concave e convesse.

Uso degli sviluppi di Taylor nello studio del comportamento locale delle funzioni.

Primitive, caratterizzazione delle funzioni costanti, integrale indefinito.

Primitive di funzioni elementari, regole di calcolo delle primitive, integrazione per sostituzione e per parti, integrazione di funzioni razionali.

### **Equazioni differenziali**

Equazioni differenziali: definizione di soluzione su un intervallo e di integrale generale.

Equazioni differenziali del primo ordine a variabili separabili. Teorema di esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy. Metodo risolutivo.

Equazioni differenziali lineari del primo ordine. Formula risolutiva. Teorema di esistenza e unicità della soluzione del problema di Cauchy.

Equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti. Integrale generale dell'equazione omogenea. Metodo di calcolo di una soluzione dell'equazione completa nel caso di termini noti di forma particolare. Principio di sovrapposizione. Integrale generale dell'equazione completa.

### **Calcolo integrale**

Integrale definito. Integrale di Riemann e sue proprietà: monotonia, additività e linearità dell'integrale.

Classi di funzioni integrabili. Teorema di integrabilità delle funzioni monotone.

Media integrale e teorema della media integrale.

Funzione integrale. Teorema di continuità della funzione integrale e teorema fondamentale del calcolo integrale. Relazione tra primitive e integrazione definita.

Integrali impropri. Criteri di convergenza del confronto e del confronto asintotico. Integrabilità assoluta.