

INADEGUATEZZA DELLA FISICA CLASSICA

- Quantità di moto e momento angolare delle onde e.m.;
 - Modello atomico e righe spettrali;
 - I calori specifici dei gas e dei solidi;
 - Diffrazione elettronica dei cristalli;
-
- Necessità di una nuova teoria fisica (meccanica quantistica).
-
- Un quadro cronologico degli eventi salienti che hanno portato alla meccanica quantistica

Quantità di moto di un'onda elettromagnetica

Il campo e.m. propagandosi trasporta energia.

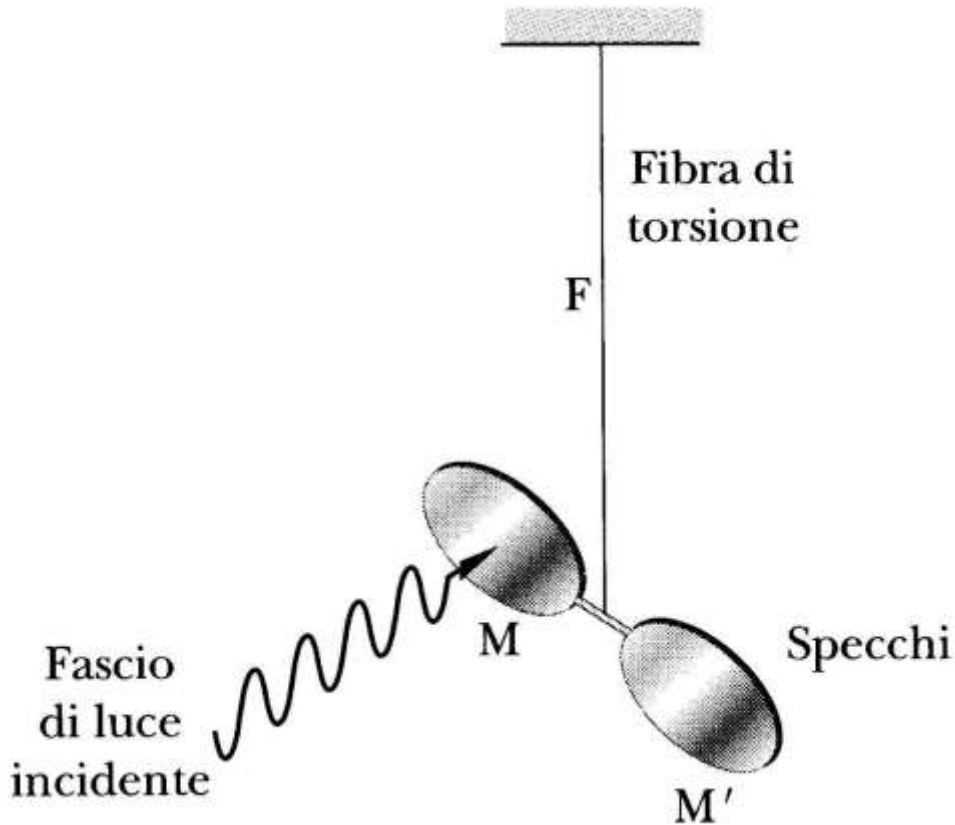
Si può dimostrare che il campo e.m. trasporta anche *quantità di moto*.

Le onde e.m. trasportano una quantità di moto per unità di volume pari alla densità di energia del campo e.m. diviso c

$$p = \frac{w}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

↑
*se il campo e.m.
è quantizzato secondo
il modello di Einstein*

La pressione di radiazione



Il fatto che le onde e.m. abbiano quantità di moto può essere verificato sperimentalmente misurando la forza (o meglio la pressione) su di una superficie investita da una onda elettromagnetica.

Quantità di moto di un'onda elettromagnetica

Abbiamo dimostrato che il campo e.m. propagandosi trasporta energia.

Vediamo adesso di mostrare che il campo e.m. è dotato di *quantità di moto*.

Per fare questo prendiamo un'onda e.m. piana di equazioni:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 \sin(kx - \omega t)$$

Cioè che si propaga in direzione \mathbf{x} con campo \mathbf{E} parallelo a \mathbf{y} e campo \mathbf{B} a \mathbf{z} .

Facciamo incidere l'onda su un piano posto parallelo a \mathbf{yz} nell'origine $\mathbf{x}=0$.

Sugli elettroni del materiale che costituisce il piano agiscono:

una forza elettrica $\vec{F}_E = -e\vec{E}$, che mette in moto gli elettroni lungo y ;

una forza magnetica $\vec{F}_x = -e\vec{v} \times \vec{B}$ dovuta al moto degli elettroni.

Si può dimostrare (con le leggi della dinamica) che il moto degli elettroni lungo y avviene con una velocità v di direzione parallela al campo E :

$$\vec{v} = b\vec{E}$$

da cui la forza magnetica diventa:

$$F_x = evB = e(bE)B$$

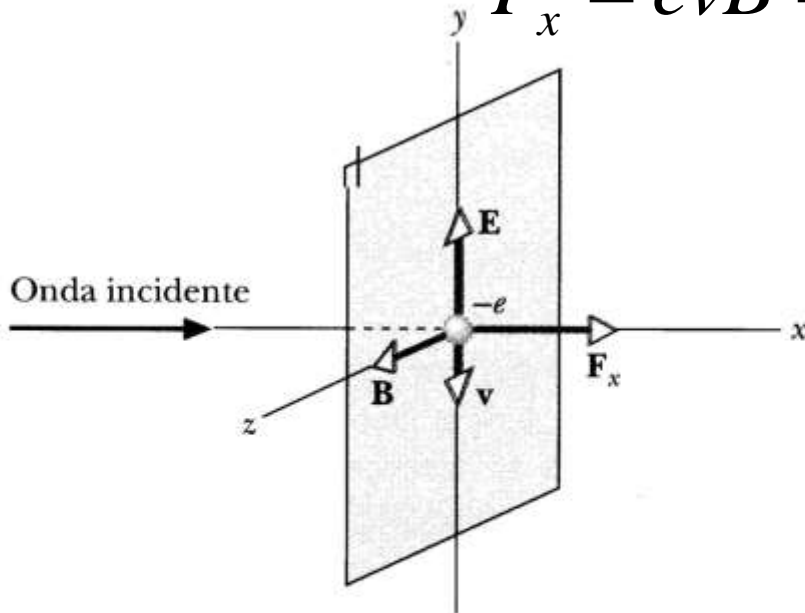


Figura 14 Un'onda incidente piana luminosa agisce su un elettrone in un sottile foglio resistivo. Sono mostrati i valori istantanei di E , B , della velocità v e della forza di radiazione F_x .

La forza magnetica è sempre concorde all'asse \mathbf{x} e agisce come una pressione sulla superficie del materiale.

La forza magnetica \mathbf{F}_x trasferisce una quantità di moto all'elettrone su cui opera, secondo la legge di Newton

$$F_x = \frac{dp_{el}}{dt} = ebEB$$

Contemporaneamente la forza elettrica \mathbf{F}_E fa lavoro sull'elettrone e gli trasferisce una energia per unità di tempo con una legge

$$\frac{dU_{el}}{dt} = F_E v = eEv = eE(bE)$$

Ricordando che $\mathbf{E} = c\mathbf{B}$ riusciamo a legare la quantità di moto trasferita all'elettrone alla energia trasferita nello stesso intervallo di tempo

$$\frac{dU_{el}}{dt} = ebcEB = c \frac{dp_{el}}{dt}$$

$$\Delta U_{el} = c\Delta p_{el}$$

Quindi *la quantità di moto trasferita in un certo intervallo di tempo ad un elettrone in un materiale investito da una onda e.m. è pari alla energia e.m. assorbita dal materiale nello stesso intervallo di tempo diviso la velocità della luce*

$$\Delta p_{el} = \frac{\Delta U_{el}}{c}$$

Ovviamente l'energia assorbita viene dall'energia del campo e.m. e anche per la quantità di moto trasferita dall'onda all'elettrone dobbiamo concludere che era trasportata dal campo e.m.

Se consideriamo tanti elettroni investiti dall'onda e ragioniamo in termini di una superficie unitaria e di un volume unitario di campo, otteniamo che *le onde e.m. trasportano una quantità di moto per unità di volume pari alla densità di energia del campo e.m. diviso c*

$$p = \frac{w}{c}$$

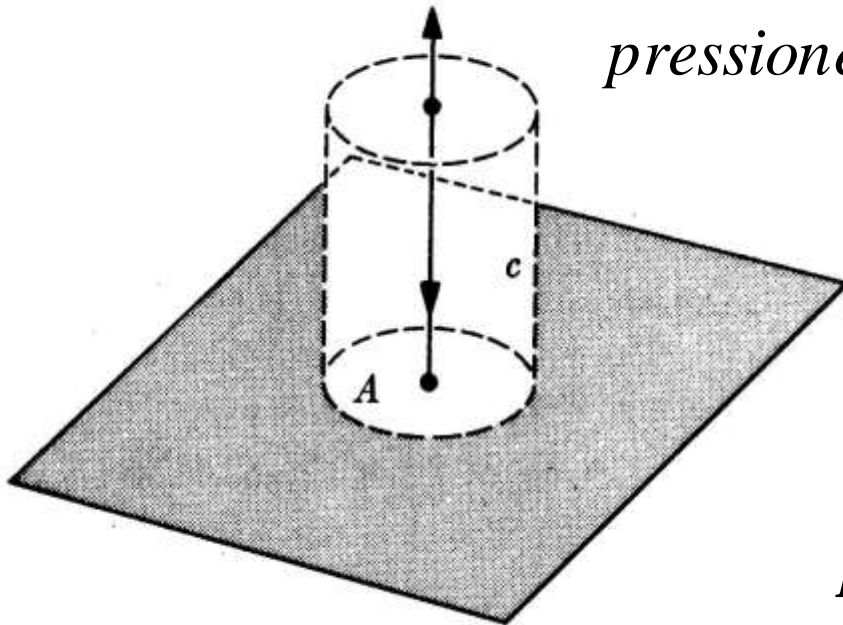
Calcolo della pressione di radiazione

Calcoliamo la pressione esercitata da una onda e.m. piana che incide ortogonalmente su una superficie piana e viene assorbita completamente.

Da quanto abbiamo visto l'onda trasporta e trasferisce quantità di moto alla superficie quindi dalla legge di Newton la superficie subisce una forza. Se prendiamo un'area A di superficie e consideriamo la quantità di moto trasferita nel tempo Δt che viene dal volume $A(c\Delta t)$ del campo e.m., abbiamo

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = F_{\perp} = \frac{w}{c} (Ac\Delta t) = wA$$

$$pressione = \frac{F_{\perp}}{A} = w$$



Se la superficie fosse riflettente
pressione = 2w

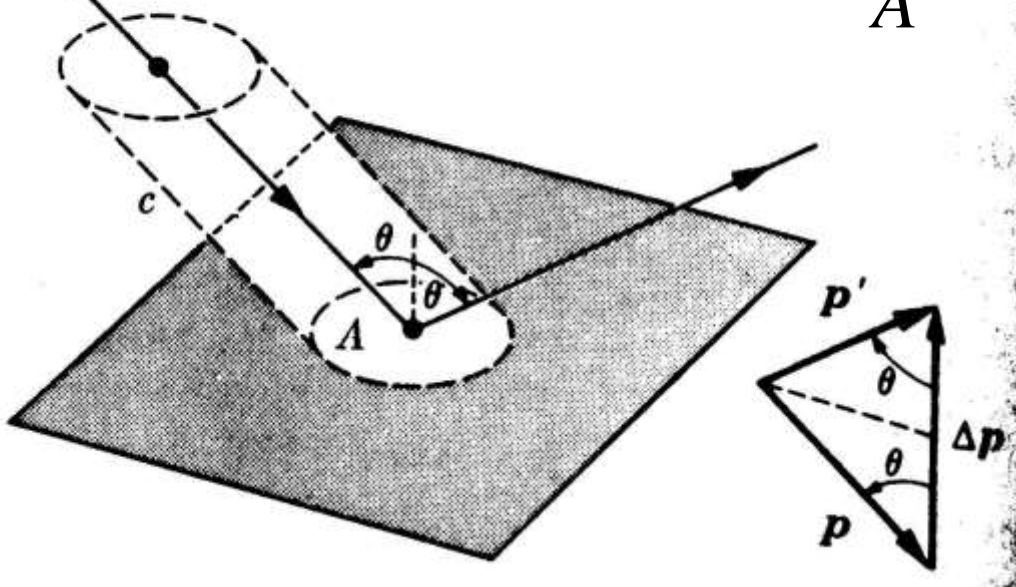
Nel caso di onde e.m. con incidenza non ortogonale sulla superficie allora la quantità di moto trasportata dall'onda che raggiunge la superficie su un'area A nel tempo Δt è quella contenuta nel cilindro di **volume** $= A \cos \theta \, c \, \Delta t$

quindi la quantità di moto totale che raggiunge l'area A nel tempo Δt vale $P = \frac{w}{c} A \cos \theta \, c \, \Delta t$

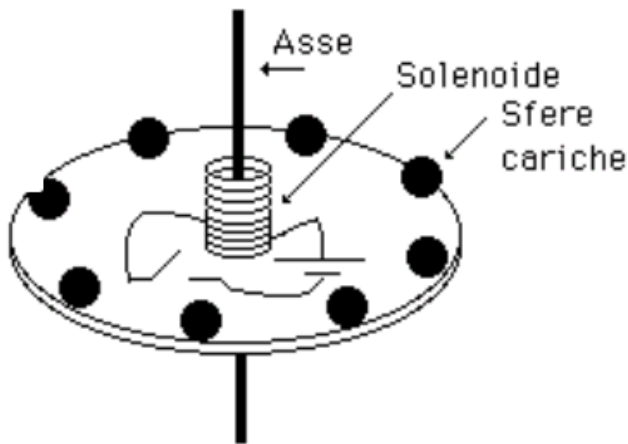
Quindi la pressione esercitata vale

caso riflessione totale $press. = \frac{F_{\perp}}{A} = 2w \cos^2 \theta$

caso assorbimento totale $press. = \frac{F_{\perp}}{A} = w \cos^2 \theta$



Momento della quantità di moto di un'onda elettromagnetica



Supponiamo che in prossimità del bordo di un disco di plastica vincolato a ruotare attorno ad un asse verticale siano incastornate delle sferette metalliche cariche (+q) e che vicino al centro sia posta una piccola bobina collegata con una batteria in modo tale che in essa circoli una corrente i . Supponiamo pure che sul disco sia posto un congegno ad orologeria che, ad un determinato istante, apra un interruttore interrompendo così la corrente. Cosa accadrà?

Il campo magnetico andrà a zero, e si genererà quindi un campo elettrico le cui caratteristiche saranno descritte dalla: $\oint_{\Gamma} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \Phi(\mathbf{B})$

Se si prende come curva Γ la circonferenza che passa per le sfere potremo calcolarci il campo elettrico \mathbf{E} agente sulle cariche.

Ne risulterà su ogni sfera una forza $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$ ed avremo quindi un momento assiale di forza che metterà in moto il dischetto. Potremo calcolarci pure la velocità angolare che il dischetto assumerà. Infatti se indichiamo con N il numero delle sfere, con R la loro distanza dall'asse e con I il momento di inerzia assiale del sistema avremo :

$$M = I\dot{\omega} = NREq \quad \text{ove il campo elettrico sarà dato dalla: } E \cdot 2\pi R = -\frac{\partial}{\partial t} \Phi(\mathbf{B})$$

Si ricava quindi che $I\dot{\omega} = -NRq = \frac{1}{2\pi R} \frac{\partial}{\partial t} \Phi(B)$, per cui la velocità angolare Ω finale

$$\text{sarà data da } \Omega = \frac{Nq}{2\pi I} \Phi(B)$$

Ma come può accadere ciò?

In un sistema isolato **il momento angolare è una costante di moto**; se il tutto era fermo prima che la corrente si interrompesse, dovrà restare tutto fermo anche dopo.

Questo paradosso ci mostra come ci sia ancora qualche cosa di molto importante da analizzare.

L'esperimento mostra che il campo e.m. è dotato di momento della quantità di moto.

MODELLO ATOMICO E RIGHE SPETTRALI

(Bohr 1913)

L'esperimento di Rutherford (1911) mostrò che l'atomo è costituito da un nucleo di dimensioni ridottissime, in cui è concentrata la carica positiva, e cariche negative distribuite intorno al nucleo.

Ma dove stanno gli elettroni e come si muovono ?

La fisica classica ipotizzerebbe un modello di tipo sistema planetario (elettroni che orbitano intorno al nucleo).

Ma l'elettrodinamica classica impone emissione di radiazione e.m. per via della accelerazione centrifuga e *quindi ne risulterebbe un atomo instabile.*

Invece l'atomo è stabile !

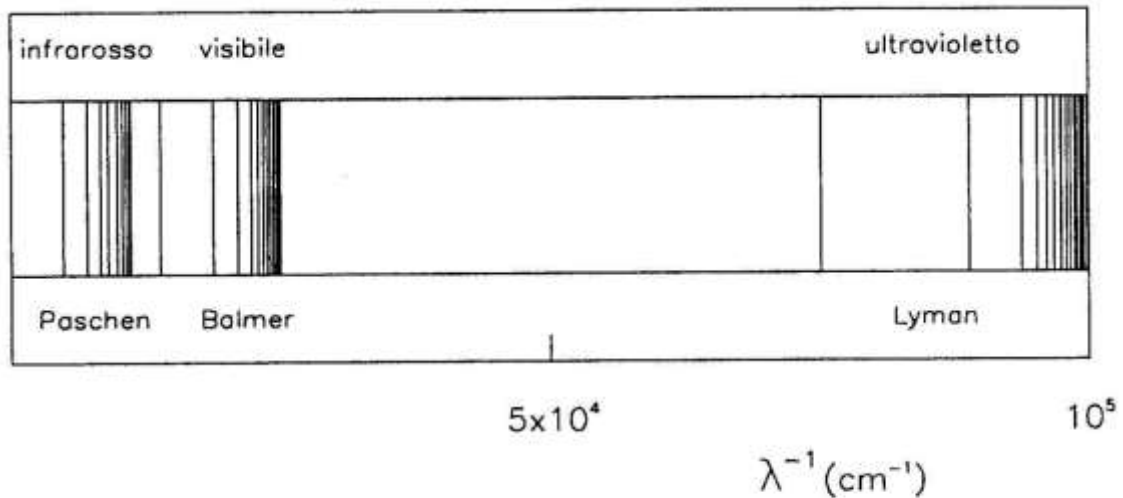


Fig. 4.1. Porzione dello spettro a righe dell'atomo di idrogeno.

Inoltre, se gli atomi sono eccitati emettono radiazione e.m. a lunghezze d'onda ben definite, caratteristiche dell'elemento.

Le stesse lunghezze d'onda caratterizzano gli assorbimenti di radiazione e.m. da parte degli stessi atomi con una legge:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad n > m = 1, 2, 3, \dots$$

$$R = 1,09 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1} \quad \text{costante di Rydberg}$$

Bohr ipotizzò *ad hoc* l'esistenza di

orbite elettroniche stazionarie

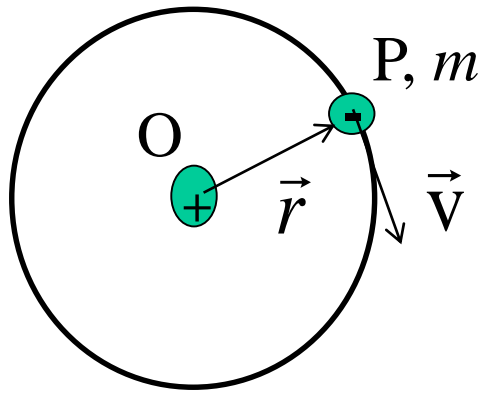
corrispondenti a valori quantizzati delle grandezze fisiche atomiche tali per cui l'atomo risulterebbe stabile, contrariamente alle previsioni classiche.

E' il primo passo verso la meccanica quantistica.

Ipotesi di Bohr:

il momento angolare L degli elettroni nella loro orbita è quantizzato con una legge

$$L = n\hbar = n \frac{h}{2\pi} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$



il momento angolare vale: $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$

In modulo per una particella di massa m e carica e (l'elettrone) che ruota con velocità v intorno ad un punto fisso (il nucleo) con una orbita di raggio r , il momento angolare L vale

$$L = mvr$$

La forza centrifuga deve bilanciare l'attrazione coulombiana

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Quindi mettendo assieme le condizioni classiche e l'ipotesi ad hoc di Bohr:

$$L = n \frac{h}{2\pi} = mvr$$

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

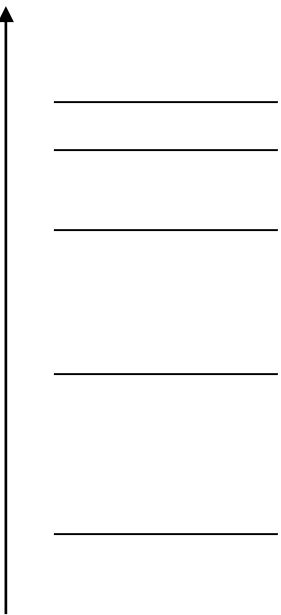
E tenendo conto che l'energia totale H dell'elettrone vale

$$H = en.cin. + en.pot. = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Si ottiene:

$$r = n^2 \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} = n^2 a$$

$$H = -\frac{1}{n^2} \left(\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 a} \right)$$



$$H_n - H_m = \left(\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 a} \right) \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

m

ricordando l'ipotesi di Einstein

$$H_n - H_m = h\nu = h \frac{c}{\lambda}$$

otteniamo la relazione di Rydberg

$$\frac{1}{\lambda} = \left[\frac{1}{hc} \left(\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 a} \right) \right] \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \left[\left(\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} \right) \right] \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$



costante di Rydberg

$$R = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} = 1,09 \cdot 10^7 m^{-1}$$

CALORI SPECIFICI

La termodinamica classica per un sistema, costituito da un grande numero di atomi in equilibrio termodinamico alla temperatura T e connessi l'un l'altro da legami elastici,

scrive (attraverso il Teorema di equipartizione dell'energia) l'energia interna media $\langle U \rangle$ come:

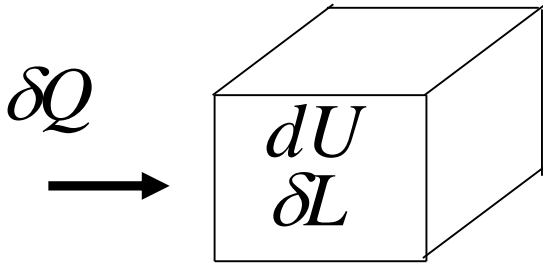
$$\langle U \rangle = 3N \left[\frac{1}{2} kT \right] + M \left[\frac{1}{2} kT \right]$$

k costante di Boltzmann

N num.atomi
M num.oscill.
p impulso
q coordinate

La capacità termica a volume costante C_V del sistema vale:

$$C_V = \frac{d\langle U \rangle}{dT} = 3N \left[\frac{1}{2} k \right] + M \left[\frac{1}{2} k \right]$$



Per 1 mole di H_2 in un
contenitore rigido alla
temperatura T

$$\delta Q = dU + \cancel{\delta L}$$

Il calore specifico molare vale

$$c_V = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{dU}{dT}$$

L'energia interna U corrisponde all'energia totale.
L'energia totale di una molecola contiene:

energia cinetica di traslazione

energia cinetica di rotazione

energia di legame tra i due atomi (elastica)

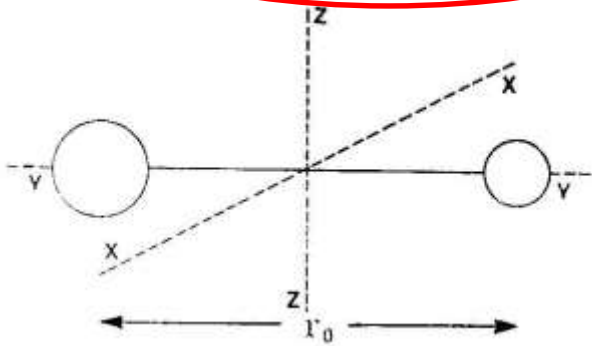
Per una mole di idrogeno in forma gassosa (molecola biatomica) ci aspetteremo classicamente:

$$3N = 2(3N_A); \quad M = 1N_A$$

con N_A numero di Avogadro

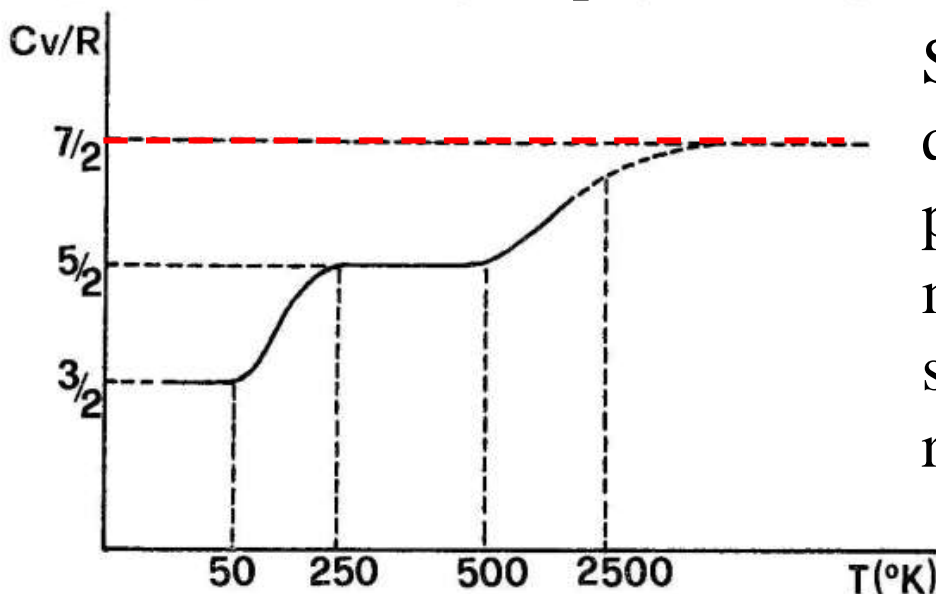
e quindi un calore molare a volume costante:

$$c_V = \frac{7}{2}(N_A k) = \frac{7}{2}R \quad \text{indipendente da } T$$



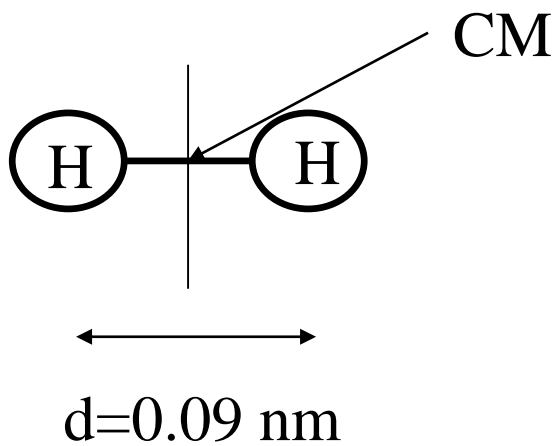
Modello della molecola di idrogeno.

Invece, il dato sperimentale che rileviamo in funzione della temperatura:



Solo un modello quantistico delle proprietà della materia può spiegare il risultato.

Fig. 6.10.3. Andamento di C_v/R in funzione della temperatura per l'idrogeno. I valori di T sull'asse delle ascisse non sono in scala.



Modello:

Moto trasl. CM E_{TR}

Moto rotazionale intorno a CM E_{ROT}

Moto vibrazionale (legame elastico) E_{VIBR}

L'energia della molecola vale:

$$U = E_{TR} + E_{ROT} + E_{VIBR}$$

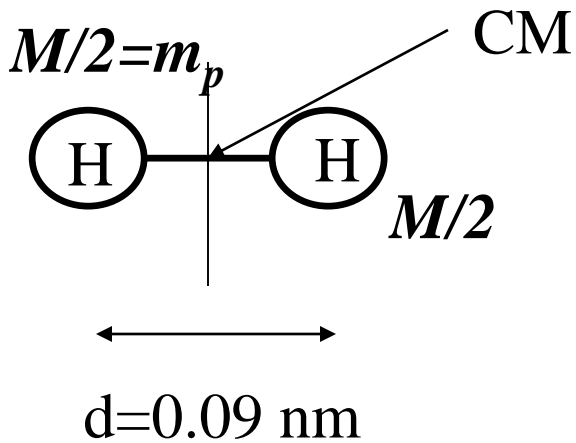
Nei modelli di Plank per l'oscillatore e di Bohr per l'atomo abbiamo visto che

$$E_{VIBR} = nh\nu; \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$L = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar \Rightarrow E_{ROT} = \frac{L^2}{2I} = \frac{n^2 \hbar^2}{2I}; \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Supponiamo di estendere le ipotesi ad hoc alla molecola di idrogeno

Vediamo adesso di studiare in modo approssimato
L'energia di una molecola di idrogeno (H_2).



Modello:

Moto trasl. CM E_{TR}

Moto rotazionale
intorno a CM E_{ROT}

Moto vibrazionale
(legame elastico) E_{VIBR}

L'energia della molecola vale:

$$E = E_{TR} + E_{ROT} + E_{VIBR}$$

Tenendo conto delle ipotesi di Plank sugli osc. e di Bohr sul momento angolare

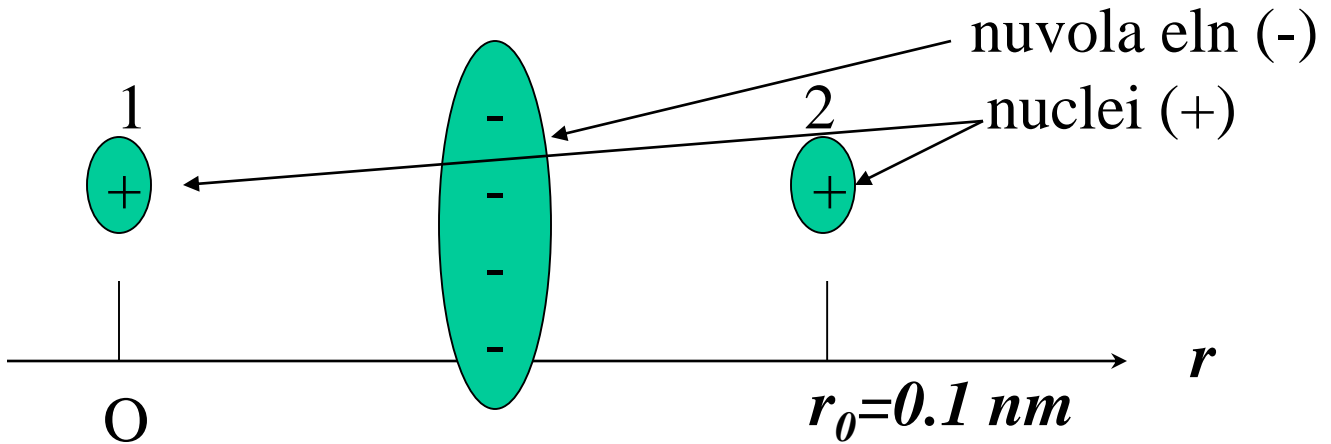
$$E = E_{TR} + \frac{\hbar^2}{2I} l^2 + n\hbar\omega$$

$$\text{con } I = M \left(\frac{d}{2} \right)^2 = 6.9 \cdot 10^{-48} \text{ kg } m^2$$

M massa molecola H_2

$$l = 0, 1, 2, \dots \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Vibrazioni di una molecola biatomica



Sul nucleo 2 agisce la forza:

$$F(r) = F_+ - F_- \approx \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_0^2}$$

con $F(r_0) = 0$

repulsione
tra nuclei

ipotesi di
interazione
nucleo-el.

$$F(r) \approx \frac{\partial F}{\partial r} (r - r_0) = -\frac{e^2}{2\pi\epsilon_0 r_0^3} (r - r_0) = -k(r - r_0)$$

$$k = -\frac{e^2}{2\pi\epsilon_0 r_0^3} \approx 4 \cdot 10^2 \frac{Nw}{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_{nucl.}}} \approx 4 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \Rightarrow \nu \approx 6 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$$

Dati:

$$\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

L'energia media di agitazione di una molecola classica che costituisce le pareti del contenitore vale

$$kT$$

A temperatura ambiente

$$kT_a = 2 \cdot 10^{-21} \text{ J} = 0.025 \text{ eV}$$

atomi classici
oscillanti

kT



E

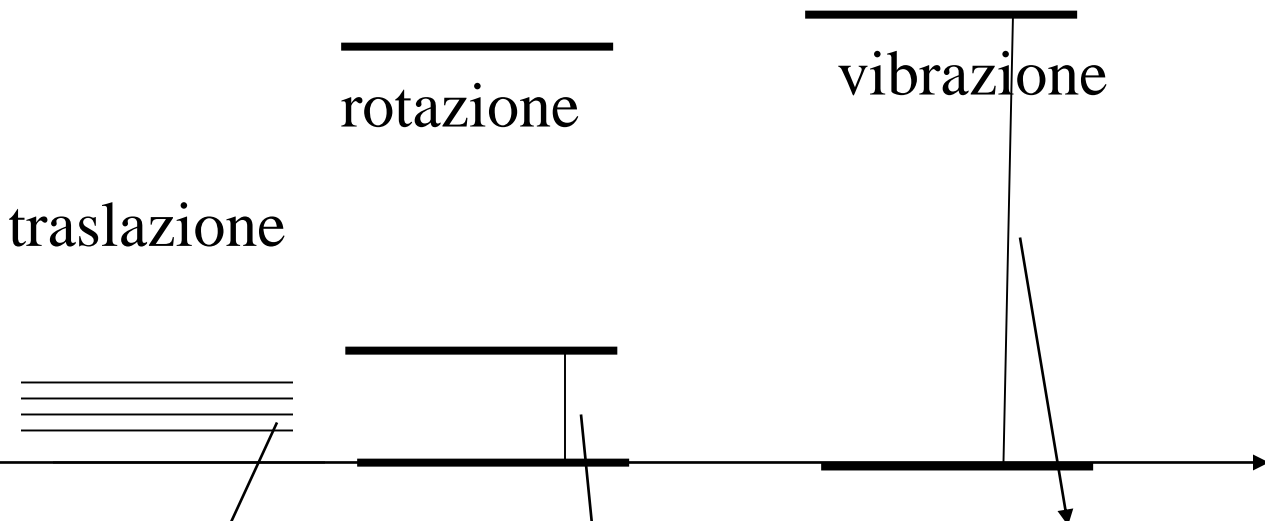
T_0 temp. del gas
 $T_0 < T$

$E+kT$

energia max

parete alla temperatura T

E



traslazione

rotazione

vibrazione

*Energia sembra
variare nel
continuo*

$$E_{ROT} = \frac{l^2 \hbar^2}{2I}$$

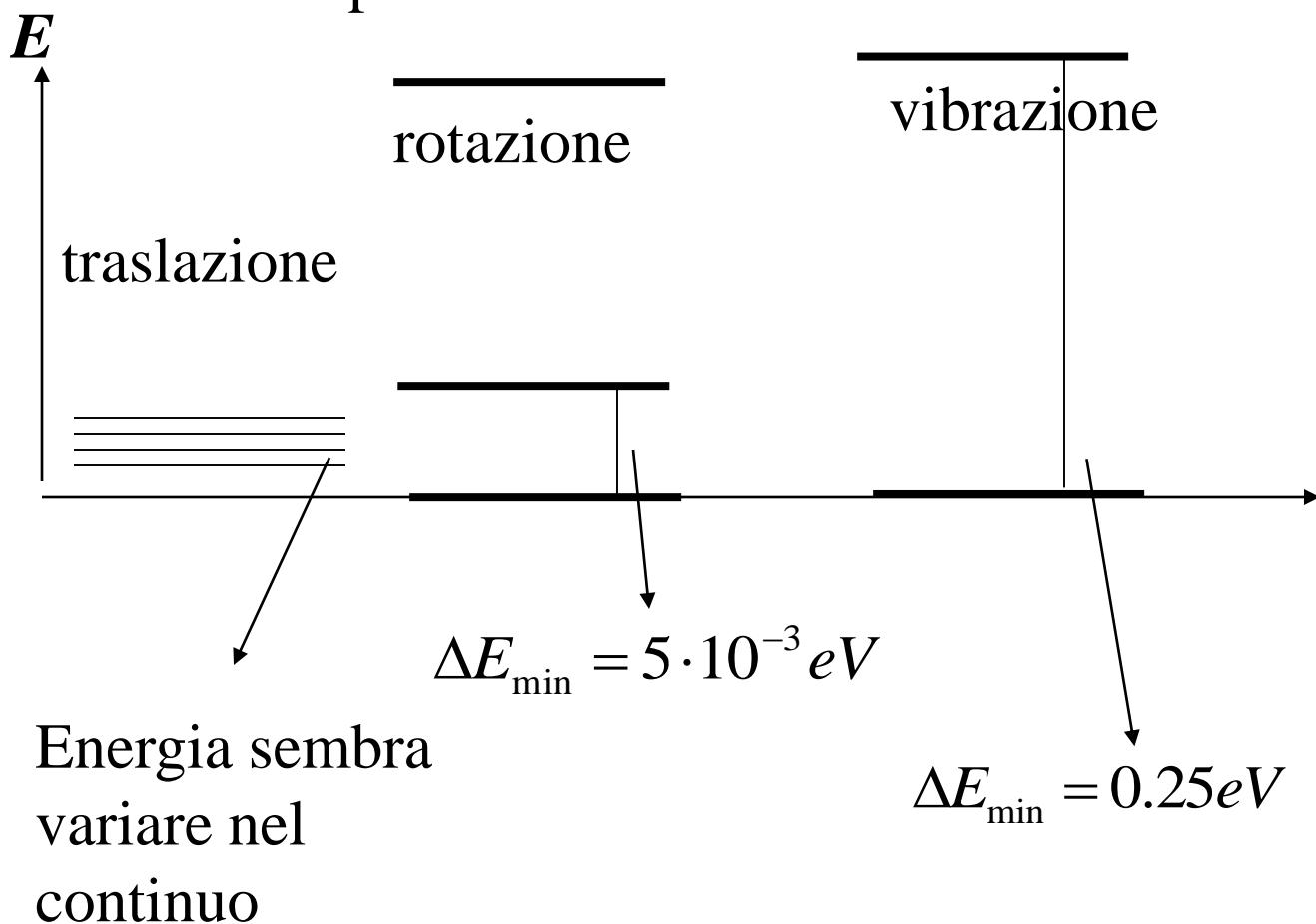
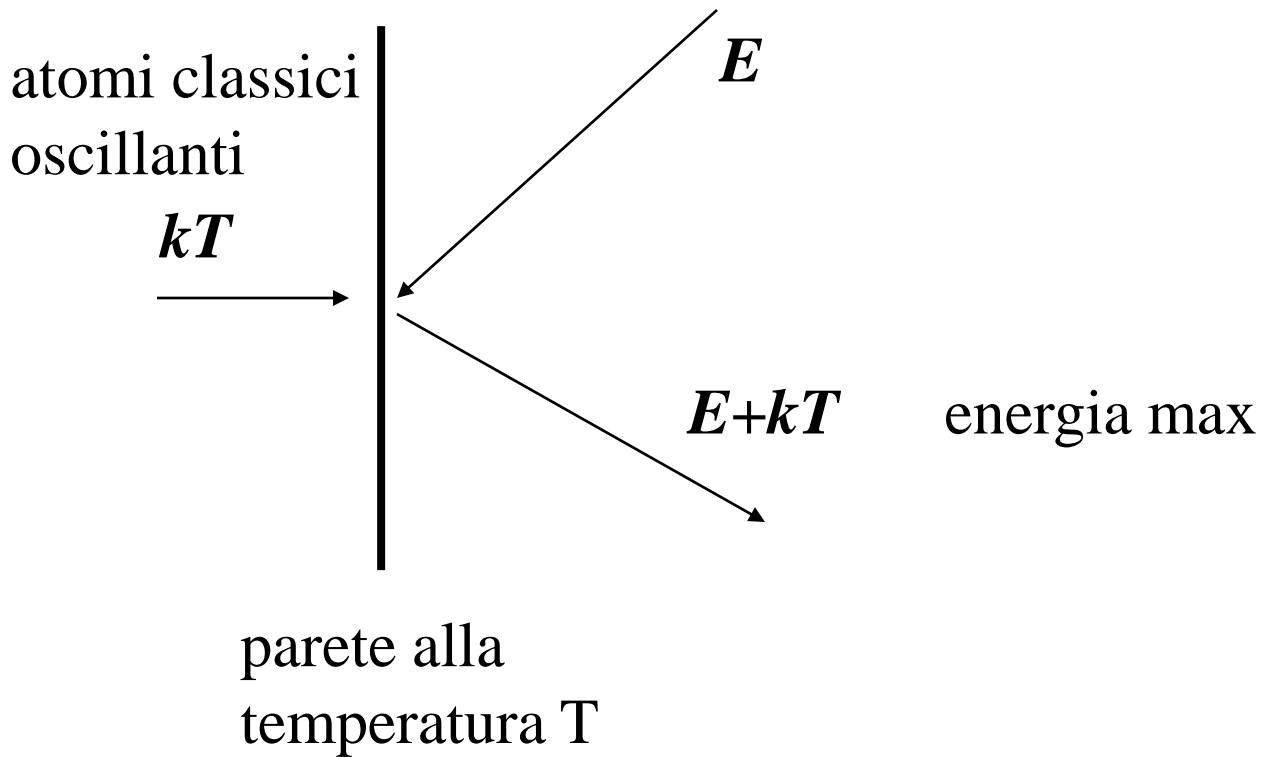
$$\Delta E = \frac{(l+1)^2 \hbar^2}{2I} - \frac{l^2 \hbar^2}{2I}$$

$$\Delta E_{\min} = \frac{(0+1)^2 \hbar^2}{2I} - \frac{0^2 \hbar^2}{2I}$$

$$E_{VIBR} = nh\nu$$

$$\Delta E = (n+1)h\nu - nh\nu$$

$$\Delta E_{\min} = h\nu$$



Considerando che a $T=300\text{ K}$ le pareti del contenitore possono trasferire al massimo per ogni urto con le molecole $kT=0.025\text{ eV}=4 \cdot 10^{-21}\text{ J}$

TRASLAZIONE

Le energie traslazionali sono viste come un continuo di stati e le transizioni con pareti a temperatura ambiente sono sempre possibili

ROTAZIONE

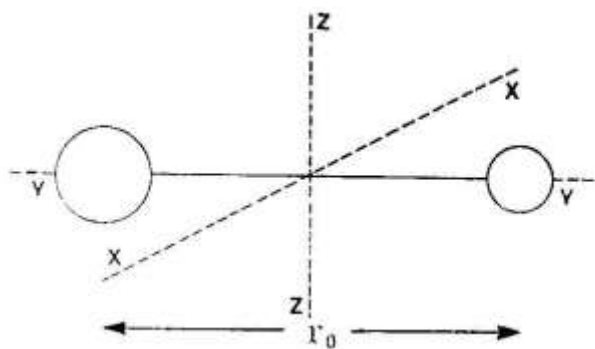
possono avvenire transizioni da $l=0$ a $l=1$ quando

$$kT \approx \Delta E_{ROT} \Rightarrow T \approx 60\text{ K}$$

VIBRAZIONE

possono avvenire transizioni da $m=0$ a $m=1$ quando

$$kT \approx \Delta E_{VIBR} \Rightarrow T \approx 2850\text{ K}$$



Modello della molecola
di idrogeno.

$$c_v = \frac{dE}{dT}$$

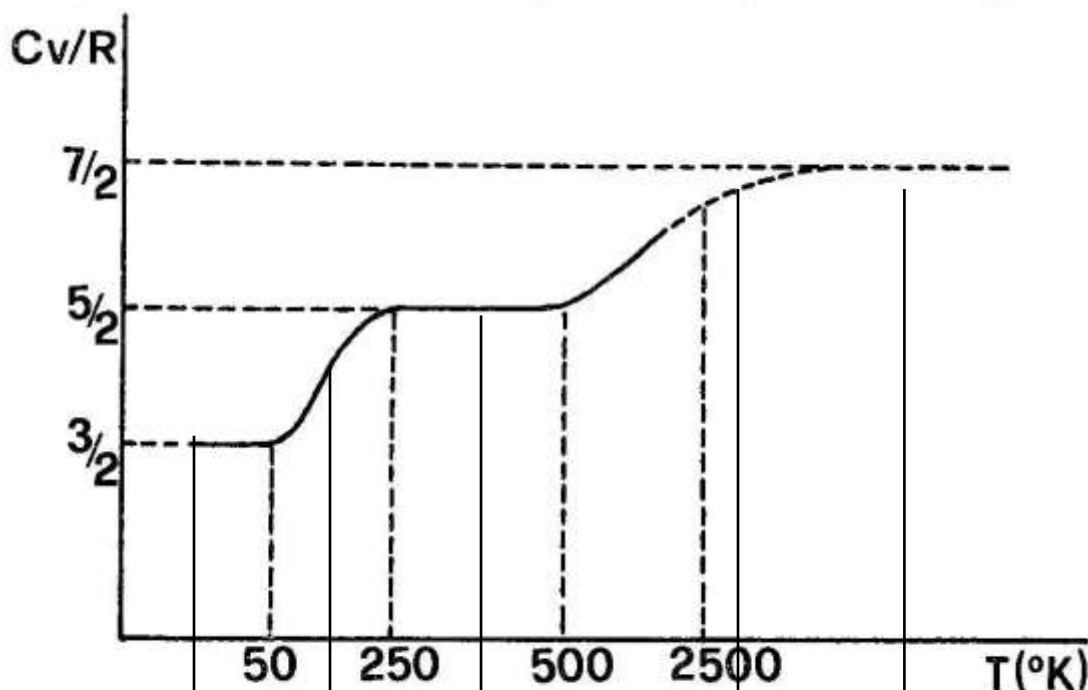
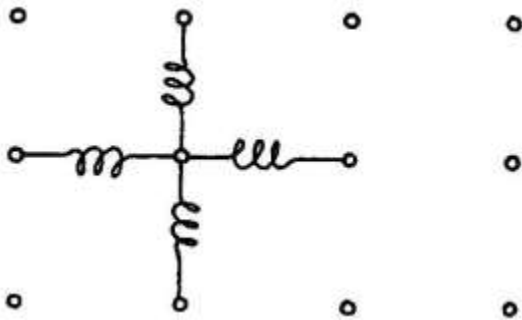


Fig. 6.10.3. Andamento di C_v/R in funzione della temperatura per l'idrogeno. I valori di T sull'asse delle ascisse non sono in scala.

traslazione 60 K rotazione 2850 K vibrazione

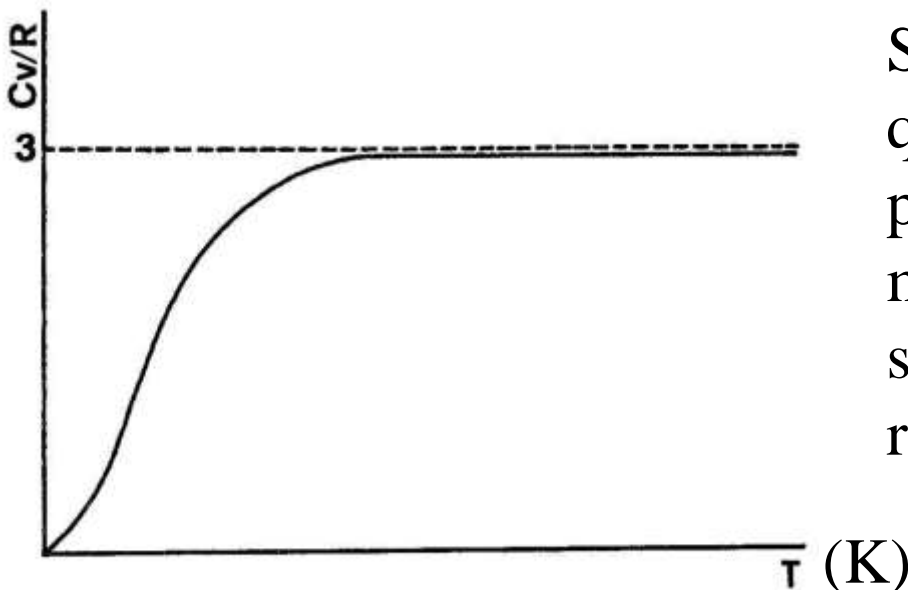
Per una mole di atomi di un solido,
 con $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ numero di Avogadro,
 ci aspettiamo un calore molare a volume costante:

$$c_V = 3R \quad \text{indipendente da } T$$



Modello meccanico degli
 atomi in un solido cristallino

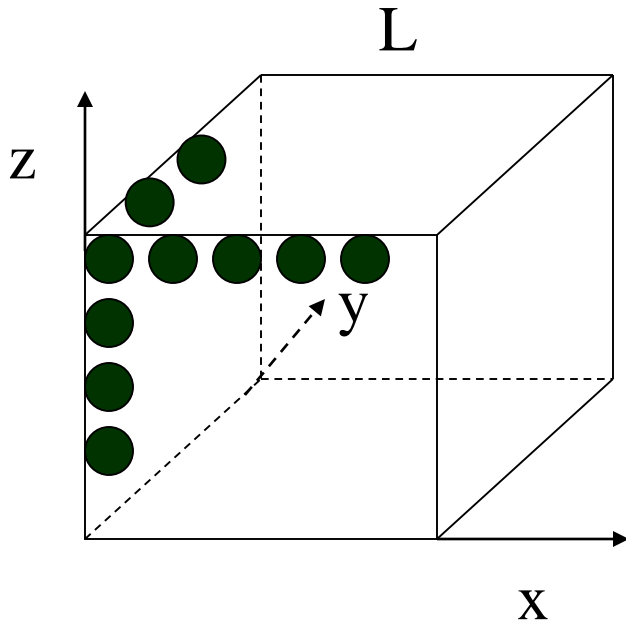
Invece, il dato sperimentale che rileviamo in
 funzione della temperatura:



Solo un modello
 quantistico delle
 proprietà della
 materia può
 spiegare il
 risultato.

Fig. 6.11.2. Tipico andamento di C_V/R con la temperatura, per un solido cristallino.

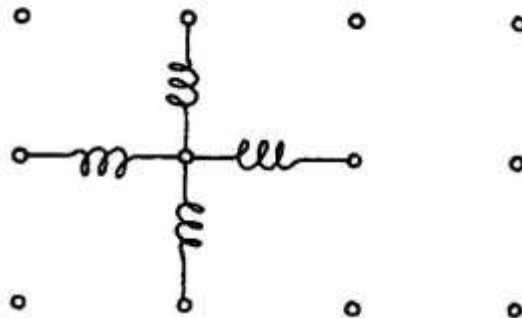
Vibrazioni reticolari modello di Einstein



Un solido di lato L è costituito da atomi posti in un reticolo ordinato.

Ogni atomo è legato chimicamente (mediante l'interazione degli elettroni esterni) agli atomi adiacenti.

Il legame tra gli atomi è modellizzabile come un insieme di tre legami elastici lungo i tre assi coordinati:



Ad una qualsiasi temperatura $T > 0$ K gli atomi del reticolo si muovono per agitazione termica.

Quindi, ogni atomo del solido oscilla ad una frequenza ω lungo i tre assi cartesiani (x,y,z), come tre oscillatori armonici indipendenti

Dal modello di Plank abbiamo visto che l'energia media di un oscillatore armonico alla temperatura T vale:

$$\langle E \rangle = \frac{\hbar \omega}{e^{\frac{\hbar \omega}{k_B T}} - 1}$$

Tenuto conto che ogni atomo è connesso a tre legami elastici, l'energia media vibrazionale di ogni atomo è

$$\langle E \rangle_{\text{atomo}} = \frac{3\hbar \omega}{e^{\frac{\hbar \omega}{k_B T}} - 1}$$

L'energia totale vibrazionale di un solido con N_A atomi per mole vale:

$$\langle En. totale \rangle_{mole\ solido} = U = N_A \left[\frac{3\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} \right]$$

↑
energia interna per mole

$$\delta Q = dU = C_V dT$$

$$\frac{dU}{dT} = C_V = \frac{3N_A k_B e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} \left(\frac{\hbar\omega}{k_B T} \right)^2}{\left(e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1 \right)^2}$$

Diffrazione di raggi X da cristalli

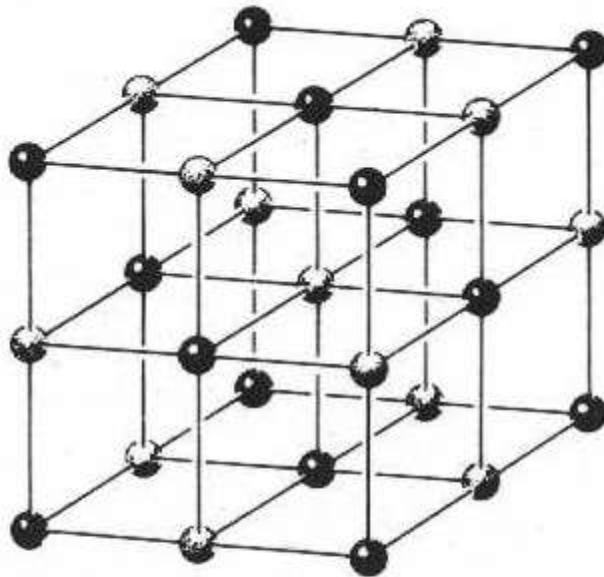
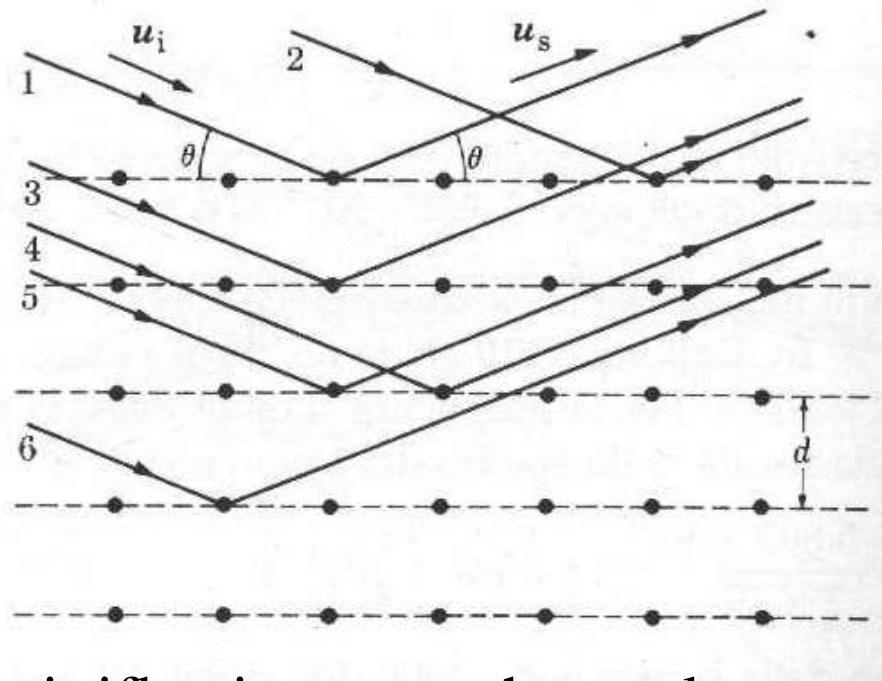


Figura 35.22 Rappresentazione semplificata di un cristallo di NaCl che mostra la disposizione regolare degli atomi formanti un reticolo cubico.

Un fascio piano di **raggi X** incide su un cristallo, costituito da una disposizione ordinata di atomi.



Se osserviamo i raggi riflessi su uno schermo lontano vediamo che quando due raggi hanno una d.d.f. = $2m\pi$ si hanno massimi di interferenza

$$k(2d \sin \theta) = 2m\pi$$

$$2d \sin \theta = m\lambda$$

Tale situazione è detta **condizione di Bragg** e si osserva anche in trasmissione.

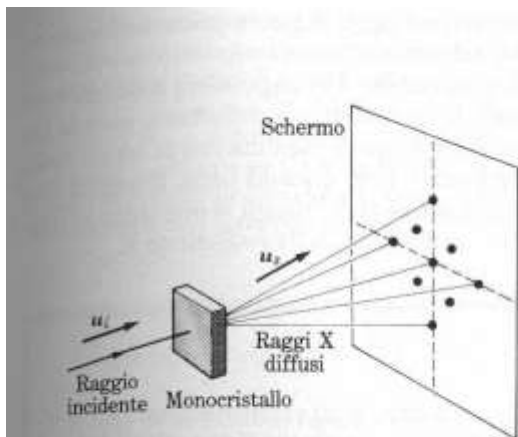


Figura 35.26 Diffusione di raggi X da un monocristallo.

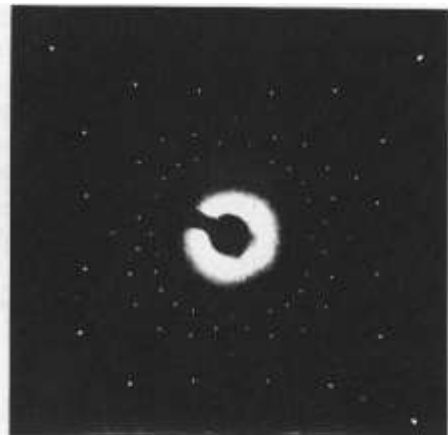
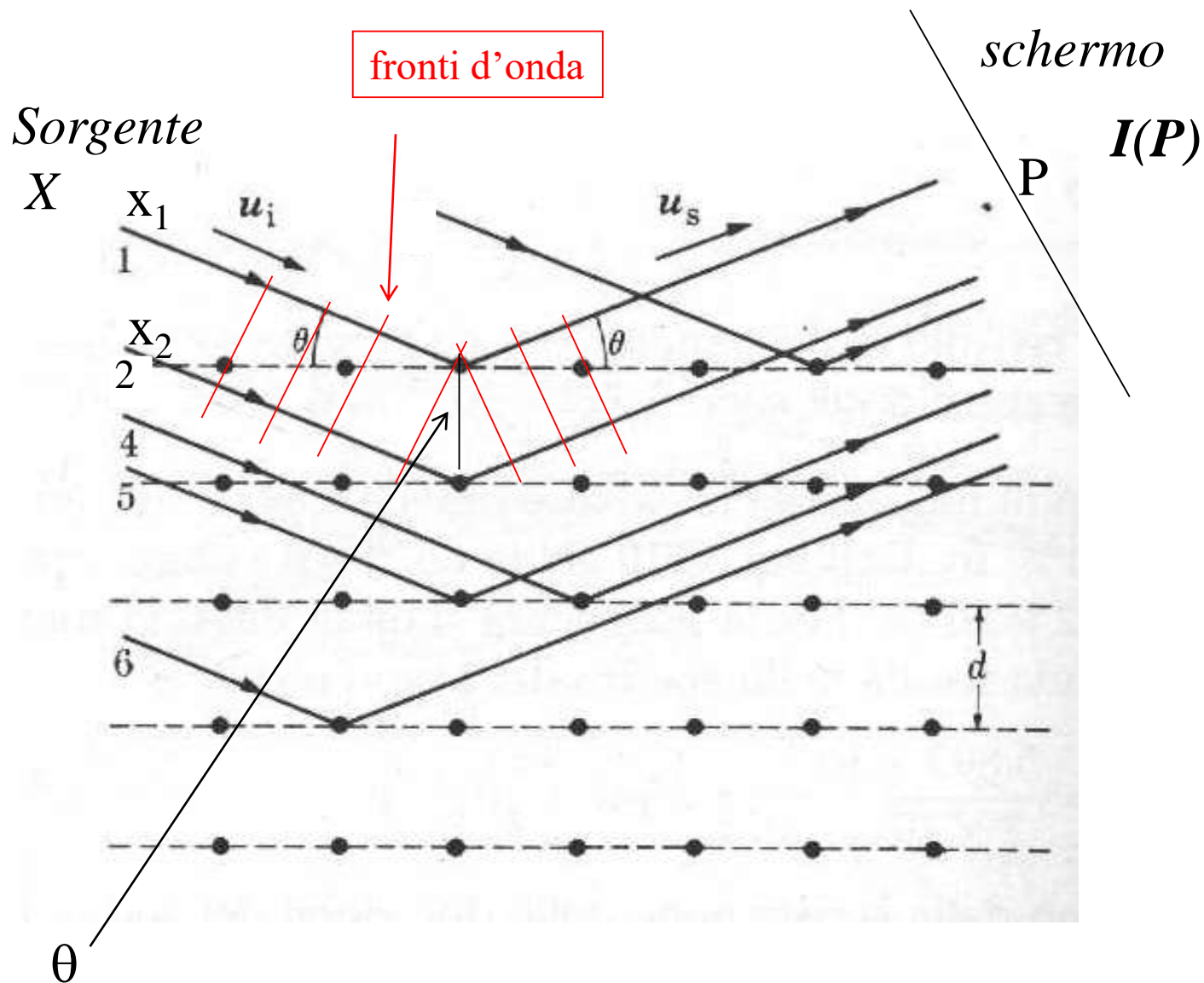


Figura 35.27 Spettrogramma di Laue per un cristallo di quarzo.



Consideriamo i raggi 1 e 2:

$$E_1(x_1, t) = E_0 e^{i(kx_1 - \omega t)}$$

$$E_2(x_2, t) = E_0 e^{i(kx_2 - \omega t)}$$

Calcoliamo l'intensità dell'onda e.m. in P
 $I(P)$ in funzione dell'angolo θ :

In P i campi 1 e 2 si sommano:

$$\begin{aligned} E(P) &= E_1(x_1, t) + E_2(x_2, t) = \\ &= E_0 e^{i(kx_1 - \omega t)} + E_0 e^{i(kx_2 - \omega t)} = \\ &= E_0 e^{i(kx_1 - \omega t)} \left[1 + e^{i \underbrace{k(x_2 - x_1)}_{\Phi}} \right] \end{aligned}$$

differenza di fase tra i raggi 1 e 2

$$\begin{aligned} E(P) &= E_0 e^{i(kx_1 - \omega t)} \left[e^{i\frac{\Phi}{2}} e^{-i\frac{\Phi}{2}} + e^{i\frac{\Phi}{2}} e^{i\frac{\Phi}{2}} \right] = \\ &= E_0 e^{i(kx_1 - \omega t)} \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) e^{i\frac{\Phi}{2}} \end{aligned}$$

Intensità dell'onda e.m. In P:

$$I(P) \propto |E(P)|^2 = 4E_0^2 \cos^2\left(\frac{\Phi}{2}\right)$$

Sullo schermo osserviamo zone illuminate dai raggi X e zone di buio.

$$\text{Zone di buio: } I(P) = 0 \Rightarrow |E(P)|^2 = 4E_0^2 \cos^2\left(\frac{\Phi}{2}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) = 0 \Rightarrow \frac{\Phi}{2} = (2n+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \frac{(x_2 - x_1)}{2} = (2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$(x_2 - x_1) = 2d \sin \theta = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\sin \theta = (2n+1)\frac{\lambda}{4d}$$

Zone di max illuminazione:

$$\cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) = 1 \Rightarrow \frac{\Phi}{2} = n\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \frac{(x_2 - x_1)}{2} = n\pi$$

$$(x_2 - x_1) = 2d \sin \theta = n\lambda$$

$$\sin \theta = n\frac{\lambda}{2d}$$

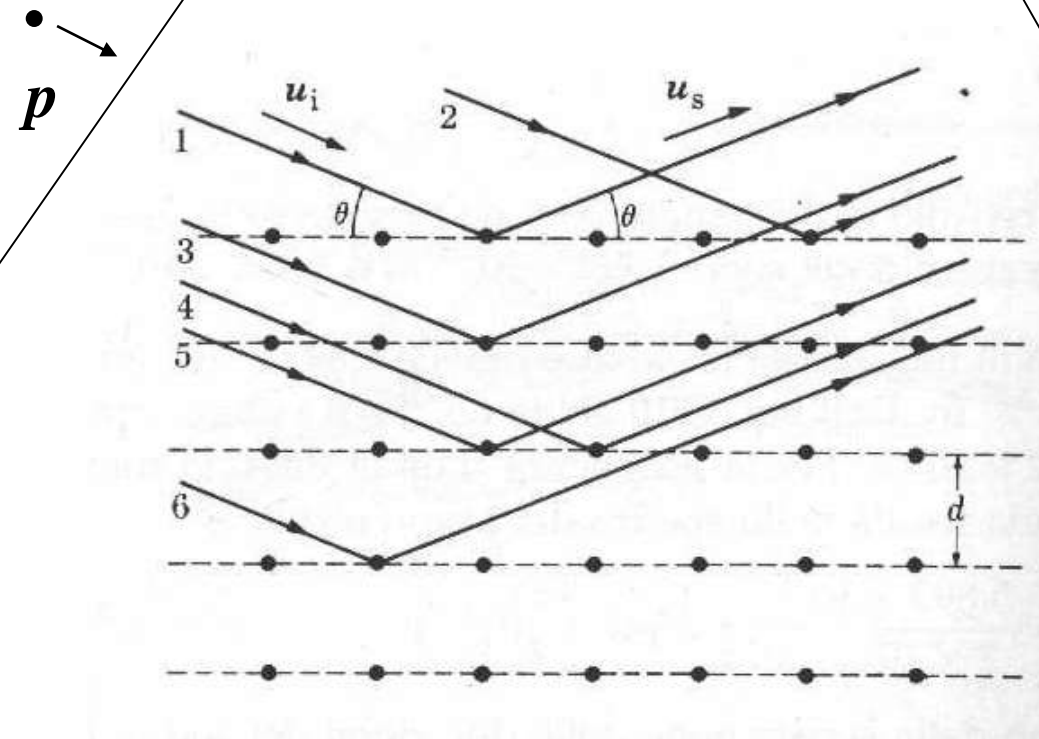
Diffrazione di elettroni da cristalli

(Davison – Germer 1927)

Ripetiamo l'esperimento di diffrazione usando elettroni invece di raggi X,

$$E_{cin} = eV = \frac{p^2}{2m}$$

schermo

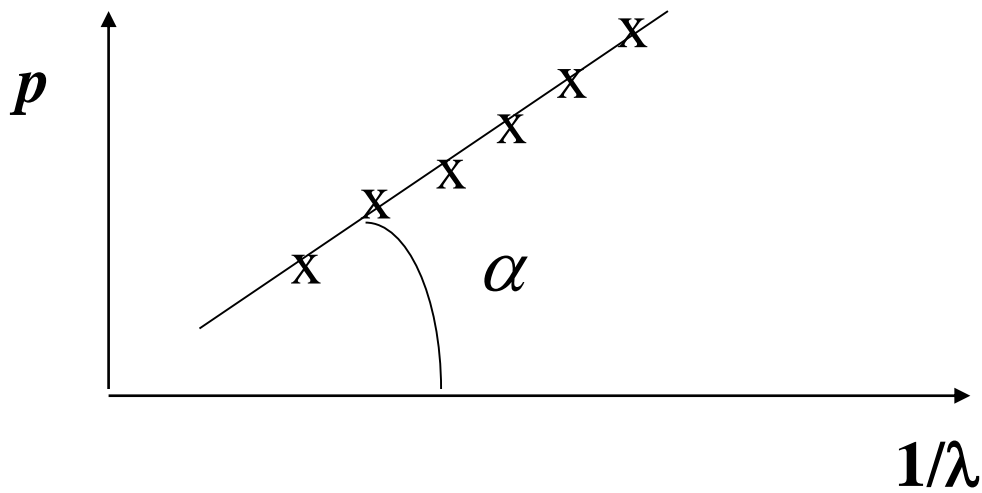


Sullo schermo si osservano punti in cui arrivano elettroni e punti in cui non arrivano con la stessa legge valida per i raggi X

$$k(2d \sin \theta) = 2m\pi$$

$$2d \sin \theta = m\lambda$$

Riportiamo su un grafico la quantità di moto p degli elettroni in funzione della lunghezza d'onda dalcolata dalla formula di Bragg



$$p = \operatorname{tg} \alpha \frac{1}{\lambda} \quad \text{con} \quad \operatorname{tg} \alpha = h$$

Quindi

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

Quindi anche per particelle si osservano
effetti di diffrazione.

Cioè gli elettroni si comportano come onde !

Se uniamo:

- (i) questo esperimento con gli elettroni;
- (ii) il dualismo campo e.m.-fotoni,

***si potrebbe essere indotti a concludere che
tutte le particelle hanno una descrizione ondulatoria
e viceversa
tutte le onde hanno una descrizione particellare.***

Per il dualismo onda-particella valgono le seguenti relazioni dovute a DeBroglie (1924):

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

$$E = h\nu$$

Relazione tra
quantità di moto della
particella e
lunghezza d'onda

Relazione tra
l'energia della particella
e la frequenza dell'onda

Adesso si deve solo scrivere l'equazione diff.
a cui soddisfano le funzioni d'onda di tali
onde particellari e il significato della
perturbazione ondosa (cosa si propaga ?).

*Tale equazione, che vedremo in seguito,
è detta di SCHRODINGER*

e costituirà il punto di partenza della
descrizione meccanico-quantistica delle particelle.

Un quadro cronologico degli eventi salienti alla base della fisica quantistica:

- La meccanica statistica classica spiega la termodinamica (Boltzman 1896)
- Spiegazione dello spettro di emissione del corpo nero (Plank 1900)
- Spiegazione dell'effetto fotoelettrico (Einstein 1905)
- Verifica sperimentale dell'esistenza del Nucleo atomico (Rutherford 1911)
- Proposta per una struttura interna dell'atomo (Bohr 1913)
- Effetto Compton (Compton 1923)
- Verifica sperimentale dello spin dell'elettrone (Stern - Gerlag 1922)
- Principio di esclusione (Pauli 1924)
- Relazione di DeBroglie (DeBroglie 1924)

- Sviluppo della meccanica quantistica
matriciale (Heisenberg 1925)
- Sviluppo della statistica quantistica
di Bose-Einstein (Einstein 1925)
- Spiegazione del calore specifico dei solidi
alle basse temperature (Einstein 1925)
- Spiegazione del calore specifico dell'idrogeno
alle basse temperature (Dennison 1926)
- Equazione di Schrodinger (Schrodinger 1926)
- Spiegazione della struttura interna dell'atomo
di elio (Heisenberg 1926)
- Spiegazione della struttura interna della molecola
di idrogeno (Heitler-London 1926)
- Dimostrazione dell'equivalenza tra meccanica
quantistica matriciale e equazione di Schrodinger
(Dirac-Jordan 1927)
- Principio di interminazione (Heisenberg 1927)
- Diffrazione di elettroni da cristalli
(Davison-Germer 1927)

- Il Congresso Solvay del 1927 porta alla interpretazione probabilistica della meccanica quantistica
- Equazione di Dirac (previsione del positrone e interpretazione dello spin dell'elettrone)
(Dirac 1928)
- Costruzione del primo acceleratore di Particelle a Cambridge (Rutherford 1928)
- Sviluppo della statistica quantistica di Fermi-Dirac (anni '30)
- Scoperta del neutrone (Chadwick 1931)
- Scoperta del positrone nei raggi cosmici
(Anderson-Blackett 1933)
- Descrizione del comportamento degli elettroni in un solido periodico (Bloch anni '30)
- Paradosso EPR (Einstein-Podolsky-Rosen 1934)
- Fissione nucleare prodotta da neutroni lenti
(Hahn-Meitner-Frisch 1939)
- Disuguaglianza di Bell (Bell 1964)