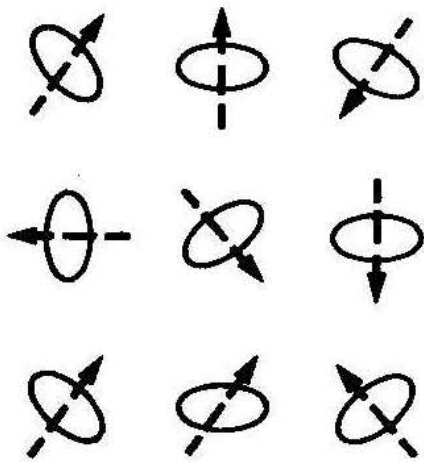


- Il vettore magnetizzazione \mathbf{M} ;
- Il campo magnetizzante \mathbf{H} ;
- La circuitazione di \mathbf{H} ;
- Suscettività e permeabilità magnetica della materia;
- Proprietà magnetiche della materia
(diamagnetismo, paramagnetismo, ferromagnetismo, antiferromagnetismo, ferrimagnetismo);

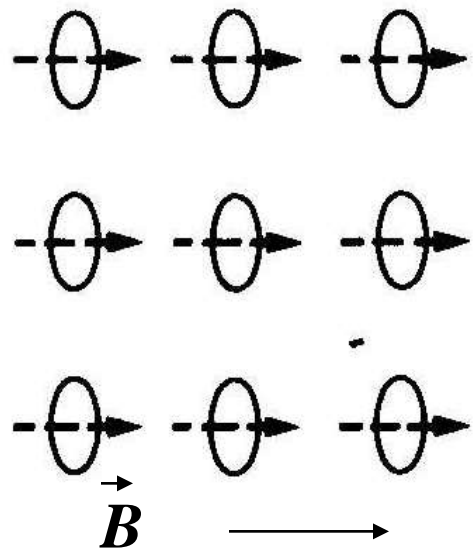
▪ RIASSUNTO DELLE EQUAZIONI PER IL
CAMPO ELETTRICO STATICO E IL
CAMPO MAGNETICO STATICO

Il vettore magnetizzazione

Il vettore magnetizzazione di un materiale è definito come il momento di dipolo magnetico per unità di volume, cioè la somma di tutti i momenti magnetici microscopici nell'unità di volume.



Senza campo
magnetico



Con campo
magnetico

Se \mathbf{m} è il momento di dipolo di ciascun atomo o molecola e \mathbf{n} è il loro numero per unità di volume la magnetizzazione è $\mathbf{M} = \mathbf{n}\mathbf{m}$

L'unità di misura della magnetizzazione è
nel S.I. $\mathbf{A\ m^{-1}}$.

Se prendiamo un cilindro (sezione S e lungo l) di materiale in cui i dipoli magnetici si allineano lungo l'asse, il momento di dipolo magnetico totale vale

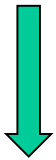
$$M(Sl) = (Ml)S$$

Poiché il momento di dipolo è definito come

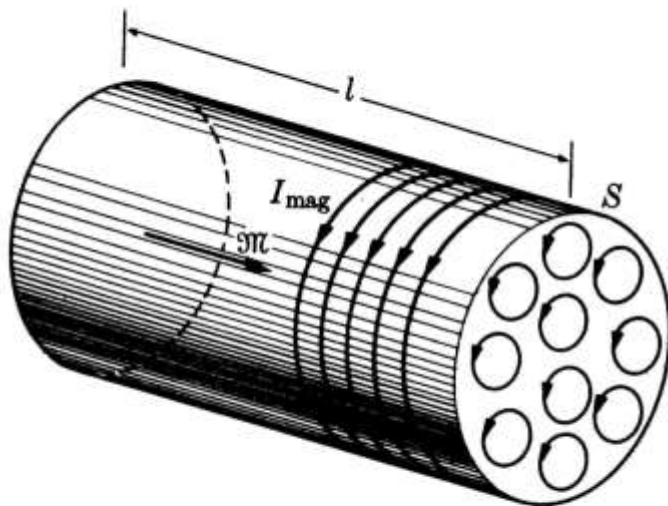
$$(\textit{corrente}) \times (\textit{area})$$

possiamo concludere che la magnetizzazione totale M è equivalente ad una corrente efficace (di magnetizzazione) sulla superficie del cilindro per unità di lunghezza.

$$M(Sl) = (Ml)S = I_{\text{mag}} \times S$$



$$\frac{I_{\text{mag}}}{l} = M$$



La corrente efficace per unità di lunghezza I_{mag}/l sulla superficie del cilindro vale:

$$\frac{I_{\text{mag}}}{l} = M$$

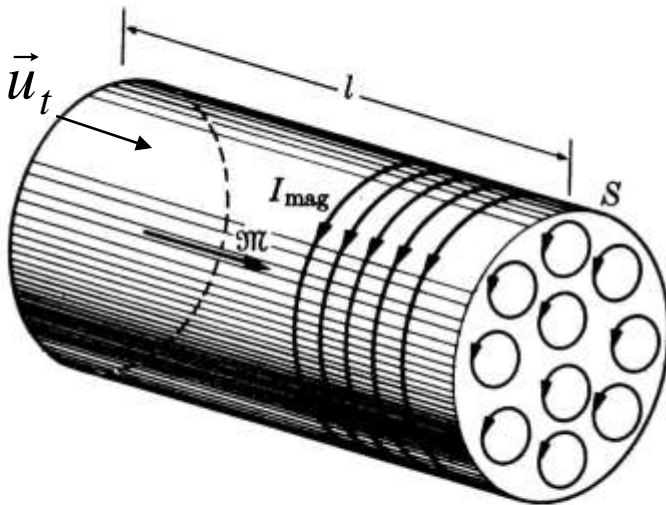


Figura 26.13 Corrente superficiale di magnetizzazione su un cilindro magnetizzato.

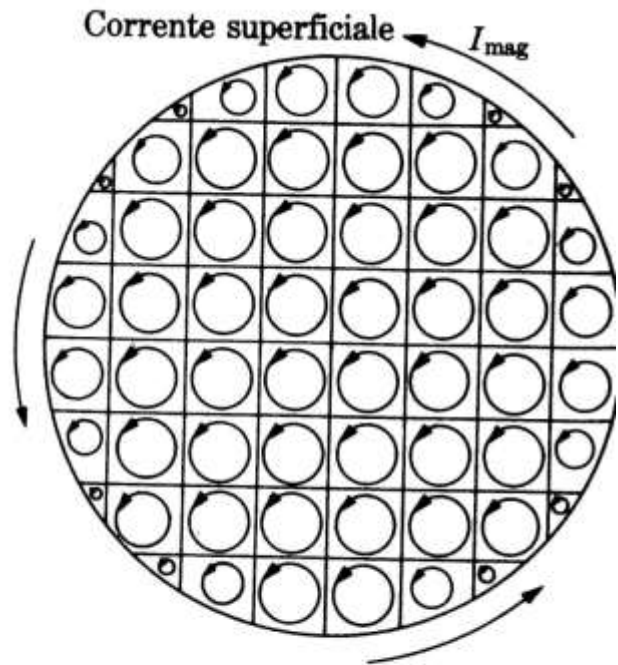


Figura 26.14 Correnti elementari in un cilindro magnetizzato.

Anche se il risultato è stato ottenuto in un caso particolare, la sua validità è generale:

la corrente di magnetizzazione efficace per unità di lunghezza sulla superficie di un pezzo magnetizzato di materia è uguale alla componente del vettore magnetizzazione M parallela al piano tangente alla superficie del corpo, e ha direzione perpendicolare a M .

$$\frac{I_{\text{mag}}}{l} = \vec{M} \cdot \vec{u}_t$$

Il campo magnetizzante

Se mettiamo un pezzo cilindrico di materia entro un solenoide percorso da una corrente I , il campo magnetico generato dal solenoide magnetizza il materiale creando una corrente superficiale per unità di lunghezza del cilindro $I_{\text{mag}}/l = M$

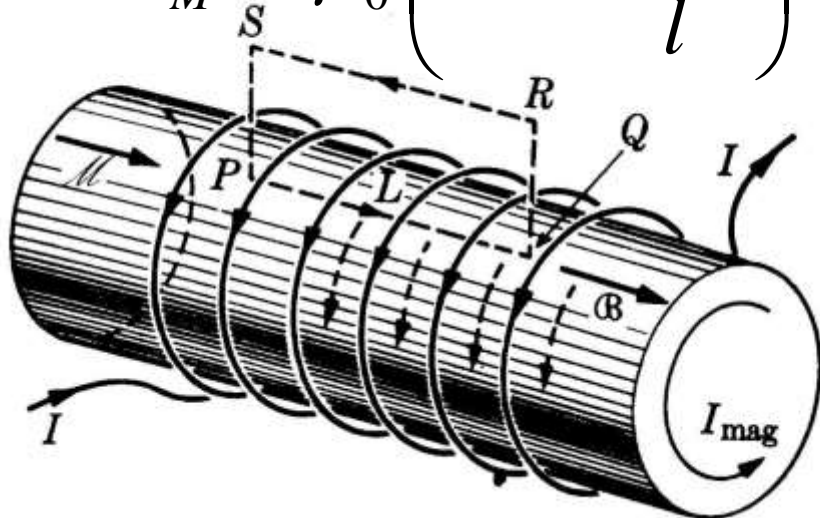
Il sistema costituito da *solenoid* + *cilindro* ha una corrente effettiva per unità di lunghezza pari a

n è il numero di spire per unità di lunghezza

$$nI + \frac{I_{\text{mag}}}{l} = nI + M$$

Questa corrente, per la legge di Ampere, origina un *campo magnetico*

$$B_M = \mu_0 \left(nI + \frac{I_{\text{mag}}}{l} \right) = \mu_0 (nI_{\text{lib}} + M)$$



Possiamo definire il campo magnetizzante H , come un vettore \vec{H} tale per cui *la componente di H parallela al piano tangente alla superficie del corpo immerso in un campo magnetico sia uguale alla corrente libera totale per unità di lunghezza*

$$\frac{I_{lib.totale}}{l} = \vec{H} \cdot \vec{u}_t$$

$$B_M = \mu_0 (nI_{lib} + M) = (B_0 + \mu_0 M) = \mu_0 (H + M)$$

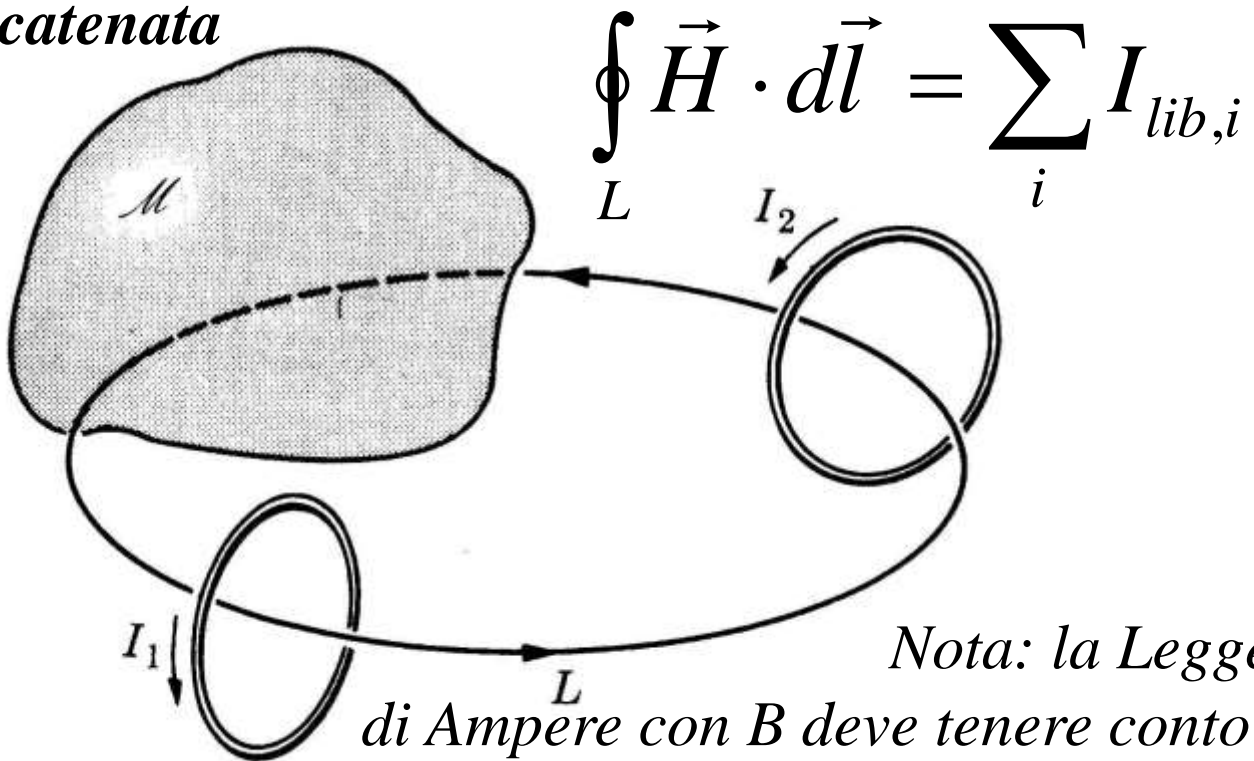
Questa espressione, che lega la corrente libera (*sorgente del campo magnetico esterno*) con il campo magnetico nel mezzo e la sua magnetizzazione, può essere generalizzata

$$\frac{\vec{B}_0}{\mu_0} = \vec{H} = \frac{\vec{B}_M}{\mu_0} - \vec{M}$$

\vec{H} l'unità di misura nel S.I. del
campo magnetizzante è A m^{-1}

Si può dimostrare che

*la circuitazione del campo magnetizzante lungo
 una linea chiusa è uguale alla corrente libera totale
 concatenata*



*Nota: la Legge
 di Ampere con B deve tenere conto
 di tutte le correnti libere e di magnetizzazione*

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i \left(I_{lib,i} + I_{mag,i} \right)$$

Suscettività e permeabilità magnetica

La relazione tra *campo magnetico* B ,
campo magnetizzante H e *magnetizzazione* M ,
si può scrivere

$$\vec{B}_M = (\vec{B}_0 + \mu_0 \vec{M}) = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

Il *vettore magnetizzazione* per molti materiali
si può esprimere come

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

Dove χ_m è detta *suscettività magnetica* del mezzo
ed è adimensionata.

χ_m descrive la risposta del mezzo al campo
magnetico esterno ed è legata alla struttura
microscopica del mezzo.

$$\text{Quindi } \vec{B}_M = \mu_0 (\vec{H} + \chi_m \vec{H}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \mu \vec{H}$$

con $\mu = \mu_0 (1 + \chi_m) = \mu_0 \mu_r$ la **permeabilità magnetica** del mezzo e μ_r la permeabilità relativa.

$$\vec{B}_M = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$$

La circuitazione di \vec{H} diventa

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_L \frac{\vec{B}_M}{\mu} d\vec{l} = \sum_i I_{lib,i}$$

Se il materiale è omogeneo (μ è costante in ogni punto del materiale)

$$\oint_L \vec{B}_M \cdot d\vec{l} = \mu \sum_i I_{lib,i}$$

Da cui il campo magnetico nella materia è quello nel vuoto dove μ_0 è sostituito da μ

Proprietà magnetiche della materia

La materia si può comportare in diversi modi se sottoposti ad un campo magnetico esterno.

I materiali possono essere raggruppati in:

- (i) diamagnetici* (Es. H_2 , N_2 , Na, Cu, Hg) sono i materiali che non presentano momenti di dipolo magnetico microscopici (atomici o molecolari);
- (ii) paramagnetici* (O_2 , Al, Ti, Pt) sono i materiali che presentano momenti di dipolo microscopico, che in campo magnetico possono allinearsi;
- (iii) ferromagnetici* (Fe, Ni, Co) sono materiali che presentano una intensa magnetizzazione permanente, cioè i dipoli magnetici microscopici hanno una tendenza all'allineamento sotto deboli campi;
- (iv) antiferromagnetici* (MnO , FeO , CoO) sono materiali che presentano dipoli microscopici uguali che hanno una tendenza ad orientarsi in modo ordinato ma opposto, la magnetizzazione netta è nulla;
- (v) ferrimagnetici* o ferriti ($MnOFe_2O_3$, $CoOFe_2O_3$, $NiOFe_2O_3$) sono materiali simili agli antiferromagnetici ma dove i dipoli che si orientano in una direzione hanno diverso momento magnetico rispetto ai dipoli che si orientano in direzione opposta.

Ferromagnetismo, antiferromagnetismo e ferrimagnetismo

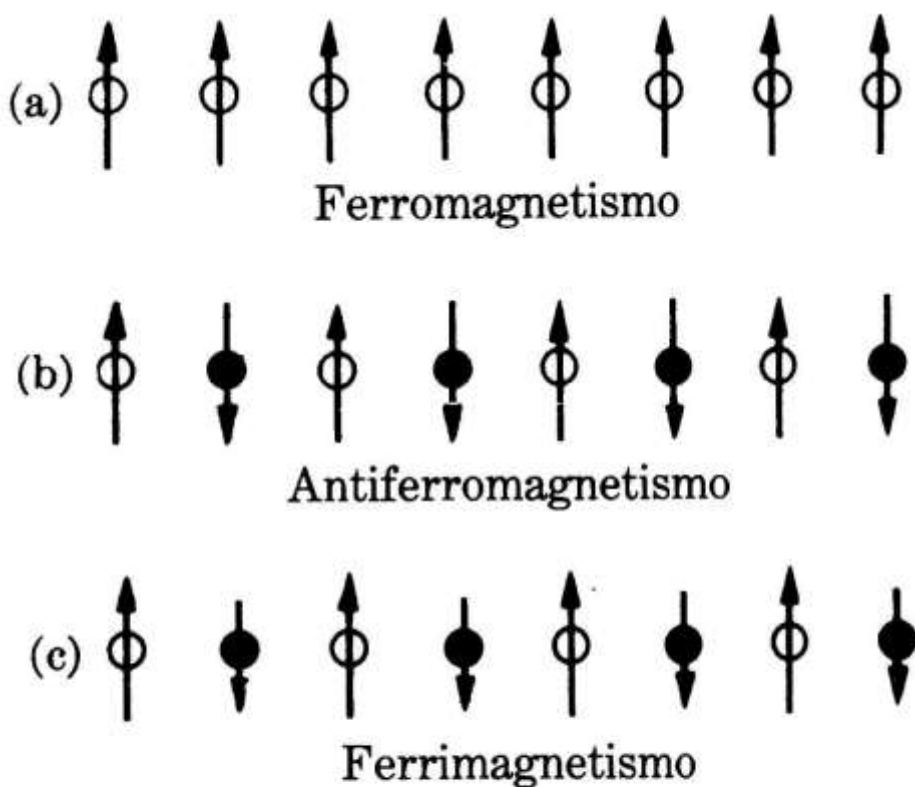


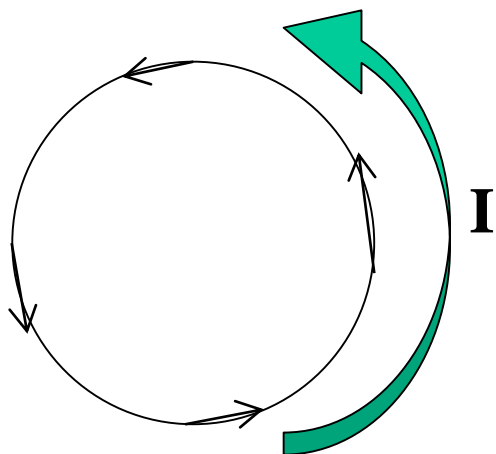
Figura 26.12 Orientamento di momenti di dipolo magnetici in varie sostanze.

Diamagnetismo

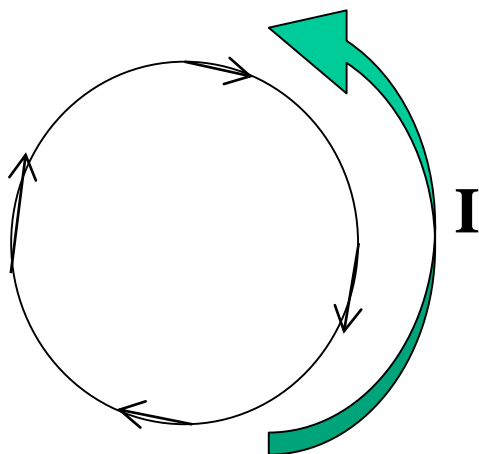
Questo comportamento magnetico è presente in in tutti i materiali.

In un mezzo le cariche q (elettroni, $-e$) in moto quando si accende un campo magnetico acquistano una velocità angolare

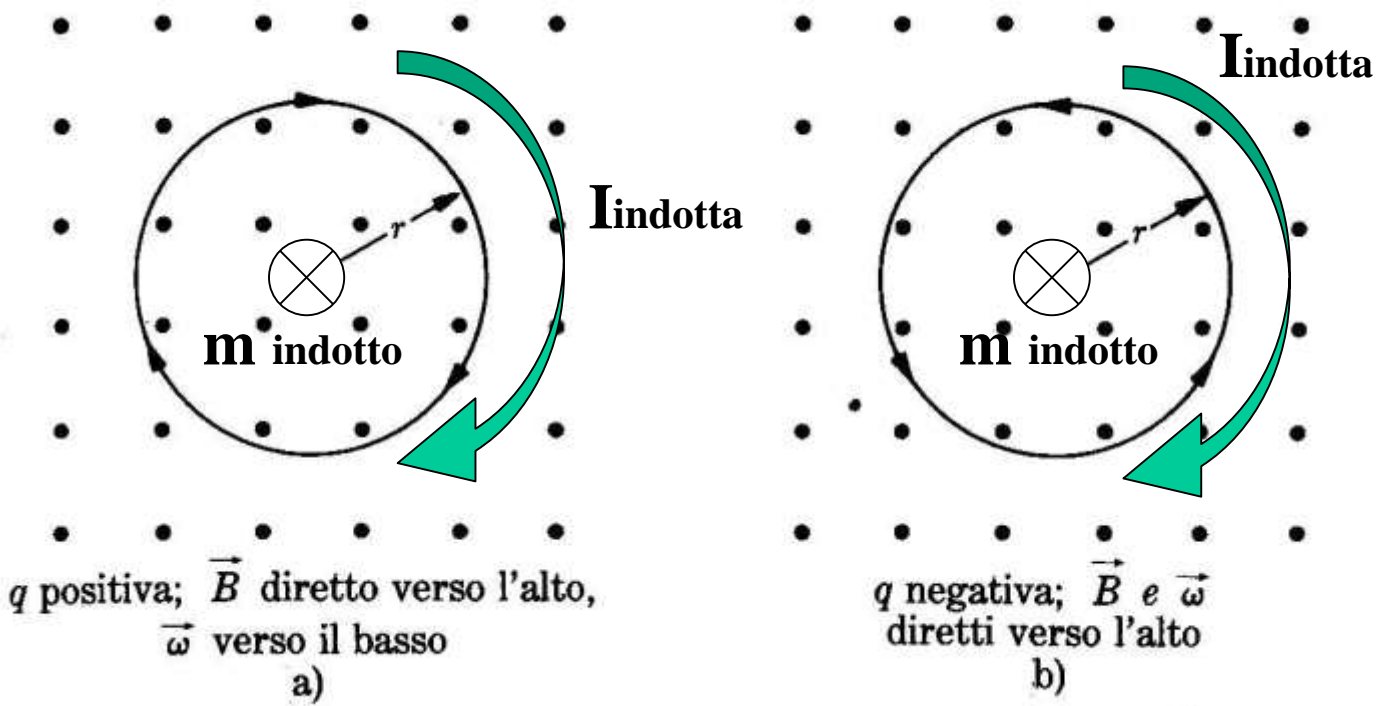
$$\vec{\omega} = -\frac{q}{\textit{massa}} \vec{B}$$



q positiva



q negativa



Si instaura un moto circolare uniforme con

$$\text{acc. centripeta} = \frac{v^2}{r} = \frac{F}{m} = \frac{qvB}{m}$$

Quindi

il raggio dell'orbita è: $r = \frac{mv}{qB}$; con $\omega = \frac{v}{r}$

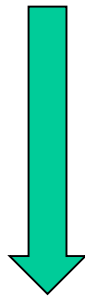
La velocità angolare è $\vec{\omega} = -\frac{q}{\text{massa}} \vec{B}_0$

detta frequenza ciclotronica

Il momento di dipolo indotto \vec{m} si oppone a \vec{B}

Diamagnetismo

Il momento di dipolo indotto m si oppone a B



\vec{M} è antiparallelo al campo magnetico applicato.
Quindi dalla relazione $\vec{M} = \chi_m \vec{H} \longrightarrow \chi_m < 0$

Il diamagnetismo è presente in tutti i materiali ma è mascherato in quelle sostanze che presentano dipoli magnetici permanenti.

Paramagnetismo

E' presente in tutte le sostanze che presentano momenti di dipolo magnetico microscopici permanenti.

Quando non c'è campo magnetico esterno tutti i dipoli elementari \mathbf{m} sono orientati in modo casuale per l'agitazione termica.

Quando compare un campo i dipoli tendono ad orientarsi

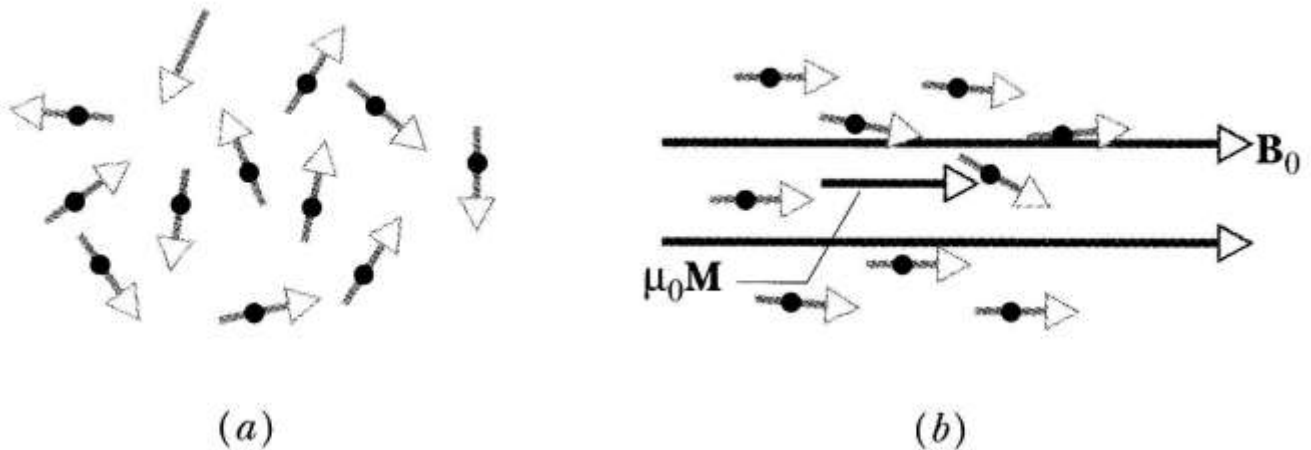


Figura 7 (a) In un materiale non magnetizzato, i momenti magnetici atomici sono orientati in modo casuale. (b) Quando viene applicato un campo esterno \mathbf{B}_0 , i dipoli ruotano tendendo ad allinearsi col campo, e la somma vettoriale dei momenti di dipolo atomici dà un contributo $\mu_0 \mathbf{M}$ al campo nel materiale.

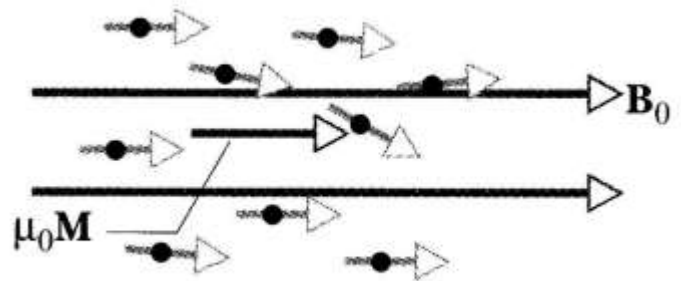
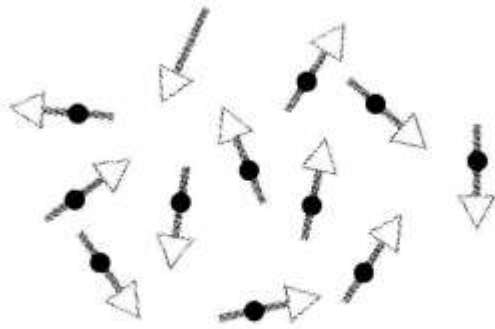
C'è da aspettarsi una variazione della magnetizzazione, e quindi della suscettività magnetica con la temperatura, a parità di campo magnetico applicato

Sperimentalmente si è osservato che

$$M = C \cdot \frac{H}{T} = C \cdot \frac{B_0}{\mu_0 T}$$

Legge di Curie

$$\chi_m = \frac{C}{T}$$



$$B_0 = \mu_0 H$$

Tabella 26.1 Suscettività magnetiche a temperatura ambiente

Sostanze diamagnetiche	χ_m	Sostanze paramagnetiche	χ_m
Idrogeno (1 atm)	-2.1×10^{-9}	Ossigeno (1 atm)	2.1×10^{-6}
Azoto (1 atm)	-5.0×10^{-9}	Magnesio	1.2×10^{-5}
Sodio	-2.4×10^{-6}	Alluminio	2.3×10^{-5}
Rame	-1.0×10^{-5}	Tungsteno	6.8×10^{-5}
Bismuto	-1.7×10^{-5}	Titanio	7.1×10^{-5}
Diamante	-2.2×10^{-5}	Platino	3.0×10^{-4}
Mercurio	-3.2×10^{-5}	Cloruro di gadolinio ($GdCl_3$)	2.8×10^{-3}

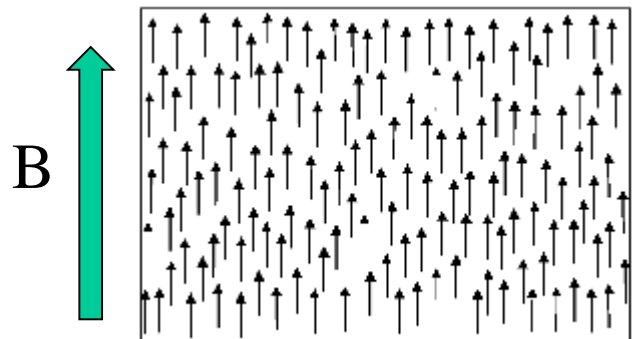
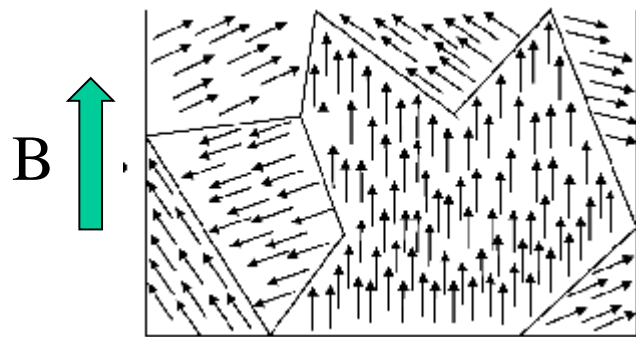
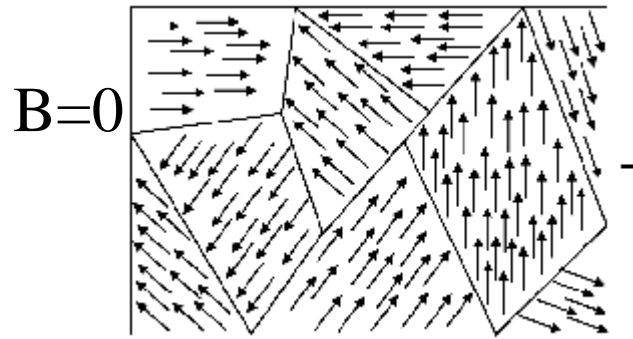
Ferromagnetismo

Nel caso di alcuni materiali (detti ferromagnetici) si osserva un fortissimo effetto di allineamento dei dipoli microscopici permanenti in presenza di un campo magnetico esterno.

I dipoli magnetici si raggruppano in domini interagendo tra loro e spingendosi verso un auto-allineamento.

Dopo l'eliminazione del campo esterno, il materiale conserva un effetto residuo di allineamento dei dipoli.

(questi fenomeni sono spiegabili solo dalla mecc. quantistica)



In un materiale ferromagnetico osserviamo che il vettore magnetizzazione ha una relazione non lineare con il campo magnetizzante.

Inoltre presenta *isteresi* (cioè memoria della sua storia di magnetizzazione).

Nel materiale abbiamo

$$\vec{B}_M = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}(\vec{H}))$$

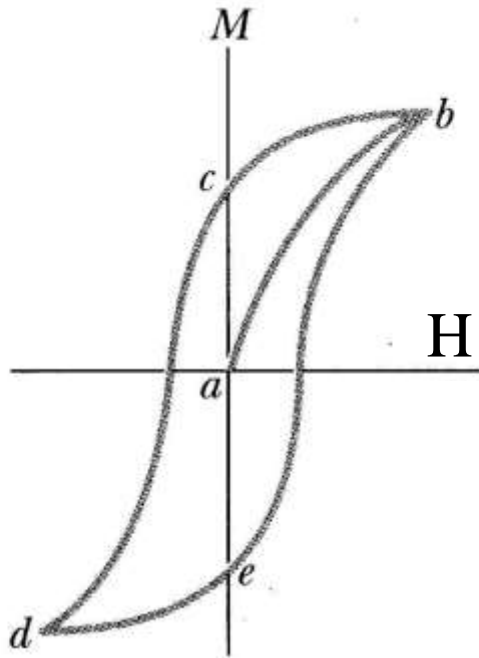


Figura 9 Variazione della magnetizzazione di un campione di materiale ferromagnetico quando il campo applicato viene cambiato. Il percorso *bcdeb* viene detto *curva di isteresi*.

RIASSUNTO:

Campo elettrostatico nella materia

$$\begin{aligned}\epsilon_0 \vec{E}_0 &= \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_D + \vec{P} = \epsilon_0 \vec{E}_D + \epsilon_0 \chi_e \vec{E}_D = \\ &= (1 + \chi_e) \epsilon_0 \vec{E}_D = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}_D = \epsilon \vec{E}_D\end{aligned}$$

cariche libere

cariche compressive

cariche di polarizzazione

Campo magnetostatico nella materia

$$\vec{B}_M = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

correnti compressive

correnti libere

correnti di magnetizzazione

Per materiali omogenei e isotropi

(diamagnetici <0 o paramagnetici >0)

$$\begin{aligned}\vec{B}_M &= \mu_0 (\vec{H} + \chi_m \vec{H}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \\ &= \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H} = \mu_r \vec{B}_0\end{aligned}$$

Per materiali ferromagnetici

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}(\vec{H}))$$

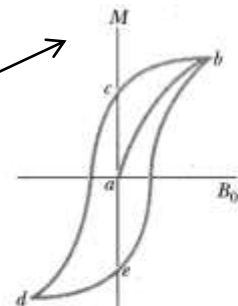


Figura 9 Variazione della magnetizzazione di un campione di materiale ferromagnetico quando il campo applicato viene cambiato. Il percorso *bcd* viene detto *curva di isteresi*.

RIASSUNTO DELLE EQUAZIONI PER IL CAMPO ELETTROSTATICO E IL CAMPO MAGNETOSTATICO NEL VUOTO in forma integrale

1. Legge di Gauss per \vec{E} $\oint_{\text{sup. chiusa}} \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} = \frac{q_L}{\epsilon_0}$

2. Flusso di \vec{B} $\oint_{\text{sup. chiusa}} \vec{B}_0 \cdot d\vec{S} = 0$

3. Circuitazione di \vec{E} $\oint_{\text{curva chiusa}} \vec{E}_0 \cdot d\vec{l} = 0$

4. Circuitazione di \vec{B} $\oint_{\text{curva chiusa}} \vec{B}_0 \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_L$

5. Densità di energia campo \vec{E}

$$\text{dens. en.} = w = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2$$

RIASSUNTO DELLE EQUAZIONI PER IL CAMPO ELETTROSTATICO E IL CAMPO MAGNETOSTATICO NEL VUOTO in forma differenziale

1. Legge di Gauss per \vec{E} $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_0 = \frac{\rho_L}{\epsilon_0}$

2. Flusso di \vec{B} $\vec{\nabla} \cdot \vec{B}_0 = 0$

3. Circuitazione di \vec{E} $\vec{\nabla} \times \vec{E}_0 = 0$

4. Circuitazione di \vec{B} $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}_L$

RIASSUNTO DELLE EQUAZIONI PER IL CAMPO ELETTROSTATICO E IL CAMPO MAGNETOSTATICO IN UN MEZZO

1. Legge di Gauss per

$$\vec{E} \quad \oint_{\text{sup. chiusa}} \vec{E}_D \cdot d\vec{S} = \frac{(q_{LIB} + q_{POL})}{\epsilon_0} = \frac{q_{LIB}}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

2. Circuitazione di

$$\vec{B} \quad \oint_{\text{curva chiusa}} \vec{B}_M \cdot d\vec{l} = \mu_0 (I_{LIB} + I_{MAG}) = \mu_0 \mu_r I_{LIB}$$

3. Relazione fra campi

$$\frac{\vec{B}_0}{\mu_0} = \frac{\vec{B}_M}{\mu_0} - \vec{M} = \frac{\vec{B}_M}{\mu_0 \mu_r} \quad ; \quad \epsilon_0 \vec{E}_0 = \epsilon_0 \vec{E}_D + \vec{P} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}_D$$

4. Densità di energia campo \vec{E}

$$\text{dens. en.} = w = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E_D^2$$

RIASSUNTO DELLE EQUAZIONI PER IL CAMPO ELETTROSTATICO E IL CAMPO MAGNETOSTATICO IN UN MEZZO in forma differenziale

1. Legge di Gauss per \vec{D} $\nabla \cdot \vec{D} = \rho_{LIB}$

$$\nabla \cdot \vec{E}_0 = \frac{\rho_{LIB}}{\epsilon_0}$$

per \vec{E} $\vec{\nabla} \cdot \vec{E}_D = \frac{(\rho_{LIB} + \rho_{POL})}{\epsilon_0} = \frac{\rho_{LIB}}{\epsilon_0 \epsilon_r}$

2. Circuitazione di \vec{H} $\nabla \times \vec{H} = \vec{j}_{LIB}$

per \vec{B} $\vec{\nabla} \times \vec{B}_M = \mu_0 (\vec{j}_{LIB} + \vec{j}_{MAG}) = \mu_0 \mu_r \vec{j}_{LIB}$