

Esiste un insieme  $\mathbb{R}$  con due operazioni interne  $+$ ,  $\cdot$  tali che

- $\forall a, b \in \mathbb{R} \quad a+b = b+a, \quad a \cdot b = b \cdot a$

- $\forall a, b \in \mathbb{R} \quad (a+b)+c = a+(b+c)$   
 $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

- $\forall a, b, c \quad (a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

- $\exists 0 \in \mathbb{R} : \quad a+0 = a$

- $\exists 1 \in \mathbb{R} : \quad a \cdot 1 = a$

- $\forall a \in \mathbb{R} \quad \exists a' \in \mathbb{R} : \quad a+a' = 0$

NOTAZIONI  $a' = -a \quad a+(-a) = a-a$

- $\forall a \in \mathbb{R} \quad a \neq 0 \quad \exists \tilde{a} \in \mathbb{R} : \quad a \tilde{a} = 1$

NOTAZIONE  $\tilde{a} = \frac{1}{a} = a^{-1}$

$\mathbb{R}$  è dotato di una relazione  
d'ordine  $\leq$  tale che

- $\forall x \in \mathbb{R} \quad x \leq x$
- se  $x \leq y$  e  $y \leq x \Rightarrow x = y$
- se  $x \leq y$  e  $y \leq z \Rightarrow x \leq z$
- $\forall x, y \in \mathbb{R} \quad x \leq y \text{ o } y \leq x$
- se  $x \leq y \quad \forall z \in \mathbb{R} \quad x + z \leq y + z$
- se  $x \leq y$  e  $z \geq 0 \quad xz \geq yz$

ASSIOMA DI CONTINUITÀ<sup>1</sup>  
(o DI DEDEKIND)

$$A, B \subseteq \mathbb{R} \quad A, B \neq \emptyset$$

$$\text{Se } \forall a \in A, \forall b \in B \quad a \leq b$$

allora  $\exists c \in \mathbb{R} :$

$$\forall a \in A, \forall b \in B \quad a \leq c \leq b.$$