



POLITECNICO
MILANO 1863

Relazione di laboratorio del corso di Sperimentazione nei Propulsori

AA 2023-2024

Autore	Codice Persona	Matricola	Indirizzo Email
Andrea Bassi			

Professore: Giulio Angelo Guido Solero

Abstract

Questo documento raccoglie i report delle varie attività laboratoriali svolte nell'ambito del corso di Sperimentazione nei Propulsori. Per ciascuna attività è presentata una sintesi di richieste, metodi risolutivi e risultati criticamente valutati.

”παντα ρει”

Indice

Abstract	1
Elenco delle tabelle	3
Elenco delle figure	4
Elenco dei simboli	5
1 Misure di temperatura mediante termocoppia	7
1.1 Risoluzione e analisi statistica	7
2 Individuazione legge calibrazione statica e stima dell'errore sistematico	10
2.1 Risoluzione per serie corta	12
2.2 Risoluzione per la serie lunga	14
2.3 Stima dell'errore di quantizzazione e totale	17
3 Perdite per irraggiamento	20
4 Misura di portata mediante diaframma	21
4.1 Presentazione del banco prova, dati e richieste	21
4.2 Risoluzione	22
5 Misura di C_D al banco prova	25
5.1 Presentazione del banco prova, dati e richieste	25
5.2 Presentazione dei valori misurati	26
5.3 Dipendenza da Reynolds e Mach	29
A Risultati aggiuntivi dell'analisi statistica delle serie di dati	31
A.1 Classi, frequenze relative e frequenze cumulate normalizzate	31
Bibliografia	33

Elenco delle tabelle

1.1	Valori estremi di temperatura	7
1.2	Indici statistici delle due distribuzioni	8
1.3	Errore statistico delle due distribuzioni	9
2.1	Tabella di calibrazione statica	10
2.2	Risultati serie corta	13
2.3	Coefficienti della legge di calibrazione	13
2.4	Risultati serie lunga	15
2.5	Coefficienti della legge di calibrazione	16
2.6	Valori significativi e risultati	18
2.7	Errore totale legato alle due misure	18
2.8	Risultati della procedura alternativa	19
4.1	Valori numerici delle quantità di Eq.(4.5)	23
5.1	Grandezze misurate e conversioni	26
5.2	Calcoli intermedi	27
5.3	Valori di C_D per ciascuna misura	27
A.1	Risultati relativi alla serie corta	31
A.2	Risultati relativi alla serie lunga	32

Elenco delle figure

1.1	Istogrammi delle due serie	7
1.2	Frequenze relative per entrambe le serie	8
1.3	Frequenze cumulate normalizzate per entrambe le serie	9
2.1	Serie di dati della tabella di calibrazione statica	11
2.2	Risultati del processo di ottimizzazione	12
2.3	Curva di calibrazione statica	13
2.4	Errore sistematico della soluzione ottimale per vari ordini di regressione	14
2.5	Confronto errori per la serie 950-1200 °C	14
2.6	Risultati del processo di ottimizzazione	15
2.7	Curva di calibrazione statica	15
4.1	Schema del banco prova	21
4.2	Schema del diaframma (Fonte: UNI EN ISO 5167-1 Figura 5)	21
4.3	Scheda tecnica del manometro	24
5.1	Dipendenza di C_D da q_M	28
5.2	Dipendenza di C_D da Δp	28
5.3	Dipendenza di C_D da T	28
5.4	Dipendenza di C_D da Re	29
5.5	Dipendenza di C_D da Ma	29

Elenco dei simboli

Variabile	Descrizione	Unità
β	Rapporto dei diametri	—
C	Coefficiente di efflusso	—
D	Diametro interno del condotto a monte	m
d	Diametro dell'orifizio	m
ϵ_{STAT}	Errore statistico	°C
F	Frequenza cumulata normalizzata	—
f	Frequenza relativa	—
γ	Rapporto dei calori specifici	—
κ	Esponente isoentropico	—
L	Distanza relativa di una presa di pressione	—
μ	Viscosità dinamica	Pa s
N	Numero di campioni	—
ν	Gradi di libertà	—
p	Pressione statica del fluido	Pa
Re_D	Numero di Reynolds riferito a D	—
ρ	Densità	kg/m ³
σ_T	Deviazione standard della temperatura	°C
$\sigma_{\bar{T}}$	Deviazione standard della temperatura media	°C
SK	Coefficiente di skewness	—
T	Temperatura	°C
t_{95}	Parametro t per intervallo di confidenza al 95%	—
\bar{T}	Temperatura media	°C
$T_{MEDIANA}$	Temperatura mediana	°C

1 Misure di temperatura mediante termocoppia

Dati e richieste Vengono fornite due serie di misure di temperatura allo scarico di una camera di combustione, eseguite mediante termocoppia di tipo B. La prima è costituita da 1599 valori ("Serie corta"), la seconda da 9999 ("Serie lunga"). Entrambe le serie sono campionate con una frequenza di campionamento di 100 Hz e vengono fornite mediante file testuale (.txt).

Si chiede di svolgere l'analisi statistica dei dati.

1.1 Risoluzione e analisi statistica

Si riportano i risultati emersi dall'elaborazione dei dati sperimentali. I calcoli sono stati svolti mediante il software *Matlab* e le funzioni built-in.

Suddivisione in classi e istogramma Entrambe le serie sono divise in 10 classi, di uguale ampiezza, costruite affinché non ci possa essere ambiguità nell'attribuzione dei valori: poiché le misure hanno 6 cifre decimali, gli estremi di classe sono definiti con 7 cifre decimali. L'estremo della prima classe viene scelto come il minimo valore di T a cui viene sottratto $0.5e-7$ °C. Analogamente, l'estremo superiore dell'ultima classe viene calcolato sommando la stessa quantità al massimo valore di T nella serie. I valori estremi delle due serie sono mostrati in Tab.1.1, riportati integralmente per mettere in evidenza il numero di cifre decimali.

Serie	T_{MIN} [°C]	T_{MAX} [°C]
Corta	953.745910	1193.110960
Lunga	931.352290	1449.917970

Tabella 1.1: Valori estremi di temperatura

Gli istogrammi relativi alle due serie sono mostrati in Fig.1.1.

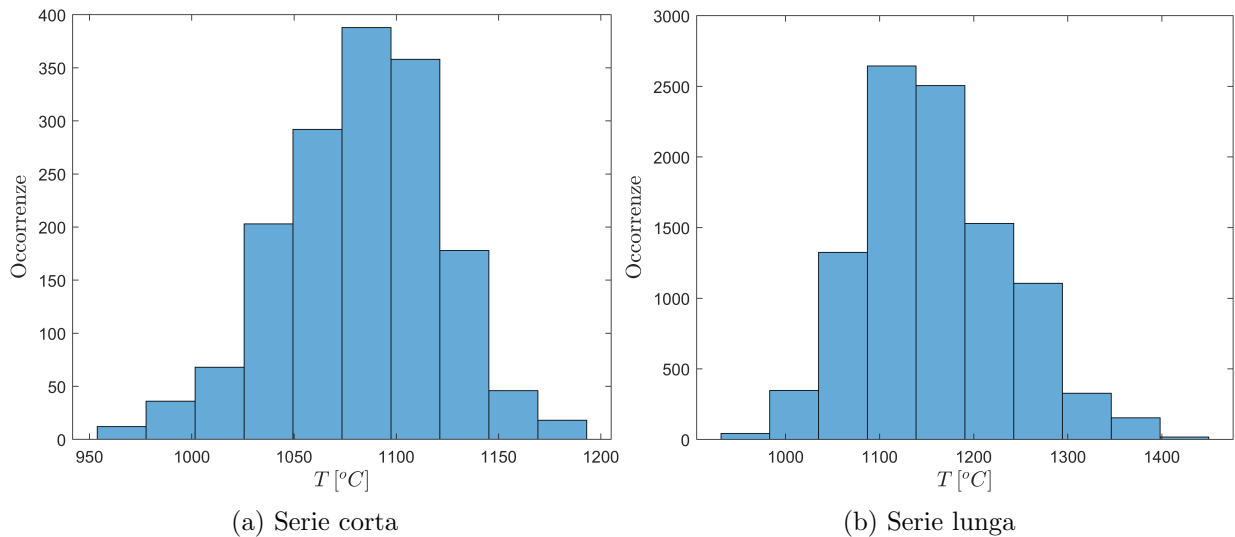


Figura 1.1: Istogrammi delle due serie



Figura 1.2: Frequenze relative per entrambe le serie

Si osserva come entrambe le distribuzioni di dati siano simili alla distribuzione gaussiana, mostrando tuttavia una evidente asimmetria. Quest'ultima è quantificabile dal coefficiente di skewness, riportato in Tab.1.2.

Calcolo delle frequenze relative e cumulate Successivamente vengono riportate delle rappresentazioni grafiche delle frequenze relative (f), in Fig.1.2, e delle frequenze cumulate normalizzate (F) delle varie classi, in Fig. 1.3. I risultati numerici sono riportati in Appendice A.

Calcolo degli indici statistici L'analisi statistica dei dati viene svolta mediante il calcolo degli indici statistici relativi alle due serie di dati. In particolare, si riportano media (\bar{T}) e mediana ($T_{MEDIANA}$) delle due serie, nonché deviazione standard (σ_T) e skewness (SK) delle distribuzioni. I risultati sono presentati in Tab.1.2.

Indice	Serie corta	Serie lunga
\bar{T} [°C]	1082.8	1159.2
$T_{MEDIANA}$ [°C]	1085.7	1152.4
σ_T [°C]	39.147	77.841
SK	-0.27	0.40

Tabella 1.2: Indici statistici delle due distribuzioni

Stima dell'errore statistico Lo studio statistico delle due serie di dati si conclude con la stima dell'errore statistico (ϵ_{STAT}). Risulta necessario calcolare la deviazione standard del valore medio



Figura 1.3: Frequenze cumulate normalizzate per entrambe le serie

di temperatura ($\sigma_{\bar{T}}$) secondo:

$$\sigma_{\bar{T}} = \frac{\sigma_T}{\sqrt{N}} \quad (1.1)$$

dove N è il numero di campioni di ciascuna serie. Infine, il valore di ϵ_{STAT} si ottiene con:

$$\epsilon_{STAT} = \sigma_{\bar{T}} t_{95\%} \quad (1.2)$$

dove t_{95} è ricavato dalla distribuzione t per un intervallo di confidenza al 95% (dove $\nu = N - 1$, dove 1 rappresenta il numero di gradi di libertà persi a seguito dell'introduzione di \bar{T}).

Indice	Serie corta	Serie lunga
$t_{95\%}$	1.9614	1.9602
ν	1598	9998
$\epsilon_{STAT} [^{\circ}\text{C}]$	± 1.9202	± 1.5259

Tabella 1.3: Errore statistico delle due distribuzioni

Da Tab.1.3 si nota come un numero elevato di campioni garantisca un errore statistico molto contenuto, che risulta minore di σ_T di un ordine di grandezza. Questo risultato deriva dalla presenza di \sqrt{N} in Eq.(1.1), il cui valore ammonta a ~ 40 per la prima serie, a ~ 100 per la seconda. Per quanto riguarda il valore di t_{95} , si osserva che tende al valore asintotico ($\nu \rightarrow \infty$) di 1.960 in entrambi i casi, quindi l'influenza di tale parametro sull'errore statistico è pari per le due serie.

2 Individuazione legge calibrazione statica e stima dell'errore sistematico

Dati e richieste Viene fornita la tabella di calibrazione statica di una termocoppia di tipo B, riportata in Tab. 2.1. Si chiede di ricavare la relazione temperatura misurata-tensione mediante analisi di regressione, di determinare l'errore associato a tale processo, nonché il grado di adattamento del modello ai dati sperimentali. Infine si richiede di determinare l'errore totale associato alle misure di temperatura delle due serie di Sez.1.

Tensione [mV]	Temperatura [°C]
0.786	400
1.791	600
2.431	700
2.784	750
3.158	800
3.551	850
3.963	900
4.395	950
4.844	1000
5.311	1050
5.793	1100
6.290	1150
6.800	1200
7.326	1250
7.866	1300
8.418	1350
8.979	1400
9.549	1450
10.124	1500
10.704	1550
11.286	1600

Tabella 2.1: Tabella di calibrazione statica

Introduzione alla risoluzione Dalla rappresentazione di Fig.2.1 si nota che i dati sono caratterizzati da un andamento non lineare sull'intero campo di misura, mentre a partire da circa 6 mV si ha un andamento quasi lineare. Di conseguenza, l'adozione di una legge di regressione non lineare

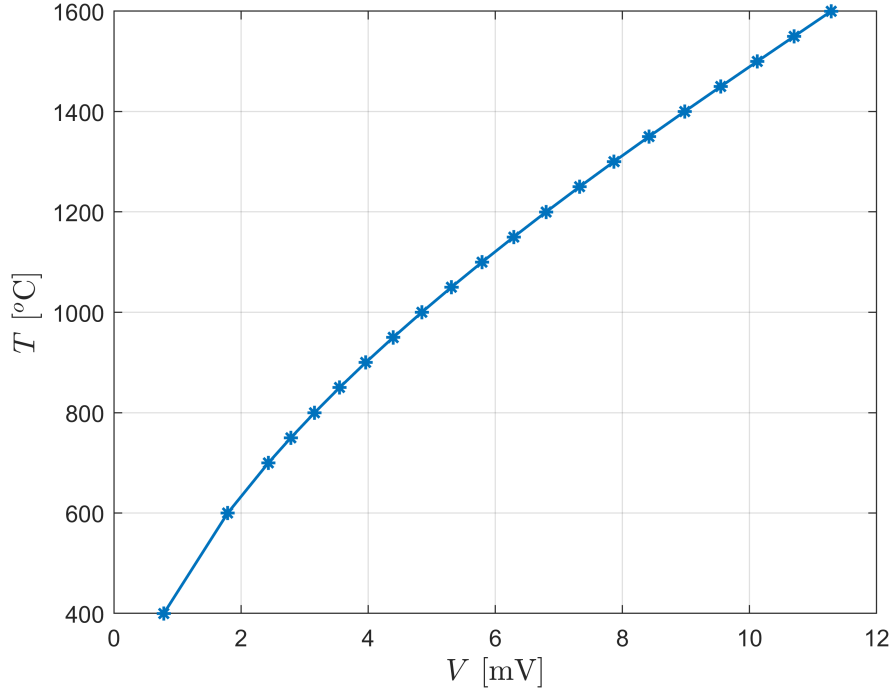


Figura 2.1: Serie di dati della tabella di calibrazione statica

appare ottimale per fornire un errore ridotto. Tuttavia la scelta del campo di misura è impattata da altri fattori, pertanto è opportuno delineare una strategia risolutiva che valuti più aspetti al fine di trovare la migliore soluzione.

Si consideri la quantità σ_ε , ossia l'errore di regressione, definita come:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \tilde{y}_i)^2}{N - G} \quad (2.1)$$

dove:

- y_i è l'i-esimo valore misurato di T ;
- \tilde{y}_i indica la stima di T ottenuta a ogni valore di tensione mediante la legge di regressione;
- N indica il numero di coppie di dati usati per determinare i coefficienti di regressione.
- G indica il numero di coefficienti di regressione (vale $G = O + 1$, dove con O si indica l'ordine del modello di regressione).

Utilizzare un numero elevato di punti permette di ridurre questo errore (aumento di N), così come un modello di ordine superiore (G maggiore) riduce la somma degli scarti quadratici (numeratore della frazione), ma a parità di N provoca la riduzione del denominatore con conseguente aumento dell'errore.

Si evidenzia anche che il calcolo dell'errore sistematico (ϵ_{SIST}) prevede di moltiplicare σ_ε per la t_{95} relativa al numero di gradi di libertà ν , ottenibile mediante $\nu = N - G$ (il numero di gradi di libertà persi è pari al numero di coefficienti di regressione). A seguito di questa operazione si nota che la scelta di un numero limitato di punti per la regressione (N basso), associata a un modello di ordine alto, porta a ν molto bassi che comportano un significativo aumento di ϵ_{SIST} .

Queste osservazioni motivano uno studio di ottimizzazione, con lo scopo di trovare l'ordine e il numero di coppie di dati di calibrazione che minimizzano globalmente l'errore sistematico. Poiché le due serie di dati presentano estremi differenti, lo studio viene proposto separatamente per entrambe.

2.1 Risoluzione per serie corta

Si presenta lo studio di ottimo per la prima serie di dati, svolto con le stesse modalità anche per la seconda. Il punto di partenza sono gli estremi della serie di dati, ossia la minima e massima T misurata, che assumono rispettivamente il valore di 953 °C e di 1193 °C. Da Tab.2.1 si ricava che il minimo intervallo di dati su cui svolgere la regressione va da 950 °C a 1200 °C. A ogni iterazione questo secondo intervallo viene ampliato di un valore a sinistra dell'estremo inferiore e a destra dell'estremo superiore. Il più ampio intervallo possibile va da 400 °C a 1550 °C.

Per ogni intervallo di dati di calibrazione sono determinati i coefficienti di regressione dal primo al quarto ordine (mediante funzione *polyfit* di Matlab), poi vengono calcolate le stime \tilde{y}_i per tutti gli ordini; successivamente si calcolano i σ_ϵ e, infine, i valori di ϵ_{SIST} . Per ogni iterazione viene selezionato l'ordine del polinomio interpolante che garantisce il minimo ϵ_{SIST} ; dopo aver ripetuto l'analisi per tutti gli intervalli si individua il miglior errore sistematico globale.

L'analisi si conclude con l'indicazione del valore di R^2 , che rappresenta il grado di adattamento del modello ai dati sperimentali; segue la stima dell'errore totale (ϵ_{TOT}) del processo di misura, ottenuta mediante:

$$\epsilon_{TOT} = \sqrt{\epsilon_{STAT}^2 + \epsilon_{SIST}^2} \quad (2.2)$$

Lo svolgimento del processo porta a determinare i seguenti errori sistematici, rappresentati in Fig.2.2: tra di essi viene indicato il minimo errore globale.

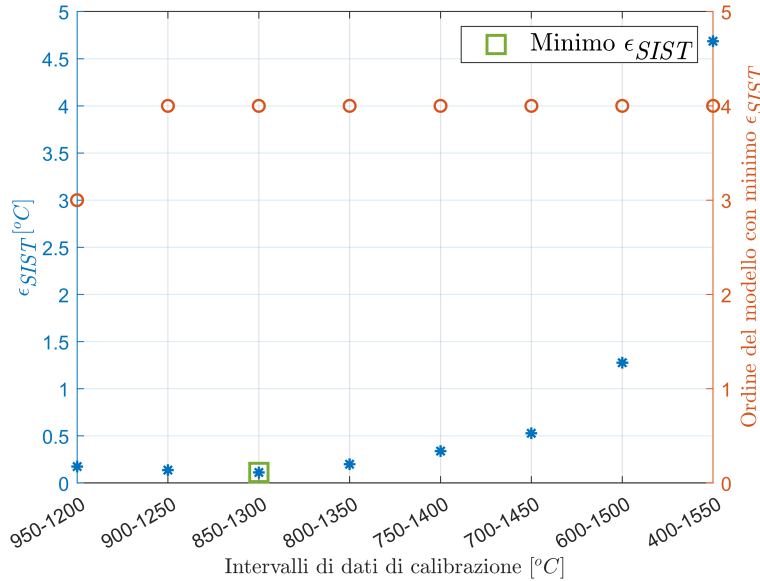


Figura 2.2: Risultati del processo di ottimizzazione

In Tab.2.2 si riportano i risultati associati alla migliore soluzione; segue la rappresentazione della legge di calibrazione del quarto ordine (Fig.2.3) e i coefficienti (Tab.2.3). La legge è nella forma:

$$y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \quad (2.3)$$

Risultato	Valore
ϵ_{SIST}	0.1134 °C
ϵ_{SIST} come % F.S.	0.0087 %
Ordine	4
Intervallo	850-1300 °C
R^2	~ 1
ϵ_{STAT} serie	1.9202 °C
ϵ_{TOT}	1.9236 °C

Tabella 2.2: Risultati serie corta

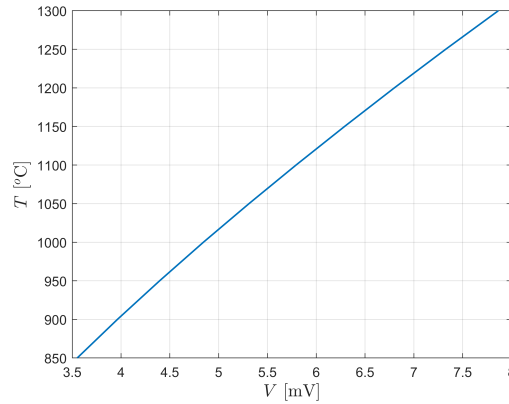


Figura 2.3: Curva di calibrazione statica

Coefficiente	Valore
a	-0.0715
b	1.9853
c	-23.2057
d	226.6665
e	260.2018

Tabella 2.3: Coefficienti della legge di calibrazione

Da questi risultati si osserva che l'errore sistematico è molto ridotto grazie all'adozione di un modello di ordine elevato. Si sottolinea, inoltre, come l'adozione di un campo di dati di calibrazione più ampio sia deleterio per l'errore sistematico anche con modelli di ordine elevato a causa dell'aumento dell'errore di interpolazione.

Infine, si riporta una rappresentazione (Fig.2.4) dell'errore sistematico per i vari ordini di modello usando l'intervallo ottimale di dati di calibrazione. Questa rappresentazione è particolarmente

significativa in quanto si riscontra che, nonostante il lieve incremento del valore di t_{95} , la soluzione migliore resta quella del quarto ordine.

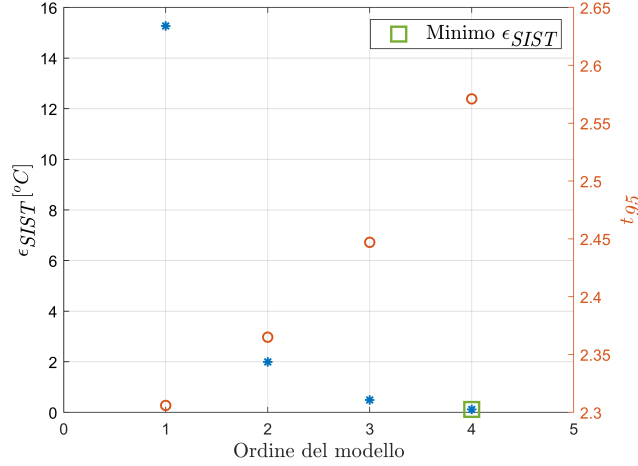


Figura 2.4: Errore sistematico della soluzione ottimale per vari ordini di regressione

Questo effetto è determinante nella penalizzazione della soluzione con intervallo 950-1200 °C, il cui errore di regressione è molto basso, ma viene moltiplicato per t_{95} elevato, con un risultato molto deleterio sull'errore sistematico.

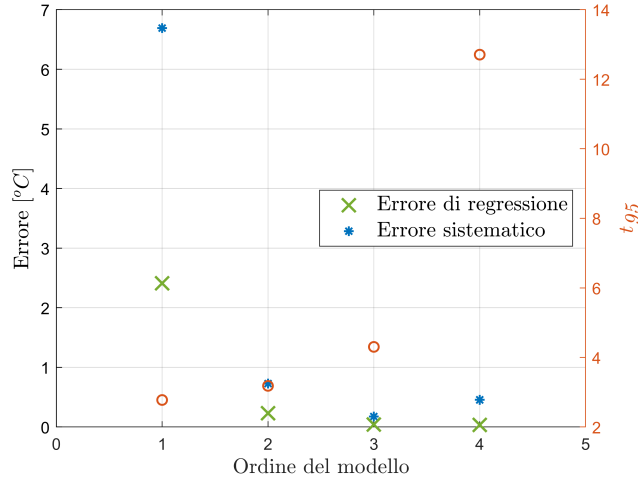


Figura 2.5: Confronto errori per la serie 950-1200 °C

2.2 Risoluzione per la serie lunga

Si impiega una strategia analoga per caratterizzare la serie lunga. Quest'ultima presenta una limitata possibilità di ottimizzazione in quanto l'intervallo di temperatura da misurare è da 931 °C a 1449 °C: questi valori comportano l'utilizzo di gran parte della tabella di calibrazione statica. Poiché l'analisi svolta è analoga alla precedente, vengono riportati soltanto i risultati. Analogamente a prima, si osserva che l'errore sistematico ha un impatto molto limitato sull'errore totale, dominato ancora una volta dall'errore statistico. Andando a paragonare gli errori sistematici si nota che non è raggiunto il livello di ottimalità del campo di misura adottato per la serie corta di dati. La legge di regressione che fornisce il miglior risultato è ancora quella del quarto ordine.

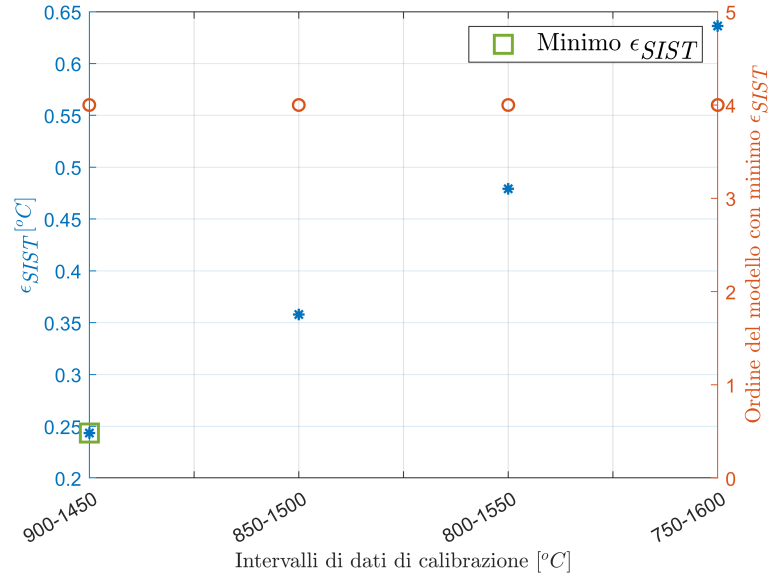


Figura 2.6: Risultati del processo di ottimizzazione

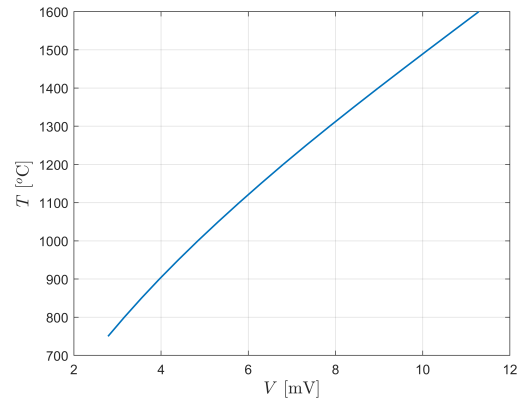


Figura 2.7: Curva di calibrazione statica

Risultato	Valore
ϵ_{SIST}	0.2436 $^{\circ}C$
ϵ_{SIST} come % F.S.	0.017 %
Ordine	4
Intervallo	900-1450 $^{\circ}C$
R^2	~ 1
ϵ_{STAT} serie	1.5259 $^{\circ}C$
ϵ_{TOT}	1.5452 $^{\circ}C$

Tabella 2.4: Risultati serie lunga

Coefficiente	Valore
a	-0.0120
b	0.5696
c	-10.8105
d	179.4108
e	326.3550

Tabella 2.5: Coefficienti della legge di calibrazione

2.3 Stima dell'errore di quantizzazione e totale

Sono fornite informazioni riguardanti l'unità di acquisizione dati utilizzata per le due serie di misure di temperatura. Si richiede di valutare l'errore di quantizzazione e di stimare l'errore totale (statistico-sistematico-quantizzazione).

Il sistema di acquisizione dati prevede che il segnale in tensione in uscita dalla termocoppia venga amplificato di 100 volte e sia acquisito con un convertitore A/D a 12 bit, campo 0-10 V.

Risoluzione Per un convertitore A/D a 12 bit (n_{bit}) con campo di misura 0-10 V (ΔV) l'errore di quantizzazione (in V) può essere stimato con:

$$\epsilon_{QUANT,TENS} = \frac{1}{2} \frac{\Delta V}{2^{n_{bit}}} \quad (2.4)$$

Utilizzando questa espressione e passando ai mV si ottiene un valore di $\epsilon_{QUANT,TENS}$ pari a 1.221 mV.

A questo valore è possibile applicare una prima correzione legata al fattore di amplificazione 100. POi risulta necessario andare a trasformare questo valore in un errore in temperatura al fine di combinarlo con le altre sorgenti di errore. Per svolgere questi passaggi è necessario utilizzare la propagazione degli errori. Sia dato un errore e_x associato a una misura x^* . Si abbia una legge del tipo $y = f(x)$. Allora è possibile determinare e_y come:

$$e_y = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x^*} e_x \quad (2.5)$$

Per quanto concerne l'amplificazione, la legge è lineare nella forma:

$$V_{A/D} = 100 V_{OUT} \quad (2.6)$$

Dove $V_{A/D}$ è la tensione post amplificazione, mentre V_{OUT} è la tensione in uscita dalla termocoppia. Invertendo la relazione e applicando la propagazione si trova che:

$$\epsilon_V = \frac{\epsilon_{QUANT}}{100} \quad (2.7)$$

L'errore ϵ_V ammonta a 1.221e-2 mV.

Nel caso in esame la relazione che lega temperatura e tensione è la legge di calibrazione statica, determinata separatamente per le due serie di dati in Sez.2. Poiché tale legge è non lineare, la derivata presenta una dipendenza dal valore puntuale di tensione. La legge di calibrazione è:

$$T = aV^4 + bV^3 + cV^2 + dV + e \quad (2.8)$$

la cui derivata è:

$$\frac{dT}{dV} = 4aV^3 + 3bV^2 + 2cV + d \quad (2.9)$$

Esistono vari approcci per individuare un valore di tensione atto a propagare l'errore da V a T. in prima analisi si sceglie di utilizzare un metodo conservativo: pertanto si assume come tensione il fondoscala (in tensione) delle due diverse leggi di calibrazione. Questi valori sono i più elevati misurabili dalle leggi di calibrazione, pertanto ad essi è associato il massimo fattore di propagazione. I valori utilizzati e i risultati sono riportati in Tab.2.6.

Grandezza	Valore
FS per serie corta associato a T	7.8660 mV 1300 °C
Fattore di propagazione	90.98 °C/mV
ϵ_{QUANT}	1.111 °C
FS per serie lunga associato a T	9.5490 mV 1450 °C
Fattore di propagazione	77.67 °C/mV
ϵ_{QUANT}	1.062 °C

Tabella 2.6: Valori significativi e risultati

Per concludere l'analisi dell'errore di misura è possibile stimare l'errore totale per le due serie mediante:

$$\epsilon_{TOT} = \sqrt{\epsilon_{STAT}^2 + \epsilon_{SIST}^2 + \epsilon_{QUANT}^2} \quad (2.10)$$

I risultati sono riportati in Tab. 2.7, corredati dai risultati senza errore di quantizzazione per confronto, nonché dal valore di ϵ_{TOT} relativo al fondoscala (indicato in Tab.2.6).

Serie	ϵ_{TOT} [°C]	ϵ_{TOT} senza ϵ_{QUANT} [°C]	ϵ_{TOT} % F.S.
Corta	2.221	1.924	0.17 %
Lunga	1.875	1.545	0.13 %

Tabella 2.7: Errore totale legato alle due misure

Da queste stime si osserva che ancora una volta la sorgente principale di errore è rappresentata da ϵ_{STAT} . L'errore di quantizzazione assume un impatto moderato, portando a un aumento di circa 0.3 °C. Risulta necessario osservare che questo risultato è ottenuto con una ipotesi conservativa, pertanto variando il valore di tensione scelto per la stima dell'errore di quantizzazione è possibile ridurre l'errore totale. Per esempio, se fossero noti i valori di tensione misurata per le due serie, sarebbe possibile utilizzare la tensione associata alla temperatura media delle due serie. Tale riduzione sarebbe moderata, pressochè impercettibile rispetto al fondoscala.

Al fine di valutare questa possibile soluzione si procede come indicato:

- la legge di calibrazione statica viene utilizzata come un'equazione per ottenere la tensione associata al valore medio di temperatura;
- il fattore di propagazione viene calcolato con questo valore di tensione.

Si riportano in Tab.2.8 i risultati di questa procedura.

	Serie corta	Serie lunga
\bar{T} [°C]		
$V_{\bar{T}}$		
ϵ_{QUANT} [°C]		
ϵ_{TOT} [°C]		
$\Delta\epsilon_{TOT,\%}$ da stima precedente		

Tabella 2.8: Risultati della procedura alternativa

3 Perdite per irraggiamento

4 Misura di portata mediante diaframma

4.1 Presentazione del banco prova, dati e richieste

Viene assegnato un banco prova per misure di portata mediante diaframma normalizzato, rappresentato schematicamente in Fig.4.1.

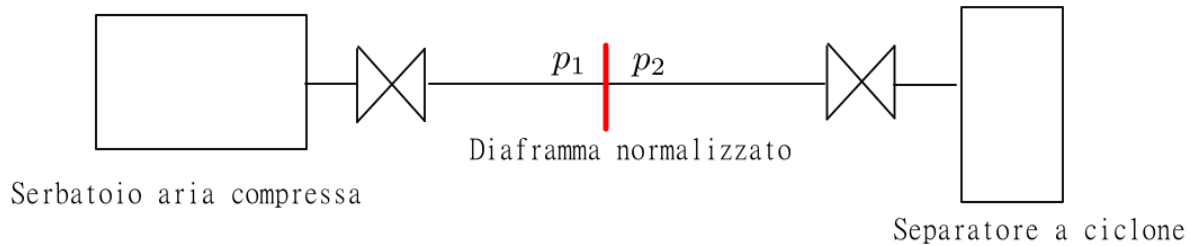


Figura 4.1: Schema del banco prova

In particolare, il separatore a ciclone opera nelle seguenti condizioni nominali:

- fluido di lavoro (fase gas): aria;
- portata di aria nelle condizioni operative nominali: $96 \text{ Nm}^3/\text{h}$;
- pressione di lavoro: 4 bar;
- temperatura di lavoro (ambiente): 300 K.

Al fine di misurare la portata d'aria si sceglie di utilizzare un diaframma normalizzato conforme alla Norma UNI EN ISO 5167-1, rappresentato in Fig.4.2 e con le seguenti caratteristiche:

- $D = 42 \text{ mm}$;
- $d = 9.94 \text{ mm}$;
- Prese di pressione sulle flange.

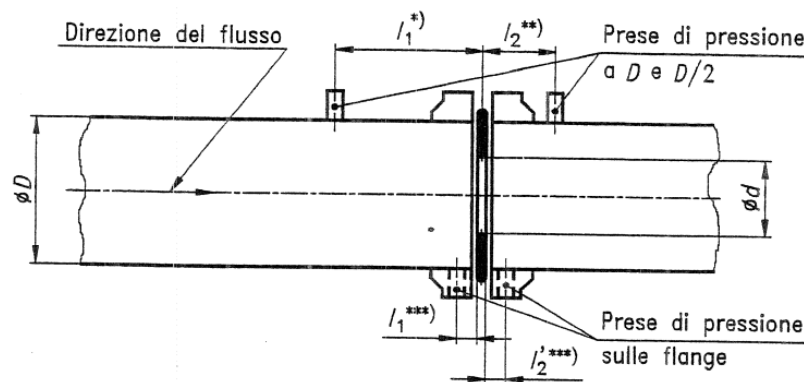


Figura 4.2: Schema del diaframma (Fonte: UNI EN ISO 5167-1 Figura 5)

Richieste Si chiede di valutare la pressione minima di esercizio nel serbatoio di alimentazione e di indicare il trasduttore di pressione differenziale da usare sul banco prova per la misura di portata.

4.2 Risoluzione

Facendo riferimento a Fig.4.1, si denotino con p_1 e p_2 le pressioni (in Pa) a monte e a valle del diaframma. Si indichi con T la temperatura di esercizio (in K).

Ipotesi risolutive

- Le perdite di carico lungo il condotto e nelle valvole sono trascurate per mancanza di informazioni sull'impianto: di conseguenza p_1 è la pressione incognita del serbatoio di alimentazione, p_2 è la pressione operativa del separatore a ciclone.
- L'aria viene considerata come un gas perfetto, per cui $\gamma = \kappa = 1.4$, come indicato dalla Norma.
- Tutti i requisiti della Norma sono soddisfatti (Es. scabrosità del condotto, deformazione del diaframma, configurazione dello strumento).

Riassunto dei dati e conversioni Si riporta un riassunto sintetico dei dati del problema, convertiti in unità del Sistema Internazionale dove necessario.

Dato	Valore
D	4.2e-2 m
d	9.94e-3 m
p_2	4.053e5 Pa
T_2	300 K
γ	1.4
q_{vN}	96 Nm ³ /h
q_m	0.0344 kg/s

Al fine di convertire la portata volumetrica normalizzata in una portata massica si adotta la seguente espressione:

$$q_m = q_{vN} \rho_N / 3600 \quad (4.1)$$

con $\rho_N = 1.293 \text{ kg/m}^3$ la densità dell'aria a 273.15 K e 101325 Pa.

Svolgimento La Norma fornisce una serie di equazioni da utilizzare per la misura di portata massica, al cui interno sono definite delle quantità calcolate secondo la Norma stessa. Le equazioni risolventi del problema sono le seguenti:

$$q_m = \frac{C}{\sqrt{1 - \beta^4}} \epsilon_2 \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{2 \Delta p \rho_2} \quad (4.2)$$

$$\epsilon_1 = 1 - (0.41 + 0.35 \beta^4) \frac{\Delta p}{\kappa p_1} \quad (4.3)$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_1 \sqrt{1 + \frac{\Delta p}{p_2}} \quad (4.4)$$

Le quantità qui presenti, il cui valore calcolato è riportato in Tab.4.1, sono definite come:

- $\Delta p = p_1 - p_2$;
- C ottenuto mediante Eq.(4.5);
- $\beta = d/D$;
- $\rho_2 = p_2/(RT_2)$, entrambe note, con $R = 287 \text{ J/(kgK)}$ per l'aria secca;
- $\kappa = \gamma = 1.4$.

C viene calcolato con la seguente espressione:

$$C = 0.5959 + 0.0312\beta^{2.1} - 0.1840\beta^8 + 0.0029\beta^{2.5}(10^6/Re_D)^{0.75} + 0.0390L_1\beta^4(1 - \beta^4)^{-1} - 0.0337L'_2\beta^3 \quad (4.5)$$

dove:

- le quantità L sono calcolate in base alla Norma (per prese di pressione sulle flange vale $L_1 = L'_2 = 25.4/D$, con D in mm);
- il coefficiente di $L_1\beta^4(1 - \beta^4)^{-1}$ è modificato in quanto $D \leq 58.62 \text{ mm}$;
- $Re_D = 4q_m/(\pi\mu D)$;
- μ a 300 K ottenuta mediante interpolazione dei dati tabulati da Ref.[1].

Quantità	Valore
C	0.5979
β	0.2367
ρ_2	4.7073 kg/m ³
L_1, L'_2	0.6048
Re_D	5.362e+4
μ	1.945e-5 Pa·s

Tabella 4.1: Valori numerici delle quantità di Eq.(4.5)

Lo scopo dello svolgimento è determinare p_1 : a questo fine è possibile riscrivere le Eq.(4.2), (4.3) e (4.4) in funzione di p_1 , unica incognita del problema. Il risultato è:

$$q_m - C_2(1 - C_1 + C_1 \frac{p_2}{p_1}) \sqrt{p_1^2 - p_1 p_2} \quad (4.6)$$

dove C_1, C_2 sono costanti ottenute rielaborando le equazioni e che assumono le seguenti espressioni:

$$C_1 = \frac{0.41 + 0.35\beta^4}{\gamma} \quad (4.7)$$

$$C_2 = \frac{C}{\sqrt{1 - \beta^2}} \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{\frac{2\rho_2}{p_2}} \quad (4.8)$$

Definendo Eq.(4.6) come $\varepsilon(p_1)$, è possibile utilizzare il metodo di Newton-Raphson (implementato in *fzero* di Matlab) per trovare il valore di p_1 rende valida l'equazione $\varepsilon(p_1) = 0$. Sono utilizzate le tolleranze standard di Matlab. La condizione iniziale è $p_1 = 5e5$. Si osserva che il dominio della soluzione prevede $p_1 \geq p_2 \vee p_1 > 0$. Questo è coerente con la fisica del problema, che prevede una perdita di carico in corrispondenza del diaframma.

Risultati La risoluzione del problema numerico porta a determinare un valore di p_1 pari a 460340 Pa, mentre il valore di Δp a cavallo del diaframma ammonta a 55039 Pa.

Affinchè Eq.(4.3) sia valida è necessario che $p_2/p_1 \geq 0.75$: calcolando questo rapporto con la soluzione ottenuta si ottiene circa 0.87, quindi la condizione richiesta è verificata.

Per misurare la pressione a cavallo del diaframma è possibile utilizzare un manometro differenziale per gas. Una possibile scelta è il manometro differenziale digitale *RS PRO RS DT*, con campo di misura da -2 bar a 2 bar. Si riporta per completezza la scheda tecnica dello strumento.

	Campo	Risoluzione
psi	29.00	0.01
bar	2.000	0.001
kpa	199.9	0.1
inHg	59.05	0.01
mHg	1.500	0.001
inH ₂ O	802.9	0.1
ftH ₂ O	66.91	0.01
mH ₂ O	20.39	0.01
mbar	2000	1

Display	Ampio display LCD
Precisione	± (0,3% + 1d) FSO (25 °C)
Ripetibilità	± 0,2% (max. + / -0,5% FSO)
Linearità / Isteresi	± 0,29% FSO
Intervallo di pressione	29 psi / ± 2 bar
Pressione massima	2bar
Tempo di risposta	0,5 secondi tipici
Indicatore di batteria scarica	Sì
Indicatore di over range	OL
Indicatore di portata inferiore	-OL
0 Condizioni operative	0 a 50°C
0 Condizioni di conservazione	-10 a 60°C
Alimentazione elettrica	1 batteria da 9 V o esterna 9VDC

Figura 4.3: Scheda tecnica del manometro

5 Misura di C_D al banco prova

5.1 Presentazione del banco prova, dati e richieste

Viene realizzato un banco prova per misure di temperatura mediante termocoppia. Tale banco è alimentato da gas naturale, che passa per un misuratore di portata a galleggiante, raggiunge una camera di stanca dove se ne misura la temperatura, poi viene accelerato da un ugello in un eiettore, che fornisce la portata d'aria per permettere la combustione. Un misuratore di pressione differenziale è inserito tra camera di stanca e ambiente esterno. Infine la miscela è combusta in un bruciatore.

Si richiede di misurare il coefficiente di efflusso (C_D) dell'ugello utilizzando le misure a disposizione, di studiare l'andamento rispetto alla portata reale e al variare della pressione differenziale; infine, studiare l'andamento al variare di Ma e Re .

Gli strumenti di misura a disposizione sono i seguenti:

- Misuratore di portata a galleggiante con scala graduata in Nl/min (condizioni normali $T_N = 273 \text{ K}$, $P_N = 1 \text{ atm}$);
- Barometro differenziale digitale in mbar ;
- Termometro digitale in $^\circ\text{C}$.

Il diametro dell'ugello (D_U) è pari a 2.7 mm . La pressione ambiente (P_{AMB}) ammonta a 100600 Pa al momento della misura.

La procedura per definire C_D parte dalla definizione del coefficiente di efflusso:

$$C_D = \frac{\dot{m}_{REALE}}{\dot{m}_{TEORICA}} \quad (5.1)$$

dove $\dot{m}_{REALE} = q_M$, mentre $\dot{m}_{TEORICA}$ viene ottenuta mediante alcune assunzioni.

Per quanto riguarda q_M , essa è ottenuta dalla portata misurata mediante galleggiante usando $q_M = q_{MN} \rho_N$.

Per il calcolo di $\dot{m}_{TEORICA}$ è possibile utilizzare il teorema di Bernoulli e determinare $V_{TEORICA}$ mediante:

$$V_{TEORICA} = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (5.2)$$

per poi trovare $\dot{m}_{TEORICA}$ mediante:

$$\dot{m}_{TEORICA} = \rho V_{TEORICA} A \quad (5.3)$$

Ipotesi Lo svolgimento della misura richiede l'assunzione di alcune ipotesi, alcune delle quali sono poi verificate a seguito della misura stessa.

- Assunzione di profilo di velocità uniforme nella sezione di efflusso.
- Effetti di viscosità trascurabili e flusso incomprimibile (per la validità del teorema di Bernoulli).
- Gas naturale considerabile come puro metano, nonché come gas perfetto.

5.2 Presentazione dei valori misurati

A seguito delle misure sono rilevati i valori riportati in Tab.5.1, a cui è associata la conversione nelle unità di misura opportune. In particolare, per convertire q_{NM} in q_M si utilizza la seguente relazione: $q_M = q_{NM}\rho_N/6e4$, dove $6e4$ è un fattore di conversione per passare da Nl/min a kg/s, mentre ρ_N è ottenuto a 1 atm e 273 K tramite $\rho_N = p/(RT) = 0.7142 \text{ kg/m}^3$. Il valore di R è pari a quello per il metano, che ammonta a 520 J/(kgK) .

Misura	q_{MN} [Nl/min]	q_M [kg/s]	Δp [mbar]	Δp [Pa]	T [°C]	T [K]
1	7	8.33e-05	0.5	50	32.1	305.1
2	9	1.07e-04	1.8	180	32.1	305.1
3	10	1.19e-04	3.6	360	32.0	305.0
4	11	1.31e-04	4.4	440	31.9	304.9
5	12	1.43e-04	5.5	550	31.8	304.8
6	14	1.67e-04	7.8	780	31.7	304.7
7	15	1.79e-04	9.5	950	31.7	304.7
8	16	1.90e-04	11.3	1130	31.6	304.6
9	17	2.02e-04	12.8	1280	31.6	304.6
10	18	2.14e-04	14.2	1420	31.5	304.5
11	19	2.26e-04	15.9	1590	31.5	304.5
12	20	2.38e-04	17.5	1750	31.5	304.5

Tabella 5.1: Grandezze misurate e conversioni

Successivamente vengono calcolate le seguenti quantità:

- ρ mediante l'ipotesi di gas perfetto ($\rho = p/(RT)$); il valore di p è ottenuto tramite $p = p_{AMB} + \Delta p$, questa relazione è valida in quanto l'ugello scarica il flusso esattamente a pressione ambiente.
- $V_{TEORICA}$ mediante Eq.(5.2).
- $\dot{m}_{TEORICA}$ tramite Eq.(5.3).

Misura	ρ [kg/m ³]	$V_{TEORICA}$ [m/s]	\dot{m} [kg/s]
1	0.635	12.6	4.56e-05
2	0.636	23.8	8.66e-05
3	0.637	33.6	1.23e-04
4	0.638	37.1	1.36e-04
5	0.639	41.5	1.52e-04
6	0.640	49.4	1.81e-04
7	0.641	54.4	2.00e-04
8	0.643	59.3	2.18e-04
9	0.644	63.1	2.32e-04
10	0.645	66.4	2.45e-04
11	0.646	70.2	2.59e-04
12	0.647	73.6	2.72e-04

Tabella 5.2: Calcoli intermedi

Da questi valori è possibile ottenere una stima del valore di C_D per ciascuna misura. Si presentano anche i grafici che rappresentano la dipendenza di C_D dalle tre misure al fine di evidenziare eventuali dipendenze ed errori.

Misura	C_D
1	1.827
2	1.237
3	0.971
4	0.965
5	0.941
6	0.921
7	0.893
8	0.873
9	0.871
10	0.875
11	0.872
12	0.874

Tabella 5.3: Valori di C_D per ciascuna misura

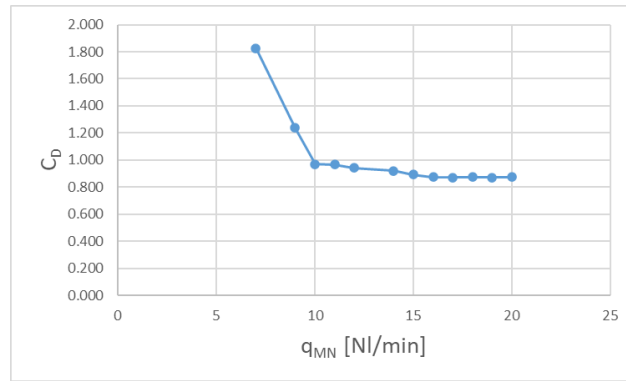


Figura 5.1: Dipendenza di C_D da q_M

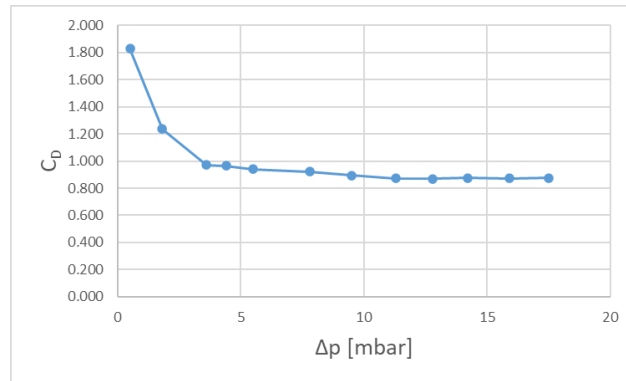


Figura 5.2: Dipendenza di C_D da Δp

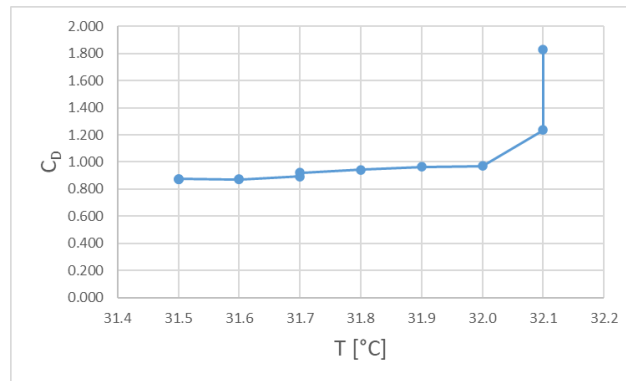


Figura 5.3: Dipendenza di C_D da T

Da Fig.5.1, così come da Fig.5.2, si osserva che le prime due misure risultano affette da errore significativo, il quale porta a ottenere valori di C_D maggiori di 1 che non hanno significato fisico. Si osserva anche che la stima di C_D si assesta attorno a 0.875 a partire dalla settima misura.

Si nota anche che l'utilizzo di una pressione ambiente non standard ha un impatto limitato in quanto non porta a variazioni significative di C_D : in media, avere P_{AMB} pari a 1 atm porta a un decremento di circa 0.35 %.

Infine, la variazione di T misurata non porta a variazioni significative di C_D . Gli unici valori anomali corrispondono alle prime due misure, affette da significativo errore.

5.3 Dipendenza da Reynolds e Mach

Si riportano dei grafici rappresentanti la dipendenza di C_D dal numero di Reynolds (Fig.5.4) e dal numero di Mach (Fig.5.5). Al fine di calcolare il valore di μ al variare di T viene utilizzata la legge di Sutherland nella forma:

$$\mu = \mu_{REF} \left(\frac{T}{T_{REF}} \right)^{1.5} \quad (5.4)$$

con $\mu_{REF} = 1.03\text{e-}5$ Pas e $T_{REF} = 273$ K. La variazione di μ è molto limitata in quanto T mantiene approssimativamente lo stesso valore per tutte le misure.

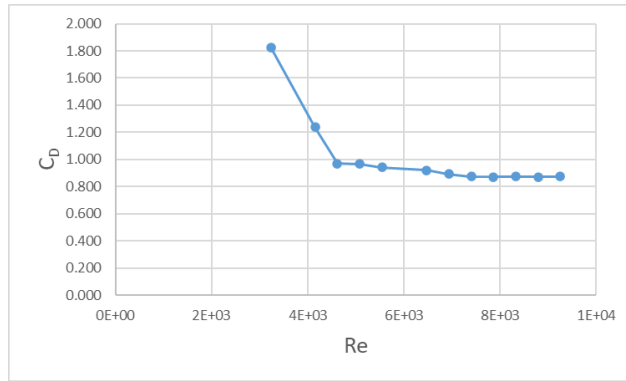


Figura 5.4: Dipendenza di C_D da Re

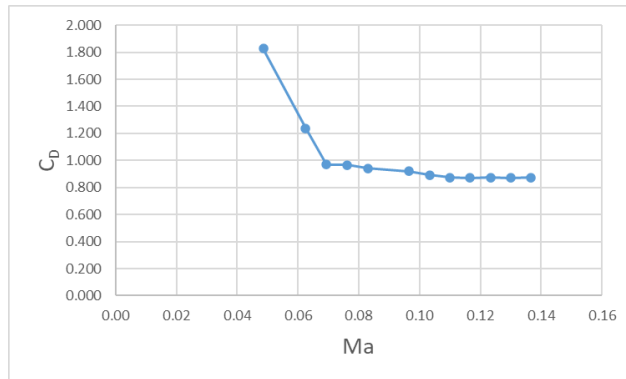


Figura 5.5: Dipendenza di C_D da Ma

Dai grafici è possibile osservare che:

- i primi valori di C_D non sono significativi;
- Re varia tra 3000 e 9000; ne deriva che il flusso nell'ugello è turbolento e valgono le ipotesi di profilo di velocità uniforme e di assenza di effetti viscosi significativi;
- Ma è sempre ridotto, pertanto vale l'ipotesi di flusso incomprimibile.

A Risultati aggiuntivi dell'analisi statistica delle serie di dati

A.1 Classi, frequenze relative e frequenze cumulate normalizzate

Classe	Estremi	Occorrenze	f	F
1	953.74590995 977.68241496	12	0.007	0.007
2	977.68241496 1001.61891997	36	0.023	0.030
3	1001.61891997 1025.55542498	68	0.043	0.073
4	1025.55542498 1049.49192999	203	0.127	0.199
5	1049.49192999 1073.42843500	292	0.183	0.382
6	1073.42843500 1097.36494001	388	0.243	0.625
7	1097.36494001 1121.30144502	358	0.224	0.849
8	1121.30144502 1145.23795003	178	0.111	0.960
9	1145.23795003 1169.17445504	46	0.029	0.989
10	1169.17445504 1193.11096005	18	0.011	1.000

Tabella A.1: Risultati relativi alla serie corta

Classe	Estremi	Occorrenze	f	F
1	931.352289950 983.208857960	43	0.0043	0.0043
2	983.208857960 1035.06542597	347	0.0347	0.0390
3	1035.06542597 1086.92199398	1325	0.1325	0.1715
4	1086.92199398 1138.77856199	2645	0.2645	0.4360
5	1138.77856199 1190.63513000	2505	0.2505	0.6866
6	1190.63513000 1242.49169801	1530	0.1530	0.8396
7	1242.49169801 1294.34826602	1106	0.1106	0.9502
8	1294.34826602 1346.20483403	328	0.0328	0.9830
9	1346.20483403 1398.06140204	153	0.0153	0.9983
10	1398.06140204 1449.91797005	17	0.0017	1.0000

Tabella A.2: Risultati relativi alla serie lunga

““

Bibliografia

- [1] Yunus A. Cengel. *Termodinamica e trasmissione del calore*. McGraw-Hill.