



POLITECNICO
MILANO 1863

Relazione di laboratorio del corso di Sperimentazione nei Propulsori

AA 2023-2024

Autore	Codice Persona	Matricola	Indirizzo Email
Andrea Bassi			

Professore: Giulio Angelo Guido Solero

Abstract

Questo documento raccoglie i report delle varie attività laboratoriali svolte nell'ambito del corso di Sperimentazione nei Propulsori. Per ciascuna attività è presentata una sintesi di richieste, metodi risolutivi e risultati criticamente valutati.

Indice

Abstract	1
Elenco delle tabelle	3
Elenco delle figure	4
Elenco dei simboli	5
1 Misure di temperatura mediante termocoppia	7
1.1 Risoluzione e analisi statistica	7
1.2 Conclusioni	11
2 Individuazione legge calibrazione statica e stima dell'errore sistematico	12
2.1 Risoluzione per la serie corta	14
2.2 Risoluzione per la serie lunga	17
2.3 Conclusioni	18
3 Stima dell'errore di quantizzazione e totale	19
3.1 Risoluzione	19
4 Perdite per irraggiamento della misura di temperatura	22
4.1 Introduzione, dati e richieste	22
4.2 Risoluzione	23
4.3 Conclusioni	27
5 Misura di portata mediante diaframma	28
5.1 Presentazione del banco prova, dati e richieste	28
5.2 Risoluzione	29
5.3 Conclusioni	31
6 Misura di C_D al banco prova	32
6.1 Presentazione del banco prova, dati e richieste	32
6.2 Presentazione dei valori misurati	33
6.3 Dipendenza da Reynolds e Mach	36
6.4 Conclusioni	38
A Risultati aggiuntivi dell'analisi statistica delle serie di dati	39
A.1 Classi, frequenze relative e frequenze cumulate normalizzate	39
B Presentazione banco prova	41

Elenco delle tabelle

1.1	Valori estremi di temperatura	7
1.2	Indici statistici delle due distribuzioni	9
1.3	Errore statistico delle due distribuzioni	9
2.1	Tabella di calibrazione statica	12
2.2	Risultati serie corta	15
2.3	Coefficienti della legge di calibrazione	15
2.4	Risultati serie lunga	18
2.5	Coefficienti della legge di calibrazione	18
3.1	Valori significativi e risultati	20
3.2	Errore totale legato alle due misure	20
3.3	Risultati della procedura alternativa	21
4.1	Dati del problema	23
4.2	Calcoli per la serie corta	24
4.3	Risultati per la serie corta	24
4.4	Risultati per la serie lunga	24
4.5	Risultati per la serie corta	25
4.6	Risultati per la serie lunga	25
4.7	Valori di h nei 4 casi	25
4.8	Indici della correlazione per vari Re	26
5.1	Valori numerici delle quantità di Eq.(5.5)	30
6.1	Grandezze misurate e conversioni	33
6.2	Calcoli intermedi	34
6.3	Valori di C_D per ciascuna misura	34
6.4	Stima di C_D	36
A.1	Risultati relativi alla serie corta	39
A.2	Risultati relativi alla serie lunga	40

Elenco delle figure

1.1	Istogrammi delle due serie	7
1.2	Frequenze relative per entrambe le serie	8
1.3	Frequenze cumulate normalizzate per entrambe le serie	8
1.4	Evoluzione temporale dei due segnali	10
1.5	Evoluzione temporale dei due segnali	10
1.6	Autospettro (one-sided) dei due segnali	11
2.1	Serie di dati della tabella di calibrazione statica	13
2.2	Risultati del processo di ottimizzazione	14
2.3	Curva di calibrazione statica	15
2.4	Errore sistematico della soluzione ottimale per vari ordini di regressione	16
2.5	Confronto errori per la serie 950-1200 °C	16
2.6	Risultati del processo di ottimizzazione	17
2.7	Curva di calibrazione statica	17
3.1	Confronto tra gradiente e legge di calibrazione	21
4.1	Variazione di ε	26
4.2	Variazione di V_G	27
5.1	Schema del banco prova	28
5.2	Schema del diaframma (Fonte: UNI EN ISO 5167-1 Figura 5)	28
5.3	Scheda tecnica del manometro	31
6.1	Dipendenza di C_D da q_M	35
6.2	Dipendenza di C_D da Δp	35
6.3	Dipendenza di C_D da T	36
6.4	Dipendenza di C_D da Re	37
6.5	Dipendenza di C_D da Ma	37
B.1	Schema del banco prova	41

Elenco dei simboli

Variabile	Descrizione	Unità
β	Rapporto dei diametri	—
C	Coefficiente di efflusso	—
C_D	Coefficiente di efflusso	—
D	Diametro interno del condotto a monte	m
d	Diametro dell'orificio	m
D_T	Diametro della termocoppia	m
D_U	Diametro dell'ugello	m
ε	Emissività della termocoppia	—
ϵ_{QUANT}	Errore di quantizzazione	°C
ϵ_{SIST}	Errore sistematico dello strumento	°C
ϵ_{STAT}	Errore statistico della serie	°C
ϵ_{TOT}	Errore totale della misura	°C
ϵ_{STAT}	Errore statistico	°C
F	Frequenza cumulata normalizzata	—
f	Frequenza relativa	—
γ	Rapporto dei calori specifici	—
h	Coefficiente di scambio termico convettivo	W/m ²
k	Conducibilità termica	W/(mK)
κ	Esponente isoentropico	—
L	Distanza relativa di una presa di pressione	—
Ma	Numero di Mach	—
\dot{m}	Portata massica	kg/s
μ	Viscosità dinamica	Pa s
N	Numero di campioni	—
n_{bit}	Numero di bit	—
ν	Gradi di libertà	—
p	Pressione statica del fluido	Pa
P_{AMB}	Pressione ambiente	Pa
Pr	Numero di Prandtl	—
R	Costante dei gas perfetti	J/(kgK)
Re	Numero di Reynolds	—

Variabile	Descrizione	Unità
Re_D	Numero di Reynolds riferito a D	—
ρ	Densità	kg/m ³
R^2	Indice R ²	—
σ	Costante di Stefan-Boltzmann	W/(m ² K ⁴)
σ_ε	Errore di regressione	°C
σ_T	Deviazione standard della temperatura	°C
$\sigma_{\bar{T}}$	Deviazione standard della temperatura media	°C
SK	Coefficiente di skewness	—
T	Temperatura	°C
t_{95}	Parametro t per intervallo di confidenza al 95%	—
T_A	Temperatura ambiente	K
V	Tensione	V
T_F	Temperatura di film	K
T_G	Temperatura del giunto caldo	K
T_{GAS}	Temperatura del gas	K
\bar{T}	Temperatura media	°C
$T_{MEDIANA}$	Temperatura mediana	°C
V	Velocità del flusso	m/s
V_G	Velocità del gas caldo	m/s

1 Misure di temperatura mediante termocoppia

Dati e richieste Vengono fornite due serie di misure di temperatura allo scarico di una camera di combustione, eseguite mediante termocoppia di tipo B. Il banco prova utilizzato è mostrato in Appendice B. La prima è costituita da 1599 valori ("Serie corta"), la seconda da 9999 ("Serie lunga"). Entrambe le serie sono campionate con una frequenza di campionamento di 100 Hz e vengono fornite mediante file testuale (.txt).

Si chiede di svolgere l'analisi statistica dei dati.

1.1 Risoluzione e analisi statistica

Si riportano i risultati emersi dall'elaborazione dei dati sperimentali. I calcoli sono stati svolti mediante il software *Matlab* e le funzioni built-in.

Suddivisione in classi e istogramma Entrambe le serie sono divise in 10 classi, di uguale ampiezza, costruite affinché non ci possa essere ambiguità nell'attribuzione dei valori: poiché le misure hanno 6 cifre decimali, gli estremi di classe sono definiti con 7 cifre decimali. L'estremo della prima classe viene scelto come il minimo valore di T a cui viene sottratto $0.5e-7$ °C. Analogamente, l'estremo superiore dell'ultima classe viene calcolato sommando la stessa quantità al massimo valore di T nella serie. I valori estremi delle due serie sono mostrati in Tab.1.1, riportati integralmente per mettere in evidenza il numero di cifre decimali.

Serie	T_{MIN} [°C]	T_{MAX} [°C]
Corta	953.745910	1193.110960
Lunga	931.352290	1449.917970

Tabella 1.1: Valori estremi di temperatura

Gli istogrammi relativi alle due serie sono mostrati in Fig.1.1.

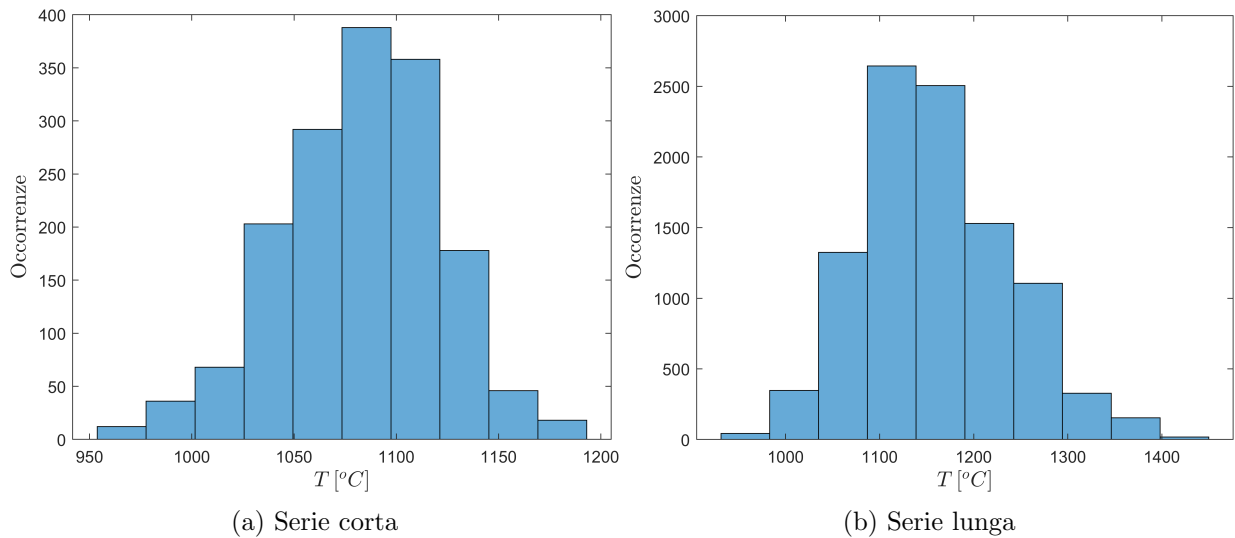


Figura 1.1: Istogrammi delle due serie

Si osserva come entrambe le distribuzioni di dati siano simili alla distribuzione gaussiana, mostrando tuttavia una evidente asimmetria. Quest'ultima è quantificabile dal coefficiente di skewness, riportato in Tab.1.2.

Calcolo delle frequenze relative e cumulate Successivamente vengono riportate delle rappresentazioni grafiche delle frequenze relative (f), in Fig.1.2, e delle frequenze cumulate normalizzate (F) delle varie classi, in Fig. 1.3. I risultati numerici sono riportati in Appendice A.

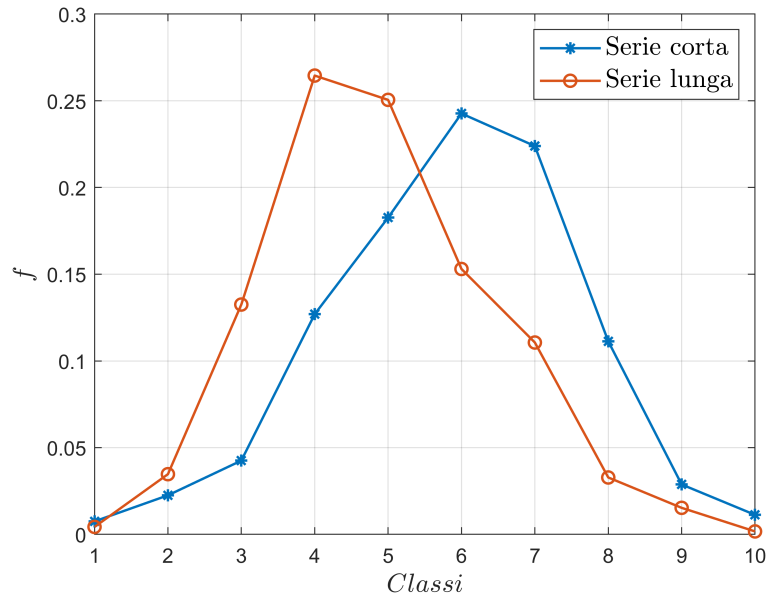


Figura 1.2: Frequenze relative per entrambe le serie

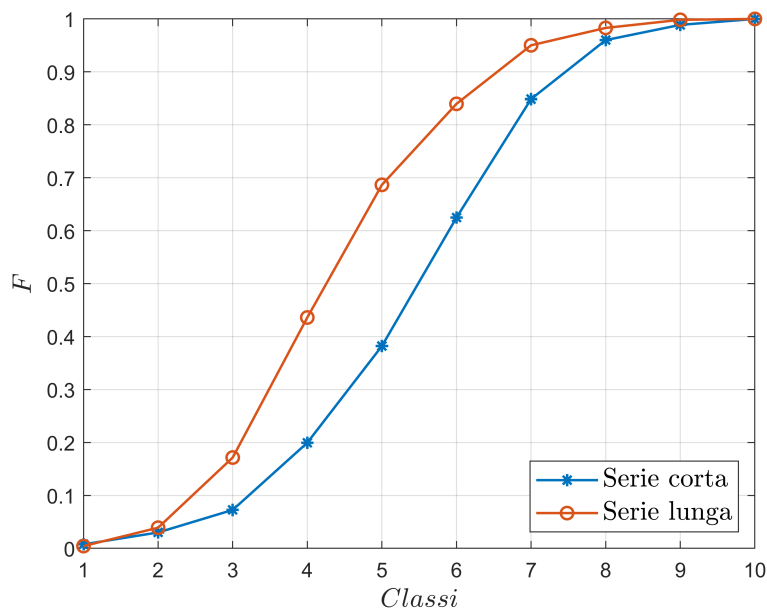


Figura 1.3: Frequenze cumulate normalizzate per entrambe le serie

Calcolo degli indici statistici L'analisi statistica dei dati viene svolta mediante il calcolo degli indici statistici relativi alle due serie di dati. In particolare, si riportano media (\bar{T}) e mediana ($T_{MEDIANA}$) delle due serie, nonché deviazione standard (σ_T) e skewness (SK) delle distribuzioni. I risultati sono presentati in Tab.1.2.

Indice	Serie corta	Serie lunga
\bar{T} [°C]	1082.8	1159.2
$T_{MEDIANA}$ [°C]	1085.7	1152.4
σ_T [°C]	39.147	77.841
SK	-0.27	0.40

Tabella 1.2: Indici statistici delle due distribuzioni

Stima dell'errore statistico Lo studio statistico delle due serie di dati si conclude con la stima dell'errore statistico (ϵ_{STAT}). Risulta necessario calcolare la deviazione standard del valore medio di temperatura ($\sigma_{\bar{T}}$) secondo:

$$\sigma_{\bar{T}} = \frac{\sigma_T}{\sqrt{N}} \quad (1.1)$$

dove N è il numero di campioni di ciascuna serie. Infine, il valore di ϵ_{STAT} si ottiene con:

$$\epsilon_{STAT} = \sigma_{\bar{T}} t_{95} \quad (1.2)$$

dove t_{95} è ricavato dalla distribuzione t per un intervallo di confidenza al 95% (dove $\nu = N - 1$, dove 1 rappresenta il numero di gradi di libertà persi a seguito dell'introduzione di \bar{T}).

Indice	Serie corta	Serie lunga
t_{95}	1.9614	1.9602
ν	1598	9998
ϵ_{STAT} [°C]	± 1.9202	± 1.5259

Tabella 1.3: Errore statistico delle due distribuzioni

Da Tab.1.3 si nota come un numero elevato di campioni garantisca un errore statistico molto contenuto, che risulta minore di σ_T di un ordine di grandezza. Questo risultato deriva dalla presenza di \sqrt{N} in Eq.(1.1), il cui valore ammonta a ~ 40 per la prima serie, a ~ 100 per la seconda. Per quanto riguarda il valore di t_{95} , si osserva che tende al valore asintotico ($\nu \rightarrow \infty$) di 1.960 in entrambi i casi, quindi l'influenza di tale parametro sull'errore statistico è pari per le due serie.

Ulteriori analisi sui dati Si riportano i risultati di una analisi in frequenza del segnale di temperatura misurato. L'evoluzione temporale delle due serie di misure (Fig.1.4) suggerisce che ci possa essere una dinamica lenta che influenza l'andamento della temperatura in maniera macroscopica oppure un drift randomico. Se questo accadesse, il valore medio di temperatura non sarebbe costante nel tempo e il fenomeno non sarebbe stazionario, rendendo impropria l'operazione di media temporale.

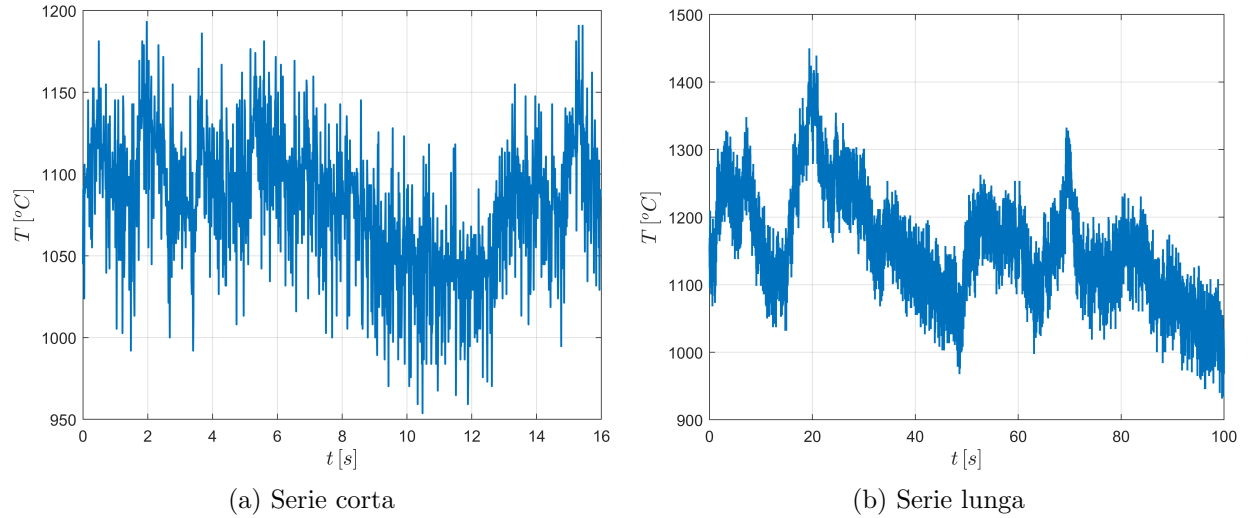


Figura 1.4: Evoluzione temporale dei due segnali

In Fig.1.5 si riporta il modulo della trasformata di Fourier discreta delle due serie; per calcolare tale trasformata, a ciascun valore di temperatura è sottratto il valore medio della serie. Si osserva che attorno a 0 Hz è presente un leggero incremento dei picchi di frequenza, ma che il resto dei contributi in frequenza ha pari intensità. Questo comportamento è atteso in quanto si suppone che il valore rilevato di temperatura sia costante nel tempo e soggetto a un errore randomico modellabile come rumore bianco gaussiano a media nulla.

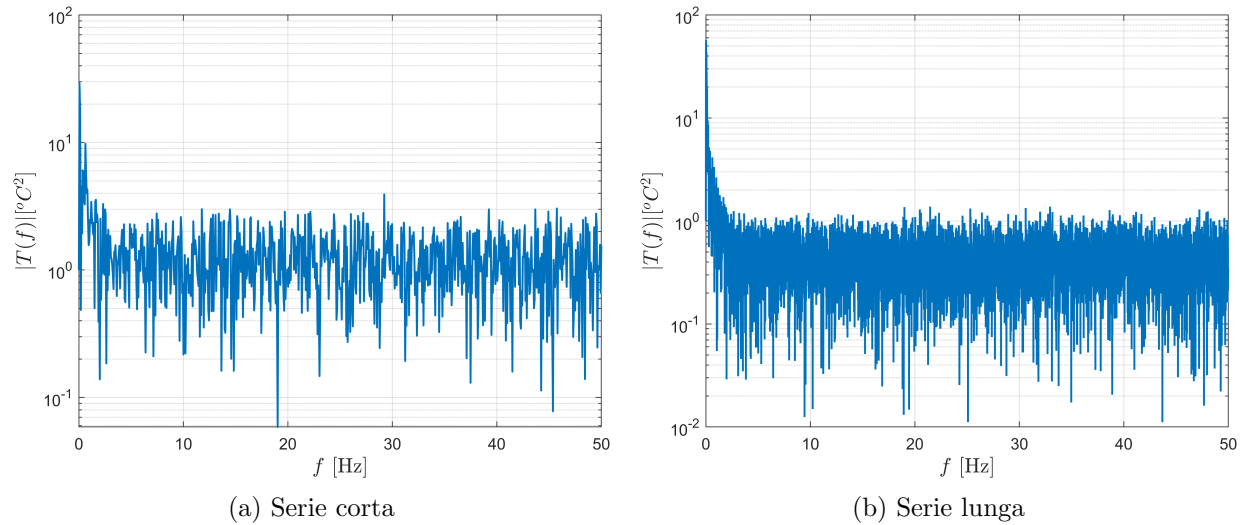


Figura 1.5: Evoluzione temporale dei due segnali

Viene quindi calcolato l'autospettro mediante il metodo di Welch: al segnale viene sottratto il valore medio, poi viene diviso in 10 intervalli, ciascuno dei quali passato attraverso una finestra di Hamming, con overlap al 50 %. Il risultato (Fig.1.6) mostra che il segnale contiene perlopiù componenti in frequenza di entità costante, come è atteso da un segnale mediamente costante nel tempo affetto da rumore assimilabile a rumore bianco. Compare anche un picco a bassa frequenza, collegato a

quanto individuato nei diagrammi del modulo. Potrebbero essere presenti delle fluttuazioni a bassa frequenza legate a dinamiche lente, non completamente colte dalle misure in esame.

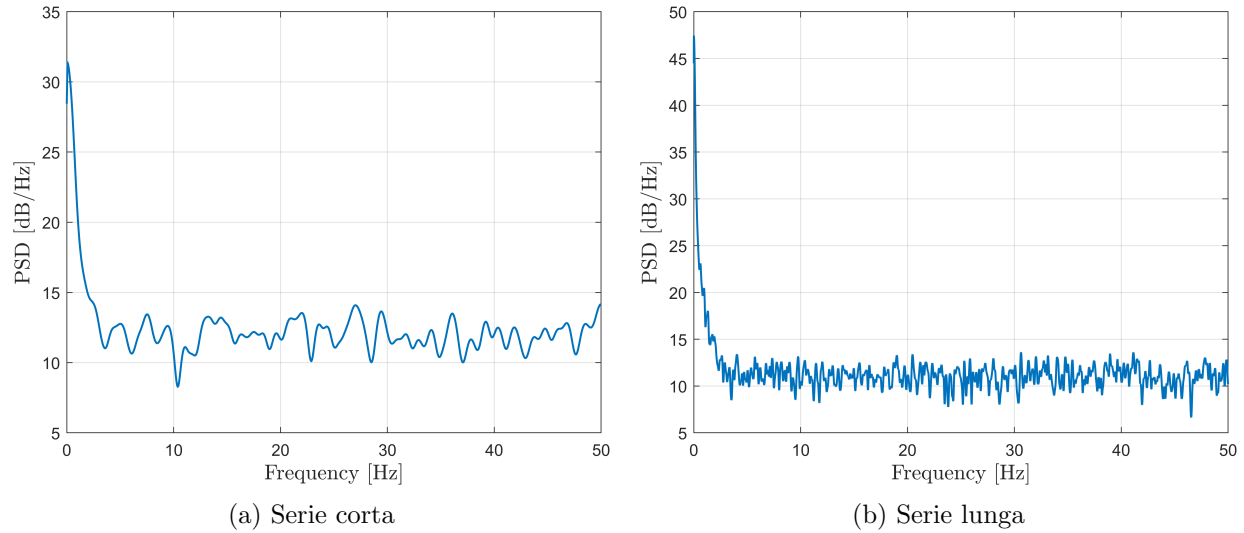


Figura 1.6: Autospettro (one-sided) dei due segnali

1.2 Conclusioni

In conclusione, lo studio statistico delle due serie di dati mette in evidenza che l'elevato numero di valori porta a una riduzione significativa dell'errore statistico, più marcata nella serie lunga. Dall'analisi di Fourier delle due serie temporali emerge la possibile presenza di dinamiche lente che influenzano il segnale. Si ritiene che tale presenza non vada ad invalidare le ipotesi effettuate e i dati ottenuti.

2 Individuazione legge calibrazione statica e stima dell'errore sistematico

Dati e richieste Viene fornita la tabella di calibrazione statica di una termocoppia di tipo B, riportata in Tab.2.1. Si chiede di ricavare la relazione temperatura misurata-tensione mediante analisi di regressione, di determinare l'errore associato a tale processo, nonché il grado di adattamento del modello ai dati sperimentali. Infine si richiede di determinare l'errore totale associato alle misure di temperatura delle due serie di Sez.1.

Tensione [mV]	Temperatura [°C]
0.786	400
1.791	600
2.431	700
2.784	750
3.158	800
3.551	850
3.963	900
4.395	950
4.844	1000
5.311	1050
5.793	1100
6.290	1150
6.800	1200
7.326	1250
7.866	1300
8.418	1350
8.979	1400
9.549	1450
10.124	1500
10.704	1550
11.286	1600

Tabella 2.1: Tabella di calibrazione statica

Introduzione alla risoluzione Dalla rappresentazione di Fig.2.1 si nota che i dati sono caratterizzati da un andamento non lineare sull'intero campo di misura, mentre a partire da circa 6 mV si ha un andamento quasi lineare. Di conseguenza, l'adozione di una legge di regressione non lineare

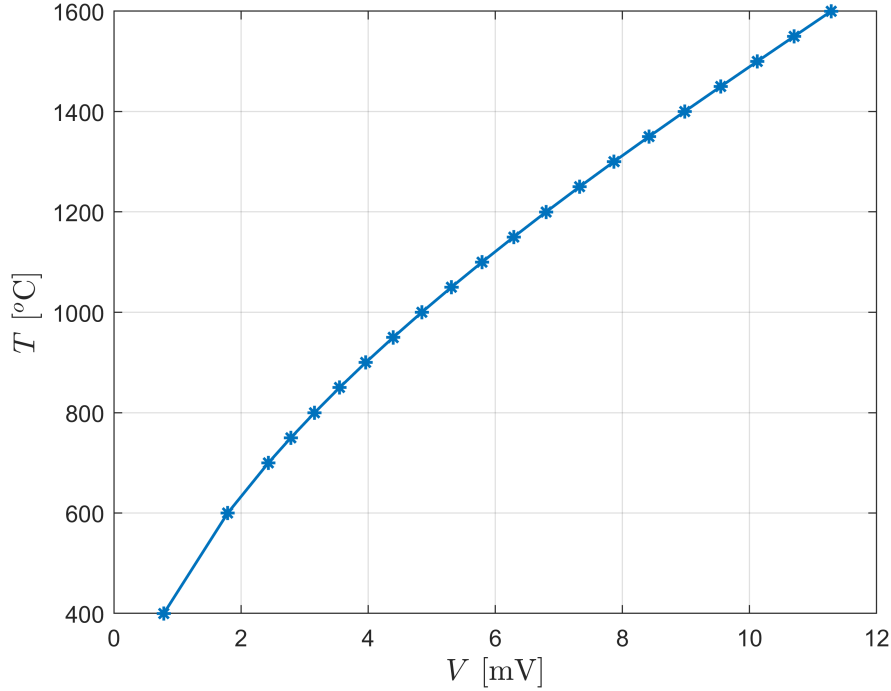


Figura 2.1: Serie di dati della tabella di calibrazione statica

appare ottimale per fornire un errore ridotto. Tuttavia la scelta del campo di misura è impattata da altri fattori, pertanto è opportuno delineare una strategia risolutiva che valuti più aspetti al fine di trovare la migliore soluzione.

Si consideri la quantità σ_ε , ossia l'errore di regressione, definita come:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \tilde{y}_i)^2}{N - G} \quad (2.1)$$

dove:

- y_i è l'i-esimo valore misurato di T ;
- \tilde{y}_i indica la stima di T ottenuta a ogni valore di tensione mediante la legge di regressione;
- N indica il numero di coppie di dati usati per determinare i coefficienti di regressione.
- G indica il numero di coefficienti di regressione (vale $G = O + 1$, dove con O si indica l'ordine del modello di regressione).

Utilizzare un numero elevato di punti permette di ridurre questo errore (aumento di N), così come un modello di ordine superiore (G maggiore) riduce la somma degli scarti quadratici (numeratore della frazione), ma a parità di N provoca la riduzione del denominatore con conseguente aumento dell'errore.

Si evidenzia anche che il calcolo dell'errore sistematico (ϵ_{SIST}) prevede di moltiplicare σ_ε per la t_{95} relativa al numero di gradi di libertà ν , ottenibile mediante $\nu = N - G$ (il numero di gradi di libertà persi è pari al numero di coefficienti di regressione). A seguito di questa operazione si nota che la scelta di un numero limitato di punti per la regressione (N basso), associata a un modello di ordine alto, porta a ν molto bassi che comportano un significativo aumento di ϵ_{SIST} .

Queste osservazioni motivano uno studio di ottimizzazione, con lo scopo di trovare l'ordine e il numero di coppie di dati di calibrazione che minimizzano globalmente l'errore sistematico. Poiché le due serie di dati presentano estremi differenti, lo studio viene proposto separatamente per entrambe. Si noti che l'intervallo di confidenza delle soluzioni proposte è al 95 %.

2.1 Risoluzione per la serie corta

Si presenta lo studio di ottimo per la prima serie di dati, svolto con le stesse modalità anche per la seconda. Il punto di partenza sono gli estremi della serie di dati, ossia la minima e massima T misurata, che assumono rispettivamente il valore di 953 °C e di 1193 °C. Da Tab.2.1 si ricava che il minimo intervallo di dati su cui svolgere la regressione va da 950 °C a 1200 °C. A ogni iterazione questo secondo intervallo viene ampliato di un valore a sinistra dell'estremo inferiore e a destra dell'estremo superiore. Il più ampio intervallo possibile va da 400 °C a 1550 °C.

Per ogni intervallo di dati di calibrazione sono determinati i coefficienti di regressione dal primo al quarto ordine (mediante funzione *polyfit* di Matlab), poi vengono calcolate le stime \tilde{y}_i per tutti gli ordini; successivamente si calcolano i σ_ϵ e, infine, i valori di ϵ_{SIST} . Per ogni iterazione viene selezionato l'ordine del polinomio interpolante che garantisce il minimo ϵ_{SIST} ; dopo aver ripetuto l'analisi per tutti gli intervalli si individua il miglior errore sistematico globale.

L'analisi si conclude con l'indicazione del valore di R^2 , che rappresenta il grado di adattamento del modello ai dati sperimentali; segue la stima dell'errore totale (ϵ_{TOT}) del processo di misura, ottenuta mediante:

$$\epsilon_{TOT} = \sqrt{\epsilon_{STAT}^2 + \epsilon_{SIST}^2} \quad (2.2)$$

Lo svolgimento del processo porta a determinare i seguenti errori sistematici, rappresentati in Fig.2.2: tra di essi viene indicato il minimo errore globale.

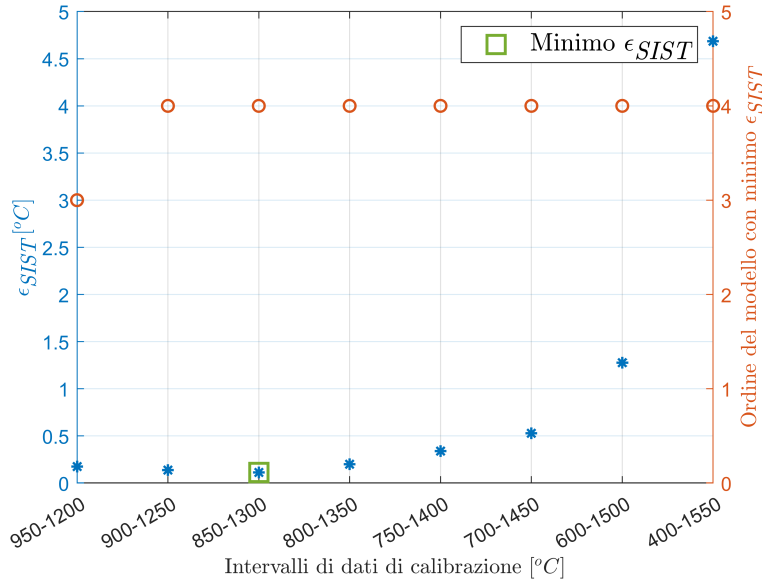


Figura 2.2: Risultati del processo di ottimizzazione

In Tab.2.2 si riportano i risultati associati alla migliore soluzione; segue la rappresentazione della legge di calibrazione del quarto ordine (Fig.2.3) e i coefficienti (Tab.2.3). La legge è nella forma:

$$y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \quad (2.3)$$

Risultato	Valore
ϵ_{SIST}	0.1134 °C
ϵ_{SIST} come % F.S.	0.0087 %
Ordine	4
Intervallo	850-1300 °C
R^2	~ 1
ϵ_{STAT} serie	1.9202 °C
ϵ_{TOT}	1.9236 °C

Tabella 2.2: Risultati serie corta

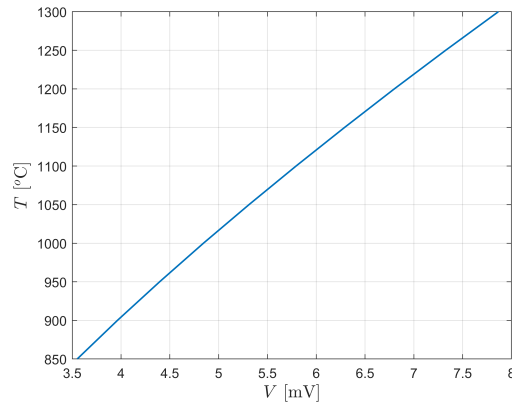


Figura 2.3: Curva di calibrazione statica

Coefficiente	Valore
a	-0.0715
b	1.9853
c	-23.2057
d	226.6665
e	260.2018

Tabella 2.3: Coefficienti della legge di calibrazione

Da questi risultati si osserva che l'errore sistematico è molto ridotto grazie all'adozione di un modello di ordine elevato. Si sottolinea, inoltre, come l'adozione di un campo di dati di calibrazione più ampio sia deleterio per l'errore sistematico anche con modelli di ordine elevato a causa dell'aumento dell'errore di interpolazione.

Infine, si riporta una rappresentazione (Fig.2.4) dell'errore sistematico per i vari ordini di modello usando l'intervallo ottimale di dati di calibrazione. Questa rappresentazione è particolarmente significativa in quanto si riscontra che, nonostante il lieve incremento del valore di t_{95} , la soluzione migliore resta quella del quarto ordine.

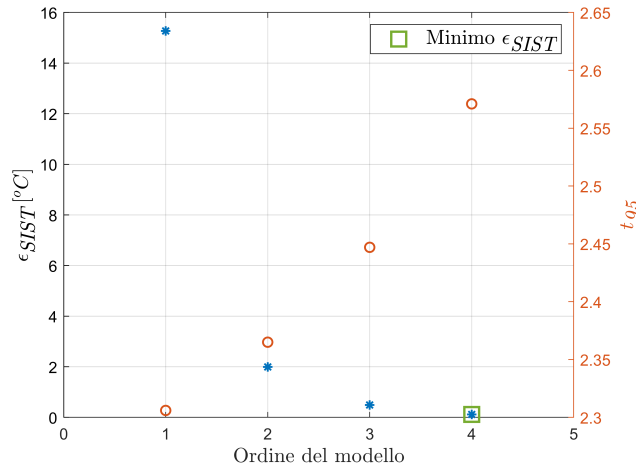


Figura 2.4: Errore sistematico della soluzione ottimale per vari ordini di regressione

Questo effetto è determinante nella penalizzazione della soluzione con intervallo 950-1200 °C, il cui errore di regressione è molto basso, ma viene moltiplicato per t_{95} elevato, con un risultato molto deleterio sull'errore sistematico.

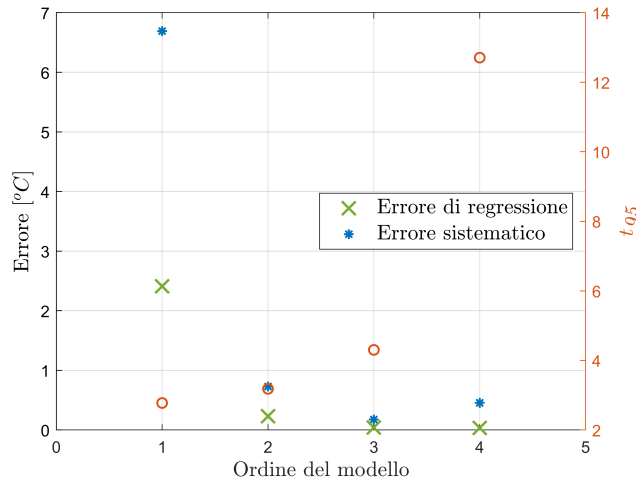


Figura 2.5: Confronto errori per la serie 950-1200 °C

2.2 Risoluzione per la serie lunga

Si impiega una strategia analoga per caratterizzare la serie lunga. Quest'ultima presenta una limitata possibilità di ottimizzazione, in quanto l'intervallo di temperatura da misurare è da 931 °C a 1449 °C: questi valori comportano l'utilizzo di gran parte della tabella di calibrazione statica. Poiché l'analisi svolta è analoga alla precedente, vengono riportati soltanto i risultati. Similmente a prima, si osserva che l'errore sistematico ha un impatto molto limitato sull'errore totale, dominato ancora una volta dall'errore statistico. Andando a paragonare gli errori sistematici si nota che non è raggiunto il livello di ottimalità del campo di misura adottato per la serie corta di dati. La legge di regressione che fornisce il miglior risultato è ancora quella del quarto ordine.

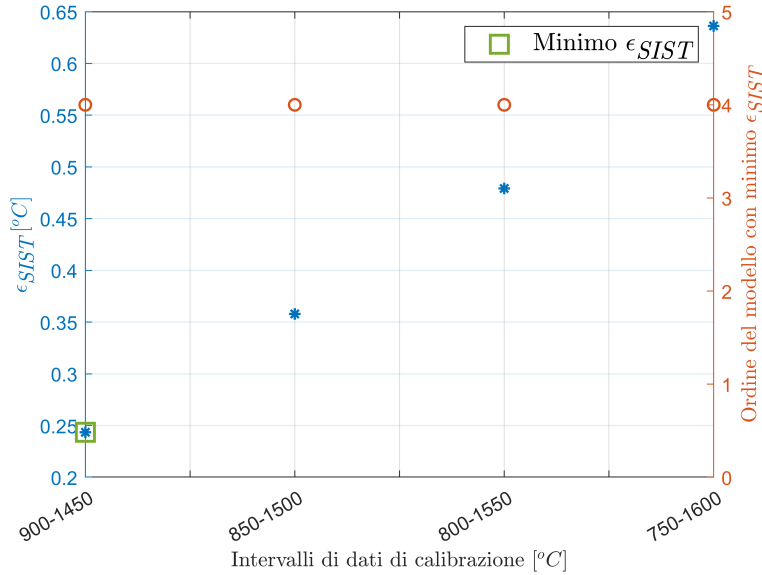


Figura 2.6: Risultati del processo di ottimizzazione

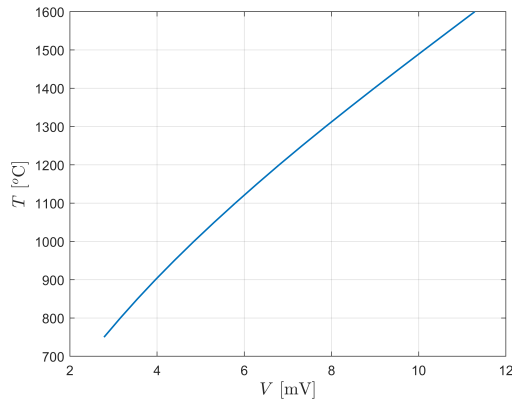


Figura 2.7: Curva di calibrazione statica

Risultato	Valore
ϵ_{SIST}	0.2436 °C
ϵ_{SIST} come % F.S.	0.017 %
Ordine	4
Intervallo	900-1450 °C
R^2	~ 1
ϵ_{STAT} serie	1.5259 °C
ϵ_{TOT}	1.5452 °C

Tabella 2.4: Risultati serie lunga

Coefficiente	Valore
a	-0.0120
b	0.5696
c	-10.8105
d	179.4108
e	326.3550

Tabella 2.5: Coefficienti della legge di calibrazione

2.3 Conclusioni

Mediante un processo di ottimizzazione sono individuate e caratterizzate le leggi di regressione migliori per misurare le temperature fornite. Tali leggi sono entrambe del quarto ordine. L'errore sistematico legato ai processi di regressione è molto ridotto rispetto all'errore statistico, pertanto l'errore totale è pressoché identico a quest'ultimo.

3 Stima dell'errore di quantizzazione e totale

Sono fornite informazioni riguardanti l'unità di acquisizione dati utilizzata per le due serie di misure di temperatura. Si richiede di valutare l'errore di quantizzazione e di stimare l'errore totale (statistico-sistematico-quantizzazione).

Il sistema di acquisizione dati prevede che il segnale in tensione, in uscita dalla termocoppia, venga amplificato di 100 volte e sia acquisito con un convertitore A/D a 12 bit, campo 0-10 V.

3.1 Risoluzione

Per un convertitore A/D a 12 bit (n_{bit}) con campo di misura 0-10 V (ΔV) l'errore di quantizzazione (in V) può essere stimato con:

$$\epsilon_{QUANT,V} = \frac{1}{2} \frac{\Delta V}{2^{n_{bit}}} \quad (3.1)$$

Utilizzando questa espressione e passando alla tensione (V) in mV si ottiene un valore di $\epsilon_{QUANT,V}$ pari a 1.221 mV.

A questo valore è possibile applicare una prima correzione legata al fattore di amplificazione 100. Poi risulta necessario andare a trasformare $\epsilon_{QUANT,V}$ in un errore in temperatura al fine di combinarlo con le altre sorgenti di errore. Per svolgere questi passaggi è necessario utilizzare la propagazione degli errori. Sia dato un errore e_x associato a una misura x^* . Si abbia una legge del tipo $y = f(x)$. Allora è possibile determinare e_y come:

$$e_y = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x^*} e_x \quad (3.2)$$

Per quanto concerne l'amplificazione, la legge è lineare nella forma:

$$V_{A/D} = 100 V_{OUT} \quad (3.3)$$

Dove $V_{A/D}$ è la tensione post amplificazione, mentre V_{OUT} è la tensione in uscita dalla termocoppia. Invertendo la relazione e applicando la propagazione si trova che:

$$\epsilon_V = \frac{\epsilon_{QUANT}}{100} \quad (3.4)$$

L'errore ϵ_V ammonta a 1.221e-2 mV.

Nel caso in esame la relazione che lega temperatura e tensione è la legge di calibrazione statica, determinata separatamente per le due serie di dati in Sez.2. Poiché tale legge è non lineare, la derivata presenta una dipendenza dal valore puntuale di tensione. La legge di calibrazione è:

$$T = aV^4 + bV^3 + cV^2 + dV + e \quad (3.5)$$

la cui derivata è:

$$\frac{dT}{dV} = 4aV^3 + 3bV^2 + 2cV + d \quad (3.6)$$

Esistono vari approcci per individuare un valore di tensione atto a propagare l'errore da V a T. In prima analisi si sceglie di utilizzare un metodo conservativo: pertanto si assume come tensione il fondo scala inferiore (in tensione) delle due diverse leggi di calibrazione. Osservando l'andamento del gradiente di entrambe le leggi di calibrazione statica, si nota che questo è massimo nel fondo

scala inferiore. Si osservi Fig.3.1 per la rappresentazione del gradiente confrontato con la legge di calibrazione statica. I valori utilizzati e i risultati sono riportati in Tab.3.1.

Grandezza	Valore
F.S. inferiore per serie corta associato a T	3.551 mV 850 °C
Fattore di propagazione	124.2 °C/mV
ϵ_{QUANT}	1.516 °C
F.S. inferiore per serie lunga associato a T	3.963 mV 900 °C
Fattore di propagazione	117.6 °C/mV
ϵ_{QUANT}	1.435 °C

Tabella 3.1: Valori significativi e risultati

Per concludere l'analisi dell'errore di misura è possibile stimare l'errore totale per le due serie mediante:

$$\epsilon_{TOT} = \sqrt{\epsilon_{STAT}^2 + \epsilon_{SIST}^2 + \epsilon_{QUANT}^2} \quad (3.7)$$

I risultati sono riportati in Tab.3.2, corredati dai risultati senza errore di quantizzazione per confronto, nonché dal valore di ϵ_{TOT} relativo al fondo scala (indicato in Tab.3.1), stimato con un intervallo di confidenza al 95 %.

	Serie corta	Serie lunga
ϵ_{TOT} [°C]	2.449	2.109
ϵ_{TOT} senza ϵ_{QUANT} [°C]	1.924	1.545
$\epsilon_{TOT\% F.S.}$	0.2 %	0.15 %

Tabella 3.2: Errore totale legato alle due misure

Da queste stime si osserva che ancora una volta la sorgente principale di errore è rappresentata da ϵ_{STAT} . L'errore di quantizzazione assume un impatto significativo, portando a un aumento di circa 0.6 °C.

Risulta necessario osservare che questo risultato è ottenuto con una ipotesi conservativa, pertanto una migliore scelta del valore di tensione, utilizzato per la stima dell'errore di quantizzazione, porta a una stima più accurata dell'errore totale. Per esempio, se fossero noti i valori di tensione misurata per le due serie, sarebbe possibile utilizzare la tensione associata alla temperatura media delle due serie.

Al fine di valutare questa possibile soluzione si procede come indicato:

- la legge di calibrazione statica viene utilizzata come un'equazione per ottenere la tensione associata al valore medio di temperatura, detta $V_{\overline{T}}$ (mediante inversione numerica con *fsolve*);

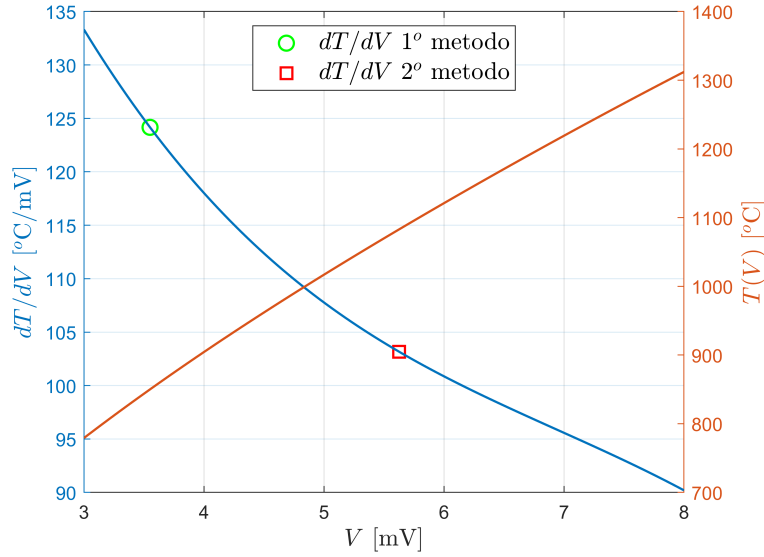


Figura 3.1: Confronto tra gradiente e legge di calibrazione

- il fattore di propagazione viene calcolato con questo valore di tensione.

Si riportano in Tab.3.3 i risultati di questa procedura. Il valore di $\Delta\epsilon_{TOT,\%}$ è riferito alla stima precedente (Tab.3.2). Si ricorda che l'errore totale è proposto con un intervallo di confidenza al 95 %.

	Serie corta	Serie lunga
\bar{T} [°C]	1082.8	1159.2
$V_{\bar{T}}$ [mV]	5.626	6.382
ϵ_{QUANT} [°C]	1.259	1.203
ϵ_{TOT} [°C]	2.299	1.958
$\Delta\epsilon_{TOT,\%}$	- 6 %	- 7 %

Tabella 3.3: Risultati della procedura alternativa

La procedura illustrata permette di osservare che l'utilizzo del valore di tensione corrispondente a \bar{T} diminuisce l'errore totale. Questo accade perché il gradiente di $T(V)$ è minore in corrispondenza di $V_{\bar{T}}$. Si riporta in grafico (Fig.3.1) l'andamento di tale funzione per la serie corta. Lo stesso fenomeno accade per la serie lunga.

Conclusione Il massimo errore di quantizzazione si ha quando la tensione è al fondo scala inferiore. L'utilizzo di un valore corrispondente a $V_{\bar{T}}$ permette di avere una stima più realistica dell'errore totale. In proporzione al fondo scala superiore (delle leggi di calibrazione statica) l'errore totale risulta molto ridotto con entrambi i metodi.

4 Perdite per irraggiamento della misura di temperatura

4.1 Introduzione, dati e richieste

La misura di temperatura del gas combusto è affetta da varie sorgenti di errore, tra cui spiccano le perdite per irraggiamento. Infatti il giunto caldo, essendo a temperatura significativamente più alta dell'ambiente circostante, è affetto da significativo scambio termico radiativo. Pertanto la temperatura misurata al giunto caldo non è quella effettiva del gas. Al fine di stimare tali perdite è possibile scrivere un bilancio energetico, che uguaglia il calore scambiato per irraggiamento a quello trasferito per convezione:

$$h(T_{GAS} - T_G) = \sigma\varepsilon(T_G^4 - T_A^4) \quad (4.1)$$

dove compaiono le seguenti quantità:

- h coefficiente di scambio termico convettivo [W/m²];
- T_{GAS} , T_G , T_A temperature del gas, del giunto e dell'ambiente [K];
- σ costante di Stefan-Boltzmann [W/(m²K⁴)];
- ε emissività della termocoppia.

Mediante tale equazione è immediato individuare le perdite radiative della termocoppia come:

$$\Delta T_{RAD} = T_{GAS} - T_G = \sigma\varepsilon(T_G^4 - T_A^4)/h \quad (4.2)$$

L'utilizzo di questa formula richiede la stima di ε e h : per la prima si fornisce un valore, mentre per la seconda viene fornita una correlazione semi-empirica (per cilindri immersi in flussi trasversali) nella forma:

$$Nu = hD/k = CRe^n Pr^m \quad (4.3)$$

funzione di:

- k conducibilità termica [W/(mK)];
- D_T diametro della termocoppia (modellata come un filo immerso in flusso ortogonale ad esso) [m];
- Re numero di Reynolds definito come $Re = D_TV_G/\nu$, dove ν è la viscosità cinematica dell'aria [m²/s];
- Pr numero di Prandtl;
- C , n , m sono dei coefficienti che variano con Re e Pr .

Vengono forniti i seguenti dati, riportati in Tab.4.1.

Dato	Valore
T_A	300 K
T_G serie corta	1356 K
T_G serie lunga	1432 K
D_T	3.5e-4 m
σ	5.67e-8 W/(m ² K ⁴)
ε	0.2
Correlazione valida per	$Nu = Nu(Pr, Re)$ Re 1-35
C	0.8
n	0.384
m	0

Tabella 4.1: Dati del problema

Ipotesi Si adottano le seguenti ipotesi:

- utilizzare aria calda al posto dei gas combusti;
- V_G pari a 1 m/s;
- le perdite conduttive sono trascurabili;
- T_G è pari alla temperatura media misurata nelle due serie di campioni.

Richieste Si chiede di stimare le perdite radiative alla velocità fornita e quindi la temperatura del gas. Si ripeta la stima per V_G pari a 50 m/s.

4.2 Risoluzione

La risoluzione del problema prevede di utilizzare Eq.(4.2) per calcolare T_{GAS} , da cui poi si ricava ΔT_{RAD} . Poiché h dipende da T_{GAS} attraverso Re , Pr e altre grandezze, si risolve il problema iterativamente a partire da un valore ragionevole di T_{GAS} . Con tale valore si determinano le proprietà dell'aria e si trova un valore di h , che a sua volta permette di determinare il valore aggiornato di T_{GAS} . Si arresta il processo quando due iterazioni successive differiscono di meno di 1 K. Tale processo viene ripetuto analogamente per serie corta e serie lunga di dati. Le proprietà dell'aria vengono ottenute per interpolazione lineare dei dati nella tabella fornita.

Risultati a 1 m/s In Tab.4.2 si riportano integralmente i calcoli impiegati per raggiungere il risultato relativo alla serie corta con una velocità di 1 m/s.

Iterazione	T_{GAS} [K]	k [W/(mK)]	ν [m²/s]	Re	C	n	h [W/m²]	$\Delta T_{ITER}\%$
0	1500	0.0946	2.29e-4	1.53	0.8	0.384	254.44	-
1	1506	0.0949	2.31e-4	1.52	0.8	0.384	254.67	0.41 %
2	1506							-0.009 %

Tabella 4.2: Calcoli per la serie corta

In Tab.4.3 vengono riportati sinteticamente i risultati relativi alla serie corta di dati, a 1 m/s.

	T [K]
T_G	1356
T_{GAS}	1506
ΔT_{RAD}	150

Tabella 4.3: Risultati per la serie corta

In Tab.4.4 vengono riportati sinteticamente i risultati relativi alla serie lunga di dati, sempre a 1 m/s.

	T [K]
T_G	1432
T_{GAS}	1616
ΔT_{RAD}	184

Tabella 4.4: Risultati per la serie lunga

Si osserva che in entrambi i casi non si esce dall'intervallo di Re per cui è valida la correlazione fornita. Inoltre si nota che le perdite radiative sono più significative quando la temperatura del giunto caldo è più alta. Si pone l'attenzione sull'elevato errore dovuto alle ingenti perdite per radiazione, che è di due ordini di grandezza superiore all'errore totale legato alla misura.

Risultati a 50 m/s Lo stesso procedimento è seguito per individuare T_{GAS} nel flusso a 50 m/s. Si utilizza un valore iniziale di 1400 K, scelto inferiore al risultato a 1 m/s di 1506 K, in quanto ci si attende che la convezione forzata sia agevolata dal flusso ad alta velocità. Utilizzando tale temperatura è calcolato un valore di Re di 87 per la serie corta. La correlazione utilizzata inizialmente non è più valida. Un risultato analogo si ottiene con la serie lunga, in cui la temperatura iniziale è imposta a 1470 K e il Re è pari a 80.

Si sceglie di sostituirla con la seguente correlazione (Hilpert), valida per cilindri immersi in flussi (in direzione ortogonale al corpo) con Re da 40 a 4000:

$$Nu = 0.68Re^{0.466}Pr^{1/3} \quad (4.4)$$

A ogni iterazione è necessario verificare che si rimanga nel campo di validità della correlazione. Quest'ultima richiede di individuare la temperatura di film (T_F), ottenuta mediante la relazione:

$$T_F = \frac{T_G + T_{GAS}}{2} \quad (4.5)$$

Si riportano soltanto i risultati ottenuti per la serie corta, in Tab.4.5, e per la serie lunga, in Tab.4.6. La validità della correlazione è verificata in tutti i casi.

	T [K]
T_G	1356
T_{GAS}	1387
ΔT_{RAD}	31

Tabella 4.5: Risultati per la serie corta

	T [K]
T_G	1432
T_{GAS}	1471
ΔT_{RAD}	39

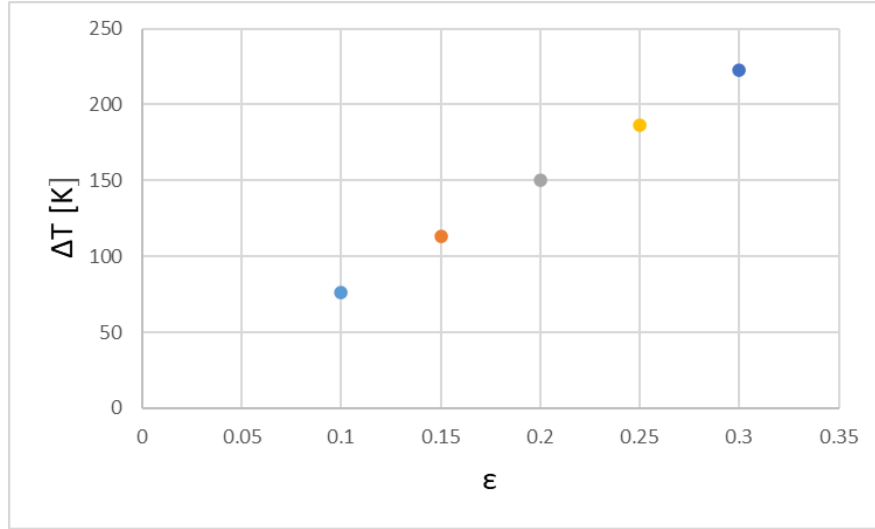
Tabella 4.6: Risultati per la serie lunga

Come predetto, l'aumento della velocità del flusso porta a un significativo aumento dello scambio termico convettivo, con conseguente riduzione delle perdite per irraggiamento. Questo fenomeno è confermato dall'aumento di h , i cui valori sono riportati per i 4 casi in Tab.4.7.

Caso	h [W/m ²]
Serie corta, 1 m/s	255
Serie corta, 50 m/s	1226
Serie lunga, 1 m/s	259
Serie lunga, 50 m/s	1233

Tabella 4.7: Valori di h nei 4 casi

Sensitività alla variazione di ε Si presenta il risultato di uno studio di sensitività alla variazione di ε . Questa è una delle grandezze la cui misura è complessa e affetta da significativo errore. Lo studio è proposto per la serie corta a 1 m/s in 5 valori di ε .

Figura 4.1: Variazione di ϵ

Si osserva come una variazione modesta di ϵ porti a grandi variazioni di ΔT_{RAD} . Si sottolinea quindi la necessità di caratterizzare il suo valore con elevata precisione. L'andamento osservato è lineare, quanto meno nel campo di valori studiati.

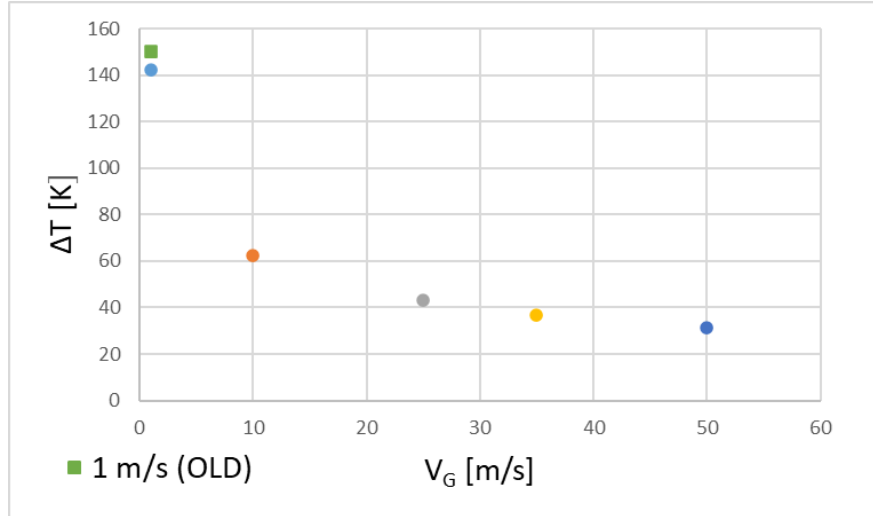
Sensitività a variazione di V_G Si riportano i risultati ottenuti a varie velocità del gas. A ognuna è associata la correlazione opportuna nella forma:

$$Nu = C Re^n Pr^{1/3} \quad (4.6)$$

Si riportano i valori di C e n per vari intervalli di Re . Per il caso a 1 m/s si utilizza una correlazione diversa da quella iniziale. Come in precedenza, si utilizza T_F per il calcolo delle proprietà dell'aria.

Intervallo	C	n
0.4 - 4	0.989	0.33
4 - 40	0.911	0.385
40 - 4000	0.683	0.466
4000 - 40000	0.193	0.618

Tabella 4.8: Indici della correlazione per vari Re

Figura 4.2: Variazione di V_G

Si osserva che all'aumentare di V_G inizialmente si ottiene una significativa riduzione delle perdite radiative. All'aumentare della velocità si tende a raggiungere un valore di ΔT_{RAD} ridotto, pari ai 31 K precedentemente individuati. Tuttavia la velocità che deve avere il flusso per ridurre le perdite diventa rapidamente elevata, dando origine ad altro errore, per esempio quello legato agli effetti di comprimibilità. Si nota, infine, che il valore a 1 m/s con la prima correlazione è molto simile a quello a pari velocità con la correlazione di Eq.(4.6).

4.3 Conclusioni

L'impatto delle perdite radiative è stimato e si osserva che queste provocano un significativo errore nella misura di temperatura dei gas combusti. La perdita è tanto crescente quanto è più alta la temperatura del giunto caldo, la quale causa un maggiore scambio termico per irraggiamento. Le perdite radiative sono di vari ordini di grandezza superiori all'errore totale precedentemente calcolato. Si può ridurre la perdita andando ad aumentare la velocità del flusso, se fattibile, oppure diminuendo l'emissività della termocoppia. Il metodo solitamente utilizzato prevede la schermatura dello strumento.

5 Misura di portata mediante diaframma

5.1 Presentazione del banco prova, dati e richieste

Viene assegnato un banco prova per misure di portata mediante diaframma normalizzato, rappresentato schematicamente in Fig.5.1.

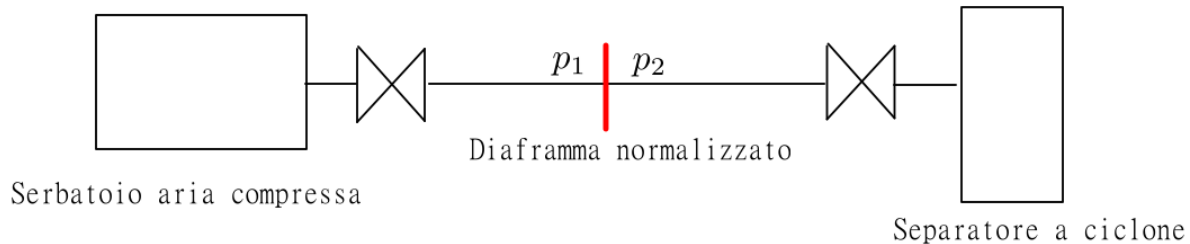


Figura 5.1: Schema del banco prova

In particolare, il separatore a ciclone opera nelle seguenti condizioni nominali:

- fluido di lavoro (fase gas): aria;
- portata di aria nelle condizioni operative nominali: $96 \text{ Nm}^3/\text{h}$;
- pressione di lavoro: 4 bar;
- temperatura di lavoro (ambiente): 300 K.

Al fine di misurare la portata d'aria si sceglie di utilizzare un diaframma normalizzato conforme alla Norma UNI EN ISO 5167-1, rappresentato in Fig.5.2 e con le seguenti caratteristiche:

- $D = 42 \text{ mm}$;
- $d = 9.94 \text{ mm}$;
- Prese di pressione sulle flange.

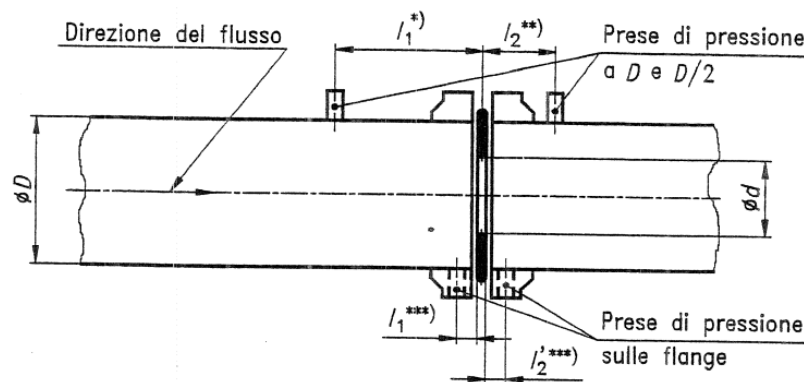


Figura 5.2: Schema del diaframma (Fonte: UNI EN ISO 5167-1 Figura 5)

Richieste Si chiede di valutare la pressione minima di esercizio nel serbatoio di alimentazione e di indicare il trasduttore di pressione differenziale da usare sul banco prova per la misura di portata.

5.2 Risoluzione

Facendo riferimento a Fig.5.1, si denotino con p_1 e p_2 le pressioni (in Pa) a monte e a valle del diaframma. Si indichi con T la temperatura di esercizio (in K).

Ipotesi risolutive

- Le perdite di carico lungo il condotto e nelle valvole sono trascurate per mancanza di informazioni sull'impianto: di conseguenza p_1 è la pressione incognita del serbatoio di alimentazione, p_2 è la pressione operativa del separatore a ciclone.
- L'aria viene considerata come un gas perfetto, per cui $\gamma = \kappa = 1.4$, come indicato dalla Norma.
- Tutti i requisiti della Norma sono soddisfatti (Es. scabrosità del condotto, deformazione del diaframma, configurazione dello strumento).

Riassunto dei dati e conversioni Si riporta un riassunto sintetico dei dati del problema, convertiti in unità del Sistema Internazionale dove necessario.

Dato	Valore
D	4.2e-2 m
d	9.94e-3 m
p_2	4.053e5 Pa
T_2	300 K
γ	1.4
q_{VN}	96 Nm ³ /h
q_M	0.0344 kg/s

Al fine di convertire la portata volumetrica normalizzata in una portata massica si adotta la seguente espressione:

$$q_M = q_{VN} \rho_N / 3600 \quad (5.1)$$

con $\rho_N = 1.293 \text{ kg/m}^3$ la densità dell'aria a 273.15 K e 101325 Pa.

Svolgimento La Norma fornisce una serie di equazioni da utilizzare per la misura di portata massica, al cui interno sono definite delle quantità calcolate secondo la Norma stessa. Le equazioni risolventi del problema sono le seguenti:

$$q_M = \frac{C}{\sqrt{1 - \beta^4}} \epsilon_2 \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{2 \Delta p \rho_2} \quad (5.2)$$

$$\epsilon_1 = 1 - (0.41 + 0.35 \beta^4) \frac{\Delta p}{\kappa p_1} \quad (5.3)$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_1 \sqrt{1 + \frac{\Delta p}{p_2}} \quad (5.4)$$

Le quantità qui presenti, il cui valore calcolato è riportato in Tab.5.1, sono definite come:

- $\Delta p = p_1 - p_2$;
- C ottenuto mediante Eq.(5.5);
- $\beta = d/D$;
- $\rho_2 = p_2/(RT_2)$, entrambe note, con $R = 287 \text{ J/(kgK)}$ per l'aria secca;
- $\kappa = \gamma = 1.4$.

C viene calcolato con la seguente espressione:

$$C = 0.5959 + 0.0312\beta^{2.1} - 0.1840\beta^8 + 0.0029\beta^{2.5}(10^6/Re_D)^{0.75} + 0.0390L_1\beta^4(1 - \beta^4)^{-1} - 0.0337L'_2\beta^3 \quad (5.5)$$

dove:

- le quantità L sono calcolate in base alla Norma (per prese di pressione sulle flange vale $L_1 = L'_2 = 25.4/D$, con D in mm);
- il coefficiente di $L_1\beta^4(1 - \beta^4)^{-1}$ è modificato in quanto $D \leq 58.62 \text{ mm}$;
- $Re_D = 4q_M/(\pi\mu D)$;
- μ a 300 K ottenuta mediante interpolazione dei dati tabulati da Ref.[Cengel].

Quantità	Valore
C	0.5979
β	0.2367
ρ_2	4.7073 kg/m ³
L_1, L'_2	0.6048
Re_D	5.362e+4
μ	1.945e-5 Pa·s

Tabella 5.1: Valori numerici delle quantità di Eq.(5.5)

Lo scopo dello svolgimento è determinare p_1 : a questo fine è possibile riscrivere le Eq.(5.2), (5.3) e (5.4) in funzione di p_1 , unica incognita del problema. Il risultato è:

$$q_M - C_2(1 - C_1 + C_1 \frac{p_2}{p_1})\sqrt{p_1^2 - p_1 p_2} = 0 \quad (5.6)$$

dove C_1, C_2 sono costanti ottenute rielaborando le equazioni e che assumono le seguenti espressioni:

$$C_1 = \frac{0.41 + 0.35\beta^4}{\gamma} \quad (5.7)$$

$$C_2 = \frac{C}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{\frac{2\rho_2}{p_2}} \quad (5.8)$$

Definendo Eq.(5.6) come $\varepsilon(p_1)$, è possibile utilizzare il metodo di Newton-Raphson (implementato in *fzero* di Matlab) per trovare il valore di p_1 rende valida l'equazione $\varepsilon(p_1) = 0$. Sono utilizzate le tolleranze standard di Matlab. La condizione iniziale è $p_1 = 5e5$. Si osserva che il dominio della soluzione prevede $p_1 \geq p_2 \vee p_1 > 0$. Questo è coerente con la fisica del problema, che prevede una perdita di carico in corrispondenza del diaframma.

Risultati La risoluzione del problema numerico porta a determinare un valore di p_1 pari a 460340 Pa, mentre il valore di Δp a cavallo del diaframma ammonta a 55039 Pa.

Affinchè Eq.(5.3) sia valida è necessario che $p_2/p_1 \geq 0.75$: calcolando questo rapporto con la soluzione ottenuta si ottiene circa 0.87, quindi la condizione richiesta è verificata.

Per misurare la pressione a cavallo del diaframma è possibile utilizzare un manometro differenziale per gas. Una possibile scelta è il manometro differenziale digitale *RS PRO RS DT*, con campo di misura da -2 bar a 2 bar. Si riporta per completezza la scheda tecnica dello strumento.

	Campo	Risoluzione
psi	29.00	0.01
bar	2.000	0.001
kpa	199.9	0.1
inHg	59.05	0.01
mHg	1.500	0.001
inH ₂ O	802.9	0.1
ftH ₂ O	66.91	0.01
mH ₂ O	20.39	0.01
mbar	2000	1

Display	Ampio display LCD
Precisione	± (0,3% + 1d) FSO (25 °C)
Ripetibilità	± 0,2% (max. + / -0,5% FSO)
Linearità / Isteresi	± 0,29% FSO
Intervallo di pressione	29 psi / ± 2 bar
Pressione massima	2bar
Tempo di risposta	0,5 secondi tipici
Indicatore di batteria scarica	SI
Indicatore di over range	OL
Indicatore di portata inferiore	-OL
0 Condizioni operative	0 a 50°C
0 Condizioni di conservazione	-10 a 60°C
Alimentazione elettrica	1 batteria da 9 V o esterna 9VDC

Figura 5.3: Scheda tecnica del manometro

5.3 Conclusioni

Mediante l'impiego della Norma Tecnica viene misurata la pressione differenziale a cavallo del diaframma, nonché la minima pressione necessaria per alimentare l'impianto. I risultati rispettano pienamente i requisiti di applicabilità della Norma stessa. Viene infine individuato uno strumento adeguato a misurare la pressione differenziale, utile a valutare il funzionamento dell'apparato.

6 Misura di C_D al banco prova

6.1 Presentazione del banco prova, dati e richieste

Viene realizzato un banco prova per misure di temperatura mediante termocoppia. Tale banco è alimentato da gas naturale, che passa per un misuratore di portata a galleggiante, raggiunge una camera di stanca dove se ne misura la temperatura, poi viene accelerato da un ugello in un eiettore, che fornisce la portata d'aria per permettere la combustione. Un misuratore di pressione differenziale è inserito tra camera di stanca e ambiente esterno. Infine la miscela è combusta in un bruciatore. Lo schema completo del banco prova è consultabile in App.B.

Si richiede di misurare il coefficiente di efflusso (C_D) dell'ugello utilizzando le misure a disposizione, di studiare l'andamento rispetto alla portata reale e al variare della pressione differenziale; infine, studiare l'andamento al variare di Ma e Re .

Gli strumenti di misura a disposizione sono i seguenti:

- Misuratore di portata a galleggiante con scala graduata in Nl/min (condizioni normali $T_N = 273 \text{ K}$, $P_N = 1 \text{ atm}$);
- Barometro differenziale digitale in mbar ;
- Termometro digitale in $^\circ\text{C}$.

Il diametro dell'ugello (D_U) è pari a 2.7 mm . La pressione ambiente (P_{AMB}) ammonta a 100600 Pa al momento della misura.

La procedura per definire C_D parte dalla definizione del coefficiente di efflusso:

$$C_D = \frac{\dot{m}_{REALE}}{\dot{m}_{TEORICA}} \quad (6.1)$$

dove $\dot{m}_{REALE} = q_M$, mentre $\dot{m}_{TEORICA}$ viene ottenuta mediante alcune assunzioni.

Per quanto riguarda q_M , essa è ottenuta dalla portata misurata mediante galleggiante usando $q_M = q_{MN} \rho_N$.

Per il calcolo di $\dot{m}_{TEORICA}$ è possibile utilizzare il teorema di Bernoulli e determinare $V_{TEORICA}$ mediante:

$$V_{TEORICA} = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (6.2)$$

per poi trovare $\dot{m}_{TEORICA}$ mediante:

$$\dot{m}_{TEORICA} = \rho V_{TEORICA} A \quad (6.3)$$

Ipotesi Lo svolgimento della misura richiede l'assunzione di alcune ipotesi, alcune delle quali sono poi verificate a seguito della misura stessa.

- Assunzione di profilo di velocità uniforme nella sezione di efflusso.
- Effetti di viscosità trascurabili e flusso incomprimibile (per la validità del teorema di Bernoulli): tale ipotesi permette di assumere che T sia costante nel flusso e che l'ugello scarichi a P_{AMB} .
- Gas naturale considerabile come puro metano, nonché come gas perfetto.

6.2 Presentazione dei valori misurati

A seguito delle misure sono rilevati i valori riportati in Tab.6.1, a cui è associata la conversione nelle unità di misura opportune. In particolare, per convertire q_{NM} in q_M si utilizza la seguente relazione: $q_M = q_{NM}\rho_N/6e4$, dove $6e4$ è un fattore di conversione per passare da Nl/min a kg/s, mentre ρ_N è ottenuto a 1 atm e 273 K tramite $\rho_N = p/(RT) = 0.7142 \text{ kg/m}^3$. Il valore di R è pari a quello per il metano, che ammonta a 520 J/(kgK) .

Misura	q_{MN} [Nl/min]	q_M [kg/s]	Δp [mbar]	Δp [Pa]	T [°C]	T [K]
1	7	8.33e-05	0.5	50	32.1	305.1
2	9	1.07e-04	1.8	180	32.1	305.1
3	10	1.19e-04	3.6	360	32.0	305.0
4	11	1.31e-04	4.4	440	31.9	304.9
5	12	1.43e-04	5.5	550	31.8	304.8
6	14	1.67e-04	7.8	780	31.7	304.7
7	15	1.79e-04	9.5	950	31.7	304.7
8	16	1.90e-04	11.3	1130	31.6	304.6
9	17	2.02e-04	12.8	1280	31.6	304.6
10	18	2.14e-04	14.2	1420	31.5	304.5
11	19	2.26e-04	15.9	1590	31.5	304.5
12	20	2.38e-04	17.5	1750	31.5	304.5

Tabella 6.1: Grandezze misurate e conversioni

Successivamente vengono calcolate le seguenti quantità:

- ρ mediante l'ipotesi di gas perfetto ($\rho = p/(RT)$); il valore di p è ottenuto tramite $p = p_{AMB} + \Delta p$, questa relazione è valida in quanto l'ugello scarica il flusso esattamente a pressione ambiente.
- $V_{TEORICA}$ mediante Eq.(6.2).
- $\dot{m}_{TEORICA}$ tramite Eq.(6.3).

Misura	ρ [kg/m ³]	$V_{TEORICA}$ [m/s]	\dot{m} [kg/s]
1	0.635	12.6	4.56e-05
2	0.636	23.8	8.66e-05
3	0.637	33.6	1.23e-04
4	0.638	37.1	1.36e-04
5	0.639	41.5	1.52e-04
6	0.640	49.4	1.81e-04
7	0.641	54.4	2.00e-04
8	0.643	59.3	2.18e-04
9	0.644	63.1	2.32e-04
10	0.645	66.4	2.45e-04
11	0.646	70.2	2.59e-04
12	0.647	73.6	2.72e-04

Tabella 6.2: Calcoli intermedi

Da questi valori è possibile ottenere una stima del valore di C_D per ciascuna misura. Si presentano anche i grafici che rappresentano la dipendenza di C_D dalle tre misure al fine di evidenziare eventuali dipendenze ed errori.

Misura	C_D
1	1.827
2	1.237
3	0.971
4	0.965
5	0.941
6	0.921
7	0.893
8	0.873
9	0.871
10	0.875
11	0.872
12	0.874

Tabella 6.3: Valori di C_D per ciascuna misura

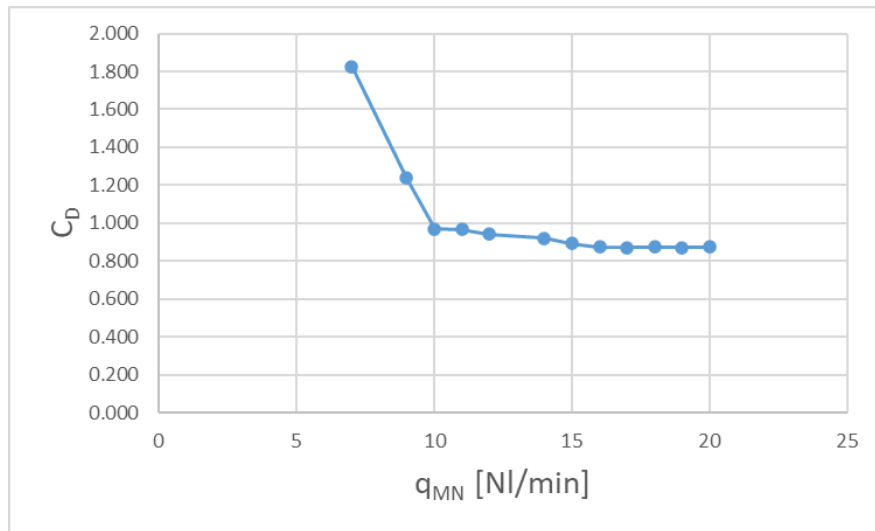


Figura 6.1: Dipendenza di C_D da q_M

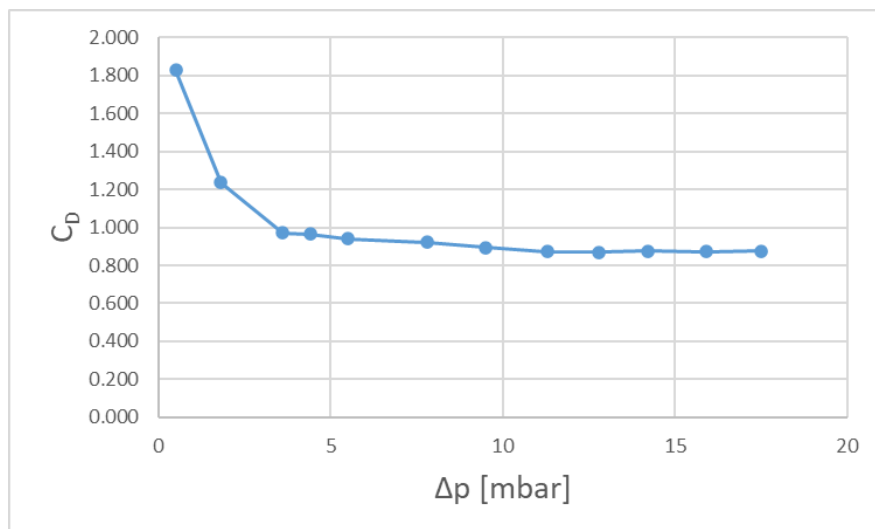
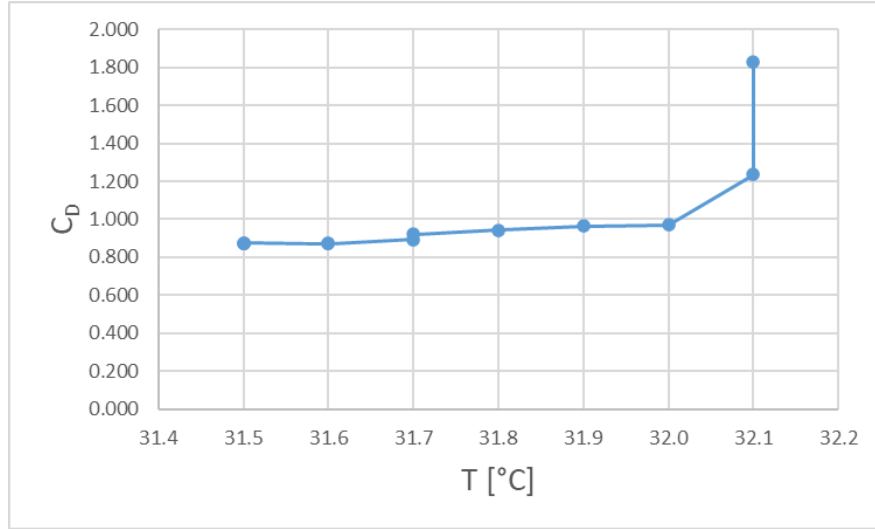


Figura 6.2: Dipendenza di C_D da Δp

Figura 6.3: Dipendenza di C_D da T

Da Fig.6.1, così come da Fig.6.2, si osserva che le prime due misure risultano affette da errore significativo, il quale porta a ottenere valori di C_D maggiori di 1 che non hanno significato fisico. Si osserva anche che la stima di C_D si assesta attorno a 0.87 a partire dalla settima misura.

Al fine di individuare una stima attendibile di C_D si sceglie di proporre due valori medi di due gruppi di misure: ad essi è associato l'errore statistico con intervallo di confidenza al 95 %. I risultati sono riportati in Tab.6.4.

	Serie 1	Serie 2
Misure impiegate	da 3 a 12	da 8 a 12
Numero misure	10	5
$\overline{C_D}$	0.906	0.873
ϵ_{STAT}	± 0.01	± 0.0001

Tabella 6.4: Stima di C_D

Si nota anche che l'utilizzo di una pressione ambiente non standard ha un impatto limitato in quanto non porta a variazioni significative di C_D : in media, avere P_{AMB} pari a 1 atm porta a un decremento di circa 0.35 %.

Infine, la variazione di T misurata non porta a variazioni significative di C_D . Gli unici valori anomali corrispondono alle prime due misure, affette da significativo errore.

6.3 Dipendenza da Reynolds e Mach

Si riportano dei grafici rappresentanti la dipendenza di C_D dal numero di Reynolds (Fig.6.4) e dal numero di Mach (Fig.6.5). Al fine di calcolare il valore di μ al variare di T viene utilizzata la legge

di Sutherland:

$$\mu = \mu_{REF} \left(\frac{T}{T_{REF}} \right)^{1.5} \frac{T_{REF} + S}{T + S} \quad (6.4)$$

Mediante $\mu_{REF} = 1.03\text{e-}5$ Pa s, $T_{REF} = 273$ K e $\mu_{100} = 1.37\text{e-}5$ Pa s a $T = 373$ K si calcola S per il metano. Infine si calcola μ al variare della temperatura. La variazione di μ è molto limitata in quanto T mantiene approssimativamente lo stesso valore per tutte le misure. Per il calcolo di Ma si utilizza γ pari a 1.3 al fine di calcolare la velocità del suono locale.

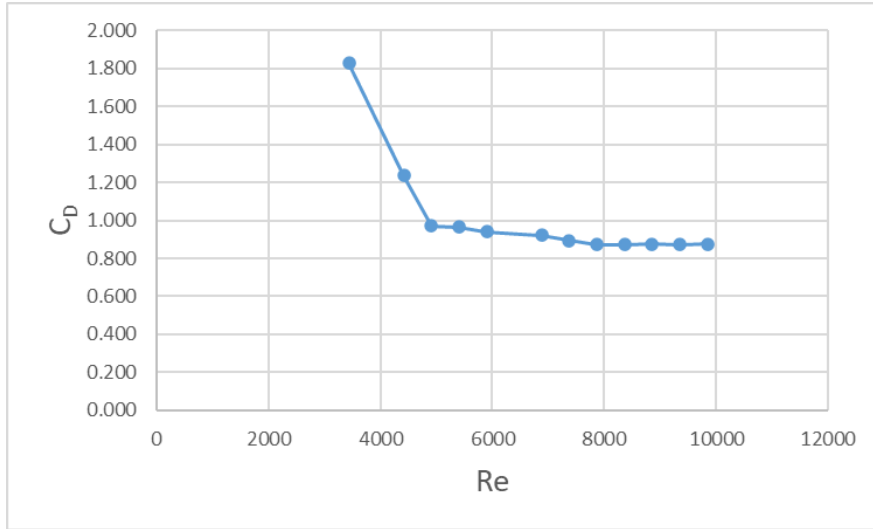


Figura 6.4: Dipendenza di C_D da Re

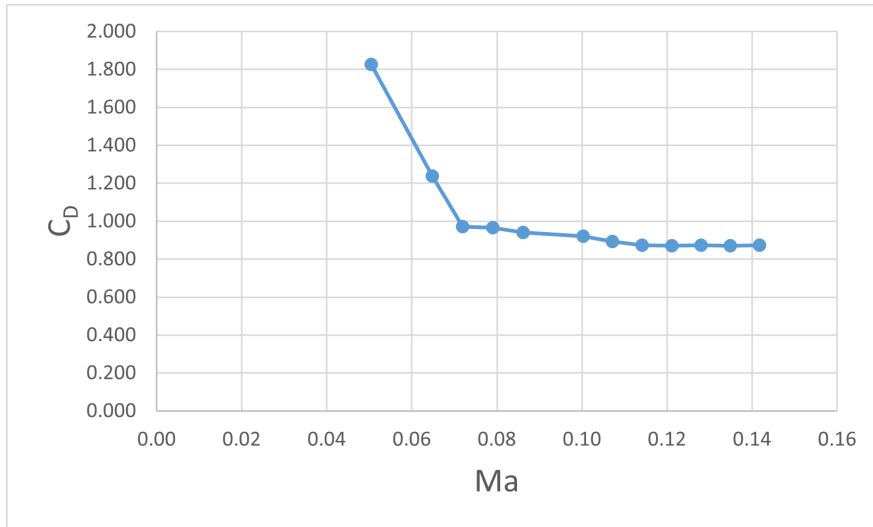


Figura 6.5: Dipendenza di C_D da Ma

Dai grafici è possibile osservare che:

- i primi valori di C_D non sono significativi;

- Re varia tra 3000 e 9000; ne deriva che il flusso nell'ugello è turbolento e valgono le ipotesi di profilo di velocità uniforme e di assenza di effetti viscosi significativi;
- Ma è sempre ridotto, pertanto vale l'ipotesi di flusso incomprimibile: di conseguenza le perdite legate al ristagno del flusso sulla termocoppia sono considerate trascurabili.

6.4 Conclusioni

Mediante la prova sperimentale si individua una stima di C_D dell'ugello, parte del banco prova. In prima analisi è possibile stimare l'errore associato alla misura. Il valore stimato di C_D è compatibile con la fisica del problema e ritenuto accettabile. Dall'osservazione di C_D al variare di Re e Ma emerge che le ipotesi utilizzate per la soluzione sono valide.

A Risultati aggiuntivi dell'analisi statistica delle serie di dati

A.1 Classi, frequenze relative e frequenze cumulate normalizzate

Classe	Estremi	Occorrenze	f	F
1	953.74590995 977.68241496	12	0.007	0.007
2	977.68241496 1001.61891997	36	0.023	0.030
3	1001.61891997 1025.55542498	68	0.043	0.073
4	1025.55542498 1049.49192999	203	0.127	0.199
5	1049.49192999 1073.42843500	292	0.183	0.382
6	1073.42843500 1097.36494001	388	0.243	0.625
7	1097.36494001 1121.30144502	358	0.224	0.849
8	1121.30144502 1145.23795003	178	0.111	0.960
9	1145.23795003 1169.17445504	46	0.029	0.989
10	1169.17445504 1193.11096005	18	0.011	1.000

Tabella A.1: Risultati relativi alla serie corta

Classe	Estremi	Occorrenze	f	F
1	931.352289950 983.208857960	43	0.0043	0.0043
2	983.208857960 1035.06542597	347	0.0347	0.0390
3	1035.06542597 1086.92199398	1325	0.1325	0.1715
4	1086.92199398 1138.77856199	2645	0.2645	0.4360
5	1138.77856199 1190.63513000	2505	0.2505	0.6866
6	1190.63513000 1242.49169801	1530	0.1530	0.8396
7	1242.49169801 1294.34826602	1106	0.1106	0.9502
8	1294.34826602 1346.20483403	328	0.0328	0.9830
9	1346.20483403 1398.06140204	153	0.0153	0.9983
10	1398.06140204 1449.91797005	17	0.0017	1.0000

Tabella A.2: Risultati relativi alla serie lunga

B Presentazione banco prova

Si riporta lo schema del banco prova utilizzato per le seguenti misure:

- misure di temperatura mediante termocoppia, inserita nella fiamma del bruciatore a gas naturale (Sezione 1);
- misure di C_D per caratterizzare l'ugello del miscelatore (Sezione 6).

Il banco prova ha come obiettivo la realizzazione di misure di temperatura in una fiamma generata dalla combustione di una miscela di aria e gas naturale, in condizioni prossime a quelle stechiometriche. Il gas passa per un misuratore di portata a galleggiante, poi per una valvola utilizzata per regolare la portata. Successivamente è presente una camera di stanca, utilizzata per rallentare il flusso e aumentarne la pressione. Il gas poi passa per un eiettore, che permette di aspirare la portata d'aria necessaria per la combustione stechiometrica. Il flusso viene poi inviato a un bruciatore, dove avviene la combustione. Infine i gas vengono scaricati in atmosfera.

Gli strumenti di misura presenti sono i seguenti:

- termocoppia di tipo B (per la misura di temperatura), connessa a una scheda di acquisizione dati;
- termocoppia in camera di stanca;
- misuratore di pressione differenziale tra camera di stanca e ambiente esterno;
- misuratore di portata a galleggiante.

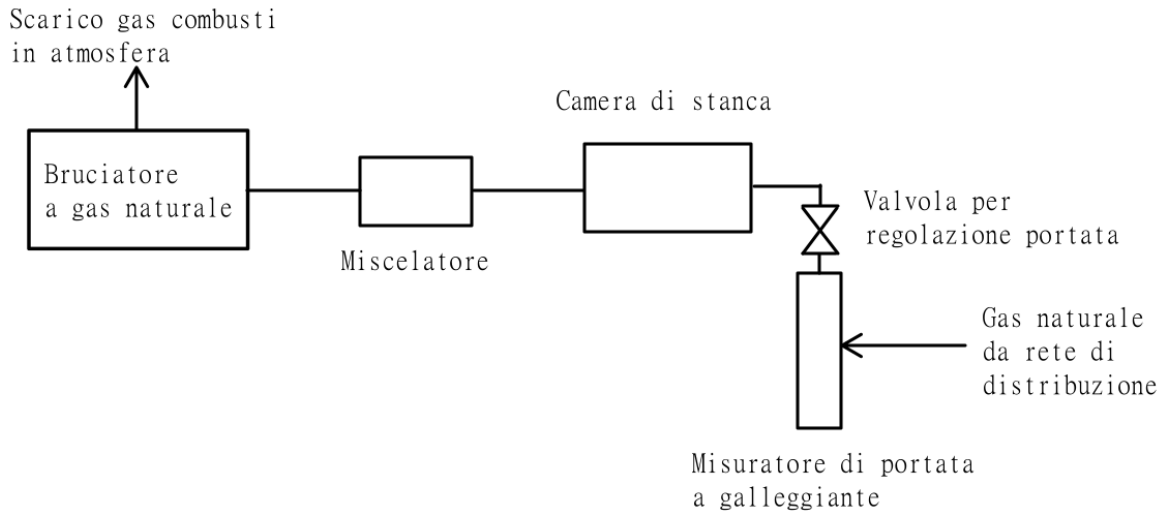


Figura B.1: Schema del banco prova