



POLITECNICO
MILANO 1863

Relazione di laboratorio del corso di Sperimentazione nei Propulsori

AA 2023-2024

Autore	Codice Persona	Matricola	Indirizzo Email
Andrea Bassi			

Professore: Giulio Angelo Guido Solero

Abstract

Questo documento raccoglie i report delle varie attività laboratoriali svolte nell'ambito del corso di Sperimentazione nei Propulsori. Per ciascuna attività è presentata una sintesi di richieste, metodi risolutivi e risultati criticamente valutati.

Indice

Abstract	1
Elenco delle tabelle	3
Elenco delle figure	4
Elenco dei simboli	5
1 Misure di temperatura mediante termocoppia	7
1.1 Risoluzione	7
2 Stima dell'errore sistematico	10
2.1 Risoluzione per serie corta	12
3 Perdite per irraggiamento	14
4 Misura di portata mediante diaframma	15
4.1 Presentazione del banco prova, dati e richieste	15
4.2 Risoluzione	16
5 Misure al banco prova	19
A Risultati aggiuntivi dell'analisi statistica delle serie di dati	20
A.1 Classi, frequenze relative e frequenze cumulate normalizzate	20
Bibliografia	22

Elenco delle tabelle

1.1	Valori estremi di temperatura	7
1.2	Indici statistici delle due distribuzioni	8
1.3	Errore statistico delle due distribuzioni	9
2.1	Tabella di calibrazione statica	10
2.2	Risultati serie corta	13
4.1	Valori numerici delle quantità di Eq.(4.5)	17
A.1	Risultati relativi alla serie corta	20
A.2	Risultati relativi alla serie lunga	21

Elenco delle figure

1.1	Istogrammi delle due serie	7
1.2	Frequenze relative per entrambe le serie	8
1.3	Frequenze cumulate normalizzate per entrambe le serie	9
2.1	Serie di dati della tabella di calibrazione statica	11
2.2	Risultati del processo di ottimizzazione	12
4.1	Schema del banco prova	15
4.2	Schema del diaframma (Fonte: UNI EN ISO 5167-1 Figura 5)	15

Elenco dei simboli

Variabile	Descrizione	Unità
β	Rapporto dei diametri	—
C	Coefficiente di efflusso	—
D	Diametro interno del condotto a monte	m
d	Diametro dell'orifizio	m
ϵ_{STAT}	Errore statistico	°C
F	Frequenza cumulata normalizzata	—
f	Frequenza relativa	—
γ	Rapporto dei calori specifici	—
κ	Esponente isoentropico	—
L	Distanza relativa di una presa di pressione	—
μ	Viscosità dinamica	Pa s
N	Numero di campioni	—
ν	Gradi di libertà	—
p	Pressione statica del fluido	Pa
Re_D	Numero di Reynolds riferito a D	—
ρ	Densità	kg/m ³
σ_T	Deviazione standard della temperatura	°C
$\sigma_{\bar{T}}$	Deviazione standard della temperatura media	°C
SK	Coefficiente di skewness	—
T	Temperatura	°C
t_{95}	Parametro t per intervallo di confidenza al 95%	—
\bar{T}	Temperatura media	°C
$T_{MEDIANA}$	Temperatura mediana	°C

1 Misure di temperatura mediante termocoppia

Dati e richieste Vengono fornite due serie di misure di temperatura allo scarico di una camera di combustione, eseguite mediante termocoppia di tipo B. La prima è costituita da 1599 valori ("Serie corta"), la seconda da 9999 ("Serie lunga"). Entrambe le serie sono campionate con una frequenza di campionamento di 100 Hz e vengono fornite mediante file testuale (.txt).

Si chiede di svolgere l'analisi statistica dei dati.

1.1 Risoluzione

Si riportano i risultati emersi dall'elaborazione dei dati sperimentali. I calcoli sono stati svolti mediante il software *Matlab* e le funzioni built-in.

Suddivisione in classi e istogramma Entrambe le serie sono divise in 10 classi, di uguale ampiezza, costruite affinché non ci possa essere ambiguità nell'attribuzione dei valori: poiché le misure hanno 6 cifre decimali, gli estremi di classe sono definiti con 7 cifre decimali. L'estremo della prima classe viene scelto come il minimo valore di T a cui viene sottratto $0.5e-7$ °C. Analogamente, l'estremo superiore dell'ultima classe viene calcolato sommando la stessa quantità al massimo valore di T nella serie. I valori estremi delle due serie sono mostrati in Tab.1.1, riportati integralmente per mettere in evidenza il numero di cifre decimali.

Serie	T_{MIN} [°C]	T_{MAX} [°C]
Corta	953.745910	1193.110960
Lunga	931.352290	1449.917970

Tabella 1.1: Valori estremi di temperatura

Gli istogrammi relativi alle due serie sono mostrati in Fig.1.1.

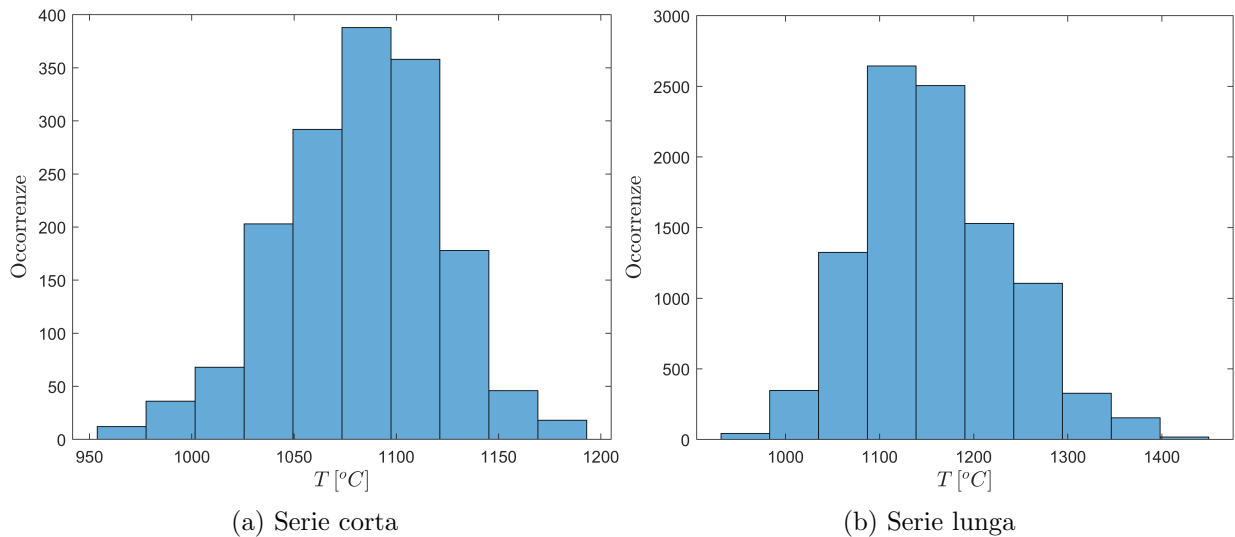


Figura 1.1: Istogrammi delle due serie



Figura 1.2: Frequenze relative per entrambe le serie

Si osserva come entrambe le distribuzioni di dati siano simili alla distribuzione gaussiana, mostrando tuttavia una evidente asimmetria. Quest'ultima è quantificabile dal coefficiente di skewness, riportato in Tab.1.2.

Calcolo delle frequenze relative e cumulate Successivamente vengono riportate delle rappresentazioni grafiche delle frequenze relative (f), in Fig.1.2, e delle frequenze cumulate normalizzate (F) delle varie classi, in Fig. 1.3.

Calcolo degli indici statistici L'analisi statistica dei dati viene svolta mediante il calcolo degli indici statistici relativi alle due serie di dati. In particolare, si riportano media (\bar{T}) e mediana ($T_{MEDIANA}$) delle due serie, nonché deviazione standard (σ_T) e skewness (SK) delle distribuzioni. I risultati sono presentati in Tab.1.2.

Indice	Serie corta	Serie lunga
\bar{T} [°C]	1082.8	1159.2
$T_{MEDIANA}$ [°C]	1085.7	1152.4
σ_T [°C]	39.147	77.841
SK	-0.27	0.40

Tabella 1.2: Indici statistici delle due distribuzioni

Stima dell'errore statistico Lo studio statistico delle due serie di dati si conclude con la stima dell'errore statistico (ϵ_{STAT}). Risulta necessario calcolare la deviazione standard del valore medio



Figura 1.3: Frequenze cumulate normalizzate per entrambe le serie

di temperatura ($\sigma_{\bar{T}}$) secondo:

$$\sigma_{\bar{T}} = \frac{\sigma_T}{\sqrt{N}} \quad (1.1)$$

dove N è il numero di campioni di ciascuna serie. Infine, il valore di ϵ_{STAT} si ottiene con:

$$\epsilon_{STAT} = \sigma_{\bar{T}} t_{95\%} \quad (1.2)$$

dove t_{95} è ricavato dalla distribuzione t per un intervallo di confidenza al 95% (dove $\nu = N - 1$, dove 1 rappresenta il numero di gradi di libertà persi a seguito dell'introduzione di \bar{T}).

Indice	Serie corta	Serie lunga
$t_{95\%}$	1.9614	1.9602
ν	1598	9998
$\epsilon_{STAT} [^{\circ}\text{C}]$	± 1.9202	± 1.5259

Tabella 1.3: Errore statistico delle due distribuzioni

Da Tab.1.3 si nota come un numero elevato di campioni garantisca un errore statistico molto contenuto, che risulta minore di σ_T di un ordine di grandezza. Questo risultato deriva dalla presenza di \sqrt{N} in Eq.(1.1), il cui valore ammonta a ~ 40 per la prima serie, a ~ 100 per la seconda. Per quanto riguarda il valore di t_{95} , si osserva che tende al valore asintotico ($\nu \rightarrow \infty$) di 1.960 in entrambi i casi, quindi l'influenza di tale parametro sull'errore statistico è pari per le due serie.

2 Stima dell'errore sistematico

Dati e richieste Viene fornita la tabella di calibrazione statica di una termocoppia di tipo B, riportata in Tab. 2.1. Si chiede di ricavare la relazione temperatura misurata-tensione mediante analisi di regressione, di determinare l'errore associato a tale processo, nonché il grado di adattamento del modello ai dati sperimentali. Infine si richiede di determinare l'errore totale associato alle misure di temperatura delle due serie di Sez.1.

Tensione [mV]	Temperatura [°C]
0.786	400
1.791	600
2.431	700
2.784	750
3.158	800
3.551	850
3.963	900
4.395	950
4.844	1000
5.311	1050
5.793	1100
6.290	1150
6.800	1200
7.326	1250
7.866	1300
8.418	1350
8.979	1400
9.549	1450
10.124	1500
10.704	1550
11.286	1600

Tabella 2.1: Tabella di calibrazione statica

Introduzione alla risoluzione Dalla rappresentazione di Fig.2.1 si nota che i dati sono caratterizzati da un andamento non lineare sull'intero campo di misura, mentre a partire da circa 6 mV si ha un andamento quasi lineare. Di conseguenza, l'adozione di una legge di regressione non lineare appare ottimale per fornire un errore ridotto. Tuttavia la scelta del campo di misura è impattata

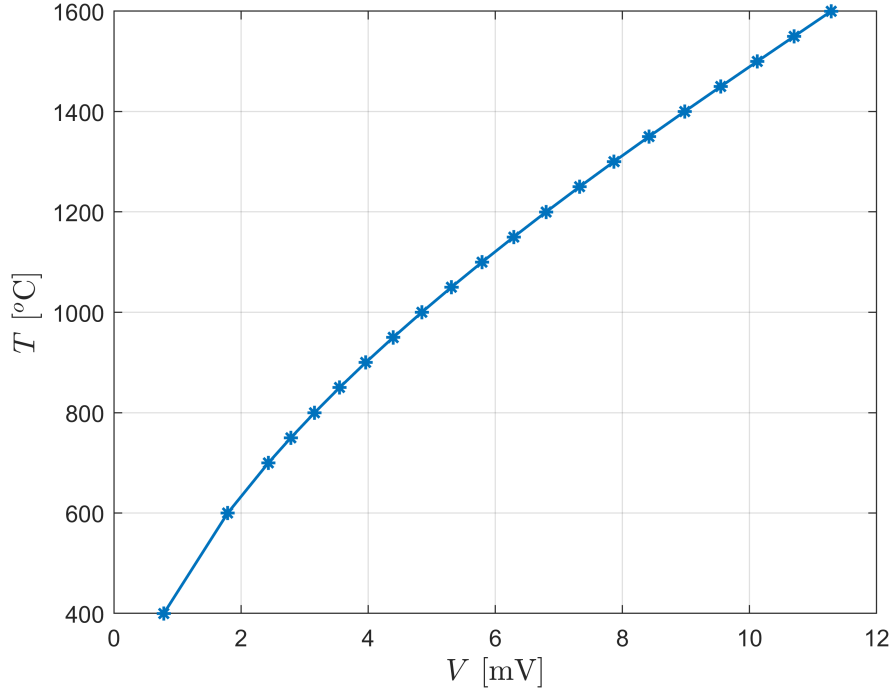


Figura 2.1: Serie di dati della tabella di calibrazione statica

da altri fattori, pertanto è opportuno delineare una strategia risolutiva che valuti più aspetti al fine di trovare la migliore soluzione.

Si consideri la quantità σ_ε , ossia l'errore di regressione, definita come:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \tilde{y}_i)^2}{N - G} \quad (2.1)$$

dove:

- y_i è l'i-esimo valore misurato di T ;
- \tilde{y}_i indica la stima di T ottenuta a ogni valore di tensione mediante la legge di regressione;
- N indica il numero di coppie di dati usati per determinare i coefficienti di regressione.
- G indica il numero di coefficienti di regressione (vale $G = O + 1$, dove con O si indica l'ordine del modello di regressione).

Utilizzare un numero elevato di punti permette di ridurre questo errore (aumento di N), così come un modello di ordine superiore (G maggiore) riduce la somma degli scarti quadratici (numeratore della frazione), ma a parità di N provoca la riduzione del denominatore con conseguente aumento dell'errore.

Si evidenzia anche che il calcolo dell'errore sistematico (ϵ_{SIST}) prevede di moltiplicare σ_ε per la t_{95} relativa al numero di gradi di libertà ν , ottenibile mediante $\nu = N - G$ (il numero di gradi di libertà persi è pari al numero di coefficienti di regressione). A seguito di questa operazione si nota che la scelta di un numero limitato di punti per la regressione (N basso), associata a un modello di ordine alto, porta a ν molto bassi che comportano un significativo aumento di ϵ_{SIST} .

Queste osservazioni motivano uno studio di ottimizzazione, con lo scopo di trovare l'ordine e il numero di coppie di dati di calibrazione che minimizzano globalmente l'errore sistematico. Poiché le due serie di dati presentano estremi differenti, lo studio viene proposto separatamente per entrambe.

2.1 Risoluzione per serie corta

Si presenta lo studio di ottimo per la prima serie di dati, svolto con le stesse modalità anche per la seconda. Il punto di partenza sono gli estremi della serie di dati, ossia la minima e massima T misurata, che assumono rispettivamente il valore di 953 °C e di 1193 °C. Da Tab.2.1 si ricava che il minimo intervallo di dati su cui svolgere la regressione va da 950 °C a 1200 °C. A ogni iterazione questo secondo intervallo viene ampliato di un valore a sinistra dell'estremo inferiore e a destra dell'estremo superiore. Il più ampio intervallo possibile va da 400 °C a 1550 °C.

Per ogni intervallo di dati di calibrazione sono determinati i coefficienti di regressione dal primo al quarto ordine (mediante funzione *polyfit* di Matlab), poi vengono calcolate le stime \tilde{y}_i per tutti gli ordini; successivamente si calcolano i σ_ϵ e, infine, i valori di ϵ_{SIST} . Per ogni iterazione viene selezionato l'ordine del polinomio interpolante che garantisce il minimo ϵ_{SIST} ; dopo aver ripetuto l'analisi per tutti gli intervalli si individua il miglior errore sistematico globale.

L'analisi si conclude con l'indicazione del valore di R^2 , che rappresenta il grado di adattamento del modello ai dati sperimentali; segue la stima dell'errore totale (ϵ_{TOT}) del processo di misura, ottenuta mediante:

$$\epsilon_{TOT} = \sqrt{\epsilon_{STAT}^2 + \epsilon_{SIST}^2} \quad (2.2)$$

Lo svolgimento del processo porta a determinare i seguenti errori sistematici, rappresentati in Fig.2.2: tra di essi viene indicato il minimo errore globale.

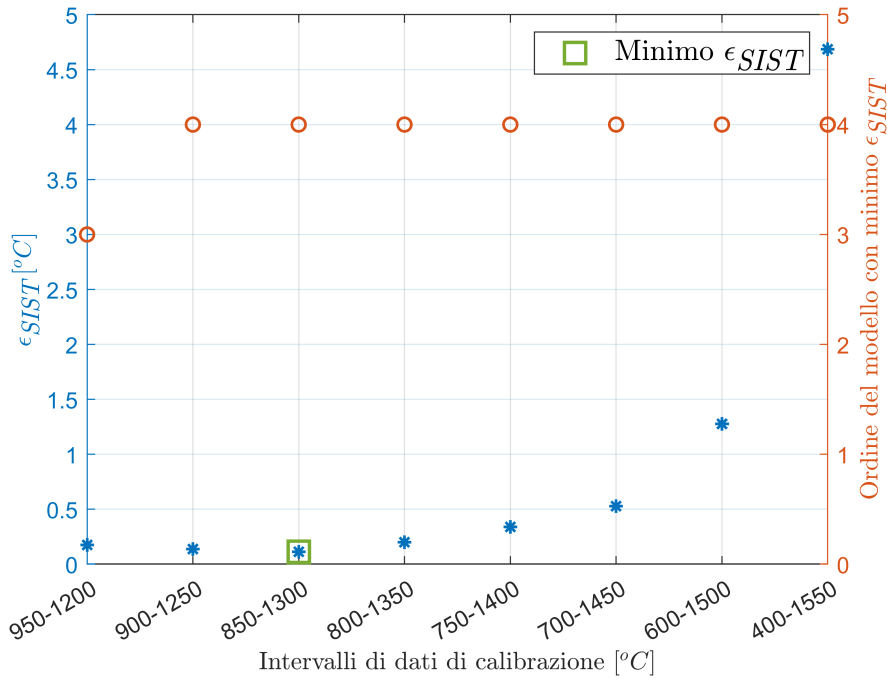


Figura 2.2: Risultati del processo di ottimizzazione

In Tab.2.2 si riportano inoltre tutti i risultati associati alla migliore soluzione.

Risultato	Valore
ϵ_{SIST}	
Ordine	4
R^2	
ϵ_{STAT} serie	
ϵ_{TOT}	

Tabella 2.2: Risultati serie corta

3 Perdite per irraggiamento

4 Misura di portata mediante diaframma

4.1 Presentazione del banco prova, dati e richieste

Viene assegnato un banco prova per misure di portata mediante diaframma normalizzato, rappresentato schematicamente in Fig.4.1.

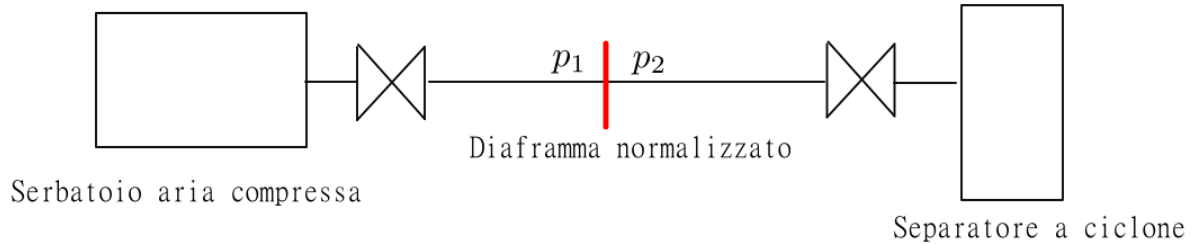


Figura 4.1: Schema del banco prova

In particolare, il separatore a ciclone opera nelle seguenti condizioni nominali:

- fluido di lavoro (fase gas): aria;
- portata di aria nelle condizioni operative nominali: $96 \text{ Nm}^3/\text{h}$;
- pressione di lavoro: 4 bar;
- temperatura di lavoro (ambiente): 300 K.

Al fine di misurare la portata d'aria si sceglie di utilizzare un diaframma normalizzato conforme alla Norma UNI EN ISO 5167-1, rappresentato in Fig.4.2 e con le seguenti caratteristiche:

- $D = 42 \text{ mm}$;
- $d = 9.94 \text{ mm}$;
- Prese di pressione sulle flange.

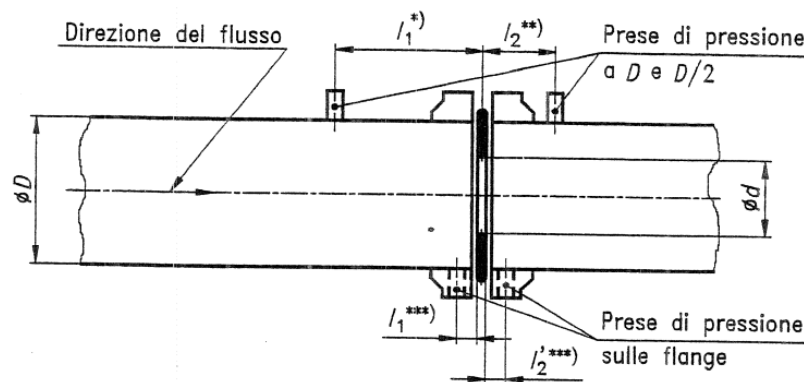


Figura 4.2: Schema del diaframma (Fonte: UNI EN ISO 5167-1 Figura 5)

Richieste Si chiede di valutare la pressione minima di esercizio nel serbatoio di alimentazione e di indicare il trasduttore di pressione differenziale da usare sul banco prova per la misura di portata.

4.2 Risoluzione

Facendo riferimento a Fig.4.1, si denotino con p_1 e p_2 le pressioni (in Pa) a monte e a valle del diaframma. Si indichi con T la temperatura di esercizio (in K).

Ipotesi risolutive

- Le perdite di carico lungo il condotto e nelle valvole sono trascurate per mancanza di informazioni sull'impianto: di conseguenza p_1 è la pressione incognita del serbatoio di alimentazione, p_2 è la pressione operativa del separatore a ciclone.
- L'aria viene considerata come un gas perfetto, per cui $\gamma = \kappa = 1.4$, come indicato dalla Norma.
- Tutti i requisiti della Norma sono soddisfatti (Es. scabrosità del condotto, deformazione del diaframma, configurazione dello strumento).

Riassunto dei dati e conversioni Si riporta un riassunto sintetico dei dati del problema, convertiti in unità del Sistema Internazionale dove necessario.

Dato	Valore
D	4.2e-2 m
d	9.94e-3 m
p_2	4.053e5 Pa
T_2	300 K
γ	1.4
q_{vN}	96 Nm ³ /h
q_m	0.0344 kg/s

Al fine di convertire la portata volumetrica normalizzata in una portata massica si adotta la seguente espressione:

$$q_m = q_{vN} \rho_N / 3600 \quad (4.1)$$

con $\rho_N = 1.293 \text{ kg/m}^3$ la densità dell'aria a 273.15 K e 101325 Pa.

Svolgimento La Norma fornisce una serie di equazioni da utilizzare per la misura di portata massica, al cui interno sono definite delle quantità calcolate secondo la Norma stessa. Le equazioni risolventi del problema sono le seguenti:

$$q_m = \frac{C}{\sqrt{1 - \beta^4}} \epsilon_2 \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{2\Delta p \rho_2} \quad (4.2)$$

$$\epsilon_1 = 1 - (0.41 + 0.35\beta^4) \frac{\Delta p}{\kappa p_1} \quad (4.3)$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_1 \sqrt{1 + \frac{\Delta p}{p_2}} \quad (4.4)$$

Le quantità qui presenti, il cui valore calcolato è riportato in Tab.4.1, sono definite come:

- $\Delta p = p_1 - p_2$;
- C ottenuto mediante Eq.(4.5);
- $\beta = d/D$;
- $\rho_2 = p_2/(RT_2)$, entrambe note, con $R = 287 \text{ J/(kgK)}$ per l'aria secca;
- $\kappa = \gamma = 1.4$.

C viene calcolato con la seguente espressione:

$$C = 0.5959 + 0.0312\beta^{2.1} - 0.1840\beta^8 + 0.0029\beta^{2.5}(10^6/Re_D)^{0.75} + 0.0390L_1\beta^4(1 - \beta^4)^{-1} - 0.0337L'_2\beta^3 \quad (4.5)$$

dove:

- le quantità L sono calcolate in base alla Norma (per prese di pressione sulle flange vale $L_1 = L'_2 = 25.4/D$, con D in mm);
- il coefficiente di $L_1\beta^4(1 - \beta^4)^{-1}$ è modificato in quanto $D \leq 58.62 \text{ mm}$;
- $Re_D = 4q_m/(\pi\mu D)$;
- μ a 300 K ottenuta mediante interpolazione dei dati tabulati da Ref.[1].

Quantità	Valore
C	0.5979
β	0.2367
ρ_2	4.7073 kg/m ³
L_1, L'_2	0.6048
Re_D	5.362e+4
μ	1.945e-5 Pa·s

Tabella 4.1: Valori numerici delle quantità di Eq.(4.5)

Lo scopo dello svolgimento è determinare p_1 : a questo fine è possibile riscrivere le Eq.(4.2), (4.3) e (4.4) in funzione di p_1 , unica incognita del problema. Il risultato è:

$$q_m - C_2(1 - C_1 + C_1 \frac{p_2}{p_1}) \sqrt{p_1^2 - p_1 p_2} \quad (4.6)$$

dove C_1, C_2 sono costanti ottenute rielaborando le equazioni e che assumono le seguenti espressioni:

$$C_1 = \frac{0.41 + 0.35\beta^4}{\gamma} \quad (4.7)$$

$$C_2 = \frac{C}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{\frac{2\rho_2}{p_2}} \quad (4.8)$$

Definendo Eq.(4.6) come $\varepsilon(p_1)$, è possibile utilizzare il metodo di Newton-Raphson (implementato in *fzero* di Matlab) per trovare il valore di p_1 rende valida l'equazione $\varepsilon(p_1) = 0$. Sono utilizzate le tolleranze standard di Matlab. La condizione iniziale è $p_1 = 5e5$. Si osserva che il dominio della soluzione prevede $p_1 \geq p_2 \vee p_1 > 0$. Questo è coerente con la fisica del problema, che prevede una perdita di carico in corrispondenza del diaframma.

Risultati La risoluzione del problema numerico porta a determinare un valore di p_1 pari a 460340 Pa, mentre il valore di Δp a cavallo del diaframma ammonta a 55039 Pa.

Affinchè Eq.(4.3) sia valida è necessario che $p_2/p_1 \geq 0.75$: calcolando questo rapporto con la soluzione ottenuta si ottiene circa 0.87, quindi la condizione richiesta è verificata.

Per misurare la pressione a cavallo del diaframma è possibile utilizzare un manometro differenziale per gas. Una possibile scelta è il manometro differenziale digitale *RS PRO RS DT*, con campo di misura da -2 bar a 2 bar.

5 Misure al banco prova

A Risultati aggiuntivi dell'analisi statistica delle serie di dati

A.1 Classi, frequenze relative e frequenze cumulate normalizzate

Classe	Estremi	Occorrenze	f	F
1	953.74590995 977.68241496	12	0.007	0.007
2	977.68241496 1001.61891997	36	0.023	0.030
3	1001.61891997 1025.55542498	68	0.043	0.073
4	1025.55542498 1049.49192999	203	0.127	0.199
5	1049.49192999 1073.42843500	292	0.183	0.382
6	1073.42843500 1097.36494001	388	0.243	0.625
7	1097.36494001 1121.30144502	358	0.224	0.849
8	1121.30144502 1145.23795003	178	0.111	0.960
9	1145.23795003 1169.17445504	46	0.029	0.989
10	1169.17445504 1193.11096005	18	0.011	1.000

Tabella A.1: Risultati relativi alla serie corta

Classe	Estremi	Occorrenze	f	F
1	43535 s74747			
2	43535 s74747			
3	43535 s74747			
4	43535 s74747			
5	43535 s74747			
6	43535 s74747			
7	43535 s74747			
8	43535 s74747			
9	43535 s74747			
10	43535 s74747			

Tabella A.2: Risultati relativi alla serie lunga

Bibliografia

- [1] Yunus A. Cengel. *Termodinamica e trasmissione del calore*. McGraw-Hill.