



POLITECNICO
MILANO 1863

Relazione di laboratorio del corso di Sperimentazione nei Propulsori

AA 2023-2024

| Autore | Codice Persona | Matricola | Indirizzo Email |
|--------------|----------------|-----------|-----------------|
| Andrea Bassi | | | |

Professore: Giulio Angelo Guido Solero

Abstract

Questo documento raccoglie i report delle varie attività laboratoriali svolte nell'ambito del corso di Sperimentazione nei Propulsori. Per ciascuna attività è presentata una sintesi di richieste, metodi risolutivi e risultati criticamente valutati.

”παντα ρει”

Indice

| | |
|--|-----------|
| Abstract | 1 |
| Elenco delle tabelle | 3 |
| Elenco delle figure | 4 |
| Elenco dei simboli | 5 |
| 1 Misure di temperatura mediante termocoppia | 7 |
| 1.1 Risoluzione | 7 |
| 2 Stima dell'errore sistematico | 10 |
| 2.1 Risoluzione per serie corta | 12 |
| 2.2 Risoluzione per la serie lunga | 14 |
| 3 Perdite per irraggiamento | 17 |
| 4 Misura di portata mediante diaframma | 18 |
| 4.1 Presentazione del banco prova, dati e richieste | 18 |
| 4.2 Risoluzione | 19 |
| 5 Misura di C_D al banco prova | 22 |
| 5.1 Presentazione del banco prova, dati e richieste | 22 |
| A Risultati aggiuntivi dell'analisi statistica delle serie di dati | 23 |
| A.1 Classi, frequenze relative e frequenze cumulate normalizzate | 23 |
| Bibliografia | 25 |

Elenco delle tabelle

| | | |
|-----|--|----|
| 1.1 | Valori estremi di temperatura | 7 |
| 1.2 | Indici statistici delle due distribuzioni | 8 |
| 1.3 | Errore statistico delle due distribuzioni | 9 |
| 2.1 | Tabella di calibrazione statica | 10 |
| 2.2 | Risultati serie corta | 13 |
| 2.3 | Coefficienti della legge di calibrazione | 13 |
| 2.4 | Risultati serie lunga | 15 |
| 2.5 | Coefficienti della legge di calibrazione | 16 |
| 4.1 | Valori numerici delle quantità di Eq.(4.5) | 20 |
| A.1 | Risultati relativi alla serie corta | 23 |
| A.2 | Risultati relativi alla serie lunga | 24 |

Elenco delle figure

| | | |
|-----|--|----|
| 1.1 | Istogrammi delle due serie | 7 |
| 1.2 | Frequenze relative per entrambe le serie | 8 |
| 1.3 | Frequenze cumulate normalizzate per entrambe le serie | 9 |
| 2.1 | Serie di dati della tabella di calibrazione statica | 11 |
| 2.2 | Risultati del processo di ottimizzazione | 12 |
| 2.3 | Curva di calibrazione statica | 13 |
| 2.4 | Errore sistematico della soluzione ottimale per vari ordini di regressione | 14 |
| 2.5 | Confronto errori per la serie 950-1200 °C | 14 |
| 2.6 | Risultati del processo di ottimizzazione | 15 |
| 2.7 | Curva di calibrazione statica | 15 |
| 4.1 | Schema del banco prova | 18 |
| 4.2 | Schema del diaframma (Fonte: UNI EN ISO 5167-1 Figura 5) | 18 |

Elenco dei simboli

| Variabile | Descrizione | Unità |
|--------------------|---|-------------------|
| β | Rapporto dei diametri | — |
| C | Coefficiente di efflusso | — |
| D | Diametro interno del condotto a monte | m |
| d | Diametro dell'orifizio | m |
| ϵ_{STAT} | Errore statistico | °C |
| F | Frequenza cumulata normalizzata | — |
| f | Frequenza relativa | — |
| γ | Rapporto dei calori specifici | — |
| κ | Esponente isoentropico | — |
| L | Distanza relativa di una presa di pressione | — |
| μ | Viscosità dinamica | Pa s |
| N | Numero di campioni | — |
| ν | Gradi di libertà | — |
| p | Pressione statica del fluido | Pa |
| Re_D | Numero di Reynolds riferito a D | — |
| ρ | Densità | kg/m ³ |
| σ_T | Deviazione standard della temperatura | °C |
| $\sigma_{\bar{T}}$ | Deviazione standard della temperatura media | °C |
| SK | Coefficiente di skewness | — |
| T | Temperatura | °C |
| t_{95} | Parametro t per intervallo di confidenza al 95% | — |
| \bar{T} | Temperatura media | °C |
| $T_{MEDIANA}$ | Temperatura mediana | °C |

1 Misure di temperatura mediante termocoppia

Dati e richieste Vengono fornite due serie di misure di temperatura allo scarico di una camera di combustione, eseguite mediante termocoppia di tipo B. La prima è costituita da 1599 valori ("Serie corta"), la seconda da 9999 ("Serie lunga"). Entrambe le serie sono campionate con una frequenza di campionamento di 100 Hz e vengono fornite mediante file testuale (.txt).

Si chiede di svolgere l'analisi statistica dei dati.

1.1 Risoluzione

Si riportano i risultati emersi dall'elaborazione dei dati sperimentali. I calcoli sono stati svolti mediante il software *Matlab* e le funzioni built-in.

Suddivisione in classi e istogramma Entrambe le serie sono divise in 10 classi, di uguale ampiezza, costruite affinché non ci possa essere ambiguità nell'attribuzione dei valori: poiché le misure hanno 6 cifre decimali, gli estremi di classe sono definiti con 7 cifre decimali. L'estremo della prima classe viene scelto come il minimo valore di T a cui viene sottratto $0.5e-7$ °C. Analogamente, l'estremo superiore dell'ultima classe viene calcolato sommando la stessa quantità al massimo valore di T nella serie. I valori estremi delle due serie sono mostrati in Tab.1.1, riportati integralmente per mettere in evidenza il numero di cifre decimali.

| Serie | T_{MIN} [°C] | T_{MAX} [°C] |
|-------|----------------|----------------|
| Corta | 953.745910 | 1193.110960 |
| Lunga | 931.352290 | 1449.917970 |

Tabella 1.1: Valori estremi di temperatura

Gli istogrammi relativi alle due serie sono mostrati in Fig.1.1.

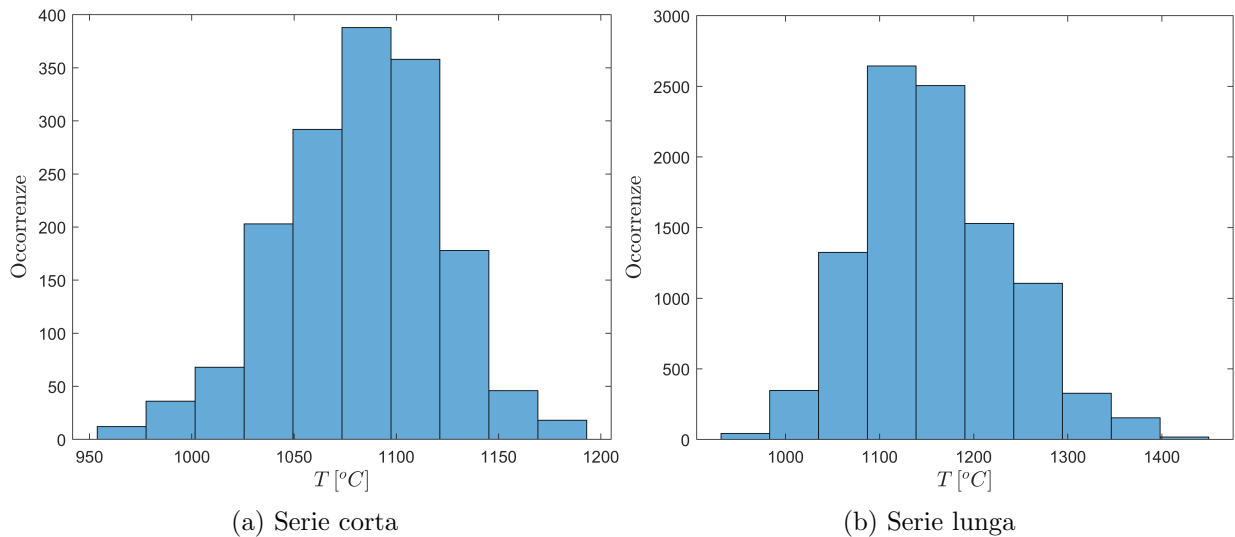


Figura 1.1: Istogrammi delle due serie



Figura 1.2: Frequenze relative per entrambe le serie

Si osserva come entrambe le distribuzioni di dati siano simili alla distribuzione gaussiana, mostrando tuttavia una evidente asimmetria. Quest'ultima è quantificabile dal coefficiente di skewness, riportato in Tab.1.2.

Calcolo delle frequenze relative e cumulate Successivamente vengono riportate delle rappresentazioni grafiche delle frequenze relative (f), in Fig.1.2, e delle frequenze cumulate normalizzate (F) delle varie classi, in Fig. 1.3. I risultati numerici sono riportati in Appendice A.

Calcolo degli indici statistici L'analisi statistica dei dati viene svolta mediante il calcolo degli indici statistici relativi alle due serie di dati. In particolare, si riportano media (\bar{T}) e mediana ($T_{MEDIANA}$) delle due serie, nonché deviazione standard (σ_T) e skewness (SK) delle distribuzioni. I risultati sono presentati in Tab.1.2.

| Indice | Serie corta | Serie lunga |
|--------------------|-------------|-------------|
| \bar{T} [°C] | 1082.8 | 1159.2 |
| $T_{MEDIANA}$ [°C] | 1085.7 | 1152.4 |
| σ_T [°C] | 39.147 | 77.841 |
| SK | -0.27 | 0.40 |

Tabella 1.2: Indici statistici delle due distribuzioni

Stima dell'errore statistico Lo studio statistico delle due serie di dati si conclude con la stima dell'errore statistico (ϵ_{STAT}). Risulta necessario calcolare la deviazione standard del valore medio



Figura 1.3: Frequenze cumulate normalizzate per entrambe le serie

di temperatura ($\sigma_{\bar{T}}$) secondo:

$$\sigma_{\bar{T}} = \frac{\sigma_T}{\sqrt{N}} \quad (1.1)$$

dove N è il numero di campioni di ciascuna serie. Infine, il valore di ϵ_{STAT} si ottiene con:

$$\epsilon_{STAT} = \sigma_{\bar{T}} t_{95\%} \quad (1.2)$$

dove t_{95} è ricavato dalla distribuzione t per un intervallo di confidenza al 95% (dove $\nu = N - 1$, dove 1 rappresenta il numero di gradi di libertà persi a seguito dell'introduzione di \bar{T}).

| Indice | Serie corta | Serie lunga |
|--------------------------------------|--------------|--------------|
| $t_{95\%}$ | 1.9614 | 1.9602 |
| ν | 1598 | 9998 |
| $\epsilon_{STAT} [^{\circ}\text{C}]$ | ± 1.9202 | ± 1.5259 |

Tabella 1.3: Errore statistico delle due distribuzioni

Da Tab.1.3 si nota come un numero elevato di campioni garantisca un errore statistico molto contenuto, che risulta minore di σ_T di un ordine di grandezza. Questo risultato deriva dalla presenza di \sqrt{N} in Eq.(1.1), il cui valore ammonta a ~ 40 per la prima serie, a ~ 100 per la seconda. Per quanto riguarda il valore di t_{95} , si osserva che tende al valore asintotico ($\nu \rightarrow \infty$) di 1.960 in entrambi i casi, quindi l'influenza di tale parametro sull'errore statistico è pari per le due serie.

2 Stima dell'errore sistematico

Dati e richieste Viene fornita la tabella di calibrazione statica di una termocoppia di tipo B, riportata in Tab. 2.1. Si chiede di ricavare la relazione temperatura misurata-tensione mediante analisi di regressione, di determinare l'errore associato a tale processo, nonché il grado di adattamento del modello ai dati sperimentali. Infine si richiede di determinare l'errore totale associato alle misure di temperatura delle due serie di Sez.1.

| Tensione [mV] | Temperatura [°C] |
|---------------|------------------|
| 0.786 | 400 |
| 1.791 | 600 |
| 2.431 | 700 |
| 2.784 | 750 |
| 3.158 | 800 |
| 3.551 | 850 |
| 3.963 | 900 |
| 4.395 | 950 |
| 4.844 | 1000 |
| 5.311 | 1050 |
| 5.793 | 1100 |
| 6.290 | 1150 |
| 6.800 | 1200 |
| 7.326 | 1250 |
| 7.866 | 1300 |
| 8.418 | 1350 |
| 8.979 | 1400 |
| 9.549 | 1450 |
| 10.124 | 1500 |
| 10.704 | 1550 |
| 11.286 | 1600 |

Tabella 2.1: Tabella di calibrazione statica

Introduzione alla risoluzione Dalla rappresentazione di Fig.2.1 si nota che i dati sono caratterizzati da un andamento non lineare sull'intero campo di misura, mentre a partire da circa 6 mV si ha un andamento quasi lineare. Di conseguenza, l'adozione di una legge di regressione non lineare appare ottimale per fornire un errore ridotto. Tuttavia la scelta del campo di misura è impattata

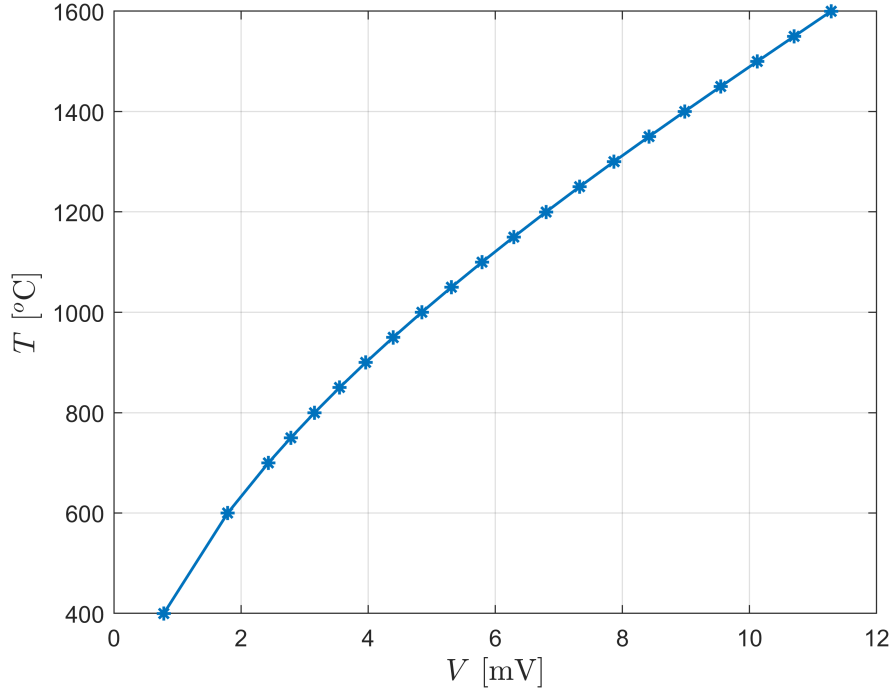


Figura 2.1: Serie di dati della tabella di calibrazione statica

da altri fattori, pertanto è opportuno delineare una strategia risolutiva che valuti più aspetti al fine di trovare la migliore soluzione.

Si consideri la quantità σ_ε , ossia l'errore di regressione, definita come:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \tilde{y}_i)^2}{N - G} \quad (2.1)$$

dove:

- y_i è l'i-esimo valore misurato di T ;
- \tilde{y}_i indica la stima di T ottenuta a ogni valore di tensione mediante la legge di regressione;
- N indica il numero di coppie di dati usati per determinare i coefficienti di regressione.
- G indica il numero di coefficienti di regressione (vale $G = O + 1$, dove con O si indica l'ordine del modello di regressione).

Utilizzare un numero elevato di punti permette di ridurre questo errore (aumento di N), così come un modello di ordine superiore (G maggiore) riduce la somma degli scarti quadratici (numeratore della frazione), ma a parità di N provoca la riduzione del denominatore con conseguente aumento dell'errore.

Si evidenzia anche che il calcolo dell'errore sistematico (ϵ_{SIST}) prevede di moltiplicare σ_ε per la t_{95} relativa al numero di gradi di libertà ν , ottenibile mediante $\nu = N - G$ (il numero di gradi di libertà persi è pari al numero di coefficienti di regressione). A seguito di questa operazione si nota che la scelta di un numero limitato di punti per la regressione (N basso), associata a un modello di ordine alto, porta a ν molto bassi che comportano un significativo aumento di ϵ_{SIST} .

Queste osservazioni motivano uno studio di ottimizzazione, con lo scopo di trovare l'ordine e il numero di coppie di dati di calibrazione che minimizzano globalmente l'errore sistematico. Poiché le due serie di dati presentano estremi differenti, lo studio viene proposto separatamente per entrambe.

2.1 Risoluzione per serie corta

Si presenta lo studio di ottimo per la prima serie di dati, svolto con le stesse modalità anche per la seconda. Il punto di partenza sono gli estremi della serie di dati, ossia la minima e massima T misurata, che assumono rispettivamente il valore di 953 °C e di 1193 °C. Da Tab.2.1 si ricava che il minimo intervallo di dati su cui svolgere la regressione va da 950 °C a 1200 °C. A ogni iterazione questo secondo intervallo viene ampliato di un valore a sinistra dell'estremo inferiore e a destra dell'estremo superiore. Il più ampio intervallo possibile va da 400 °C a 1550 °C.

Per ogni intervallo di dati di calibrazione sono determinati i coefficienti di regressione dal primo al quarto ordine (mediante funzione *polyfit* di Matlab), poi vengono calcolate le stime \tilde{y}_i per tutti gli ordini; successivamente si calcolano i σ_ϵ e, infine, i valori di ϵ_{SIST} . Per ogni iterazione viene selezionato l'ordine del polinomio interpolante che garantisce il minimo ϵ_{SIST} ; dopo aver ripetuto l'analisi per tutti gli intervalli si individua il miglior errore sistematico globale.

L'analisi si conclude con l'indicazione del valore di R^2 , che rappresenta il grado di adattamento del modello ai dati sperimentali; segue la stima dell'errore totale (ϵ_{TOT}) del processo di misura, ottenuta mediante:

$$\epsilon_{TOT} = \sqrt{\epsilon_{STAT}^2 + \epsilon_{SIST}^2} \quad (2.2)$$

Lo svolgimento del processo porta a determinare i seguenti errori sistematici, rappresentati in Fig.2.2: tra di essi viene indicato il minimo errore globale.

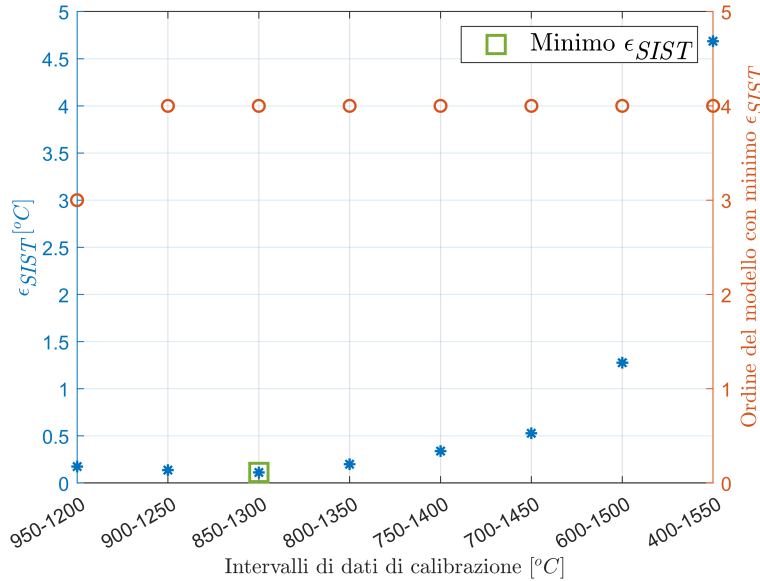


Figura 2.2: Risultati del processo di ottimizzazione

In Tab.2.2 si riportano i risultati associati alla migliore soluzione; segue la rappresentazione della legge di calibrazione del quarto ordine (Fig.2.3) e i coefficienti (Tab.2.3). La legge è nella forma:

$$y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \quad (2.3)$$

| Risultato | Valore |
|-------------------------------|-------------|
| ϵ_{SIST} | 0.1134 °C |
| ϵ_{SIST} come % F.S. | 0.0087 % |
| Ordine | 4 |
| Intervallo | 850-1300 °C |
| R^2 | ~ 1 |
| ϵ_{STAT} serie | 1.9202 °C |
| ϵ_{TOT} | 1.9236 °C |

Tabella 2.2: Risultati serie corta

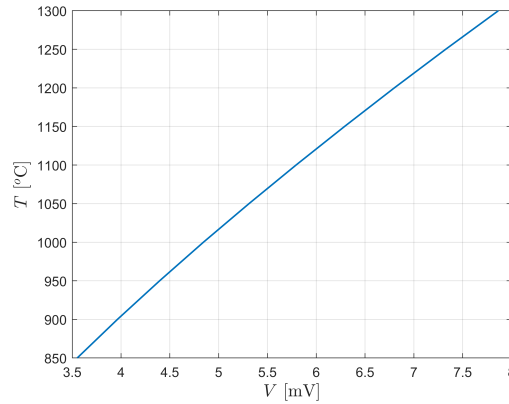


Figura 2.3: Curva di calibrazione statica

| Coefficiente | Valore |
|--------------|----------|
| a | -0.0715 |
| b | 1.9853 |
| c | -23.2057 |
| d | 226.6665 |
| e | 260.2018 |

Tabella 2.3: Coefficienti della legge di calibrazione

Da questi risultati si osserva che l'errore sistematico è molto ridotto grazie all'adozione di un modello di ordine elevato. Si sottolinea, inoltre, come l'adozione di un campo di dati di calibrazione più ampio sia deleterio per l'errore sistematico anche con modelli di ordine elevato a causa dell'aumento dell'errore di interpolazione.

Infine, si riporta una rappresentazione (Fig.2.4) dell'errore sistematico per i vari ordini di modello usando l'intervallo ottimale di dati di calibrazione. Questa rappresentazione è particolarmente

significativa in quanto si riscontra che, nonostante il lieve incremento del valore di t_{95} , la soluzione migliore resta quella del quarto ordine.

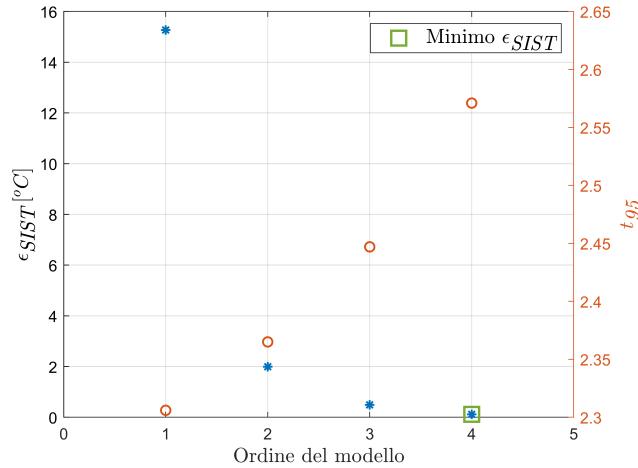


Figura 2.4: Errore sistematico della soluzione ottimale per vari ordini di regressione

Questo effetto è determinante nella penalizzazione della soluzione con intervallo 950-1200 °C, il cui errore di regressione è molto basso, ma viene moltiplicato per t_{95} elevato, con un risultato molto deleterio sull'errore sistematico.

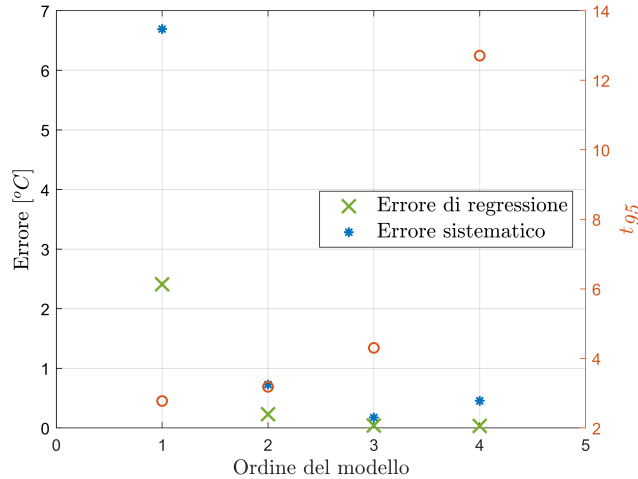


Figura 2.5: Confronto errori per la serie 950-1200 °C

2.2 Risoluzione per la serie lunga

Si impiega una strategia analoga per caratterizzare la serie lunga. Quest'ultima presenta una limitata possibilità di ottimizzazione in quanto l'intervallo di temperatura da misurare è da 931 °C a 1449 °C: questi valori comportano l'utilizzo di gran parte della tabella di calibrazione statica. Poiché l'analisi svolta è analoga alla precedente, vengono riportati soltanto i risultati. Si osserva che l'errore sistematico è ridotto e ha un impatto limitato sull'errore totale; inoltre, la legge di regressione che fornisce il miglior risultato è ancora quella del quarto ordine.

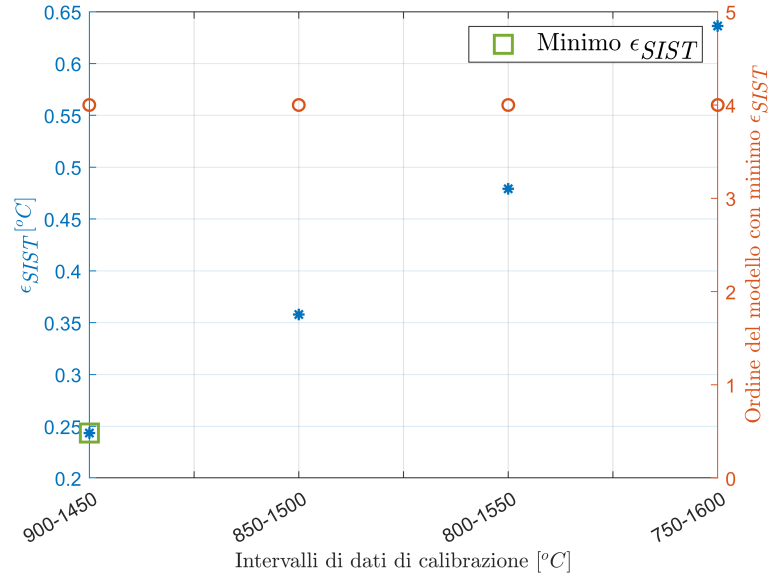


Figura 2.6: Risultati del processo di ottimizzazione

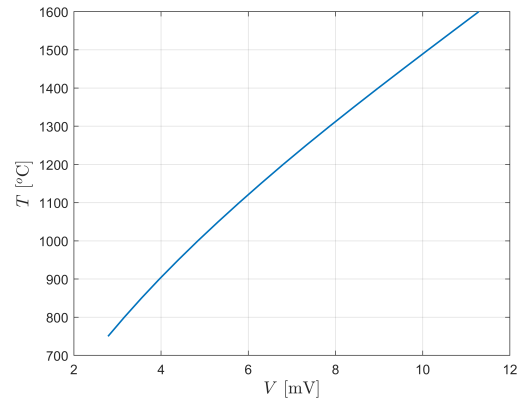


Figura 2.7: Curva di calibrazione statica

| Risultato | Valore |
|-------------------------------|-------------|
| ϵ_{SIST} | 0.2436 °C |
| ϵ_{SIST} come % F.S. | 0.017 % |
| Ordine | 4 |
| Intervallo | 900-1450 °C |
| R^2 | ~ 1 |
| ϵ_{STAT} serie | 1.5259 °C |
| ϵ_{TOT} | 1.5452 °C |

Tabella 2.4: Risultati serie lunga

| Coefficiente | Valore |
|--------------|----------|
| a | -0.0120 |
| b | 0.5696 |
| c | -10.8105 |
| d | 179.4108 |
| e | 326.3550 |

Tabella 2.5: Coefficienti della legge di calibrazione

3 Perdite per irraggiamento

4 Misura di portata mediante diaframma

4.1 Presentazione del banco prova, dati e richieste

Viene assegnato un banco prova per misure di portata mediante diaframma normalizzato, rappresentato schematicamente in Fig.4.1.

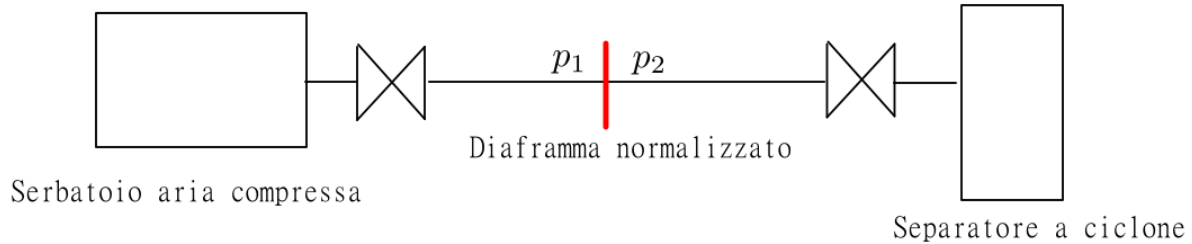


Figura 4.1: Schema del banco prova

In particolare, il separatore a ciclone opera nelle seguenti condizioni nominali:

- fluido di lavoro (fase gas): aria;
- portata di aria nelle condizioni operative nominali: $96 \text{ Nm}^3/\text{h}$;
- pressione di lavoro: 4 bar;
- temperatura di lavoro (ambiente): 300 K.

Al fine di misurare la portata d'aria si sceglie di utilizzare un diaframma normalizzato conforme alla Norma UNI EN ISO 5167-1, rappresentato in Fig.4.2 e con le seguenti caratteristiche:

- $D = 42 \text{ mm}$;
- $d = 9.94 \text{ mm}$;
- Prese di pressione sulle flange.

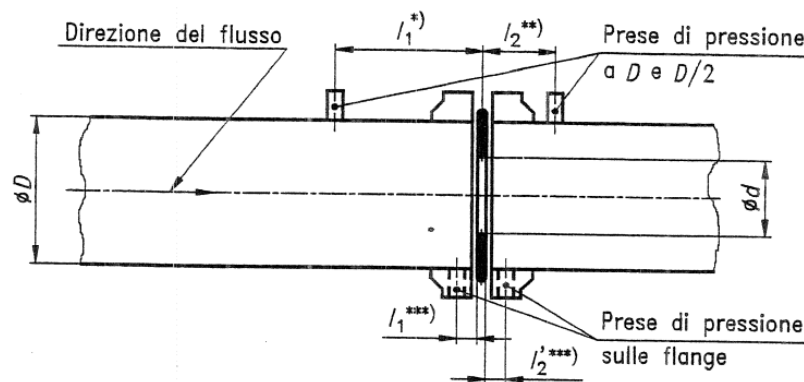


Figura 4.2: Schema del diaframma (Fonte: UNI EN ISO 5167-1 Figura 5)

Richieste Si chiede di valutare la pressione minima di esercizio nel serbatoio di alimentazione e di indicare il trasduttore di pressione differenziale da usare sul banco prova per la misura di portata.

4.2 Risoluzione

Facendo riferimento a Fig.4.1, si denotino con p_1 e p_2 le pressioni (in Pa) a monte e a valle del diaframma. Si indichi con T la temperatura di esercizio (in K).

Ipotesi risolutive

- Le perdite di carico lungo il condotto e nelle valvole sono trascurate per mancanza di informazioni sull'impianto: di conseguenza p_1 è la pressione incognita del serbatoio di alimentazione, p_2 è la pressione operativa del separatore a ciclone.
- L'aria viene considerata come un gas perfetto, per cui $\gamma = \kappa = 1.4$, come indicato dalla Norma.
- Tutti i requisiti della Norma sono soddisfatti (Es. scabrosità del condotto, deformazione del diaframma, configurazione dello strumento).

Riassunto dei dati e conversioni Si riporta un riassunto sintetico dei dati del problema, convertiti in unità del Sistema Internazionale dove necessario.

| Dato | Valore |
|----------|-----------------------|
| D | 4.2e-2 m |
| d | 9.94e-3 m |
| p_2 | 4.053e5 Pa |
| T_2 | 300 K |
| γ | 1.4 |
| q_{vN} | 96 Nm ³ /h |
| q_m | 0.0344 kg/s |

Al fine di convertire la portata volumetrica normalizzata in una portata massica si adotta la seguente espressione:

$$q_m = q_{vN} \rho_N / 3600 \quad (4.1)$$

con $\rho_N = 1.293 \text{ kg/m}^3$ la densità dell'aria a 273.15 K e 101325 Pa.

Svolgimento La Norma fornisce una serie di equazioni da utilizzare per la misura di portata massica, al cui interno sono definite delle quantità calcolate secondo la Norma stessa. Le equazioni risolventi del problema sono le seguenti:

$$q_m = \frac{C}{\sqrt{1 - \beta^4}} \epsilon_2 \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{2 \Delta p \rho_2} \quad (4.2)$$

$$\epsilon_1 = 1 - (0.41 + 0.35 \beta^4) \frac{\Delta p}{\kappa p_1} \quad (4.3)$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_1 \sqrt{1 + \frac{\Delta p}{p_2}} \quad (4.4)$$

Le quantità qui presenti, il cui valore calcolato è riportato in Tab.4.1, sono definite come:

- $\Delta p = p_1 - p_2$;
- C ottenuto mediante Eq.(4.5);
- $\beta = d/D$;
- $\rho_2 = p_2/(RT_2)$, entrambe note, con $R = 287 \text{ J/(kgK)}$ per l'aria secca;
- $\kappa = \gamma = 1.4$.

C viene calcolato con la seguente espressione:

$$C = 0.5959 + 0.0312\beta^{2.1} - 0.1840\beta^8 + 0.0029\beta^{2.5}(10^6/Re_D)^{0.75} + 0.0390L_1\beta^4(1 - \beta^4)^{-1} - 0.0337L'_2\beta^3 \quad (4.5)$$

dove:

- le quantità L sono calcolate in base alla Norma (per prese di pressione sulle flange vale $L_1 = L'_2 = 25.4/D$, con D in mm);
- il coefficiente di $L_1\beta^4(1 - \beta^4)^{-1}$ è modificato in quanto $D \leq 58.62 \text{ mm}$;
- $Re_D = 4q_m/(\pi\mu D)$;
- μ a 300 K ottenuta mediante interpolazione dei dati tabulati da Ref.[1].

| Quantità | Valore |
|-------------|--------------------------|
| C | 0.5979 |
| β | 0.2367 |
| ρ_2 | 4.7073 kg/m ³ |
| L_1, L'_2 | 0.6048 |
| Re_D | 5.362e+4 |
| μ | 1.945e-5 Pa·s |

Tabella 4.1: Valori numerici delle quantità di Eq.(4.5)

Lo scopo dello svolgimento è determinare p_1 : a questo fine è possibile riscrivere le Eq.(4.2), (4.3) e (4.4) in funzione di p_1 , unica incognita del problema. Il risultato è:

$$q_m - C_2(1 - C_1 + C_1 \frac{p_2}{p_1}) \sqrt{p_1^2 - p_1 p_2} \quad (4.6)$$

dove C_1, C_2 sono costanti ottenute rielaborando le equazioni e che assumono le seguenti espressioni:

$$C_1 = \frac{0.41 + 0.35\beta^4}{\gamma} \quad (4.7)$$

$$C_2 = \frac{C}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{\frac{2\rho_2}{p_2}} \quad (4.8)$$

Definendo Eq.(4.6) come $\varepsilon(p_1)$, è possibile utilizzare il metodo di Newton-Raphson (implementato in *fzero* di Matlab) per trovare il valore di p_1 rende valida l'equazione $\varepsilon(p_1) = 0$. Sono utilizzate le tolleranze standard di Matlab. La condizione iniziale è $p_1 = 5e5$. Si osserva che il dominio della soluzione prevede $p_1 \geq p_2 \vee p_1 > 0$. Questo è coerente con la fisica del problema, che prevede una perdita di carico in corrispondenza del diaframma.

Risultati La risoluzione del problema numerico porta a determinare un valore di p_1 pari a 460340 Pa, mentre il valore di Δp a cavallo del diaframma ammonta a 55039 Pa.

Affinchè Eq.(4.3) sia valida è necessario che $p_2/p_1 \geq 0.75$: calcolando questo rapporto con la soluzione ottenuta si ottiene circa 0.87, quindi la condizione richiesta è verificata.

Per misurare la pressione a cavallo del diaframma è possibile utilizzare un manometro differenziale per gas. Una possibile scelta è il manometro differenziale digitale *RS PRO RS DT*, con campo di misura da -2 bar a 2 bar.

5 Misura di C_D al banco prova

5.1 Presentazione del banco prova, dati e richieste

Viene realizzato un banco prova per misure di temperatura mediante termocoppia. Tale banco è alimentato da gas naturale, che passa per un misuratore di portata a galleggiante, raggiunge una camera di stanca dove se ne misura la temperatura, poi viene accelerato da un ugello in un eiettore, che fornisce la portata d'aria per permettere la combustione. Un misuratore di pressione differenziale è inserito tra camera di stanca e ambiente esterno. Infine la miscela è combusta in un bruciatore.

Si richiede di misurare il coefficiente di efflusso (C_D) dell'ugello utilizzando le misure a disposizione, di studiare l'andamento rispetto alla portata reale e al variare della pressione differenziale; infine, studiare l'andamento al variare di Ma e Re .

Gli strumenti di misura a disposizione sono i seguenti:

- Misuratore di portata a galleggiante con scala graduata in Nl/min (condizioni normali $T_N = 273 \text{ K}$, $P_N = 1 \text{ atm}$);
- Barometro differenziale digitale in mbar ;
- Termometro digitale in $^\circ\text{C}$.

Il diametro dell'ugello (D_U) è pari a 2.7 mm . La pressione ambiente (P_{AMB}) ammonta a 100600 Pa .

La procedura per definire C_D parte dalla definizione del coefficiente di efflusso:

$$C_D = \frac{\dot{m}_{REALE}}{\dot{m}_{TEORICA}} \quad (5.1)$$

dove $\dot{m}_{REALE} = q_M$, mentre $\dot{m}_{TEORICA}$ viene ottenuta mediante alcune assunzioni.

Per quanto riguarda q_m , essa è ottenuta dalla portata misurata mediante galleggiante usando $q_M = q_{MNP_N}$.

Per il calcolo di $\dot{m}_{TEORICA}$ è possibile utilizzare il teorema di Bernoulli e determinare $V_{TEORICA}$ mediante:

$$V_{TEORICA} = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (5.2)$$

per poi trovare $\dot{m}_{TEORICA}$ mediante:

$$\dot{m}_{TEORICA} = \rho V_{TEORICA} A \quad (5.3)$$

5.2 Ipotesi

Lo svolgimento della misura richiede l'assunzione di alcune ipotesi, alcune delle quali sono poi verificate a seguito della misura stessa.

- Assunzione di profilo di velocità uniforme nella sezione di efflusso.
- Effetti di viscosità trascurabili e flusso incompribile (per la validità del teorema di Bernoulli).
- Gas naturale considerabile come puro metano, nonché come gas perfetto.

A Risultati aggiuntivi dell'analisi statistica delle serie di dati

A.1 Classi, frequenze relative e frequenze cumulate normalizzate

| Classe | Estremi | Occorrenze | f | F |
|--------|--------------------------------|------------|-------|-------|
| 1 | 953.74590995 977.68241496 | 12 | 0.007 | 0.007 |
| 2 | 977.68241496 1001.61891997 | 36 | 0.023 | 0.030 |
| 3 | 1001.61891997 1025.55542498 | 68 | 0.043 | 0.073 |
| 4 | 1025.55542498 1049.49192999 | 203 | 0.127 | 0.199 |
| 5 | 1049.49192999 1073.42843500 | 292 | 0.183 | 0.382 |
| 6 | 1073.42843500 1097.36494001 | 388 | 0.243 | 0.625 |
| 7 | 1097.36494001 1121.30144502 | 358 | 0.224 | 0.849 |
| 8 | 1121.30144502 1145.23795003 | 178 | 0.111 | 0.960 |
| 9 | 1145.23795003 1169.17445504 | 46 | 0.029 | 0.989 |
| 10 | 1169.17445504 1193.11096005 | 18 | 0.011 | 1.000 |

Tabella A.1: Risultati relativi alla serie corta

| Classe | Estremi | Occorrenze | f | F |
|--------|--------------------------------|------------|--------|--------|
| 1 | 931.352289950 983.208857960 | 43 | 0.0043 | 0.0043 |
| 2 | 983.208857960 1035.06542597 | 347 | 0.0347 | 0.0390 |
| 3 | 1035.06542597 1086.92199398 | 1325 | 0.1325 | 0.1715 |
| 4 | 1086.92199398 1138.77856199 | 2645 | 0.2645 | 0.4360 |
| 5 | 1138.77856199 1190.63513000 | 2505 | 0.2505 | 0.6866 |
| 6 | 1190.63513000 1242.49169801 | 1530 | 0.1530 | 0.8396 |
| 7 | 1242.49169801 1294.34826602 | 1106 | 0.1106 | 0.9502 |
| 8 | 1294.34826602 1346.20483403 | 328 | 0.0328 | 0.9830 |
| 9 | 1346.20483403 1398.06140204 | 153 | 0.0153 | 0.9983 |
| 10 | 1398.06140204 1449.91797005 | 17 | 0.0017 | 1.0000 |

Tabella A.2: Risultati relativi alla serie lunga

““

Bibliografia

- [1] Yunus A. Cengel. *Termodinamica e trasmissione del calore*. McGraw-Hill.