



POLITECNICO
MILANO 1863

Relazione di laboratorio del corso di Sperimentazione nei Propulsori

AA 2023-2024

| Autore | Codice Persona | Matricola | Indirizzo Email |
|--------------|----------------|-----------|-----------------|
| Andrea Bassi | | | |

Professore: Giulio Angelo Guido Solero

Abstract

Questo documento raccoglie i report delle varie attività laboratoriali svolte nell'ambito del corso di Sperimentazione nei Propulsori. Per ciascuna attività è presentata una sintesi di richieste, metodi risolutivi e risultati criticamente valutati.

Indice

| | |
|--|-----------|
| Abstract | 1 |
| Elenco delle tabelle | 3 |
| Elenco delle figure | 4 |
| Elenco dei simboli | 5 |
| 1 Misure di temperatura mediante termocoppia | 7 |
| 1.1 Risoluzione e analisi statistica | 7 |
| 2 Individuazione legge calibrazione statica e stima dell'errore sistematico | 12 |
| 2.1 Risoluzione per la serie corta | 14 |
| 2.2 Risoluzione per la serie lunga | 16 |
| 3 Stima dell'errore di quantizzazione e totale | 19 |
| 4 Perdite per irraggiamento della misura di temperatura | 22 |
| 4.1 Introduzione, dati e richieste | 22 |
| 4.2 Risoluzione | 23 |
| 5 Misura di portata mediante diaframma | 28 |
| 5.1 Presentazione del banco prova, dati e richieste | 28 |
| 5.2 Risoluzione | 29 |
| 6 Misura di C_D al banco prova | 32 |
| 6.1 Presentazione del banco prova, dati e richieste | 32 |
| 6.2 Presentazione dei valori misurati | 33 |
| 6.3 Dipendenza da Reynolds e Mach | 36 |
| A Risultati aggiuntivi dell'analisi statistica delle serie di dati | 38 |
| A.1 Classi, frequenze relative e frequenze cumulate normalizzate | 38 |

Elenco delle tabelle

| | | |
|-----|--|----|
| 1.1 | Valori estremi di temperatura | 7 |
| 1.2 | Indici statistici delle due distribuzioni | 8 |
| 1.3 | Errore statistico delle due distribuzioni | 9 |
| 2.1 | Tabella di calibrazione statica | 12 |
| 2.2 | Risultati serie corta | 15 |
| 2.3 | Coefficienti della legge di calibrazione | 15 |
| 2.4 | Risultati serie lunga | 17 |
| 2.5 | Coefficienti della legge di calibrazione | 18 |
| 3.1 | Valori significativi e risultati | 20 |
| 3.2 | Errore totale legato alle due misure | 20 |
| 3.3 | Risultati della procedura alternativa | 21 |
| 4.1 | Dati del problema | 23 |
| 4.2 | Calcoli per la serie corta | 24 |
| 4.3 | Risultati per la serie corta | 24 |
| 4.4 | Risultati per la serie lunga | 24 |
| 4.5 | Risultati per la serie corta | 25 |
| 4.6 | Risultati per la serie lunga | 25 |
| 4.7 | Valori di h nei 4 casi | 25 |
| 4.8 | Indici della correlazione per vari Re | 26 |
| 5.1 | Valori numerici delle quantità di Eq.(5.5) | 30 |
| 6.1 | Grandezze misurate e conversioni | 33 |
| 6.2 | Calcoli intermedi | 34 |
| 6.3 | Valori di C_D per ciascuna misura | 34 |
| A.1 | Risultati relativi alla serie corta | 38 |
| A.2 | Risultati relativi alla serie lunga | 39 |

Elenco delle figure

| | | |
|-----|--|----|
| 1.1 | Istogrammi delle due serie | 7 |
| 1.2 | Frequenze relative per entrambe le serie | 8 |
| 1.3 | Frequenze cumulate normalizzate per entrambe le serie | 9 |
| 1.4 | Evoluzione temporale dei due segnali | 10 |
| 1.5 | Autospettro (one-sided) dei due segnali | 11 |
| 2.1 | Serie di dati della tabella di calibrazione statica | 13 |
| 2.2 | Risultati del processo di ottimizzazione | 14 |
| 2.3 | Curva di calibrazione statica | 15 |
| 2.4 | Errore sistematico della soluzione ottimale per vari ordini di regressione | 16 |
| 2.5 | Confronto errori per la serie 950-1200 °C | 16 |
| 2.6 | Risultati del processo di ottimizzazione | 17 |
| 2.7 | Curva di calibrazione statica | 17 |
| 3.1 | Confronto tra gradiente e legge di calibrazione | 21 |
| 4.1 | Variazione di ε | 26 |
| 4.2 | Variazione di V_G | 27 |
| 5.1 | Schema del banco prova | 28 |
| 5.2 | Schema del diaframma (Fonte: UNI EN ISO 5167-1 Figura 5) | 28 |
| 5.3 | Scheda tecnica del manometro | 31 |
| 6.1 | Dipendenza di C_D da q_M | 35 |
| 6.2 | Dipendenza di C_D da Δp | 35 |
| 6.3 | Dipendenza di C_D da T | 35 |
| 6.4 | Dipendenza di C_D da Re | 36 |
| 6.5 | Dipendenza di C_D da Ma | 37 |

Elenco dei simboli

| Variabile | Descrizione | Unità |
|--------------------|---|------------------|
| β | Rapporto dei diametri | — |
| C | Coefficiente di efflusso | — |
| C_D | Coefficiente di efflusso | — |
| D | Diametro interno del condotto a monte | m |
| d | Diametro dell'orificio | m |
| D_T | Diametro della termocoppia | m |
| D_U | Diametro dell'ugello | m |
| ε | Emissività della termocoppia | — |
| ϵ_{QUANT} | Errore di quantizzazione | °C |
| ϵ_{SIST} | Errore sistematico dello strumento | °C |
| ϵ_{STAT} | Errore statistico della serie | °C |
| ϵ_{TOT} | Errore totale della misura | °C |
| ϵ_{STAT} | Errore statistico | °C |
| F | Frequenza cumulata normalizzata | — |
| f | Frequenza relativa | — |
| γ | Rapporto dei calori specifici | — |
| h | Coefficiente di scambio termico convettivo | W/m ² |
| k | Conducibilità termica | W/(mK) |
| κ | Esponente isoentropico | — |
| L | Distanza relativa di una presa di pressione | — |
| Ma | Numero di Mach | — |
| \dot{m} | Portata massica | kg/s |
| μ | Viscosità dinamica | Pa s |
| N | Numero di campioni | — |
| n_{bit} | Numero di bit | — |
| ν | Gradi di libertà | — |
| p | Pressione statica del fluido | Pa |
| P_{AMB} | Pressione ambiente | Pa |
| Pr | Numero di Prandtl | — |
| R | Costante dei gas perfetti | J/(kgK) |
| Re | Numero di Reynolds | — |

| Variabile | Descrizione | Unità |
|----------------------|---|------------------------------------|
| Re_D | Numero di Reynolds riferito a D | — |
| ρ | Densità | kg/m ³ |
| R^2 | Indice R ² | — |
| σ | Costante di Stefan-Boltzmann | W/(m ² K ⁴) |
| σ_ε | Errore di regressione | °C |
| σ_T | Deviazione standard della temperatura | °C |
| $\sigma_{\bar{T}}$ | Deviazione standard della temperatura media | °C |
| SK | Coefficiente di skewness | — |
| T | Temperatura | °C |
| t_{95} | Parametro t per intervallo di confidenza al 95% | — |
| T_A | Temperatura ambiente | K |
| V | Tensione | V |
| T_F | Temperatura di film | K |
| T_G | Temperatura del giunto caldo | K |
| T_{GAS} | Temperatura del gas | K |
| \bar{T} | Temperatura media | °C |
| $T_{MEDIANA}$ | Temperatura mediana | °C |
| V | Velocità del flusso | m/s |
| V_G | Velocità del gas caldo | m/s |

1 Misure di temperatura mediante termocoppia

Dati e richieste Vengono fornite due serie di misure di temperatura allo scarico di una camera di combustione, eseguite mediante termocoppia di tipo B. La prima è costituita da 1599 valori ("Serie corta"), la seconda da 9999 ("Serie lunga"). Entrambe le serie sono campionate con una frequenza di campionamento di 100 Hz e vengono fornite mediante file testuale (.txt).

Si chiede di svolgere l'analisi statistica dei dati.

1.1 Risoluzione e analisi statistica

Si riportano i risultati emersi dall'elaborazione dei dati sperimentali. I calcoli sono stati svolti mediante il software *Matlab* e le funzioni built-in.

Suddivisione in classi e istogramma Entrambe le serie sono divise in 10 classi, di uguale ampiezza, costruite affinché non ci possa essere ambiguità nell'attribuzione dei valori: poiché le misure hanno 6 cifre decimali, gli estremi di classe sono definiti con 7 cifre decimali. L'estremo della prima classe viene scelto come il minimo valore di T a cui viene sottratto $0.5e-7$ °C. Analogamente, l'estremo superiore dell'ultima classe viene calcolato sommando la stessa quantità al massimo valore di T nella serie. I valori estremi delle due serie sono mostrati in Tab.1.1, riportati integralmente per mettere in evidenza il numero di cifre decimali.

| Serie | T_{MIN} [°C] | T_{MAX} [°C] |
|-------|----------------|----------------|
| Corta | 953.745910 | 1193.110960 |
| Lunga | 931.352290 | 1449.917970 |

Tabella 1.1: Valori estremi di temperatura

Gli istogrammi relativi alle due serie sono mostrati in Fig.1.1.

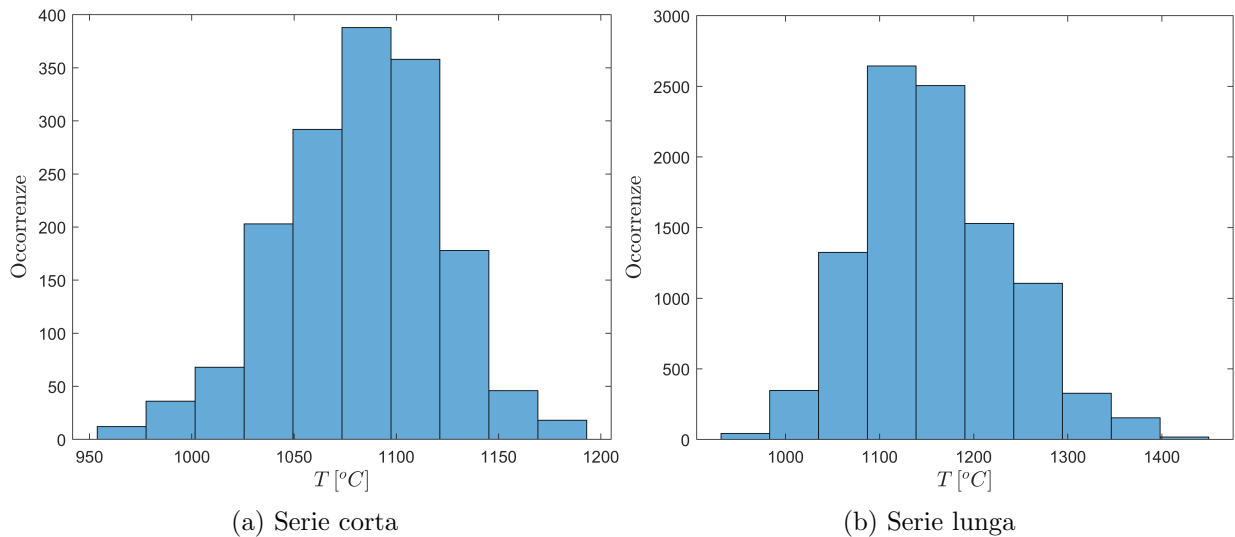


Figura 1.1: Istogrammi delle due serie



Figura 1.2: Frequenze relative per entrambe le serie

Si osserva come entrambe le distribuzioni di dati siano simili alla distribuzione gaussiana, mostrando tuttavia una evidente asimmetria. Quest'ultima è quantificabile dal coefficiente di skewness, riportato in Tab.1.2.

Calcolo delle frequenze relative e cumulate Successivamente vengono riportate delle rappresentazioni grafiche delle frequenze relative (f), in Fig.1.2, e delle frequenze cumulate normalizzate (F) delle varie classi, in Fig. 1.3. I risultati numerici sono riportati in Appendice A.

Calcolo degli indici statistici L'analisi statistica dei dati viene svolta mediante il calcolo degli indici statistici relativi alle due serie di dati. In particolare, si riportano media (\bar{T}) e mediana ($T_{MEDIANA}$) delle due serie, nonché deviazione standard (σ_T) e skewness (SK) delle distribuzioni. I risultati sono presentati in Tab.1.2.

| Indice | Serie corta | Serie lunga |
|--------------------|-------------|-------------|
| \bar{T} [°C] | 1082.8 | 1159.2 |
| $T_{MEDIANA}$ [°C] | 1085.7 | 1152.4 |
| σ_T [°C] | 39.147 | 77.841 |
| SK | -0.27 | 0.40 |

Tabella 1.2: Indici statistici delle due distribuzioni

Stima dell'errore statistico Lo studio statistico delle due serie di dati si conclude con la stima dell'errore statistico (ϵ_{STAT}). Risulta necessario calcolare la deviazione standard del valore medio



Figura 1.3: Frequenze cumulate normalizzate per entrambe le serie

di temperatura ($\sigma_{\bar{T}}$) secondo:

$$\sigma_{\bar{T}} = \frac{\sigma_T}{\sqrt{N}} \quad (1.1)$$

dove N è il numero di campioni di ciascuna serie. Infine, il valore di ϵ_{STAT} si ottiene con:

$$\epsilon_{STAT} = \sigma_{\bar{T}} t_{95\%} \quad (1.2)$$

dove t_{95} è ricavato dalla distribuzione t per un intervallo di confidenza al 95% (dove $\nu = N - 1$, dove 1 rappresenta il numero di gradi di libertà persi a seguito dell'introduzione di \bar{T}).

| Indice | Serie corta | Serie lunga |
|--------------------------------------|--------------|--------------|
| $t_{95\%}$ | 1.9614 | 1.9602 |
| ν | 1598 | 9998 |
| $\epsilon_{STAT} [^{\circ}\text{C}]$ | ± 1.9202 | ± 1.5259 |

Tabella 1.3: Errore statistico delle due distribuzioni

Da Tab.1.3 si nota come un numero elevato di campioni garantisca un errore statistico molto contenuto, che risulta minore di σ_T di un ordine di grandezza. Questo risultato deriva dalla presenza di \sqrt{N} in Eq.(1.1), il cui valore ammonta a ~ 40 per la prima serie, a ~ 100 per la seconda. Per quanto riguarda il valore di t_{95} , si osserva che tende al valore asintotico ($\nu \rightarrow \infty$) di 1.960 in entrambi i casi, quindi l'influenza di tale parametro sull'errore statistico è pari per le due serie.

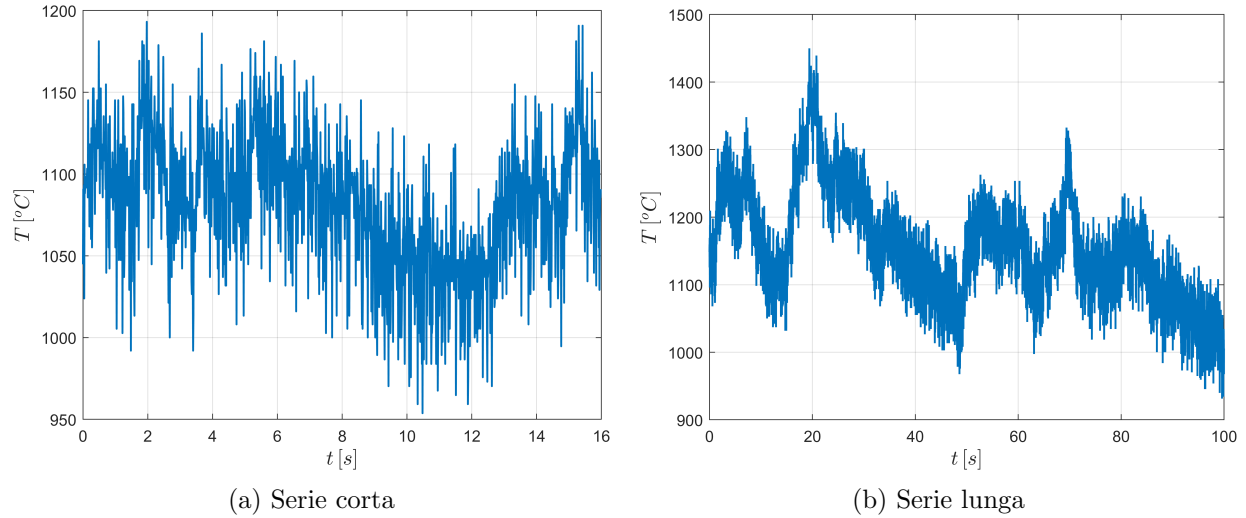


Figura 1.4: Evoluzione temporale dei due segnali

Ulteriori analisi sui dati Si riportano i risultati di una analisi dell'autospettro del segnale di temperatura misurato. L'evoluzione temporale delle due serie di misure (Fig.1.4) suggerisce che ci possa essere una dinamica che influenza l'andamento della temperatura in maniera macroscopica.

Viene quindi calcolato l'autospettro mediante il metodo di Welch, con il segnale che viene diviso in 10 intervalli, ciascuno dei quali passato attraverso una finestra di Hamming, con overlap al 50 %. Il risultato (Fig.1.5) mostra che il segnale contiene perlopiù componenti in frequenza di entità costante, come è atteso da un segnale costante nel tempo affetto da rumore assimilabile a rumore bianco. Tuttavia compare un picco a bassa frequenza, che suggerisce la presenza di una dinamica lenta del segnale. Risulta possibile che sia presente un drift della temperatura.

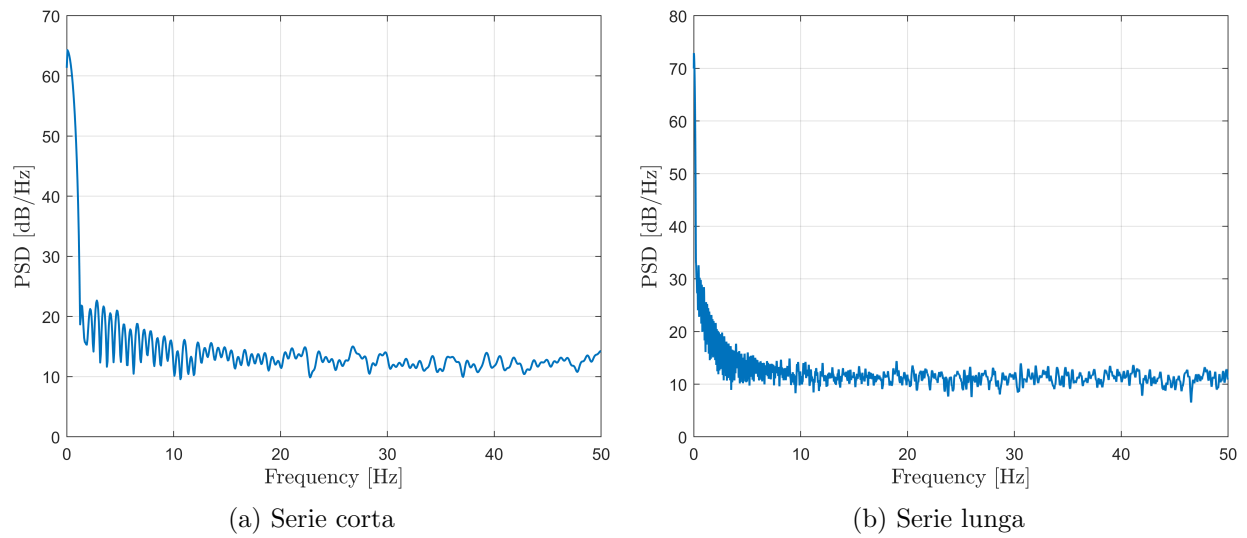


Figura 1.5: Autospettro (one-sided) dei due segnali

2 Individuazione legge calibrazione statica e stima dell'errore sistematico

Dati e richieste Viene fornita la tabella di calibrazione statica di una termocoppia di tipo B, riportata in Tab.2.1. Si chiede di ricavare la relazione temperatura misurata-tensione mediante analisi di regressione, di determinare l'errore associato a tale processo, nonché il grado di adattamento del modello ai dati sperimentali. Infine si richiede di determinare l'errore totale associato alle misure di temperatura delle due serie di Sez.1.

| Tensione [mV] | Temperatura [°C] |
|---------------|------------------|
| 0.786 | 400 |
| 1.791 | 600 |
| 2.431 | 700 |
| 2.784 | 750 |
| 3.158 | 800 |
| 3.551 | 850 |
| 3.963 | 900 |
| 4.395 | 950 |
| 4.844 | 1000 |
| 5.311 | 1050 |
| 5.793 | 1100 |
| 6.290 | 1150 |
| 6.800 | 1200 |
| 7.326 | 1250 |
| 7.866 | 1300 |
| 8.418 | 1350 |
| 8.979 | 1400 |
| 9.549 | 1450 |
| 10.124 | 1500 |
| 10.704 | 1550 |
| 11.286 | 1600 |

Tabella 2.1: Tabella di calibrazione statica

Introduzione alla risoluzione Dalla rappresentazione di Fig.2.1 si nota che i dati sono caratterizzati da un andamento non lineare sull'intero campo di misura, mentre a partire da circa 6 mV si ha un andamento quasi lineare. Di conseguenza, l'adozione di una legge di regressione non lineare

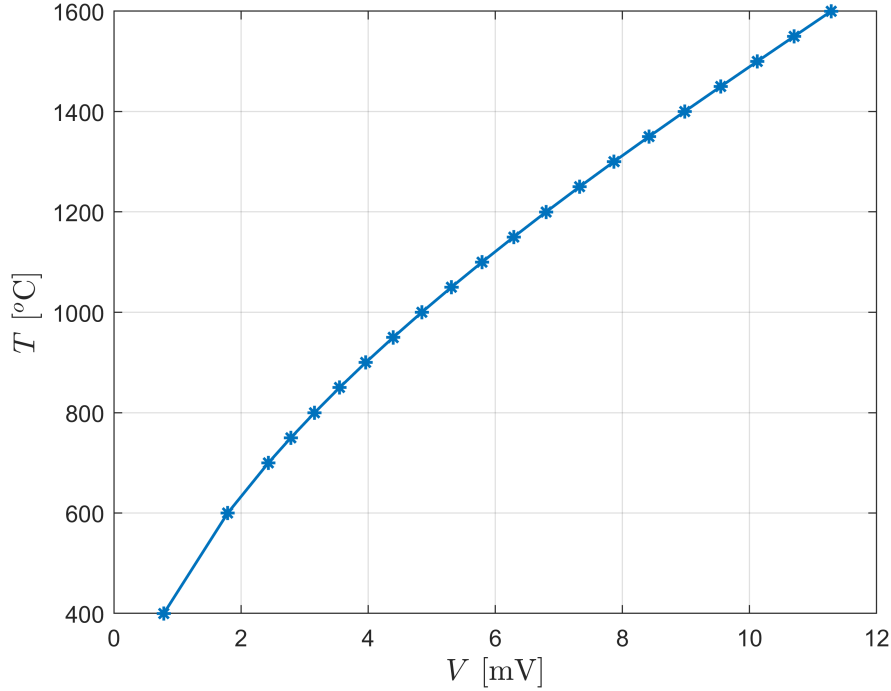


Figura 2.1: Serie di dati della tabella di calibrazione statica

appare ottimale per fornire un errore ridotto. Tuttavia la scelta del campo di misura è impattata da altri fattori, pertanto è opportuno delineare una strategia risolutiva che valuti più aspetti al fine di trovare la migliore soluzione.

Si consideri la quantità σ_ε , ossia l'errore di regressione, definita come:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \tilde{y}_i)^2}{N - G} \quad (2.1)$$

dove:

- y_i è l'i-esimo valore misurato di T ;
- \tilde{y}_i indica la stima di T ottenuta a ogni valore di tensione mediante la legge di regressione;
- N indica il numero di coppie di dati usati per determinare i coefficienti di regressione.
- G indica il numero di coefficienti di regressione (vale $G = O + 1$, dove con O si indica l'ordine del modello di regressione).

Utilizzare un numero elevato di punti permette di ridurre questo errore (aumento di N), così come un modello di ordine superiore (G maggiore) riduce la somma degli scarti quadratici (numeratore della frazione), ma a parità di N provoca la riduzione del denominatore con conseguente aumento dell'errore.

Si evidenzia anche che il calcolo dell'errore sistematico (ϵ_{SIST}) prevede di moltiplicare σ_ε per la t_{95} relativa al numero di gradi di libertà ν , ottenibile mediante $\nu = N - G$ (il numero di gradi di libertà persi è pari al numero di coefficienti di regressione). A seguito di questa operazione si nota che la scelta di un numero limitato di punti per la regressione (N basso), associata a un modello di ordine alto, porta a ν molto bassi che comportano un significativo aumento di ϵ_{SIST} .

Queste osservazioni motivano uno studio di ottimizzazione, con lo scopo di trovare l'ordine e il numero di coppie di dati di calibrazione che minimizzano globalmente l'errore sistematico. Poiché le due serie di dati presentano estremi differenti, lo studio viene proposto separatamente per entrambe.

2.1 Risoluzione per la serie corta

Si presenta lo studio di ottimo per la prima serie di dati, svolto con le stesse modalità anche per la seconda. Il punto di partenza sono gli estremi della serie di dati, ossia la minima e massima T misurata, che assumono rispettivamente il valore di 953 °C e di 1193 °C. Da Tab.2.1 si ricava che il minimo intervallo di dati su cui svolgere la regressione va da 950 °C a 1200 °C. A ogni iterazione questo secondo intervallo viene ampliato di un valore a sinistra dell'estremo inferiore e a destra dell'estremo superiore. Il più ampio intervallo possibile va da 400 °C a 1550 °C.

Per ogni intervallo di dati di calibrazione sono determinati i coefficienti di regressione dal primo al quarto ordine (mediante funzione *polyfit* di Matlab), poi vengono calcolate le stime \tilde{y}_i per tutti gli ordini; successivamente si calcolano i σ_ϵ e, infine, i valori di ϵ_{SIST} . Per ogni iterazione viene selezionato l'ordine del polinomio interpolante che garantisce il minimo ϵ_{SIST} ; dopo aver ripetuto l'analisi per tutti gli intervalli si individua il miglior errore sistematico globale.

L'analisi si conclude con l'indicazione del valore di R^2 , che rappresenta il grado di adattamento del modello ai dati sperimentali; segue la stima dell'errore totale (ϵ_{TOT}) del processo di misura, ottenuta mediante:

$$\epsilon_{TOT} = \sqrt{\epsilon_{STAT}^2 + \epsilon_{SIST}^2} \quad (2.2)$$

Lo svolgimento del processo porta a determinare i seguenti errori sistematici, rappresentati in Fig.2.2: tra di essi viene indicato il minimo errore globale.

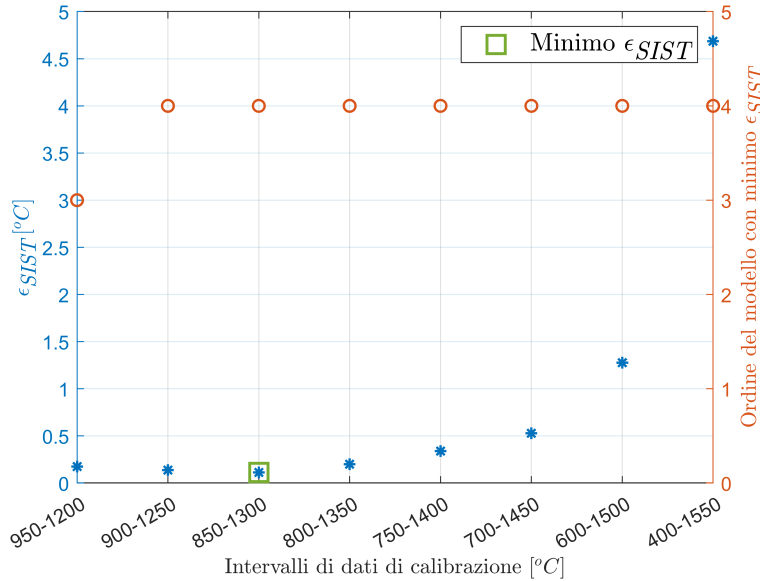


Figura 2.2: Risultati del processo di ottimizzazione

In Tab.2.2 si riportano i risultati associati alla migliore soluzione; segue la rappresentazione della legge di calibrazione del quarto ordine (Fig.2.3) e i coefficienti (Tab.2.3). La legge è nella forma:

$$y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \quad (2.3)$$

| Risultato | Valore |
|-------------------------------|-------------|
| ϵ_{SIST} | 0.1134 °C |
| ϵ_{SIST} come % F.S. | 0.0087 % |
| Ordine | 4 |
| Intervallo | 850-1300 °C |
| R^2 | ~ 1 |
| ϵ_{STAT} serie | 1.9202 °C |
| ϵ_{TOT} | 1.9236 °C |

Tabella 2.2: Risultati serie corta

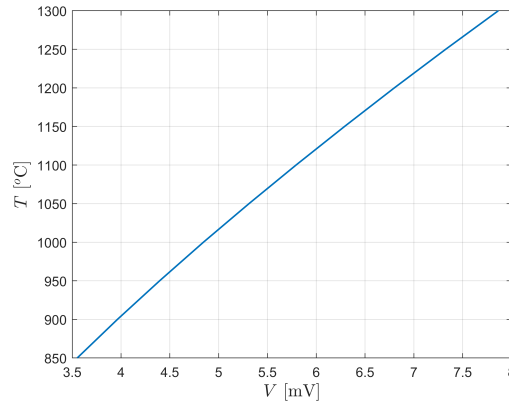


Figura 2.3: Curva di calibrazione statica

| Coefficiente | Valore |
|--------------|----------|
| a | -0.0715 |
| b | 1.9853 |
| c | -23.2057 |
| d | 226.6665 |
| e | 260.2018 |

Tabella 2.3: Coefficienti della legge di calibrazione

Da questi risultati si osserva che l'errore sistematico è molto ridotto grazie all'adozione di un modello di ordine elevato. Si sottolinea, inoltre, come l'adozione di un campo di dati di calibrazione più ampio sia deleterio per l'errore sistematico anche con modelli di ordine elevato a causa dell'aumento dell'errore di interpolazione.

Infine, si riporta una rappresentazione (Fig.2.4) dell'errore sistematico per i vari ordini di modello usando l'intervallo ottimale di dati di calibrazione. Questa rappresentazione è particolarmente

significativa in quanto si riscontra che, nonostante il lieve incremento del valore di t_{95} , la soluzione migliore resta quella del quarto ordine.

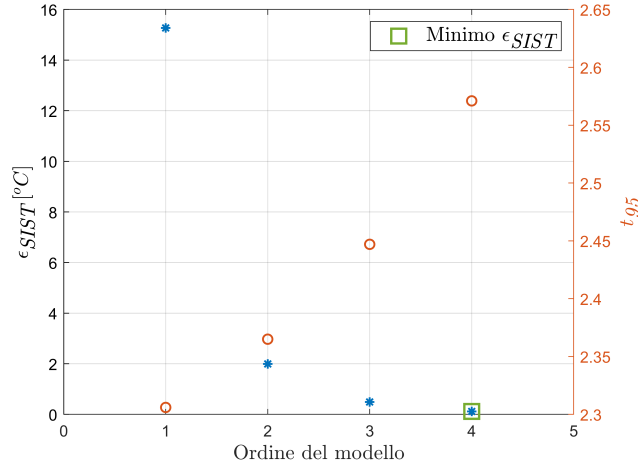


Figura 2.4: Errore sistematico della soluzione ottimale per vari ordini di regressione

Questo effetto è determinante nella penalizzazione della soluzione con intervallo 950-1200 °C, il cui errore di regressione è molto basso, ma viene moltiplicato per t_{95} elevato, con un risultato molto deleterio sull'errore sistematico.

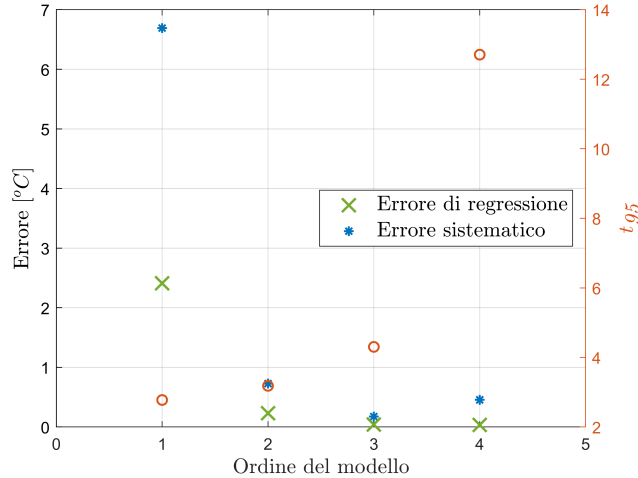


Figura 2.5: Confronto errori per la serie 950-1200 °C

2.2 Risoluzione per la serie lunga

Si impiega una strategia analoga per caratterizzare la serie lunga. Quest'ultima presenta una limitata possibilità di ottimizzazione, in quanto l'intervallo di temperatura da misurare è da 931 °C a 1449 °C: questi valori comportano l'utilizzo di gran parte della tabella di calibrazione statica. Poiché l'analisi svolta è analoga alla precedente, vengono riportati soltanto i risultati. Similmente a prima, si osserva che l'errore sistematico ha un impatto molto limitato sull'errore totale, dominato ancora una volta dall'errore statistico. Andando a paragonare gli errori sistematici si nota che non è raggiunto il livello di ottimalità del campo di misura adottato per la serie corta di dati. La legge di regressione che fornisce il miglior risultato è ancora quella del quarto ordine.

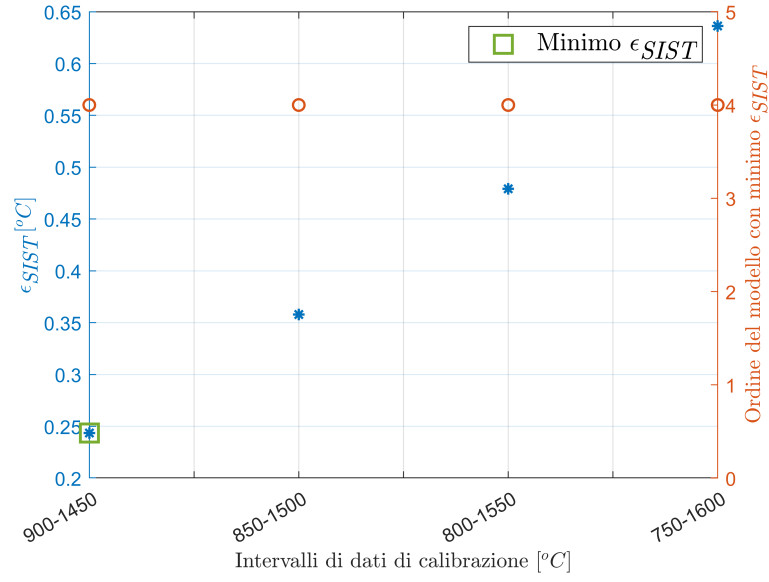


Figura 2.6: Risultati del processo di ottimizzazione

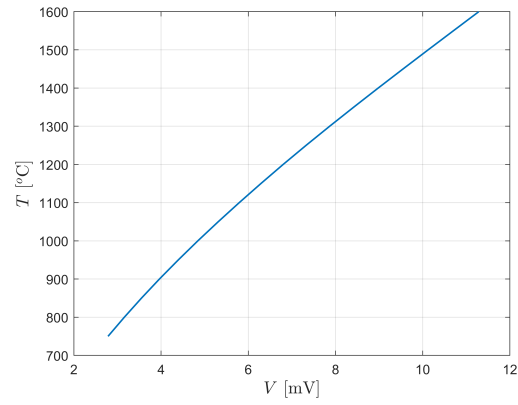


Figura 2.7: Curva di calibrazione statica

| Risultato | Valore |
|-------------------------------|-------------|
| ϵ_{SIST} | 0.2436 °C |
| ϵ_{SIST} come % F.S. | 0.017 % |
| Ordine | 4 |
| Intervallo | 900-1450 °C |
| R^2 | ~ 1 |
| ϵ_{STAT} serie | 1.5259 °C |
| ϵ_{TOT} | 1.5452 °C |

Tabella 2.4: Risultati serie lunga

| Coefficiente | Valore |
|---------------------|---------------|
| a | -0.0120 |
| b | 0.5696 |
| c | -10.8105 |
| d | 179.4108 |
| e | 326.3550 |

Tabella 2.5: Coefficienti della legge di calibrazione

3 Stima dell'errore di quantizzazione e totale

Sono fornite informazioni riguardanti l'unità di acquisizione dati utilizzata per le due serie di misure di temperatura. Si richiede di valutare l'errore di quantizzazione e di stimare l'errore totale (statistico-sistematico-quantizzazione).

Il sistema di acquisizione dati prevede che il segnale in tensione, in uscita dalla termocoppia, venga amplificato di 100 volte e sia acquisito con un convertitore A/D a 12 bit, campo 0-10 V.

Risoluzione Per un convertitore A/D a 12 bit (n_{bit}) con campo di misura 0-10 V (ΔV) l'errore di quantizzazione (in V) può essere stimato con:

$$\epsilon_{QUANT,V} = \frac{1}{2} \frac{\Delta V}{2^{n_{bit}}} \quad (3.1)$$

Utilizzando questa espressione e passando alla tensione (V) in mV si ottiene un valore di $\epsilon_{QUANT,V}$ pari a 1.221 mV.

A questo valore è possibile applicare una prima correzione legata al fattore di amplificazione 100. Poi risulta necessario andare a trasformare $\epsilon_{QUANT,V}$ in un errore in temperatura al fine di combinarlo con le altre sorgenti di errore. Per svolgere questi passaggi è necessario utilizzare la propagazione degli errori. Sia dato un errore e_x associato a una misura x^* . Si abbia una legge del tipo $y = f(x)$. Allora è possibile determinare e_y come:

$$e_y = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x^*} e_x \quad (3.2)$$

Per quanto concerne l'amplificazione, la legge è lineare nella forma:

$$V_{A/D} = 100 V_{OUT} \quad (3.3)$$

Dove $V_{A/D}$ è la tensione post amplificazione, mentre V_{OUT} è la tensione in uscita dalla termocoppia. Invertendo la relazione e applicando la propagazione si trova che:

$$\epsilon_V = \frac{\epsilon_{QUANT}}{100} \quad (3.4)$$

L'errore ϵ_V ammonta a 1.221e-2 mV.

Nel caso in esame la relazione che lega temperatura e tensione è la legge di calibrazione statica, determinata separatamente per le due serie di dati in Sez.2. Poiché tale legge è non lineare, la derivata presenta una dipendenza dal valore puntuale di tensione. La legge di calibrazione è:

$$T = aV^4 + bV^3 + cV^2 + dV + e \quad (3.5)$$

la cui derivata è:

$$\frac{dT}{dV} = 4aV^3 + 3bV^2 + 2cV + d \quad (3.6)$$

Esistono vari approcci per individuare un valore di tensione atto a propagare l'errore da V a T. In prima analisi si sceglie di utilizzare un metodo conservativo: pertanto si assume come tensione il fondo scala inferiore (in tensione) delle due diverse leggi di calibrazione. Osservando l'andamento del gradiente di entrambe le leggi di calibrazione statica, si nota che questo è massimo nel fondo scala inferiore. Si osservi Fig.3.1 per la rappresentazione del gradiente confrontato con la legge di calibrazione statica. I valori utilizzati e i risultati sono riportati in Tab.3.1.

| Grandezza | Valore |
|---|--------------------|
| F.S. inferiore per serie corta associato a T | 3.551 mV 850 °C |
| Fattore di propagazione | 124.2 °C/mV |
| ϵ_{QUANT} | 1.516 °C |
| F.S. inferiore per serie lunga associato a T | 3.963 mV 900 °C |
| Fattore di propagazione | 117.6 °C/mV |
| ϵ_{QUANT} | 1.435 °C |

Tabella 3.1: Valori significativi e risultati

Per concludere l'analisi dell'errore di misura è possibile stimare l'errore totale per le due serie mediante:

$$\epsilon_{TOT} = \sqrt{\epsilon_{STAT}^2 + \epsilon_{SIST}^2 + \epsilon_{QUANT}^2} \quad (3.7)$$

I risultati sono riportati in Tab.3.2, corredati dai risultati senza errore di quantizzazione per confronto, nonché dal valore di ϵ_{TOT} relativo al fondo scala (indicato in Tab.3.1).

| | Serie corta | Serie lunga |
|--|-------------|-------------|
| ϵ_{TOT} [°C] | 2.449 | 2.109 |
| ϵ_{TOT} senza ϵ_{QUANT} [°C] | 1.924 | 1.545 |
| $\epsilon_{TOT\% F.S.}$ | 0.2 % | 0.15 % |

Tabella 3.2: Errore totale legato alle due misure

Da queste stime si osserva che ancora una volta la sorgente principale di errore è rappresentata da ϵ_{STAT} . L'errore di quantizzazione assume un impatto significativo, portando a un aumento di circa 0.6 °C.

Risulta necessario osservare che questo risultato è ottenuto con una ipotesi conservativa, pertanto una migliore scelta del valore di tensione, utilizzato per la stima dell'errore di quantizzazione, porta a una stima più accurata dell'errore totale. Per esempio, se fossero noti i valori di tensione misurata per le due serie, sarebbe possibile utilizzare la tensione associata alla temperatura media delle due serie.

Al fine di valutare questa possibile soluzione si procede come indicato:

- la legge di calibrazione statica viene utilizzata come un'equazione per ottenere la tensione associata al valore medio di temperatura (mediante inversione numerica con *fsolve*);
- il fattore di propagazione viene calcolato con questo valore di tensione.

Si riportano in Tab.3.3 i risultati di questa procedura. Il valore di $\Delta\epsilon_{TOT,\%}$ è riferito alla stima precedente (Tab.3.2).

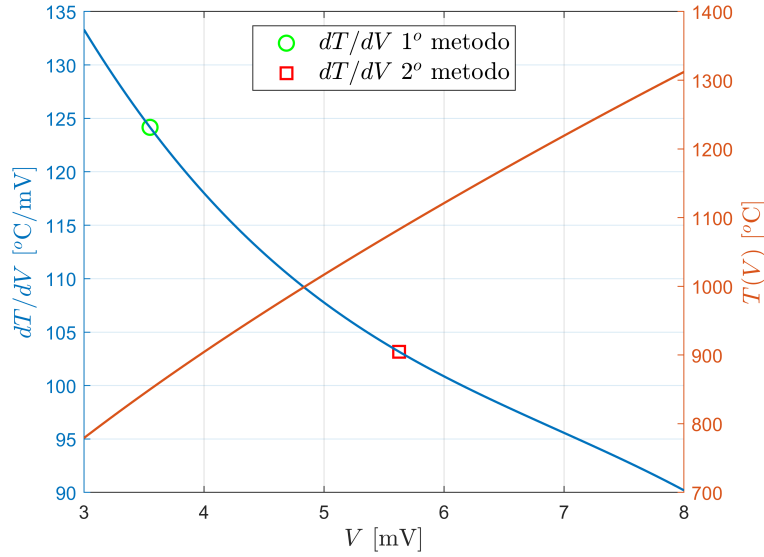


Figura 3.1: Confronto tra gradiente e legge di calibrazione

| | Serie corta | Serie lunga |
|---------------------------|-------------|-------------|
| \bar{T} [°C] | 1082.8 | 1159.2 |
| $V_{\bar{T}}$ [mV] | 5.626 | 6.382 |
| ϵ_{QUANT} [°C] | 1.259 | 1.203 |
| ϵ_{TOT} [°C] | 2.299 | 1.958 |
| $\Delta\epsilon_{TOT,\%}$ | - 6 % | - 7 % |

Tabella 3.3: Risultati della procedura alternativa

La procedura illustrata permette di osservare che l'utilizzo del valore di tensione corrispondente a \bar{T} diminuisce l'errore totale. Questo accade perché il gradiente di $T(V)$ è minore in corrispondenza di $V_{\bar{T}}$. Si riporta in grafico (Fig.3.1) l'andamento di tale funzione per la serie corta. Lo stesso fenomeno accade per la serie lunga.

In conclusione, il massimo errore di quantizzazione si ha quando la tensione è al fondo scala inferiore. L'utilizzo di un valore corrispondente a $V_{\bar{T}}$ permette di avere una stima più realistica dell'errore totale. In proporzione al fondo scala superiore (delle leggi di calibrazione statica) l'errore totale risulta molto ridotto con entrambi i metodi.

4 Perdite per irraggiamento della misura di temperatura

4.1 Introduzione, dati e richieste

La misura di temperatura del gas combusto è affetta da varie sorgenti di errore, tra cui spiccano le perdite per irraggiamento. Infatti il giunto caldo, essendo a temperatura significativamente più alta dell'ambiente circostante, è affetto da significativo scambio termico radiativo. Pertanto la temperatura misurata al giunto caldo non è quella effettiva del gas. Al fine di stimare tali perdite è possibile scrivere un bilancio energetico, che uguaglia il calore scambiato per irraggiamento a quello trasferito per convezione:

$$h(T_{GAS} - T_G) = \sigma\varepsilon(T_G^4 - T_A^4) \quad (4.1)$$

dove compaiono le seguenti quantità:

- h coefficiente di scambio termico convettivo [W/m²];
- T_{GAS} , T_G , T_A temperature del gas, del giunto e dell'ambiente [K];
- σ costante di Stefan-Boltzmann [W/(m²K⁴)];
- ε emissività della termocoppia.

Mediante tale equazione è immediato individuare le perdite radiative della termocoppia come:

$$\Delta T_{RAD} = T_{GAS} - T_G = \sigma\varepsilon(T_G^4 - T_A^4)/h \quad (4.2)$$

L'utilizzo di questa formula richiede la stima di ε e h : per la prima si fornisce un valore, mentre per la seconda viene fornita una correlazione semi-empirica nella forma:

$$Nu = hD/k = CRe^n Pr^m \quad (4.3)$$

funzione di:

- k conducibilità termica [W/(mK)];
- D_T diametro della termocoppia (modellata come un filo immerso in flusso ortogonale ad esso) [m];
- Re numero di Reynolds definito come $Re = D_TV_G/\nu$, dove ν è la viscosità cinematica dell'aria [m²/s];
- Pr numero di Prandtl;
- C , n , m sono dei coefficienti che variano con Re e Pr .

Vengono forniti i seguenti dati, riportati in Tab.4.1.

| Dato | Valore |
|-----------------------------------|--|
| T_A | 300 K |
| T_G serie corta | 1356 K |
| T_G serie lunga | 1432 K |
| D_T | 3.5e-4 m |
| σ | 5.67e-8 W/(m ² K ⁴) |
| ε | 0.2 |
| Correlazione valida per | $Nu = Nu(Pr, Re)$ Re 1-35 |
| C | 0.8 |
| n | 0.384 |
| m | 0 |

Tabella 4.1: Dati del problema

Ipotesi Si adottano le seguenti ipotesi:

- Utilizzare aria calda al posto dei gas combust.
- V_G pari a 1 m/s.
- le perdite conduttive sono trascurabili.
- T_G è pari alla temperatura media misurata nelle due serie di campioni.

Richieste Si chiede di stimare le perdite radiative alla velocità fornita e quindi la temperatura del gas. Si ripeta la stima per V_G pari a 50 m/s.

4.2 Risoluzione

La risoluzione del problema prevede di utilizzare Eq.(4.2) per calcolare T_{GAS} , da cui poi si ricava ΔT_{RAD} . Poiché h dipende da T_{GAS} attraverso Re , Pr e altre grandezze, si risolve il problema iterativamente a partire da un valore ragionevole di T_{GAS} . Con tale valore si determinano le proprietà dell'aria e si trova un valore di h , che a sua volta permette di determinare il valore aggiornato di T_{GAS} . Si arresta il processo quando due iterazioni successive differiscono di meno di 1 K. Tale processo viene ripetuto analogamente per serie corta e serie lunga di dati. Le proprietà dell'aria vengono ottenute per interpolazione lineare dei dati nella tabella fornita.

Risultati a 1 m/s In Tab.4.2 si riportano integralmente i calcoli impiegati per raggiungere il risultato relativo alla serie corta con una velocità di 1 m/s.

| Iterazione | T_{GAS} [K] | k [W/(mK)] | ν [m²/s] | Re | C | n | h [W/m²] | $\Delta T_{ITER}\%$ |
|-------------------|---------------------------------|--------------------------------|---|------------------------|-----------------------|-----------------------|---|---------------------------------------|
| 0 | 1500 | 0.0946 | 2.29e-4 | 1.53 | 0.8 | 0.384 | 254.44 | - |
| 1 | 1506 | 0.0949 | 2.31e-4 | 1.52 | 0.8 | 0.384 | 254.67 | 0.41 % |
| 2 | 1506 | | | | | | | -0.009 % |

Tabella 4.2: Calcoli per la serie corta

In Tab.4.3 vengono riportati sinteticamente i risultati relativi alla serie corta di dati, a 1 m/s.

| | T [K] |
|------------------|---------------------------|
| T_G | 1356 |
| T_{GAS} | 1506 |
| ΔT_{RAD} | 150 |

Tabella 4.3: Risultati per la serie corta

In Tab.4.4 vengono riportati sinteticamente i risultati relativi alla serie lunga di dati, sempre a 1 m/s.

| | T [K] |
|------------------|---------------------------|
| T_G | 1432 |
| T_{GAS} | 1616 |
| ΔT_{RAD} | 184 |

Tabella 4.4: Risultati per la serie lunga

Si osserva che in entrambi i casi non si esce dall'intervallo di Re per cui è valida la correlazione fornita. Inoltre si nota che le perdite radiative sono più significative quando la temperatura del giunto caldo è più alta. Si pone l'attenzione sull'elevato errore dovuto alle ingenti perdite per radiazione, che è di due ordini di grandezza superiore all'errore totale legato alla misura.

Risultati a 50 m/s Lo stesso procedimento è seguito per individuare T_{GAS} nel flusso a 50 m/s. Si utilizza un valore iniziale di 1400 K, scelto inferiore al risultato a 1 m/s di 1506 K, in quanto ci si attende che la convezione forzata sia agevolata dal flusso ad alta velocità. Utilizzando tale temperatura è calcolato un valore di Re di 87 per la serie corta. La correlazione utilizzata inizialmente non è più valida. Un risultato analogo si ottiene con la serie lunga, in cui la temperatura iniziale è imposta a 1470 K e il Re è pari a 80.

Si sceglie di sostituirla con la seguente correlazione (Hilpert), valida per cilindri immersi in flussi (in direzione ortogonale al corpo) con Re da 40 a 4000:

$$Nu = 0.68Re^{0.466}Pr^{1/3} \quad (4.4)$$

A ogni iterazione è necessario verificare che si rimanga nel campo di validità della correlazione. Quest'ultima richiede di individuare la temperatura di film (T_F), ottenuta mediante la relazione:

$$T_F = \frac{T_G + T_{GAS}}{2} \quad (4.5)$$

Si riportano soltanto i risultati ottenuti per la serie corta, in Tab.4.5, e per la serie lunga, in Tab.4.6. La validità della correlazione è verificata in tutti i casi.

| | T [K] |
|------------------|---------|
| T_G | 1356 |
| T_{GAS} | 1387 |
| ΔT_{RAD} | 31 |

Tabella 4.5: Risultati per la serie corta

| | T [K] |
|------------------|---------|
| T_G | 1432 |
| T_{GAS} | 1471 |
| ΔT_{RAD} | 39 |

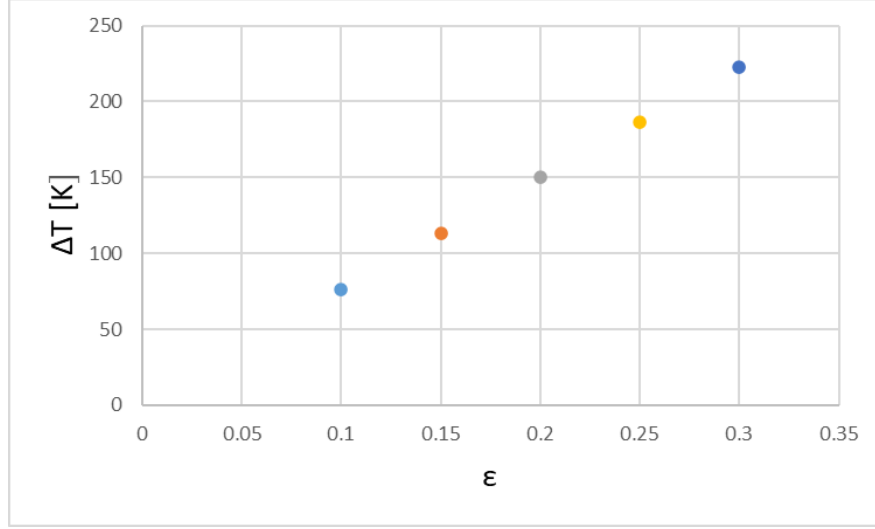
Tabella 4.6: Risultati per la serie lunga

Come predetto, l'aumento della velocità del flusso porta a un significativo aumento dello scambio termico convettivo, con conseguente riduzione delle perdite per irraggiamento. Questo fenomeno è confermato dall'aumento di h , i cui valori sono riportati per i 4 casi in Tab.4.7.

| Caso | h [W/m ²] |
|---------------------|-------------------------|
| Serie corta, 1 m/s | 255 |
| Serie corta, 50 m/s | 1226 |
| Serie lunga, 1 m/s | 259 |
| Serie lunga, 50 m/s | 1233 |

Tabella 4.7: Valori di h nei 4 casi

Sensitività alla variazione di ε Si presenta il risultato di uno studio di sensitività alla variazione di ε . Questa è una delle grandezze la cui misura è complessa e affetta da significativo errore. Lo studio è proposto per la serie corta a 1 m/s in 5 valori di ε .

Figura 4.1: Variazione di ϵ

Si osserva come una variazione modesta di ϵ porti a grandi variazioni di ΔT_{RAD} . Si sottolinea quindi la necessità di caratterizzare il suo valore con elevata precisione. L'andamento osservato è lineare, quanto meno nel campo di valori studiati.

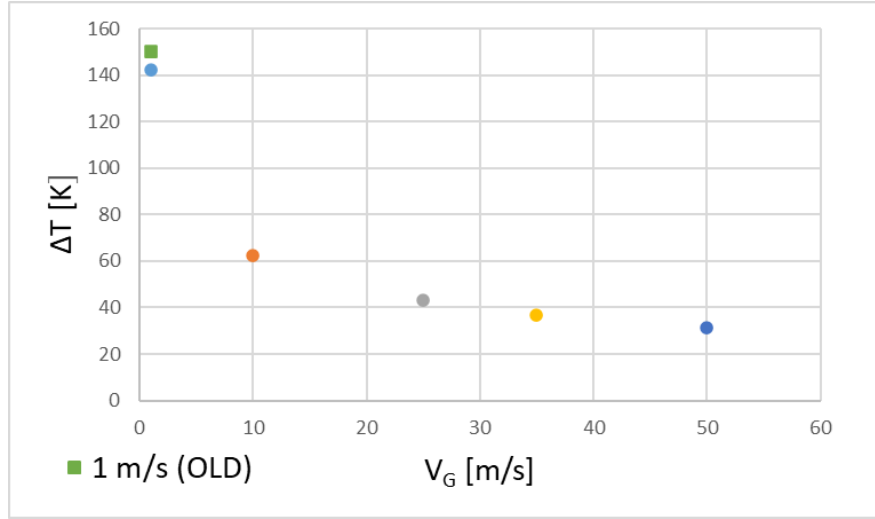
Sensitività a variazione di V_G Si riportano i risultati ottenuti a varie velocità del gas. A ognuna è associata la correlazione opportuna nella forma:

$$Nu = C Re^n Pr^{1/3} \quad (4.6)$$

Si riportano i valori di C e n per vari intervalli di Re . Per il caso a 1 m/s si utilizza una correlazione diversa da quella iniziale. Come in precedenza, si utilizza T_F per il calcolo delle proprietà dell'aria.

| Intervallo | C | n |
|--------------|-------|-------|
| 0.4 - 4 | 0.989 | 0.33 |
| 4 - 40 | 0.911 | 0.385 |
| 40 - 4000 | 0.683 | 0.466 |
| 4000 - 40000 | 0.193 | 0.618 |

Tabella 4.8: Indici della correlazione per vari Re

Figura 4.2: Variazione di V_G

Si osserva che all'aumentare di V_G inizialmente si ottiene una significativa riduzione delle perdite radiative. All'aumentare della velocità si tende a raggiungere un valore di ΔT_{RAD} ridotto, pari ai 31 K precedentemente individuati. Tuttavia la velocità che deve avere il flusso per ridurre le perdite diventa rapidamente elevata, dando origine ad altro errore, per esempio quello legato agli effetti di comprimibilità. Si nota, infine, che il valore a 1 m/s con la prima correlazione è molto simile a quello a pari velocità con la correlazione di Eq.(4.6).

5 Misura di portata mediante diaframma

5.1 Presentazione del banco prova, dati e richieste

Viene assegnato un banco prova per misure di portata mediante diaframma normalizzato, rappresentato schematicamente in Fig.5.1.

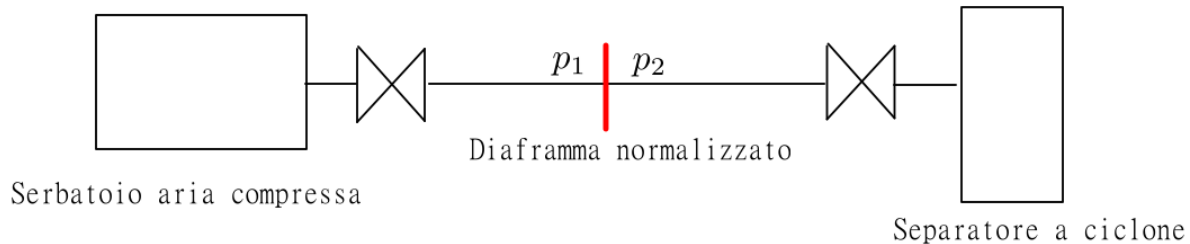


Figura 5.1: Schema del banco prova

In particolare, il separatore a ciclone opera nelle seguenti condizioni nominali:

- fluido di lavoro (fase gas): aria;
- portata di aria nelle condizioni operative nominali: $96 \text{ Nm}^3/\text{h}$;
- pressione di lavoro: 4 bar;
- temperatura di lavoro (ambiente): 300 K.

Al fine di misurare la portata d'aria si sceglie di utilizzare un diaframma normalizzato conforme alla Norma UNI EN ISO 5167-1, rappresentato in Fig.5.2 e con le seguenti caratteristiche:

- $D = 42 \text{ mm}$;
- $d = 9.94 \text{ mm}$;
- Prese di pressione sulle flange.

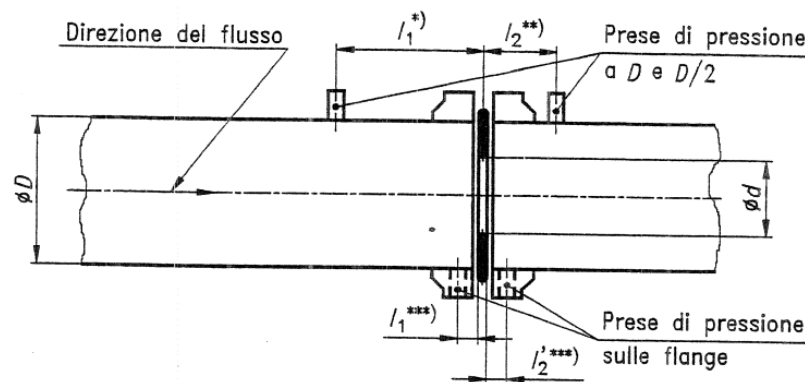


Figura 5.2: Schema del diaframma (Fonte: UNI EN ISO 5167-1 Figura 5)

Richieste Si chiede di valutare la pressione minima di esercizio nel serbatoio di alimentazione e di indicare il trasduttore di pressione differenziale da usare sul banco prova per la misura di portata.

5.2 Risoluzione

Facendo riferimento a Fig.5.1, si denotino con p_1 e p_2 le pressioni (in Pa) a monte e a valle del diaframma. Si indichi con T la temperatura di esercizio (in K).

Ipotesi risolutive

- Le perdite di carico lungo il condotto e nelle valvole sono trascurate per mancanza di informazioni sull'impianto: di conseguenza p_1 è la pressione incognita del serbatoio di alimentazione, p_2 è la pressione operativa del separatore a ciclone.
- L'aria viene considerata come un gas perfetto, per cui $\gamma = \kappa = 1.4$, come indicato dalla Norma.
- Tutti i requisiti della Norma sono soddisfatti (Es. scabrosità del condotto, deformazione del diaframma, configurazione dello strumento).

Riassunto dei dati e conversioni Si riporta un riassunto sintetico dei dati del problema, convertiti in unità del Sistema Internazionale dove necessario.

| Dato | Valore |
|----------|-----------------------|
| D | 4.2e-2 m |
| d | 9.94e-3 m |
| p_2 | 4.053e5 Pa |
| T_2 | 300 K |
| γ | 1.4 |
| q_{vN} | 96 Nm ³ /h |
| q_m | 0.0344 kg/s |

Al fine di convertire la portata volumetrica normalizzata in una portata massica si adotta la seguente espressione:

$$q_m = q_{vN} \rho_N / 3600 \quad (5.1)$$

con $\rho_N = 1.293 \text{ kg/m}^3$ la densità dell'aria a 273.15 K e 101325 Pa.

Svolgimento La Norma fornisce una serie di equazioni da utilizzare per la misura di portata massica, al cui interno sono definite delle quantità calcolate secondo la Norma stessa. Le equazioni risolventi del problema sono le seguenti:

$$q_m = \frac{C}{\sqrt{1 - \beta^4}} \epsilon_2 \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{2\Delta p \rho_2} \quad (5.2)$$

$$\epsilon_1 = 1 - (0.41 + 0.35\beta^4) \frac{\Delta p}{\kappa p_1} \quad (5.3)$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_1 \sqrt{1 + \frac{\Delta p}{p_2}} \quad (5.4)$$

Le quantità qui presenti, il cui valore calcolato è riportato in Tab.5.1, sono definite come:

- $\Delta p = p_1 - p_2$;
- C ottenuto mediante Eq.(5.5);
- $\beta = d/D$;
- $\rho_2 = p_2/(RT_2)$, entrambe note, con $R = 287 \text{ J/(kgK)}$ per l'aria secca;
- $\kappa = \gamma = 1.4$.

C viene calcolato con la seguente espressione:

$$C = 0.5959 + 0.0312\beta^{2.1} - 0.1840\beta^8 + 0.0029\beta^{2.5}(10^6/Re_D)^{0.75} + 0.0390L_1\beta^4(1 - \beta^4)^{-1} - 0.0337L'_2\beta^3 \quad (5.5)$$

dove:

- le quantità L sono calcolate in base alla Norma (per prese di pressione sulle flange vale $L_1 = L'_2 = 25.4/D$, con D in mm);
- il coefficiente di $L_1\beta^4(1 - \beta^4)^{-1}$ è modificato in quanto $D \leq 58.62 \text{ mm}$;
- $Re_D = 4q_m/(\pi\mu D)$;
- μ a 300 K ottenuta mediante interpolazione dei dati tabulati da Ref.[Cengel].

| Quantità | Valore |
|-------------|--------------------------|
| C | 0.5979 |
| β | 0.2367 |
| ρ_2 | 4.7073 kg/m ³ |
| L_1, L'_2 | 0.6048 |
| Re_D | 5.362e+4 |
| μ | 1.945e-5 Pa·s |

Tabella 5.1: Valori numerici delle quantità di Eq.(5.5)

Lo scopo dello svolgimento è determinare p_1 : a questo fine è possibile riscrivere le Eq.(5.2), (5.3) e (5.4) in funzione di p_1 , unica incognita del problema. Il risultato è:

$$q_m - C_2(1 - C_1 + C_1 \frac{p_2}{p_1})\sqrt{p_1^2 - p_1 p_2} = 0 \quad (5.6)$$

dove C_1, C_2 sono costanti ottenute rielaborando le equazioni e che assumono le seguenti espressioni:

$$C_1 = \frac{0.41 + 0.35\beta^4}{\gamma} \quad (5.7)$$

$$C_2 = \frac{C}{\sqrt{1 - \beta^2}} \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{\frac{2\rho_2}{p_2}} \quad (5.8)$$

Definendo Eq.(5.6) come $\varepsilon(p_1)$, è possibile utilizzare il metodo di Newton-Raphson (implementato in *fzero* di Matlab) per trovare il valore di p_1 rende valida l'equazione $\varepsilon(p_1) = 0$. Sono utilizzate le tolleranze standard di Matlab. La condizione iniziale è $p_1 = 5e5$. Si osserva che il dominio della soluzione prevede $p_1 \geq p_2 \vee p_1 > 0$. Questo è coerente con la fisica del problema, che prevede una perdita di carico in corrispondenza del diaframma.

Risultati La risoluzione del problema numerico porta a determinare un valore di p_1 pari a 460340 Pa, mentre il valore di Δp a cavallo del diaframma ammonta a 55039 Pa.

Affinchè Eq.(5.3) sia valida è necessario che $p_2/p_1 \geq 0.75$: calcolando questo rapporto con la soluzione ottenuta si ottiene circa 0.87, quindi la condizione richiesta è verificata.

Per misurare la pressione a cavallo del diaframma è possibile utilizzare un manometro differenziale per gas. Una possibile scelta è il manometro differenziale digitale *RS PRO RS DT*, con campo di misura da -2 bar a 2 bar. Si riporta per completezza la scheda tecnica dello strumento.

| | Campo | Risoluzione |
|--------------------|-------|-------------|
| psi | 29.00 | 0.01 |
| bar | 2.000 | 0.001 |
| kpa | 199.9 | 0.1 |
| inHg | 59.05 | 0.01 |
| mHg | 1.500 | 0.001 |
| inH ₂ O | 802.9 | 0.1 |
| ftH ₂ O | 66.91 | 0.01 |
| mH ₂ O | 20.39 | 0.01 |
| mbar | 2000 | 1 |

| | |
|--|-------------------------------------|
| Display | Ampio display LCD |
| Precisione | ± (0,3% + 1d) FSO (25 °C) |
| Ripetibilità | ± 0,2% (max. + / -0,5% FSO) |
| Linearità / Isteresi | ± 0,29% FSO |
| Intervallo di pressione | 29 psi / ± 2 bar |
| Pressione massima | 2bar |
| Tempo di risposta | 0,5 secondi tipici |
| Indicatore di batteria scarica | Sì |
| Indicatore di over range | OL |
| Indicatore di portata inferiore | -OL |
| 0 Condizioni operative | 0 a 50°C |
| 0 Condizioni di conservazione | -10 a 60°C |
| Alimentazione elettrica | 1 batteria da 9 V o esterna 9VDC |

Figura 5.3: Scheda tecnica del manometro

6 Misura di C_D al banco prova

6.1 Presentazione del banco prova, dati e richieste

Viene realizzato un banco prova per misure di temperatura mediante termocoppia. Tale banco è alimentato da gas naturale, che passa per un misuratore di portata a galleggiante, raggiunge una camera di stanca dove se ne misura la temperatura, poi viene accelerato da un ugello in un eiettore, che fornisce la portata d'aria per permettere la combustione. Un misuratore di pressione differenziale è inserito tra camera di stanca e ambiente esterno. Infine la miscela è combusta in un bruciatore.

Si richiede di misurare il coefficiente di efflusso (C_D) dell'ugello utilizzando le misure a disposizione, di studiare l'andamento rispetto alla portata reale e al variare della pressione differenziale; infine, studiare l'andamento al variare di Ma e Re .

Gli strumenti di misura a disposizione sono i seguenti:

- Misuratore di portata a galleggiante con scala graduata in Nl/min (condizioni normali $T_N = 273 \text{ K}$, $P_N = 1 \text{ atm}$);
- Barometro differenziale digitale in mbar ;
- Termometro digitale in $^\circ\text{C}$.

Il diametro dell'ugello (D_U) è pari a 2.7 mm . La pressione ambiente (P_{AMB}) ammonta a 100600 Pa al momento della misura.

La procedura per definire C_D parte dalla definizione del coefficiente di efflusso:

$$C_D = \frac{\dot{m}_{REALE}}{\dot{m}_{TEORICA}} \quad (6.1)$$

dove $\dot{m}_{REALE} = q_M$, mentre $\dot{m}_{TEORICA}$ viene ottenuta mediante alcune assunzioni.

Per quanto riguarda q_M , essa è ottenuta dalla portata misurata mediante galleggiante usando $q_M = q_{MN} \rho_N$.

Per il calcolo di $\dot{m}_{TEORICA}$ è possibile utilizzare il teorema di Bernoulli e determinare $V_{TEORICA}$ mediante:

$$V_{TEORICA} = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (6.2)$$

per poi trovare $\dot{m}_{TEORICA}$ mediante:

$$\dot{m}_{TEORICA} = \rho V_{TEORICA} A \quad (6.3)$$

Ipotesi Lo svolgimento della misura richiede l'assunzione di alcune ipotesi, alcune delle quali sono poi verificate a seguito della misura stessa.

- Assunzione di profilo di velocità uniforme nella sezione di efflusso.
- Effetti di viscosità trascurabili e flusso incomprimibile (per la validità del teorema di Bernoulli).
- Gas naturale considerabile come puro metano, nonché come gas perfetto.

6.2 Presentazione dei valori misurati

A seguito delle misure sono rilevati i valori riportati in Tab.6.1, a cui è associata la conversione nelle unità di misura opportune. In particolare, per convertire q_{NM} in q_M si utilizza la seguente relazione: $q_M = q_{NM}\rho_N/6e4$, dove $6e4$ è un fattore di conversione per passare da Nl/min a kg/s, mentre ρ_N è ottenuto a 1 atm e 273 K tramite $\rho_N = p/(RT) = 0.7142 \text{ kg/m}^3$. Il valore di R è pari a quello per il metano, che ammonta a 520 J/(kgK) .

| Misura | q_{MN} [Nl/min] | q_M [kg/s] | Δp [mbar] | Δp [Pa] | T [°C] | T [K] |
|--------|-------------------|--------------|-------------------|-----------------|--------|-------|
| 1 | 7 | 8.33e-05 | 0.5 | 50 | 32.1 | 305.1 |
| 2 | 9 | 1.07e-04 | 1.8 | 180 | 32.1 | 305.1 |
| 3 | 10 | 1.19e-04 | 3.6 | 360 | 32.0 | 305.0 |
| 4 | 11 | 1.31e-04 | 4.4 | 440 | 31.9 | 304.9 |
| 5 | 12 | 1.43e-04 | 5.5 | 550 | 31.8 | 304.8 |
| 6 | 14 | 1.67e-04 | 7.8 | 780 | 31.7 | 304.7 |
| 7 | 15 | 1.79e-04 | 9.5 | 950 | 31.7 | 304.7 |
| 8 | 16 | 1.90e-04 | 11.3 | 1130 | 31.6 | 304.6 |
| 9 | 17 | 2.02e-04 | 12.8 | 1280 | 31.6 | 304.6 |
| 10 | 18 | 2.14e-04 | 14.2 | 1420 | 31.5 | 304.5 |
| 11 | 19 | 2.26e-04 | 15.9 | 1590 | 31.5 | 304.5 |
| 12 | 20 | 2.38e-04 | 17.5 | 1750 | 31.5 | 304.5 |

Tabella 6.1: Grandezze misurate e conversioni

Successivamente vengono calcolate le seguenti quantità:

- ρ mediante l'ipotesi di gas perfetto ($\rho = p/(RT)$); il valore di p è ottenuto tramite $p = p_{AMB} + \Delta p$, questa relazione è valida in quanto l'ugello scarica il flusso esattamente a pressione ambiente.
- $V_{TEORICA}$ mediante Eq.(6.2).
- $\dot{m}_{TEORICA}$ tramite Eq.(6.3).

| Misura | ρ [kg/m ³] | $V_{TEORICA}$ [m/s] | \dot{m} [kg/s] |
|--------|-----------------------------|---------------------|------------------|
| 1 | 0.635 | 12.6 | 4.56e-05 |
| 2 | 0.636 | 23.8 | 8.66e-05 |
| 3 | 0.637 | 33.6 | 1.23e-04 |
| 4 | 0.638 | 37.1 | 1.36e-04 |
| 5 | 0.639 | 41.5 | 1.52e-04 |
| 6 | 0.640 | 49.4 | 1.81e-04 |
| 7 | 0.641 | 54.4 | 2.00e-04 |
| 8 | 0.643 | 59.3 | 2.18e-04 |
| 9 | 0.644 | 63.1 | 2.32e-04 |
| 10 | 0.645 | 66.4 | 2.45e-04 |
| 11 | 0.646 | 70.2 | 2.59e-04 |
| 12 | 0.647 | 73.6 | 2.72e-04 |

Tabella 6.2: Calcoli intermedi

Da questi valori è possibile ottenere una stima del valore di C_D per ciascuna misura. Si presentano anche i grafici che rappresentano la dipendenza di C_D dalle tre misure al fine di evidenziare eventuali dipendenze ed errori.

| Misura | C_D |
|--------|-------|
| 1 | 1.827 |
| 2 | 1.237 |
| 3 | 0.971 |
| 4 | 0.965 |
| 5 | 0.941 |
| 6 | 0.921 |
| 7 | 0.893 |
| 8 | 0.873 |
| 9 | 0.871 |
| 10 | 0.875 |
| 11 | 0.872 |
| 12 | 0.874 |

Tabella 6.3: Valori di C_D per ciascuna misura

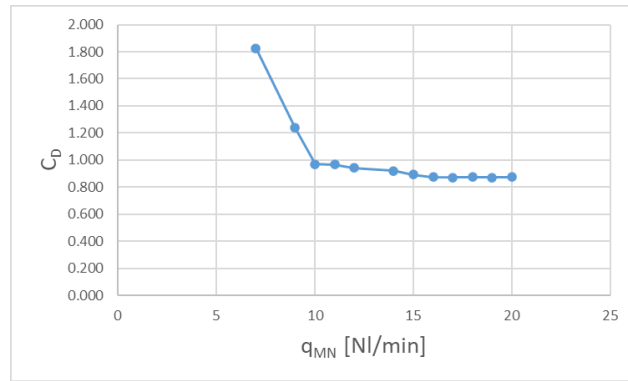


Figura 6.1: Dipendenza di C_D da q_M

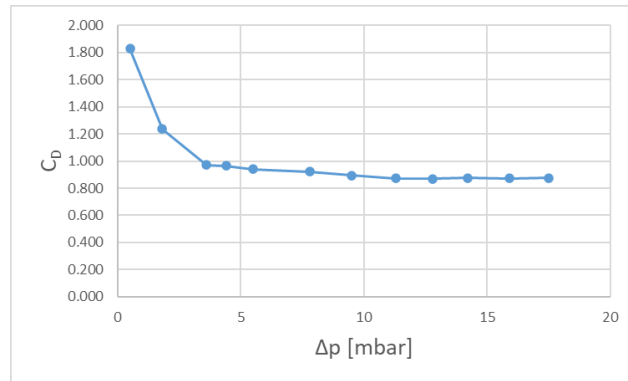


Figura 6.2: Dipendenza di C_D da Δp

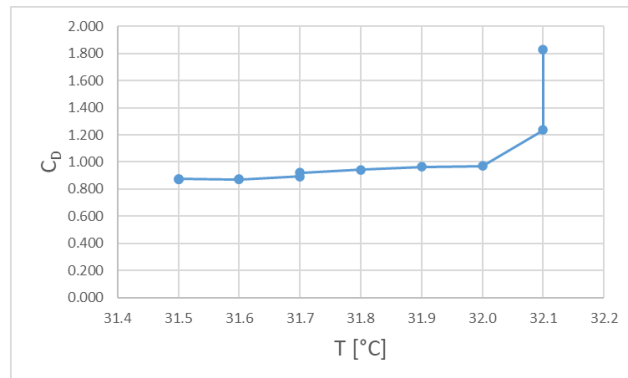


Figura 6.3: Dipendenza di C_D da T

Da Fig.6.1, così come da Fig.6.2, si osserva che le prime due misure risultano affette da errore significativo, il quale porta a ottenere valori di C_D maggiori di 1 che non hanno significato fisico. Si osserva anche che la stima di C_D si assesta attorno a 0.87 a partire dalla settima misura. Tale valore viene assunto come una stima ragionevole per C_D .

Si nota anche che l'utilizzo di una pressione ambiente non standard ha un impatto limitato in quanto non porta a variazioni significative di C_D : in media, avere P_{AMB} pari a 1 atm porta a un decremento di circa 0.35 %.

Infine, la variazione di T misurata non porta a variazioni significative di C_D . Gli unici valori anomali corrispondono alle prime due misure, affette da significativo errore.

6.3 Dipendenza da Reynolds e Mach

Si riportano dei grafici rappresentanti la dipendenza di C_D dal numero di Reynolds (Fig.6.4) e dal numero di Mach (Fig.6.5). Al fine di calcolare il valore di μ al variare di T viene utilizzata la legge di Sutherland:

$$\mu = \mu_{REF} \left(\frac{T}{T_{REF}} \right)^{1.5} \frac{T_{REF} + S}{T + S} \quad (6.4)$$

Mediante $\mu_{REF} = 1.03\text{e-}5$ Pa s, $T_{REF} = 273$ K e $\mu_{100} = 1.37\text{e-}5$ Pa s a $T = 373$ K si calcola S per il metano. Infine si calcola μ al variare della temperatura. La variazione di μ è molto limitata in quanto T mantiene approssimativamente lo stesso valore per tutte le misure. Per il calcolo di Ma si utilizza γ pari a 1.3 al fine di calcolare la velocità del suono locale.

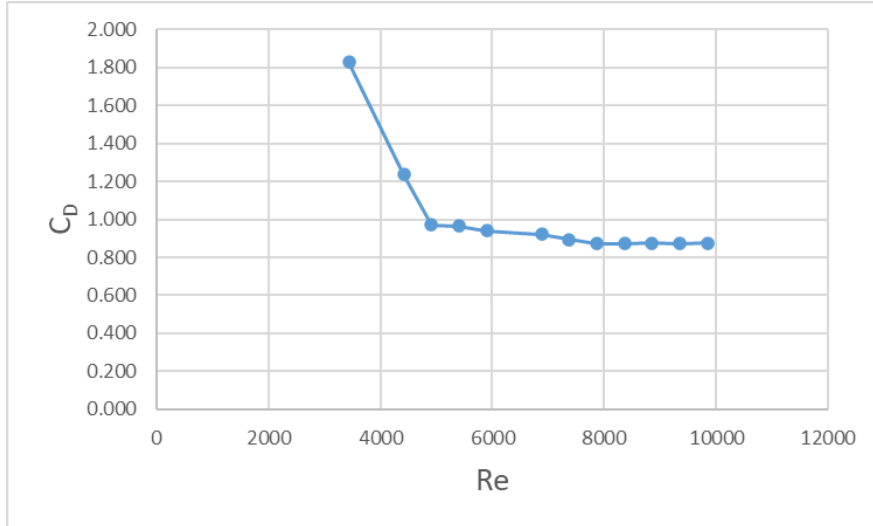


Figura 6.4: Dipendenza di C_D da Re

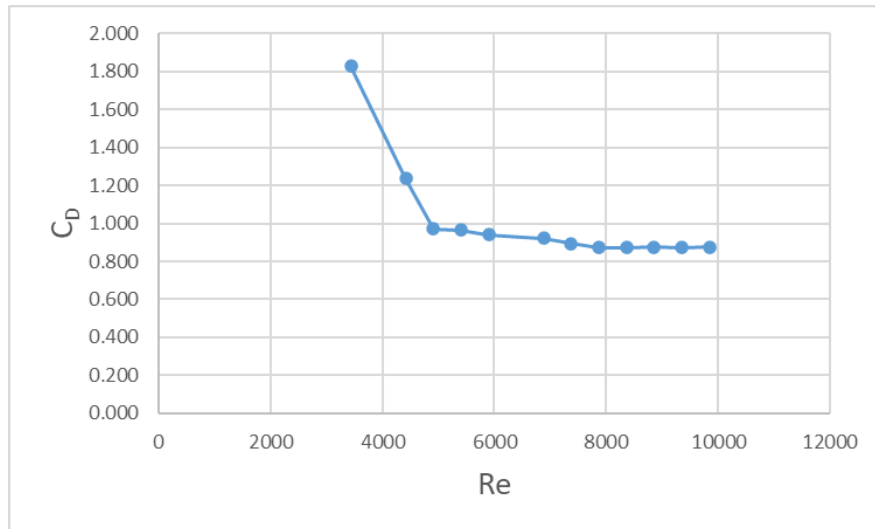


Figura 6.5: Dipendenza di C_D da Ma

Dai grafici è possibile osservare che:

- i primi valori di C_D non sono significativi;
- Re varia tra 3000 e 9000; ne deriva che il flusso nell'ugello è turbolento e valgono le ipotesi di profilo di velocità uniforme e di assenza di effetti viscosi significativi;
- Ma è sempre ridotto, pertanto vale l'ipotesi di flusso incomprimibile.

A Risultati aggiuntivi dell'analisi statistica delle serie di dati

A.1 Classi, frequenze relative e frequenze cumulate normalizzate

| Classe | Estremi | Occorrenze | f | F |
|--------|--------------------------------|------------|-------|-------|
| 1 | 953.74590995 977.68241496 | 12 | 0.007 | 0.007 |
| 2 | 977.68241496 1001.61891997 | 36 | 0.023 | 0.030 |
| 3 | 1001.61891997 1025.55542498 | 68 | 0.043 | 0.073 |
| 4 | 1025.55542498 1049.49192999 | 203 | 0.127 | 0.199 |
| 5 | 1049.49192999 1073.42843500 | 292 | 0.183 | 0.382 |
| 6 | 1073.42843500 1097.36494001 | 388 | 0.243 | 0.625 |
| 7 | 1097.36494001 1121.30144502 | 358 | 0.224 | 0.849 |
| 8 | 1121.30144502 1145.23795003 | 178 | 0.111 | 0.960 |
| 9 | 1145.23795003 1169.17445504 | 46 | 0.029 | 0.989 |
| 10 | 1169.17445504 1193.11096005 | 18 | 0.011 | 1.000 |

Tabella A.1: Risultati relativi alla serie corta

| Classe | Estremi | Occorrenze | f | F |
|---------------|--------------------------------|-------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1 | 931.352289950 983.208857960 | 43 | 0.0043 | 0.0043 |
| 2 | 983.208857960 1035.06542597 | 347 | 0.0347 | 0.0390 |
| 3 | 1035.06542597 1086.92199398 | 1325 | 0.1325 | 0.1715 |
| 4 | 1086.92199398 1138.77856199 | 2645 | 0.2645 | 0.4360 |
| 5 | 1138.77856199 1190.63513000 | 2505 | 0.2505 | 0.6866 |
| 6 | 1190.63513000 1242.49169801 | 1530 | 0.1530 | 0.8396 |
| 7 | 1242.49169801 1294.34826602 | 1106 | 0.1106 | 0.9502 |
| 8 | 1294.34826602 1346.20483403 | 328 | 0.0328 | 0.9830 |
| 9 | 1346.20483403 1398.06140204 | 153 | 0.0153 | 0.9983 |
| 10 | 1398.06140204 1449.91797005 | 17 | 0.0017 | 1.0000 |

Tabella A.2: Risultati relativi alla serie lunga