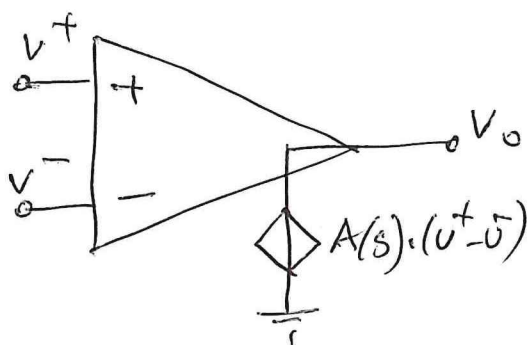


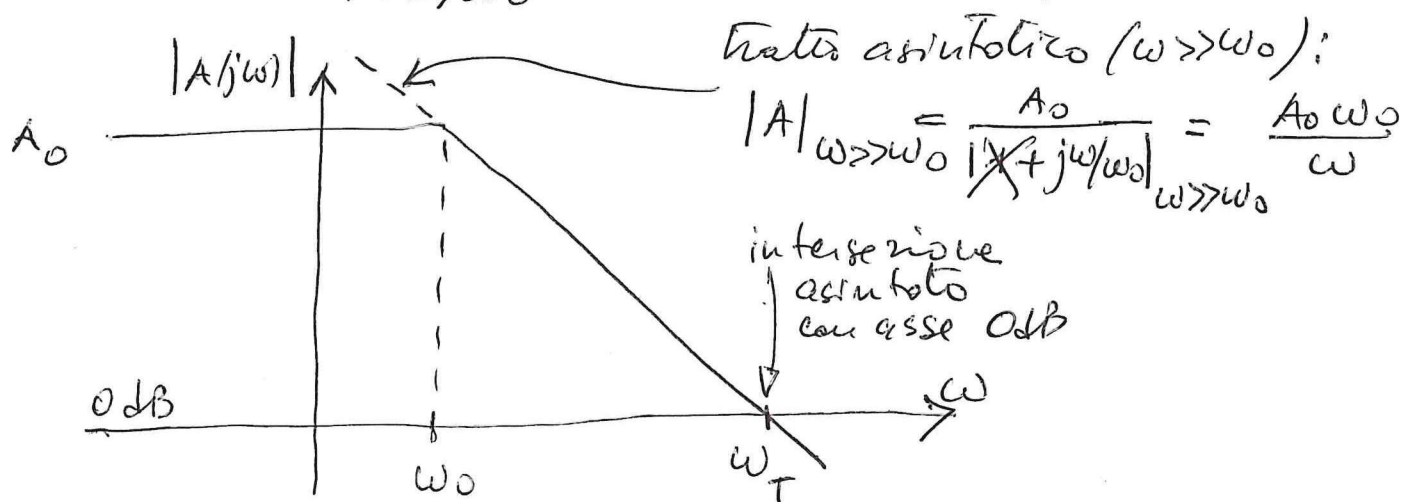
GUADAGNO REALE DELL' AMPL. OP. - RISPOSTA IN FREQUENZA

A.O. reale $\rightarrow A(s)$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{guadagno di DC } (A_0) \text{ finito} \\ \text{poli/zeri} \end{array} \right.$



□ MODELLO A SINGOLO POLO

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + s/\omega_0} \longleftrightarrow A(j\omega) = \frac{A_0}{1 + j\omega/\omega_0}$$



Calcolo ω_T :

$$|A| \sim \frac{A_0 \omega_0}{\omega} = 1 \rightarrow \omega = \omega_T = \boxed{A_0 \omega_0} \quad \text{prodotto } G+B \text{ dell' Amp. Op.}$$

Il GAIN-BANDWIDTH-PRODUCT (GBWP) è dato generalmente in [Hz]: $GBWP_{A.O.} = A_0 f_0 = \frac{A_0 \omega_0}{2\pi}$ (tip. 10-100 MHz)

Il modello a singolo polo descrive bene il caso in cui l'A.O. è compensato internamente, ovvero quando il polo a ω_0 è introdotto intenzionalmente a bassa frequenza (10-100 Hz ad es.) in modo che i poli dell'A.O. a più alta frequenza arrivino nel tratto dove $|A(j\omega)| < 1$, cioè per $\omega > \omega_T$.

- Effetto di $GBWP_{A.O.}$ finito: per $\omega \gg \omega_0$
 il guadagno $|A(j\omega)| \ll A_0 \rightarrow$ per $\omega > \omega_T \rightarrow |A(j\omega)| < 1$!
 ↳ diminuisce il Guo nei circuiti reazionati.
 ↳ un aspetto che il "guadagno ideale" G_{id} del
 circuito reazionato (che presumiamo $|G_{loop}| \gg 1$)
 vale solo in un intervallo di frequenze.

CALCOLO DELLA RISPOSTA IN FREQUENZA NEI CIRCUITI REAZIONATI - METODO GRAFICO (APPROSSIMATO)

Abbiamo già visto che il guadagno ad anello chiuso reale ha questa espressione:

$$G_R(s) = G_{id}(s) \cdot \frac{-G_{loop}(s)}{1 - G_{loop}(s)}$$

dove $G_{id}(s)$ e $G_{loop}(s)$ possiamo calcolarli direttamente sul circuito.

Dal punto di vista analitico basterebbe quindi sostituire, ma, per determinare i poli di $G_R(s)$ (poli ad anello chiuso), dobbiamo trovare le radici dell'equazione:

$$1 - G_{loop}(s) = 0 \rightarrow 1 - K \frac{(1+s/\omega_{z1}) \cdot (1+s/\omega_{z2}) \dots}{(1+s/\omega_{p1})(1+s/\omega_{p2}) \dots} = 0$$

$G_{loop}(s)$

$\Rightarrow \boxed{p_1}, \boxed{p_2}, \dots$ POLI AD ANELLO CHIUSO (G_R)

□ METODO GRAFICO (APPROSSIMATO)

Per tracciare l'andamento della risposta in frequenza ^{del guadagno} ~~del~~ $|G_R(j\omega)|$ in modo approssimato, trovo gli andamenti asintotici di $|G_R(j\omega)|$ nelle 2 condizioni estreme:

$$G_R(j\omega) = G_{ID}(j\omega) \frac{-G_{LOOP}(j\omega)}{1 - G_{LOOP}(j\omega)}$$

$|G_{LOOP}| \gg 1$
 \swarrow
 $|G_{ID}(j\omega)|$

$|G_{LOOP}| \ll 1$
 \searrow
 $|-G_{ID} G_{LOOP}(j\omega)|$

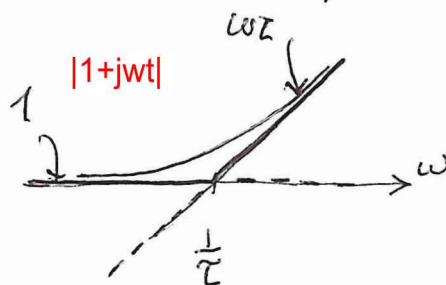
- il caso $|G_{LOOP}| \gg 1$ porta ovviamente a $G_R \rightarrow G_{ID}$, che rappresenta, appunto, la definizione di G_{ID} .
- Per $|G_{LOOP}| \ll 1$, il circuito di fatto non è più reazionato e il guadagno ad quello chiuso non può più seguire $|G_{ID}|$ ma segue un nuovo andamento asintotico $|G_{ID} \cdot G_{LOOP}|$.

P.S. Per $|G_{LOOP}| \gg 1$ approssimiamo $|\cancel{1 - G_{LOOP}(j\omega)}| \sim |G_{LOOP}(j\omega)|$
 per $|G_{LOOP}| \ll 1$ " " $|\cancel{1 - G_{LOOP}(j\omega)}| \sim 1$

è un' approssimazione analoga a quella che abbiamo manualmente per tracciare gli andamenti asintotici nei diagrammi di Bode delle F.T. Ad. esempio, per una singolarità reale, adottiamo proprio questo approccio:

$$|\cancel{1 + j\omega\tau}| \xrightarrow[\omega\tau \gg 1]{\omega \gg \frac{1}{\tau}} \omega\tau$$

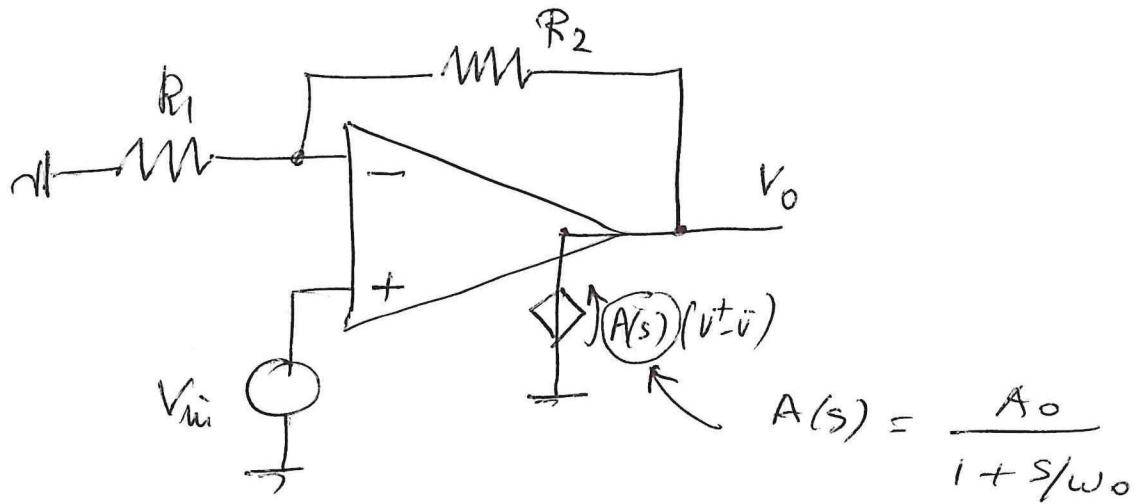
$$|\cancel{1 + j\omega\tau}| \xrightarrow[\omega\tau \ll 1]{\omega \ll \frac{1}{\tau}} 1$$



Traccio quindi il diagramma di Bode dei 2 andamenti asintotici, $|G_{id}(j\omega)|$ e $|G_{id} \cdot G_{loop}(j\omega)|$, nei rispettivi domini di validità ($|G_{loop}| \gtrsim 1$). L'unione dei 2 grafici darà l'andamento complessivo di $|G_R(j\omega)|$ (risposta in frequenza del guadagno ad anello chiuso).

- Va sottolineato il carattere approssimato di questo approccio che tuttavia è in grado di stimare l'intervallo di frequenze in cui $|G_R(j\omega)| \approx |G_{id}(j\omega)|$ ed il polo dominante ad anello chiuso.
- Il metodo grafico (tracciatura dei 2 andamenti asintotici $|G_{id}|$ e $|G_{id}G_{loop}|$) è veloce ed è quindi molto utilizzato per le prime indicazioni nella fase progettuale.

ESEMPLO: RISPOSTA IN FREQUENZA AMPLIF. NON-INVERTENTE

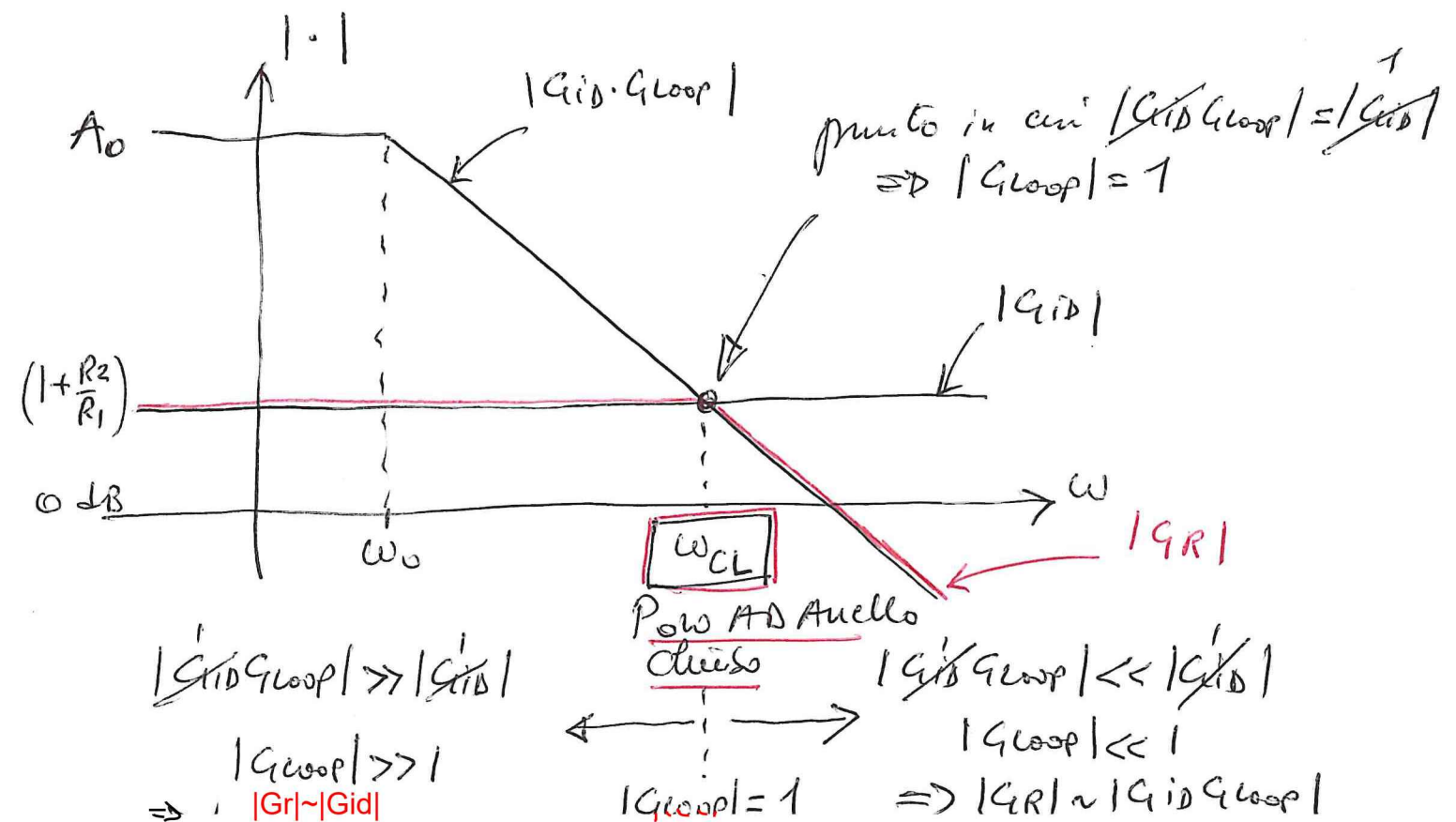


$$1) \boxed{G_{ID}} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad (A \rightarrow \infty, (v^+ - v^-) \rightarrow 0)$$

$$\boxed{G_{Loop}} = -A(s) \frac{R_1}{R_1 + R_2} = -\frac{A_0 R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{1 + s/\omega_0}$$

$$\boxed{-G_{ID} G_{Loop}} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{A_0 R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{1 + s/\omega_0} = \frac{A_0}{1 + s/\omega_0}$$

• TRACCIATURA DI $|G_{ID}|$, $|G_{ID} G_{Loop}|$, $\boxed{|G_{REG}|}$



Calcolo ω_{CL} :

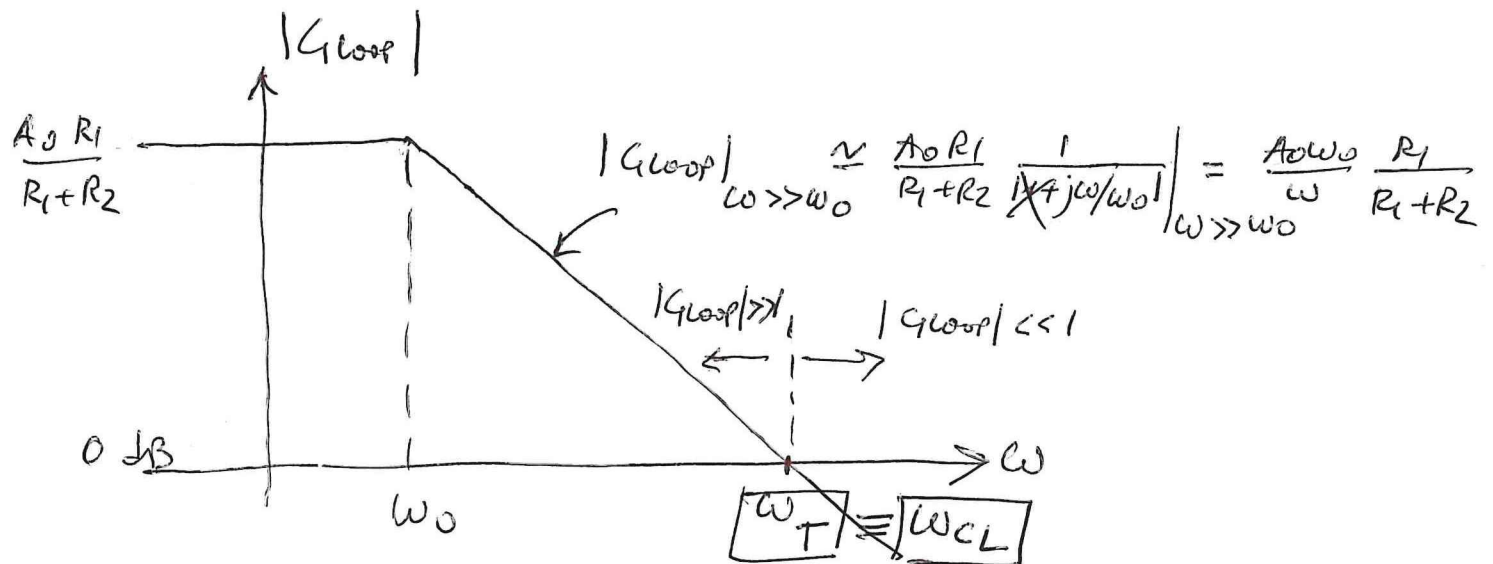
$$|G_{ID} \cdot G_{loop}|_{\omega \gg \omega_0} \approx \left| \frac{A_0}{1 + j\omega/\omega_0} \right|_{\omega \gg \omega_0} = \frac{A_0 \omega_0}{\omega}$$

$$|G_{ID}| = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$$\rightarrow \frac{A_0 \omega_0}{\omega} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \rightarrow \omega \triangleq \boxed{\omega_{CL}} = \frac{A_0 \omega_0}{1 + \frac{R_2}{R_1}} = \boxed{\frac{A_0 \omega_0 R_1}{R_1 + R_2}}$$

Si nota che il polo ad anello chiuso si origina proprio nel punto dove si incrociano i 2 asintoti ($|G_{ID} G_{loop}| = |G_{ID}|$), equivalente alla condizione $|G_{loop}| = 1$.

Verifichiamo allora il diagramma di $|G_{loop}|$:



Calcolo ω_T ($|G_{loop}|$ taglia l'asse 0 dB = 1):

$$|G_{loop}|_{\omega \gg \omega_0} = \frac{A_0 \omega_0}{\omega} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 1 \Rightarrow \boxed{\omega_T} = \boxed{\frac{A_0 \omega_0 R_1}{R_1 + R_2}}$$

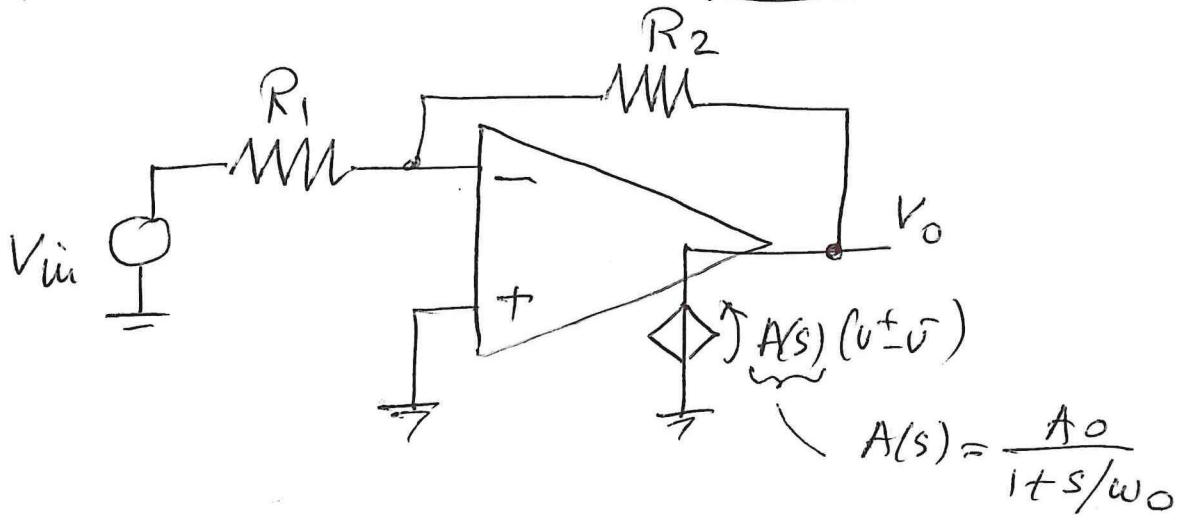
CORRISPONDE AL POLO

AD ANELLO CHIUSO $\boxed{\omega_{CL}}$
DI $\underline{G_{REALE}(s)}$.

P.S. Il grafico di $|G_{loop}|$ fornisce rapidamente l'informazione sull'intervallo di frequenza per cui $|G_{ID}| \approx |G_{ID}|$ e la posizione del polo ad anello chiuso ω_{CL} , che corrisponde alla frequenza a cui $|G_{loop}| = 1$.

□ RISPONDA IN FREQUENZA AMPLIFICATORE INVERTENTE

7

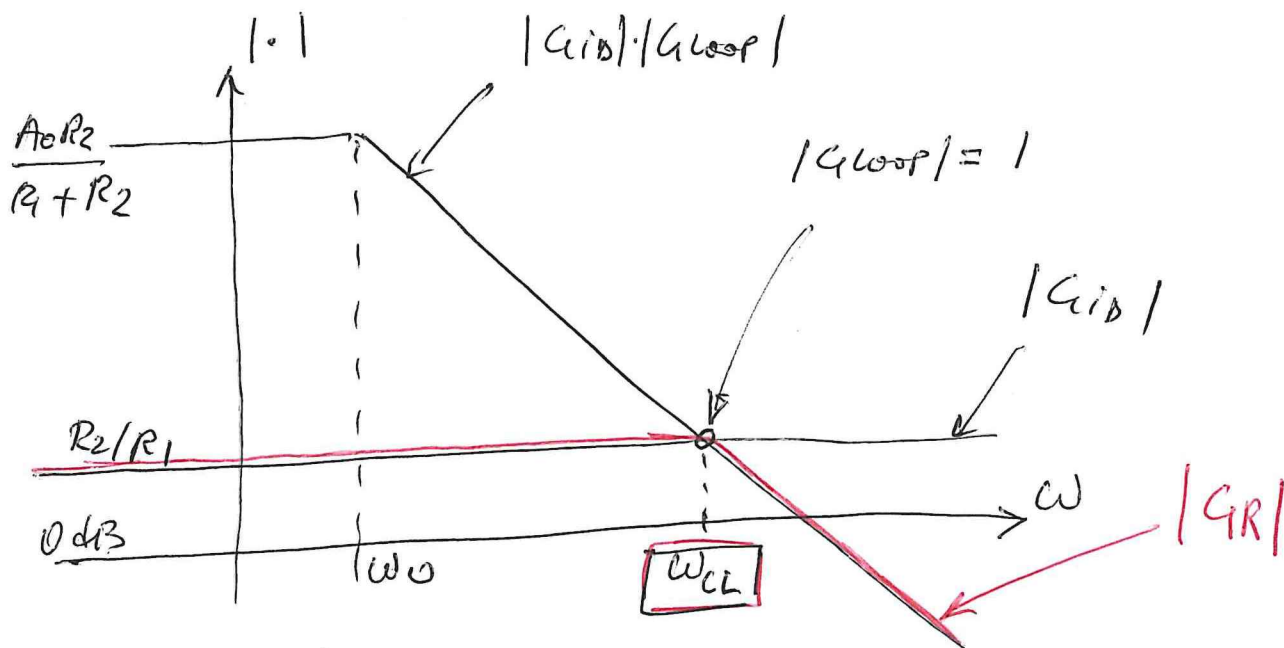


$$|G_{ID}| = -\frac{R_2}{R_1} \quad (A \rightarrow \infty, (v^+ - v^-) \rightarrow 0)$$

$$|G_{loop}| = -A(s) \frac{R_1}{R_1 + R_2} = -\frac{A_0 R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{1 + s/\omega_0}$$

$$-G_{ID}G_{loop} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{A_0 R_1}{R_1 + R_2} \frac{1}{1 + s/\omega_0} = -\frac{A_0 R_2}{R_1 + R_2} \frac{1}{1 + s/\omega_0}$$

• DIAGRAMMI di BODE $|G_{ID}|$, $|G_{ID}G_{loop}|$, $|G_{RHO}|$



Calcolo ω_{CL} :

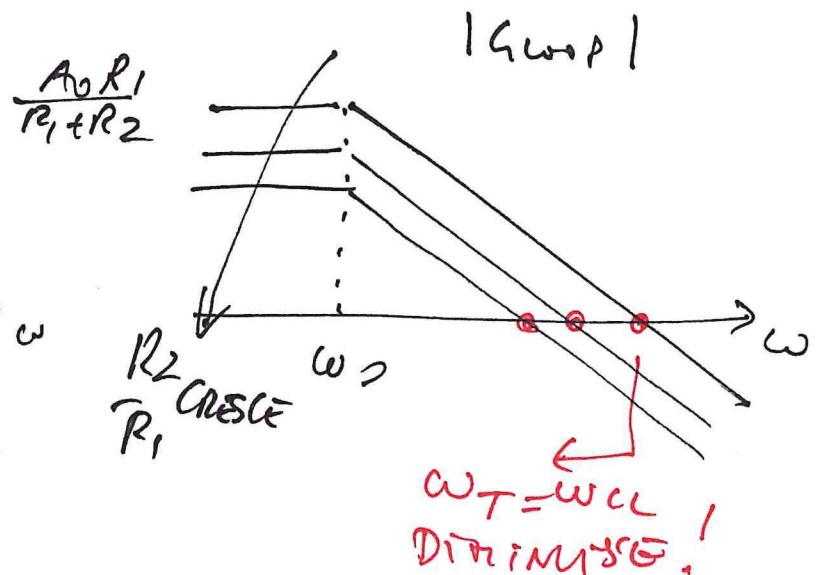
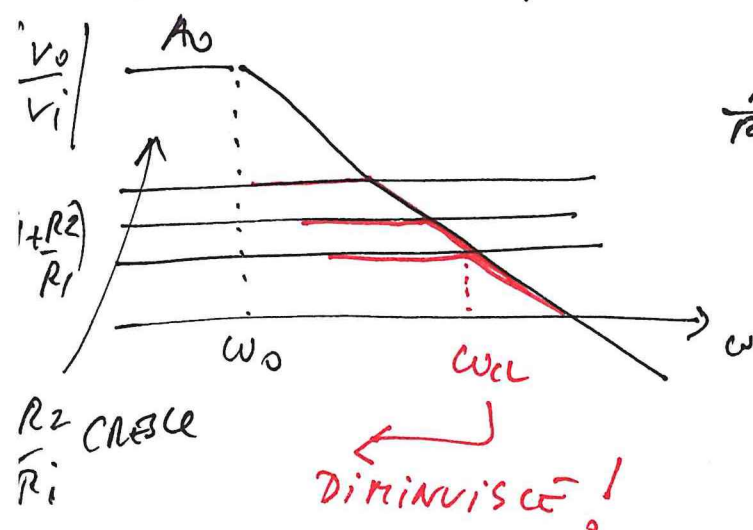
$$|G_{ID}G_{loop}|_{\omega \gg \omega_0} \approx \frac{A_0 R_2}{R_1 + R_2} \frac{1}{|1 + j\omega/\omega_0|} = \frac{A_0 \omega_0}{\omega} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\hookrightarrow \frac{A_0 \omega_0}{\omega} \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_1} \rightarrow \omega = \omega_{CL} = \boxed{A_0 \omega_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2}} \quad \text{CORRE PRIMA?}$$

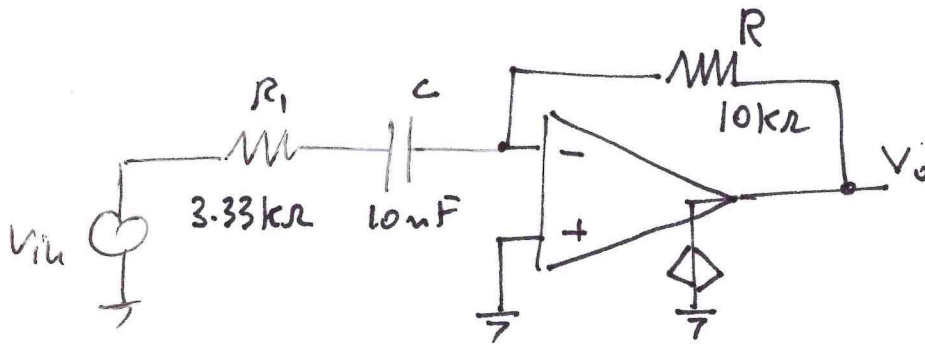
- SE ricordiamo che ω_{CL} si origina all'incrocio di $|G_{id} G_{loop}|$ con $|G_{id}|$, che corrisponde all'intersezione di $|G_{loop}|$ con l'asse a 0 dB ($|G_{loop}| = 1$), si comprende bene l'anal. invertente e non-invertente hanno lo stesso ω_{CL} ed quello stesso ω_{CL} . Infatti, una volta spento il generatore di ingresso, entrambi gli amplificatori sono identici ai fini di $G_{loop} \Rightarrow$ stesso polo ed quello stesso!

- osservando l'espressione di $\omega_{CL} = A_0 \omega_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2}$, si nota che il polo di G_{loop} (ad quello a/b) viene moltiplicato per $|G_{loop}|$ in DC ($A_0 R_1 / (R_1 + R_2)$) a dare il polo ad quello chiuso. Al variare del rapporto delle resistenze R_2/R_1 , si può quindi cambiare il G_{id} (desiderato), così facendo tuttavia cambia anche G_{loop} e quindi l'intervallo di frequenze in cui $G_{EXT} \sim G_{id}$, il limite è proprio dato da ω_{CL} .

Esempio: amplificatore non-invertente:



ESEMPIO : RISPOSTA IN FREQUENZA DERIVATORE APPROX. →

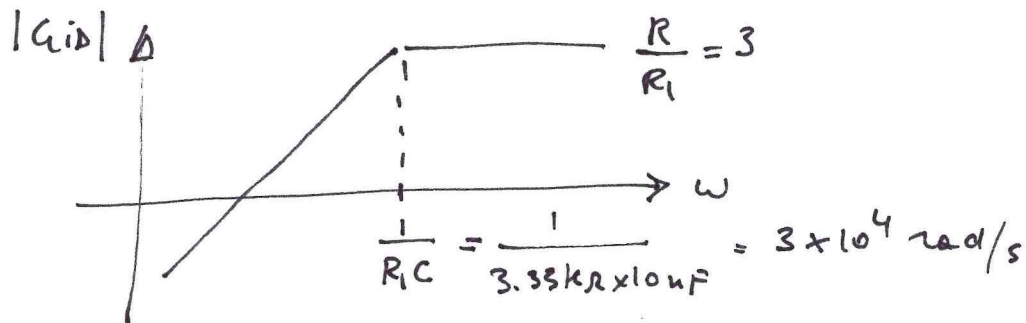


$$A_0 = 10^5$$

$$\omega_0 = 2\pi \cdot 10 \text{ Hz} = 62.8 \text{ rad/s}$$

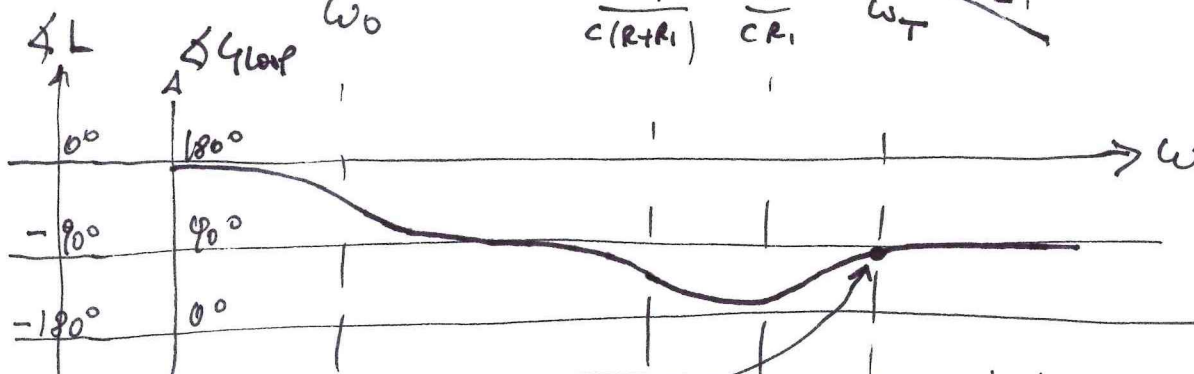
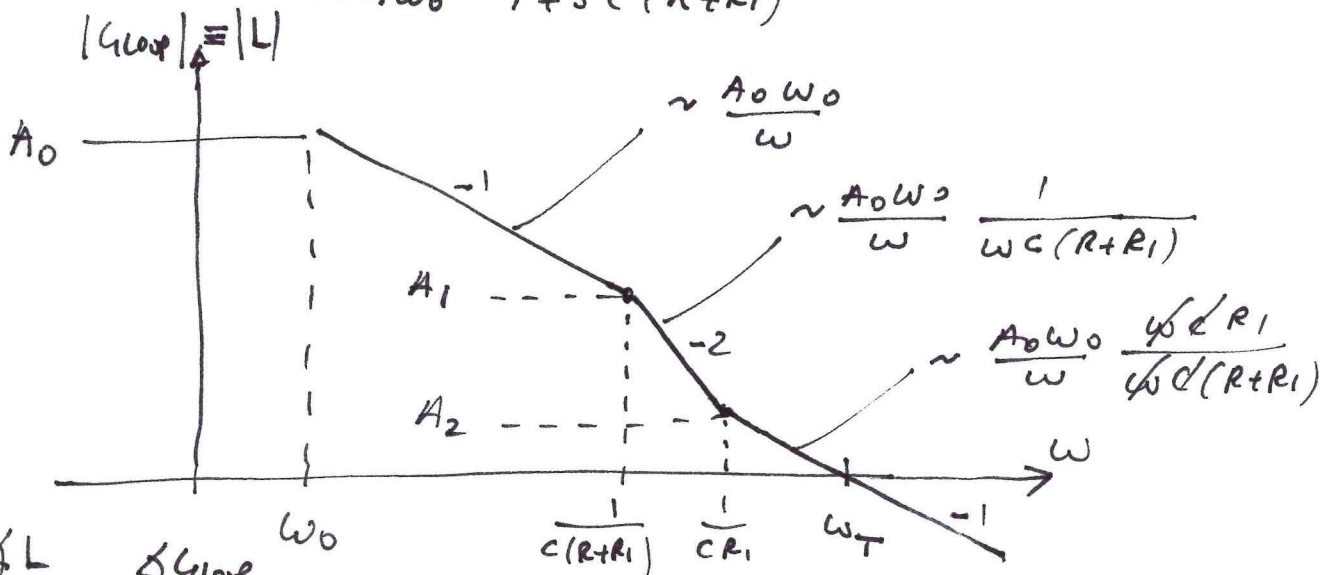
$$(GBWP_{A.O.} = 1 \text{ MHz})$$

$$G_{id} = - \frac{R}{R_1 + \frac{1}{sC}} = - \frac{sCR}{1 + sCR_1}$$



$$G_{loop} = - \frac{A_0}{1 + s/\omega_0} \frac{1 + sCR_1}{1 + sC(R+R_1)}$$

$$\frac{1}{C(R+R_1)} = \frac{1}{10 \text{ nF} \times 13.33 \text{ k}\Omega} = 7502 \text{ rad/s}$$



$$\begin{aligned} \angle L(j\omega_T) &= -\arctan \frac{\omega_T}{\omega_0} + \left[\angle G_{loop}(j\omega_T) = 180^\circ - \arctan \frac{\omega_T}{\omega_0} - \arctan [\omega_T C(R+R_1)] + \right. \\ &\quad \left. + \arctan \omega_T C R_1 = +89.2^\circ \right] \\ &= -\arctan \omega_T C(R+R_1) + \arctan \omega_T C R_1 = -90.8^\circ \end{aligned}$$

• calcolo A_1

2

- uso dell'andamento asintotico $|G_{loop}| \sim \frac{A_0 \omega_0}{\omega}$

$$\hookrightarrow A_1 = \left. \frac{A_0 \omega_0}{\omega} \right|_{\omega = \frac{1}{C(R+R_1)}} = A_0 \omega_0 C(R+R_1) = 10^5 + 2\pi \cdot 10 \times 10^3 \times 3.3k = 837.5$$

- sfruttando la dipendenza $|G_{loop}| \propto \frac{1}{\omega}$

$$\hookrightarrow \frac{A_0}{A_1} = \frac{\frac{1}{C(R+R_1)}}{\omega_0} = \frac{1}{\omega_0 C(R+R_1)} \rightarrow A_1 = A_0 \omega_0 C(R+R_1) \checkmark$$

• calcolo A_2

- eq. asintotico $|G_{loop}| \sim \frac{A_0 \omega_0}{\omega} \frac{1}{\omega C(R+R_1)}$

$$\hookrightarrow A_2 = \left. \frac{A_0 \omega_0}{\omega} \frac{1}{\omega C(R+R_1)} \right|_{\omega = \frac{1}{CR_1}} = A_0 \omega_0 CR_1 \frac{CR_1}{C(R+R_1)} = A_0 \omega_0 CR_1 \frac{R_1}{R+R_1} = 837.5 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 52.3$$

- dipendenza $|G_{loop}| \propto \frac{1}{\omega^2}$

$$\hookrightarrow \frac{A_1}{A_2} = \left[\frac{\frac{1}{CR_1}}{\frac{1}{C(R+R_1)}} \right]^2 = \left(\frac{R+R_1}{R_1} \right)^2 \rightarrow A_2 = A_1 \left(\frac{R_1}{R+R_1} \right)^2 = A_0 \omega_0 C(R+R_1)$$

$$= A_0 \omega_0 C(R+R_1) \frac{R_1^2}{(R+R_1)^2} = A_0 \omega_0 CR_1 \frac{R_1}{R+R_1} \checkmark$$

• calcolo f_T

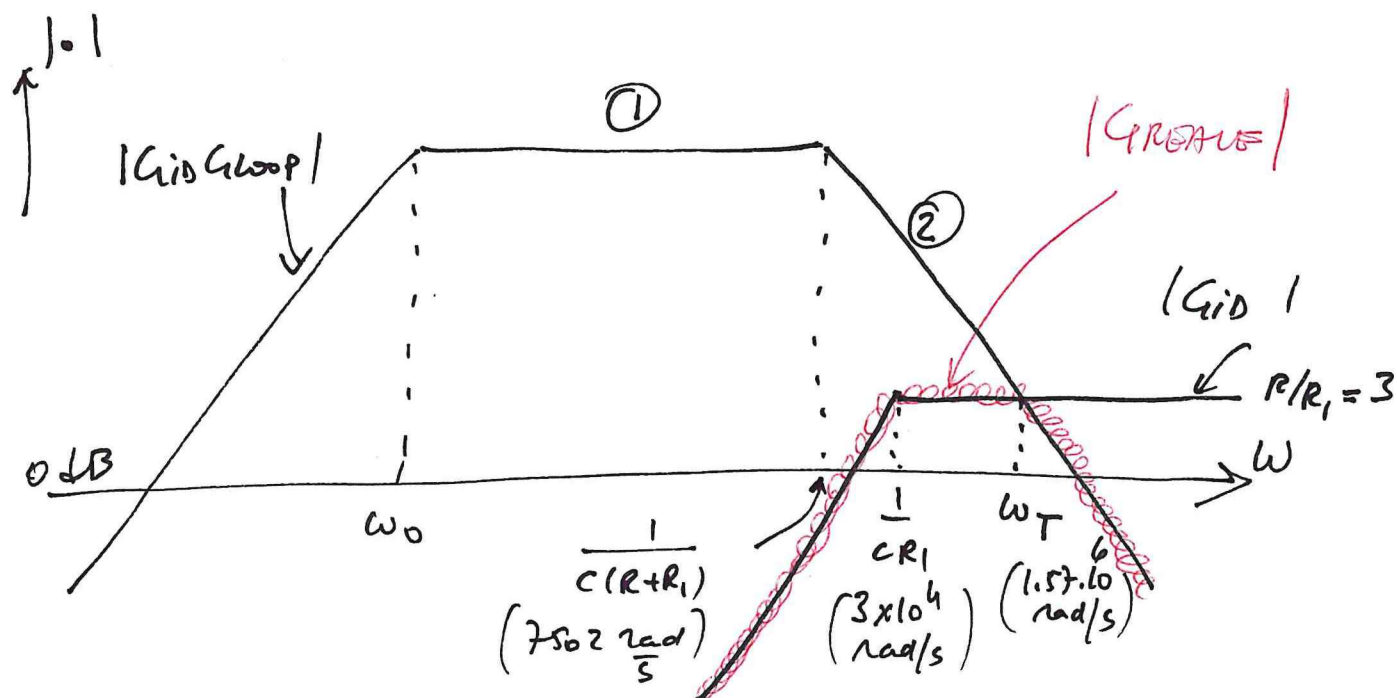
- eq. asintotico $|G_{loop}| \sim \frac{A_0 \omega_0}{\omega} \frac{R_1}{R_1 + R} = 1$

$$\hookrightarrow \omega_T = A_0 \omega_0 \frac{R_1}{R+R_1} = 10^5 \times 2\pi \cdot 10 \times \frac{1}{4} = 1.57 \cdot 10^6 \text{ rad/s}$$

- dipendenza $|G_{loop}| \propto \frac{1}{\omega}$

$$\frac{A_2}{1} = \frac{\omega_T}{1/RC} \rightarrow \omega_T = A_2 \frac{1}{RC} = A_0 \omega_0 \frac{CR_1}{R+R_1} \frac{1}{RC} \checkmark$$

$$G_{id} \cdot G_{loop} = \frac{s R C}{1 + s R C} \cdot \frac{A_0}{1 + s/w_0} \cdot \frac{1 + s C R_1}{1 + s C (R + R_1)}$$



① $\omega_0 \ll \omega \ll \frac{1}{C(R+R_1)}$

$$|G_{id} G_{loop}| \sim \cancel{\omega R C} \frac{A_0 \omega_0}{\cancel{\omega}} \cdot \frac{1}{1} = A_0 \omega_0 R C = 628.3$$

② $\frac{1}{C(R+R_1)} \ll \omega$

$$|G_{id} G_{loop}| \sim \cancel{\omega R C} \frac{A_0 \omega_0}{\cancel{\omega}} \cdot \frac{1}{\cancel{\omega} C (R+R_1)} = \frac{A_0 \omega_0}{\omega} \frac{R}{R+R_1}$$

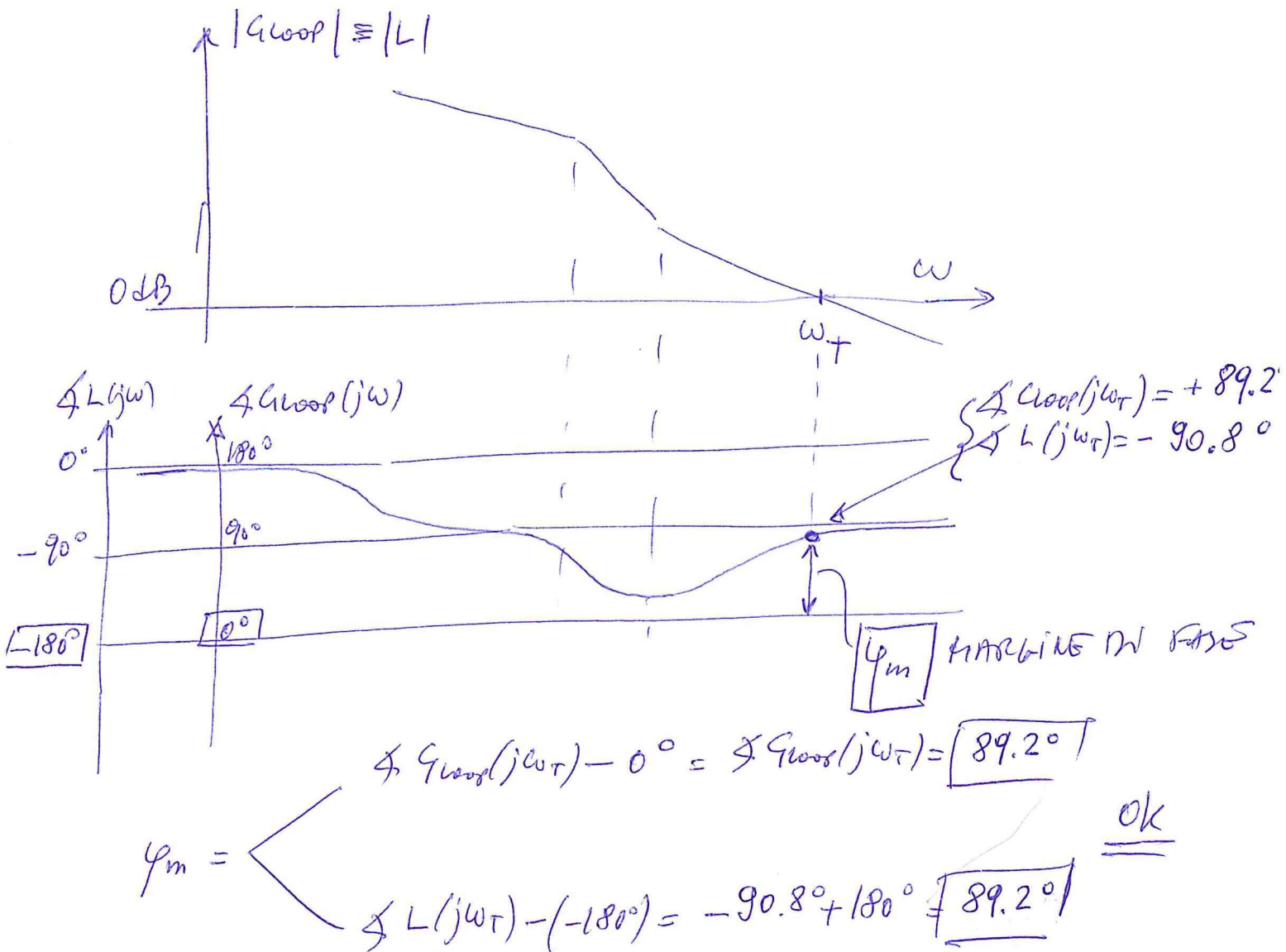
Calcolo ω_T :

$$|G_{id} G_{loop}| = |G_{id}| \rightarrow \frac{A_0 \omega_0}{\omega} \frac{R}{R+R_1} = \frac{R}{R_1}$$

$$\hookrightarrow \omega_T = A_0 \omega_0 \frac{R_1}{R+R_1} \text{ (come prima ok) } 1.57 \times 10^6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

• verifica del margin di fase

Abbiamo già tracciato il grafico di G_{loop} e L (modulo e fase)



P.S. Se il margin di fase non fosse stato > 0 (sistema stabile), il calcolo del guadagno reale fatto precedentemente non sarebbe stato valido —