

# Positroni

Andrea Foresi Lari Tommaso

(Dated: 14 aprile 2021)

Obiettivo principale dell'esperienza è l'osservazione del processo di annichilazione elettrone-positrone utilizzando una sorgente di  $^{22}\text{Na}$  per la produzione di positroni. Misurando l'energia dei due fotoni provenienti dall'annichilazione  $e^-e^+$  viene eseguita una misura della massa dell'elettrone (4). Inoltre sono mostrati un tentativo di misura della distribuzione di probabilità del 3-impulso del sistema annichilante (5) e uno di osservazione di decadimenti ritardati del positronio. (6)

## Contents

<b>1. Cenni teorici</b>	1
<b>2. Apparato Sperimentale</b>	1
<b>3. Settaggio dell'apparato</b>	2
3.1. Prime osservazioni	2
3.2. Misura della Carica	2
3.3. Spettri delle sorgenti	3
3.4. Punti di lavoro dei 3 PMT	4
3.5. Trigger, ADC e discriminatore	4
<b>4. Misura massa elettrone</b>	5
4.1. Procedimento di prese dati	5
4.2. Fit sui picchi	5
4.2.1. Picchi singoli	5
4.2.2. Fit picchi del cobalto	6
4.3. Misure	6
<b>5. Distribuzione 3-Impulso</b>	8
5.1. Misure	8
<b>6. Decadimenti ritardati</b>	9
6.1. Misura di Time-Stamp	9
6.2. Calibrazione in energia dei rilevatori	10
6.3. Osservazione eventi ritardati	10
<b>7. Conclusioni</b>	11
<b>A. Misure Picchi per calibrazione e massa di <math>e^-</math></b>	12
<b>B. immagini</b>	13
<b>C.</b>	15

## 1. CENNI TEORICI

Il decadimento principale del  $^{22}\text{Na}$ , sorgente primaria col quale effettueremo le principali misure e osservazioni, è, con un branching ratio del 90%, il  $\beta^+$ , ovvero il decadimento in tre corpi di un protone del nucleo in neutrone, positrone e neutrino elettronico:

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$$

A seguito di questo decadimento l'atomo di sodio, avendo perso un protone cambia natura diventando un atomo di Neon ( $^{21}\text{Ne}$ ) eccitato che dopo 3.7 ps decade  $\gamma$  in un fotone da 1274 keV di energia.

Per quanto riguarda il positrone invece, questo subisce un rallentamento per interazione con la materia dentro cui si trova e interagendo con gli elettroni circostanti, annichila rilasciando due fotoni back-to-back ognuno di energia nel centro di massa pari a 511 keV, ovvero, proprio la massa dell'elettrone.

Data la risoluzione della nostra strumentazione non è possibile osservare un  $\Delta t$  tra il decadimento  $\gamma$  del nucleo di Neon eccitato e l'annichilazione elettrone-positrone, quindi, assumeremo che questi due eventi avvengano in contemporanea. Il positrone però, prima di fare annichilazione, ha una piccola possibilità di legarsi in uno stato altamente instabile con l'elettrone. Questo stato si chiama "positronio".

Nel positronio l'elettrone e il positrone sono legati da forza elettromagnetica e assumono caratteristiche molto simili all'atomo di idrogeno, se non fosse per la massa ridotta del sistema pari a circa la metà.

Dato che l'elettrone e il positrone sono fermioni, e quindi dotati di spin 1/2, lo stato del positronio potrà avere due possibilità:

- Uno di singoletto con spin totale = 0, dove elettrone e positrone hanno spin opposto, antiparallelo, e viene chiamato Para-Positronio (p-Ps,  $^1S_0$ ), con una vita media nel vuoto di 0.125 ns, il quale decade preferenzialmente in due fotoni di 511 keV, se visti nel centro di massa.
- Uno di tripletto con spin totale = 1, in questo caso il positronio viene chiamato Orto-Positronio (o-Ps,  $^3S_1$ ) e decade preferenzialmente in 3 fotoni con una vita media nel vuoto di  $\sim 140$  ns.

Nel caso di tripletto, però, data la vita media più lunga dell' o-Ps, 3 ordini di grandezza in più rispetto al p-Ps, questo ha la possibilità di interagire con la materia circostante ed il positrone può fare annichilazione con un secondo elettrone, non quello al quale è legato elettromagneticamente, e quindi decadere in due fotoni piuttosto che in tre. In questa situazione osserveremmo 2 fotoni di 511 keV nel centro di massa ritardati di un certo lasso di tempo  $< 140$  ns rispetto al decadimento del Neon eccitato ( $\text{Ne}^*$ ). Questo decadimento ritardato in due fotoni viene chiamato pick-off e può avvenire più facilmente se attorno alla sorgente di  $^{22}\text{Na}$  vi è del materiale, nel nostro caso aerogel.

## 2. APPARATO SPERIMENTALE

- Sistema di supporto della sorgente primaria (scatola isolante).
- Tre Scintillatori inorganici (NaI(Tl)) con Fotomoltiplicatori.
- Alimentatore HV per i PMT.
- Oscilloscopio.
- Moduli NIM: Discriminatore, Coincidenze, Contatore.
- ADC (modello CAEN N6725 otto canali), risoluzione 14 bit, rate di campionamento 250 MS/s.
- PC con installato il software "WAVEDUMP" per acquisire i segnali dell'ADC.

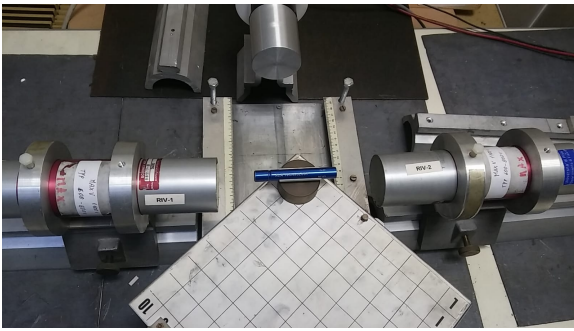


Figura 1: Immagine apparato sperimentale. Il tubetto blu, isolante, racchiude una delle cinque sorgenti di prova. La sorgente primaria non è visibile ma interna alla scatola quadrata. Intorno ad essa si riconoscono i tre scintillatori con accoppiati i PMT. Numerati partendo da sinistra andando in senso antiorario i rivelatori 1, 2 e 3.

Al centro del nostro apparato è posizionata una scatola schermante, regolabile in altezza e direzionabile grazie alla possibilità di ruotarla attorno al proprio asse e traslarla lungo un'unica direzione.

All'interno di questa scatola può essere posizionata la sorgente primaria di  $^{22}\text{Na}$  di intensità maggiore rispetto a quelle secondarie di prova, che possono essere maneggiate con totale libertà e posizionate dove meglio si crede. Si dispone delle seguenti sorgenti di calibrazione:  $^{241}\text{Am}$  (Americio),  $^{60}\text{Co}$  (Cobalto),  $^{137}\text{Cs}$  (Cesio),  $^{90}\text{Sr}$  (Stronzio),  $^{22}\text{Na}$  (Sodio).

I tre PMT con gli scintillatori possono essere posizionati e direzionati attorno alla scatola senza limitazioni fuorché per l'altezza rispetto al piano d'appoggio.

Per motivi di sicurezza la sorgente può essere posizionata nell'apparato solamente da un tecnico esterno e non ci è stato permesso di spostarla se non tramite i movimenti della scatola isolante che la conteneva.

Questa sorgente primaria consiste in una quantità di materiale di volume dell'ordine del  $\text{mm}^3$  racchiusa in un cubetto di aerogel di lato 2 cm.

Le particelle emesse durante i decadimenti raggiungono i rivelatori composti da una coppia scintillatore e fotomoltiplicatore, i quali producono un segnale che può essere letto da strumenti di lettura come oscilloscopio o ADC.

Dai segnali provenienti dall'ADC è possibile ricavare in analisi dati una misura dell'energia rilasciata da una particella nel rivelatore e del tempo in cui questa è passata.

### 3. SETTAGGIO DELL'APPARATO

#### 3.1. Prime osservazioni

Tutti i PMT supportano un massimo di 900 V di tensione di alimentazione.

Collegando l'uscita di uno dei PMT direttamente all'oscilloscopio, dopo aver posizionato una sorgente di calibrazione sulla scatola centrale, è stato possibile notare eventi impulsivi di lunghezza variabile, dell'ordine del centinaio di ns (generalmente intorno ai 500 ns), e di ampiezza del centinaio di mV, con alcuni segnali che raggiungevano anche 1-2 V ampiezza picco-picco.

Sono state poi eseguite delle prove per vedere se e come cambiasse il rate degli eventi in funzione di alcuni fattori come la tensione di alimentazione dei fototubi e l'orientazione della sorgente di calibrazione.

Il rate degli eventi letti dal PMT-1 è stato misurato tramite oscilloscopio. I risultati si trovano nelle tabelle I e II.

$V_{Alim}$ [V]	400	500	600	700	750	800
Rate [Hz]	<10	<10	~50	~1000	~1300	~1800

Tabella I: Rate vs Alimentazione. Trigger su oscilloscopio -24 mV

Posizione [rad]	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$
Rate [Hz]	~800	~400	~50

Tabella II: Rate vs Angolo. Tensione sul PMT-1 700 V, Trigger su oscilloscopio -24 mV. Gli angoli indicati sono riferiti alla orientazione della sorgente rispetto all'asse dello scintillatore cilindrico.

#### 3.2. Misura della Carica

L'energia rilasciata dal passaggio della particella nello scintillatore è in buona approssimazione proporzionale all'integrale del segnale prodotto dal rivelatore, ovvero la carica in uscita dal PMT.

Per ricavare una misura di questa carica a partire dai segnali che leggiamo tramite ADC<sup>1</sup> sono stati elaborati diversi metodi.

Qui sono elencati a partire dal più semplice:

1. Ricerca dell'ampiezza massima del segnale.
2. Integrazione del segnale entro un range fissato di campioni attorno al punto in cui il segnale raggiunge l'ampiezza massima.
3. Integrazione del segnale in un intervallo in cui questo è al di sopra di una certa soglia (20 % dell'ampiezza massima).
4. Fit del segnale e integrale della curva di fit. Il fit è stato eseguito con una curva ottenuta tramite convoluzione di 2 esponenziali moltiplicata per la funzione di heaviside:

$$F(x) = -\theta(\Delta x)C(e^{-a(x-\Delta x)} - e^{-b(x-\Delta x)}) \quad (1)$$

Dove  $\Delta x$  indica l'inizio del segnale, C una costante moltiplicativa, a e b i termini di salita e discesa del segnale.

<sup>1</sup> L'ADC riporta una versione discretizzata del segnale. Per ogni evento sono registrati 1030 o 520 valori di tensioni distanziati da un intervallo temporale di 4 ns.

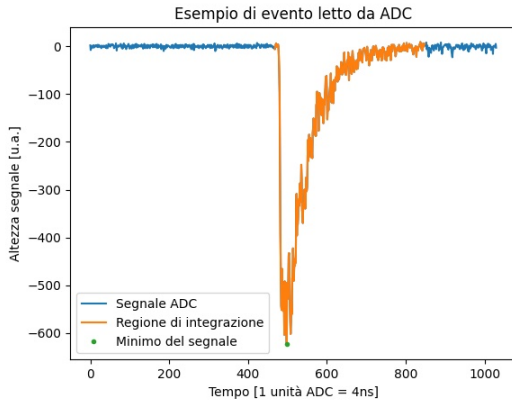


Figura 2: Metodo "limiti fissati". Il segnale è integrato in un intervallo composto da 30 campioni prima del minimo e 350 successivi; cioè 120 ns prima del minimo e 1.4  $\mu$ s dopo.

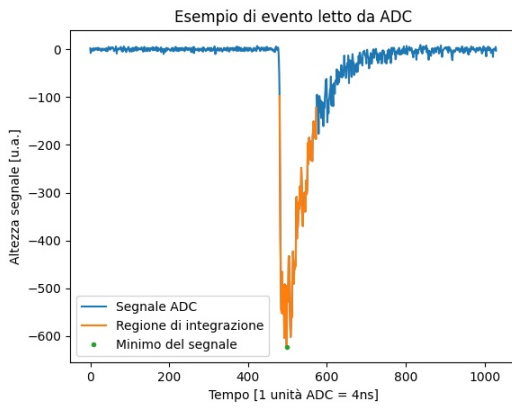


Figura 3: Metodo "20%". E' considerata la parte di segnale compresa tra il primo e l'ultimo campione con energia pari al 20 % dell' ampiezza massima del segnale.

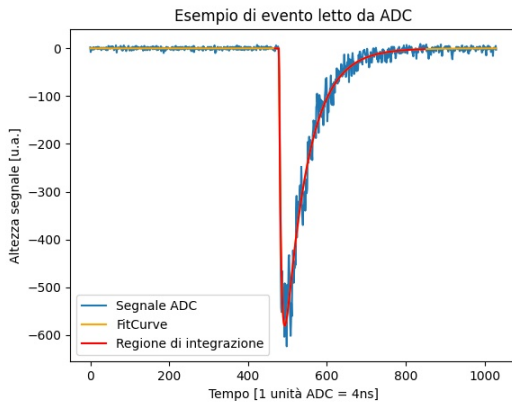


Figura 4: Metodo "fit". La carica è ricavata integrando la curva di best fit tra due punti, start ( $\Delta x$ ) e stop. Start è il parametro stimato dal fit e stop dista da start 380 campioni, ovvero circa 1.44  $\mu$ s.

Per ognuno di questi metodi è stata valutata la risoluzione.

Poiché il picco del Cesio è un picco molto stretto questo può essere utilizzato come test per valutare la risoluzione.

La risoluzione è calcolata come il rapporto tra dev.std. e media del picco del Cesio ricavate eseguendo un fit dell' istogramma delle cariche con una gaussiana. In tabella III i risultati ottenuti.

Metodo	media [u.a.]	sigma [u.a.]	risoluzione
minimo	$1562.82 \pm 0.64$	$69.22 \pm 0.52$	4.4
Limiti Fissati	$(11870.6 \pm 3.0)e+1$	$(312.9 \pm 2.3)e+1$	2.6
20%	$(9755.3 \pm 3.2)e+1$	$(323.0 \pm 2.8)e+1$	3.3
Fit	$(11959.6 \pm 31)e+1$	$(320.7 \pm 2.6)e+1$	2.7

Tabella III: Confronto metodi di ricostruzione della carica. I dati si riferiscono al decadimento del Cesio letto tramite PMT-1, alimentazione 720 V. Dati presi in data 19 Febbraio 2021. Durata presa dati 38.09 s.

Visti i risultati in tabella III, è stato scelto di utilizzare il metodo con la risoluzione migliore ovvero quello dei "limiti fissati".

### 3.3. Spettri delle sorgenti

Per ognuna delle sorgenti di calibrazione è stata eseguita una presa dati per osservarne lo spettro.

Si osserva lo spettro delle sorgenti tramite PMT-1 con la sorgente a distanza  $\sim 20$  cm utilizzando come trigger quello interno dell'ADC, impostato con una soglia molto bassa<sup>2</sup> così da essere sicuri di ricostruire l'intero spettro. L'alimentazione del PMT-1 è tenuta fissa a  $V_{Alim} = 720$  V.

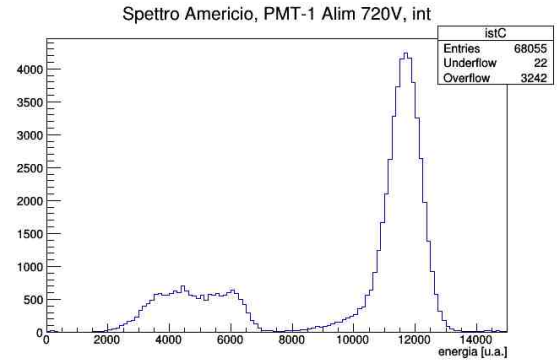


Figura 5: Presa dati del 19/02/2021, di durata 38.09 s

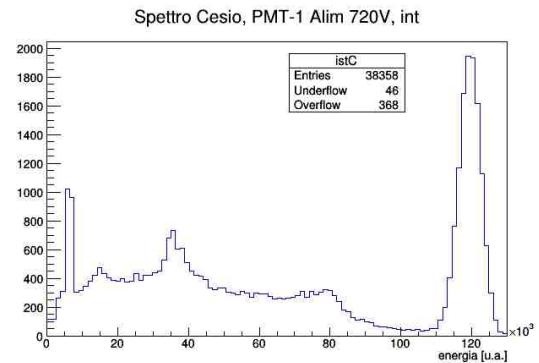


Figura 6: Presa dati del 19/02/2021, di durata 34.38 s

<sup>2</sup> 50 u.a., che corrispondono a 6.15 mV. Per la conversione tra unità arbitrarie e mV è stata utilizzata la relazione in equazione 2

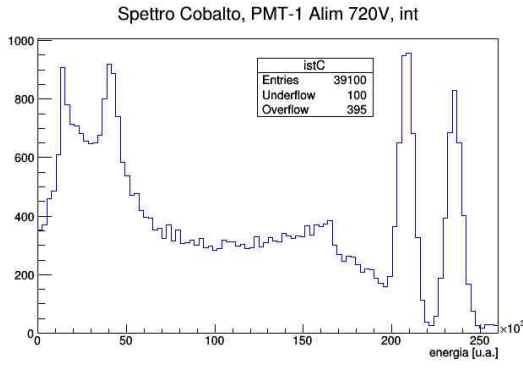


Figura 7: Presa dati del 19/02/2021, di durata 74.01 s

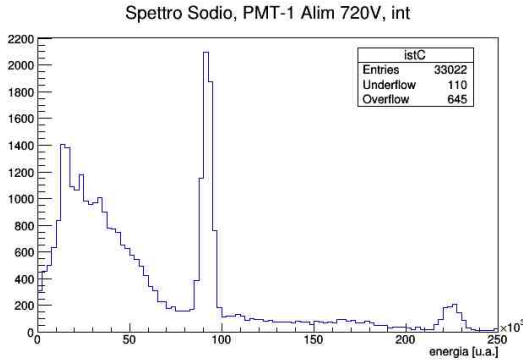


Figura 8: Presa dati del 19/02/2021, di durata 169.9 s

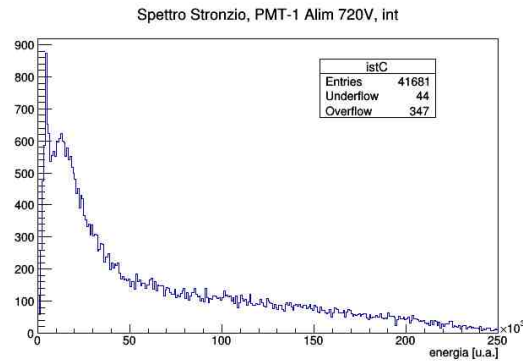


Figura 9: Presa dati del 19/02/2021, di durata 42.62 s

Gli spettri osservati sembrano a prima vista compatibili con quanto previsto evidenziando i principali picchi caratteristici delle diverse sorgenti<sup>3</sup>. Tuttavia lo studio degli spettri delle sorgenti di calibrazione non è tra gli obiettivi di questa esperienza.

### 3.4. Punti di lavoro dei 3 PMT

Per valutare quale fosse la tensione di alimentazione ottimale con cui alimentare i tre PMT sono stati considerati due fattori:

- Risoluzione sui picchi (Media/DevStd), misurate con un fit di gaussiana.

- Rate di eventi osservati all'interno del picco del Cesio. Il picco del cesio ha un'energia non lontana (circa 150 keV di differenza) rispetto all'energia prevista dei fotoni provenienti dall'annichilazione  $e^+ e^-$ . È importante cercare di massimizzare il rate nella regione dello spettro a cui siamo interessati.

Per ogni alimentazione è stato riprodotto lo spettro del Cesio e misurato il picco del decadimento  $\beta^-$  ( $\sim 662$  keV).

Per misurare il rate è stato effettuato il rapporto  $\frac{\text{entries nel picco a } 662 \text{ keV}}{\text{tempo presa dati}}$ .

L'errore associato è dovuto all'errore sul numero di conteggi, che essendo distribuito secondo una distribuzione di Poisson corrisponde a  $\sqrt{\text{entries}}$ .

Per l'errore sulla risoluzione, invece, sono stati propagati gli errori sui parametri, media e dev.std., stimati dal fit.

Il  $\chi^2$  è riferito al fit dei dati con una gaussiana sul picco.

$V_{Alim}$ [V]	rate [Hz]	devstd/mean (Fit)	$\chi^2/N_{dof}$
650	$373.5 \pm 2.5$	$(270.0 \pm 1.4)e-4$	2.10
700	$346.3 \pm 2.4$	$(267.0 \pm 1.4)e-4$	1.33
750	$402.8 \pm 3.4$	$(264.0 \pm 1.8)e-4$	1.48
800	$405.2 \pm 3.4$	$(260.0 \pm 1.8)e-4$	1.21
850	$332.4 \pm 2.9$	$(218.0 \pm 1.5)e-4$	1.48

Tabella IV: PMT1

$V_{Alim}$ [V]	rate [Hz]	devstd/mean (Fit)	$\chi^2/N_{dof}$
700	$463.3 \pm 2.9$	$(440.0 \pm 2.2)e-4$	3.67
750	$479.4 \pm 3.7$	$(328.0 \pm 2.0)e-4$	1.51
800	$432.8 \pm 3.5$	$(292.0 \pm 1.8)e-4$	1.28
850	$426.4 \pm 3.5$	$(276.0 \pm 1.8)e-4$	1.25

Tabella V: PMT2

$V_{Alim}$ [V]	rate [Hz]	devstd/mean (Fit)	$\chi^2/N_{dof}$
750	$120.3 \pm 1.4$	$(330.0 \pm 3.3)e-4$	1.04
800	$119.8 \pm 1.4$	$(317.0 \pm 3.1)e-4$	1.03
850	$124.4 \pm 1.4$	$(316.0 \pm 3.0)e-4$	1.03

Tabella VI: PMT3

Visti i risultati è stato scelto di alimentare i PMT con le seguenti tensioni:

PMT-1  $\rightarrow$  800 V

PMT-2  $\rightarrow$  750 V

PMT-3  $\rightarrow$  800 V

Da questo punto in poi dell'esperienza non sono state modificate le tensioni di alimentazione. È stato controllato ogni giorno, prima delle prese dati, che le tensioni fossero rimaste le stesse.

### 3.5. Trigger, ADC e discriminatore

Per diminuire la quantità di eventi da analizzare, è opportuno realizzare un trigger, che selezioni solo segnali con ampiezza che superi una certa soglia. Questo può essere fatto o tramite trigger interno dell'ADC, o tramite moduli NIM (discriminatore ed eventualmente coincidenze).

Il trigger dell'ADC può essere impostato tramite un file testo di configurazione all'interno del quale è selezionabile una soglia espressa in unità arbitrarie.

L'ADC ha una risoluzione di 14 bit su un range, settabile, di  $2V_{PP}$ . Per convertire una misura da bit a mV, è necessario utilizzare il seguente fattore di conversione:

<sup>3</sup> [https://www.gammaspectacular.com/blue/gamma\\_spectra/cs137-spectrum](https://www.gammaspectacular.com/blue/gamma_spectra/cs137-spectrum)

$$\frac{2V_{PP}}{2^{14} \text{ bit}} = 0.122 \text{ mV/bit} \quad (2)$$

Sono state fatte delle prese dati di prova impostando una particolare soglia in mV che hanno confermato la veridicità di questa conversione.

## 4. MISURA MASSA ELETTRONE

### 4.1. Procedimento di prese dati

Per la misura della massa dell'elettrone sono stati utilizzati i PMT 1 e 2 posizionati uno di fronte all'altro alla stessa altezza della scatola schermante, contenete la sorgente primaria di Sodio ( $^{22}\text{Na}$ ), come in figura 1.

È stato ipotizzato che l'annichilazione del positrone con un elettrone della materia circostante avvenga con velocità del centro di massa nulla. In questa approssimazione l'energia totale dei due fotoni emessi da questo processo, corrisponderebbe alla somma delle masse dell'elettrone e del positrone. Poiché il positrone è l'antiparticella dell'elettrone, e quindi possiede la stessa massa, ci aspettiamo che ogni singolo fotone abbia un'energia pari alla massa dell'elettrone.

Per rivelare la coppia di fotoni emessi back-to-back, sono state selezionate coincidenze doppie di segnali letti dai due PMT allineati. Le coincidenze sono state selezionate utilizzando i moduli NIM discriminatore e coincidenze; lunghezza dei segnali discriminati di 200 ns.

Per avere una corretta conversione del valore del segnale, da unità arbitrarie di ADC in energia (keV nel nostro caso), sono state utilizzate le sorgenti di calibrazione.

L'idea è quella di misurare i valori centrali dei picchi per le varie sorgenti per i diversi rivelatori e associarli al valore nominale in energia così da realizzare un grafico con l'energia dei picchi in keV sulle ascisse e l'energia misurata in unità arbitrarie sulle ordinate.

I valori nominali sono stati presi dalla documentazione presente nel sito pdg<sup>4</sup>.

Dal grafico così ottenuto è possibile ricavare la relazione funzionale che lega l'energia in unità arbitrarie all'energia in keV. Invertendo questa relazione è possibile convertire l'energia misurata sui segnali rivelati dai PMT ottenendo un valore in keV.

Niente ci assicura che questa funzione di conversione rimanga tuttavia costante nel tempo; la temperatura, come altri fattori potrebbero influenzare la calibrazione dei 3 PMT. Quindi, è stato ritenuto necessario intervallare misure di calibrazione con misure dell'energia degli eventi in coincidenza doppia.

In totale sono state prese nell'arco di un'ora 4 misure per la calibrazione dei PMT e 3 di coincidenze doppie<sup>5</sup>.

Per gli spettri del Cesio e del Cobalto sono state utilizzate le sorgenti di prova, mentre per il decadimento del Neon è stata utilizzata la sorgente primaria, triggerando i singoli PMT con una soglia sufficientemente alta da escludere la regione indesiderata dello spettro.

Per l'impossibilità di rimuovere la sorgente primaria le prese dati di calibrazione presentano nel fondo anche lo spettro del

sodio (vedi ad esempio figura 10).

Per ridurre questo fondo le sorgenti di prova sono state posizionate molto vicine agli scintillatori, circa 1-2 cm di distanza, così che i rivelatori fossero esposti maggiormente agli eventi delle sorgenti di calibrazione.

### 4.2. Fit sui picchi

I valori centrali dei picchi sono stati ricavati tramite fit.

Alcuni picchi si sono rivelati essere ben separati dal resto dello spettro ("picchi singoli"); questi i picchi di Cesio, Cobalto e quello proveniente dalla presa dati delle doppie. Nel caso dello spettro del Cobalto questo non è verificato ed è necessario adottare una procedura diversa.

#### 4.2.1. Picchi singoli

Per scegliere il metodo di fit migliore sono state fatte 3 prove: parametrizzando il fondo con una curva decrescente oppure selezionando due diversi intervalli sempre più stretti attorno al picco senza considerare il fondo.

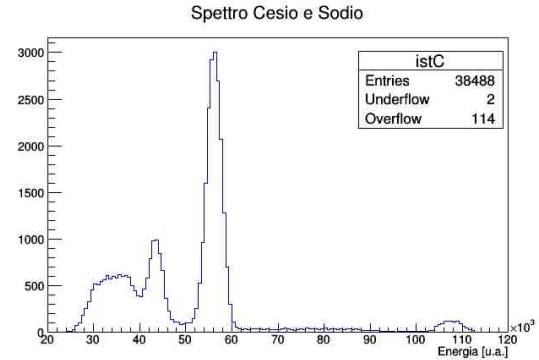


Figura 10: Spettro del Cesio relativo ad una delle prese dati di calibrazione del PMT2 del 5 marzo 2021 ore 17.29; durata presa dati 31.73 s. E' presente un fondo dovuto alla sorgente primaria. Si notano in ordine crescente di energia il picco del Sodio, del Cesio e del Neon. Il picco del Cesio è comunque ben distinguibile dal resto dello spettro.

I risultati sono riportati nella tabella VII.

Metodo	intervallo	bin	$\chi^2/\text{ndof}$
Fit Expo+Gauss	(44-61)e2	200	382/184 = 2.08
Fit Gauss	(49-62)e3	200	502,6/196 = 2.56
Fit Gauss	(51-61)e2	200	276,5/197 = 1.40

Tabella VII: Queste prove sono state seguite sulla presa dati del Cesio sul PMT-2 delle ore 17:29 del 5 Marzo 2021.

È stata valutata quale fosse la variazione tra le misure del valore centrale dei picchi al cambio del binning dell'istogramma.

La prova è stata eseguita sul picco del Cesio in figura 10, è stato considerato l'intervallo 51e3-61e3 u.a. .

<sup>4</sup> link <https://pdg.lbl.gov/2020/reviews/rpp2020-rev-commonly-used-radioactive-sources.pdf>

<sup>5</sup> Per la precisione sono state prese nell'ordine gli spettri di: Cesio, Cobalto e Neon nei due PMT separatamente e una di doppie, per 3 volte. Infine, è stata presa una serie di prese dati di Cs,Co,Ne sempre nello stesso ordine su entrambi i PMT



bin	mean	$\chi^2/\text{ndof}$
150	$56138.0 \pm 12.2$	221.1/147
100	$56136.4 \pm 12.2$	169.6/97
70	$56136.0 \pm 12.3$	123.4/67
50	$56137.1 \pm 12.3$	109.7/47

Tabella VIII: Variazione del valore centrale del picco al variare del binning dell'istogramma. E' stato cambiato il numero di bin lasciando fisso l' intervallo su cui è stato eseguito il fit.

Le variazioni sul valore centrale del picco al variare del binning risultano almeno un ordine di grandezza più piccole dell'errore sulla misura ottenuta tramite fit. Questa variazione è stata trascurata come possibile fonte di incertezza.

#### 4.2.2. Fit picchi del cobalto

Osservando lo spettro in figura 24 si nota come non sia possibile non considerare il fondo.

In particolare tra i due picchi del Cobalto si nota la possibile presenza del picco dovuto al decadimento del Neon eccitato. Per questo motivo è stato deciso di utilizzare una funzione di fit composta dalla somma di 4 funzioni:

1. Parabola. in modo da avere qualcosa di decrescente che parametrizzasse il fondo ad energie inferiori del picco a sinistra.
2. Due gaussiane senza parametri fissati per i picchi del cobalto.
3. Una gaussiana per modellare il picco del Neon. Valor medio e sigma sono stati posti uguali a quelli ricavati dalle prese dati relative al Neon. La costante moltiplicativa è stata lasciata come parametro libero.

Un esempio di questa procedura è illustrato in figura 24.

### 4.3. Misure

Una volta misurati tutti i valori centrali dei picchi di ogni sorgente per le diverse prese dati, è stato controllato se questi variassero nel tempo.

Nelle figure 11 12 13 sono riportati i diversi valori ottenuti per il valore centrale del medesimo picco nelle diverse prese dati; sulle ascisse è riportato l' orario delle prese dati.

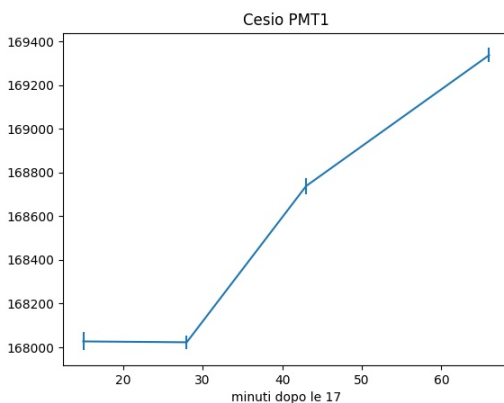


Figura 11

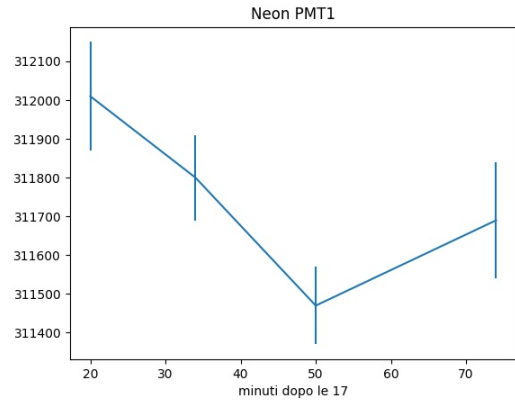


Figura 12

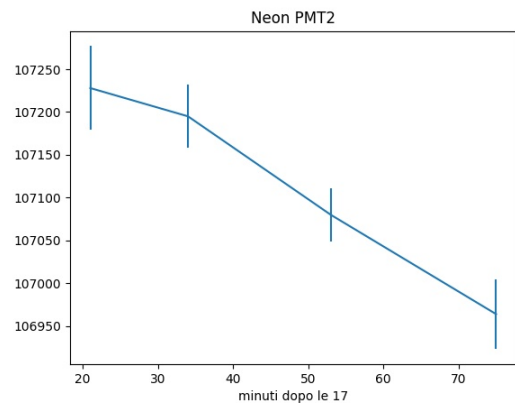


Figura 13

Si nota come non sia possibile considerare costante il valore centrale dei picchi. Inoltre, in prima analisi, sembra difficile trovare la relazione che legghi questi andamenti con il tempo.

È stato deciso che il modo migliore per tenere conto dell'instabilità nel tempo della strumentazione, fosse il seguente: unire le differenti prese dati relative alla stessa sorgente, prese in momenti differenti sui singoli PMT, e riportarle in un unico istogramma.

In questa maniera uno spostamento del valore centrale dei picchi dovuto ad una qualsiasi fluttuazione viene già considerato nella misura con il fit. Per esempio uno spostamento del valore centrale dovrebbe implicare un allargamento del picco.

Tutte le misure effettuate sui picchi individualmente o unendo le prese dati sono in appendice A.

Con i dati in tabella XIV sono state provate 2 curve di calibrazione per entrambi i PMT, una retta e una parabola.

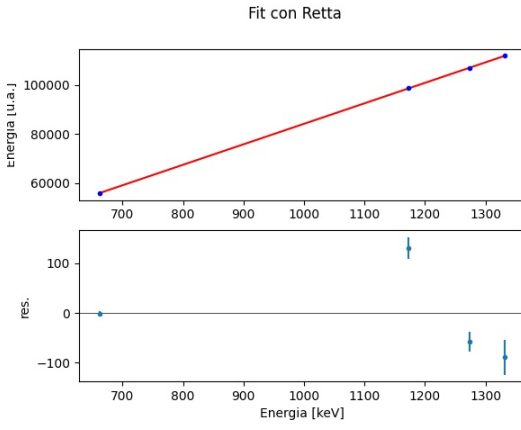


Figura 14: Calibrazione PMT2 utilizzando una retta.

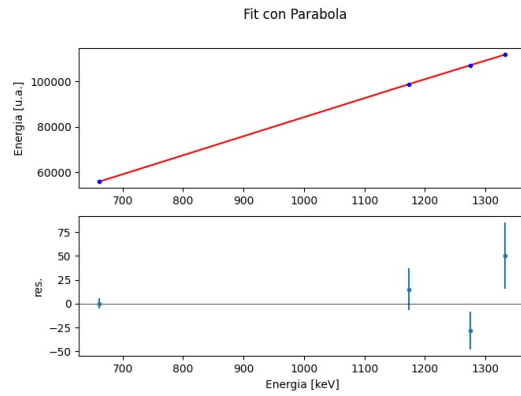


Figura 15: Calibrazione del PMT2 utilizzando una parabola.

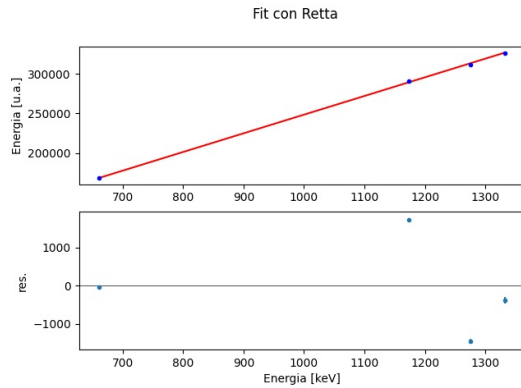


Figura 16: Calibrazione PMT1 utilizzando una retta.

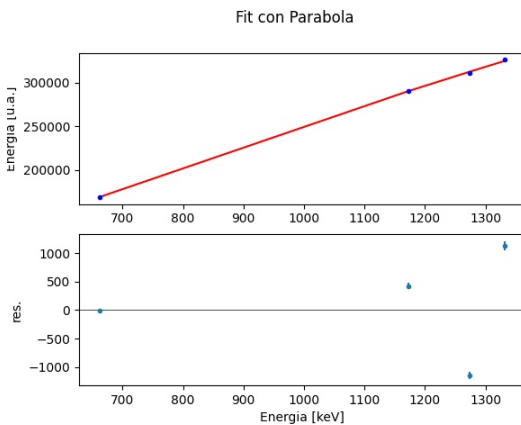


Figura 17: Calibrazione del PMT1 utilizzando una parabola.

Dai fit abbiamo ottenuto i seguenti risultati:

Parametro	Fit Retta	Fit Parabola
a	$235.8 \pm 1.9 \text{ u.a./keV}$	$-0.0302 \pm 0.024 \text{ u.a./keV}^2$
b	$12583 \pm 1551 \text{ u.a.}$	$293.9 \pm 47.2 \text{ u.a./keV}$
c	//	$-12616 \pm 20507 \text{ u.a.}$
$\chi^2, \text{ndof}$	1490/2	592/1

Tabella IX: PMT1

Parametro	Fit Retta	Fit Parabola
a	$83.58 \pm 0.13 \text{ u.a./keV}$	$-0.00273 \pm 0.00085 \text{ u.a./keV}^2$
b	$639 \pm 96 \text{ u.a.}$	$88.8 \pm 1.6 \text{ u.a./keV}$
c	//	$-1632 \pm 713 \text{ u.a.}$
$\chi^2, \text{ndof}$	50/2	4.5/1

Tabella X: PMT2

Si nota che, sia per il PMT1 che per il PMT2, il modello con la parabola si adatta meglio ai dati rispetto alla retta perché il valore del  $\chi^2$  ridotto è più vicino ad 1.

Un test per valutare quale modello descriva meglio i dati è quello che si effettua valutando il logaritmo del rapporto delle Likelihood ovvero:

$$\Lambda = -2 \log \left( \frac{L(\text{retta})}{L(\text{parabola})} \right) / (\nu) \quad (3)$$

dove  $\nu$  è la differenza di gradi di libertà dei due modelli considerati.

Secondo il teorema di Wilks  $\Lambda$  segue una distribuzione  $\chi^2$  con gradi di libertà pari  $\nu$ .

In questo caso ipotizzando che gli errori sui dati siano gaussiani, il valore di  $\Lambda$  corrisponde alla differenza dei  $\chi^2$  relativi ai due fit.

Considerando l'ipotesi nulla  $H_0$  il modello della retta e scegliendo un livello di significatività di  $\alpha = 0.05$ , per entrambi i PMT è possibile scartare l'ipotesi nulla in quanto la probabilità che  $\lambda$  sia maggiore del valore ottenuto è inferiore ad  $\alpha$ .

PMT	$\Lambda$	$P(\lambda > \Lambda)$
1	898	$< 1/1000$
2	45	$< 1/1000$

Tabella XI

Per questo motivo è stato scelto di utilizzare la parabola come curva di calibrazione.

Invertendo la funzione trovata nel fit è possibile convertire il valore dell'energia da unità arbitrarie a keV secondo l'equazione:

$$E[\text{keV}] = \frac{-b \pm \sqrt{(-b)^2 - 4a(c - E[\text{u.a.}])}}{2} \quad (4)$$

Eseguita la calibrazione, sono stati analizzati gli spettri relativi agli eventi delle doppie, anche questi risultanti dall'unione delle tre prese dati separate, trasformando le energie da u.a. a keV.

Utilizzando la procedura descritta in sezione 4.2.1 per la misura dei picchi, sono stati ricavati i seguenti valori centrali dei picchi ( $m_{e1}$  è il valore relativo alla misura effettuata col PMT1,  $m_{e2}$  col PMT2):

$$m_{e1} = (505.167 \pm 0.086) \text{ keV} \quad (5)$$

$$m_{e2} = (511.836 \pm 0.093) \text{ keV} \quad (6)$$

Oltre a questo errore statistico abbiamo un secondo errore sistematico, dovuto alla calibrazione.

L'errore dovuto alla calibrazione è stato ricavato invertendo la curva di calibrazione, in questo caso una parabola, e propagando gli errori dei parametri di tale funzione.

Per ricavare gli errori attraverso la formula 4 è stato inserito come valore di energia in unità arbitrarie, il valore centrale del picco delle doppie.

Riportiamo quindi le due misure di massa dell'elettrone ottenute con i due rivelatori<sup>6</sup>.

$$m_e = (505.167 \pm 0.086 \pm 11.3) \text{ keV} \quad (7)$$

$$m_{e2} = (511.836 \pm 0.094 \pm 1.13) \text{ keV} \quad (8)$$

Nel metodo utilizzato l'errore di calibrazione, dovuto alla strumentazione risulta in entrambi i casi maggiore dell'errore sulla risoluzione in energia sul picco delle doppie.

Le due misure considerando le relative incertezze sono compatibili.

Come misura finale è possibile, dopo aver sommato in quadratura gli errori statistici e sistematici delle due misure, calcolare la media pesata dei risultati ottenuti con i due PMT. Il valore ottenuto è:

$$m_e = (511.76 \pm 1.13) \text{ keV} \quad (9)$$

## 5. DISTRIBUZIONE 3-IMPULSO

Fin'ora è stato assunto che il processo di annichilazione  $e^-e^+$  avvenisse con velocità del centro massa nulla. In questa sezione cerchiamo di osservare se questa ipotesi sia verificata.

Per questa misura sono stati utilizzati i dati relativi alle coincidenze doppie della sezione precedente (4.3).

Poiché le due particelle emesse sono fotoni, e quindi prive di massa, la differenza delle energie misurate nei due rivelatori corrisponde al valore del 3-impulso, espresso in keV, del sistema annichilante lungo l'asse dei rivelatori.

Si suppone che il 3-impulso sia distribuito con una densità di probabilità  $\rho(p)$ , gaussiana, con una certa deviazione standard  $\sigma_p$  e centrata attorno al valore zero.

La distribuzione del 3-impulso osservata (cioè la distribuzione della differenza delle energie dei PMT 1 e 2, figura 19), avrà una densità di probabilità  $\rho_{obs}(p)$  data dal prodotto di convoluzione della distribuzione dovuta alla risoluzione sperimentale  $\rho_{exp}(p)$ , con la distribuzione del 3-impulso  $\rho(p)$ .

$$\rho_{obs}(p) = \int \rho(p') \rho_{exp}(p - p') dp' \quad (10)$$

Possiamo considerare la distribuzione dovuta alla risoluzione sperimentale  $\rho_{exp}$  come una gaussiana.

In prima approssimazione possiamo considerare come sigma di questa gaussiana la sigma della distribuzione della somma delle energie dei PMT 1 e 2 cioè  $\sigma_{exp} = \sigma_{sum}$ , figura 18; questo perché la somma delle energie dei due fotoni, per valori piccoli del 3-impulso può essere approssimata a una costante (vedi figura 27).

Il prodotto di convoluzione di due gaussiane con deviazioni standard  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  è ancora una gaussiana con deviazione standard data da  $\sigma_3 = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ . La distribuzione del 3-impulso osservata sarà quindi una gaussiana con deviazione standard  $\sigma_{obs} = \sqrt{\sigma_p^2 + \sigma_{exp}^2} = \sqrt{\sigma_p^2 + \sigma_{sum}^2}$ .

È quindi possibile ottenere una misura della sigma della distribuzione del 3-impulso come:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_{obs}^2 - \sigma_{sum}^2} \quad (11)$$

### 5.1. Misure

Per questa osservazione sono state considerate gli stessi eventi di doppie della sezione precedente. Nel realizzare gli istogrammi sono stati convertiti i valori dell'energia in keV utilizzando la calibrazione effettuata nella sezione precedente.

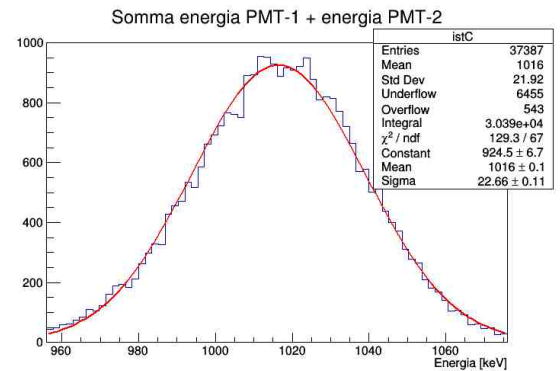


Figura 18: Presa dati doppie, 5 marzo 2021. Durata presa dati: unione di tre prese dati da 15 min realizzate nell'arco di tempo di 1 ora.

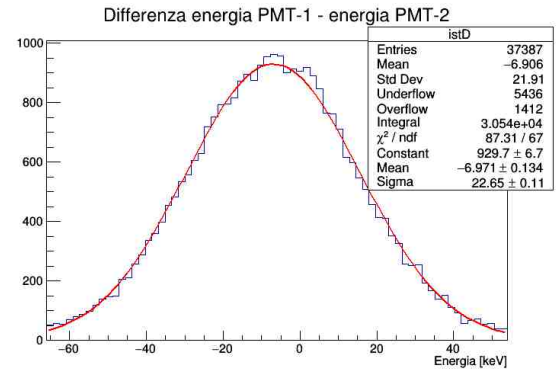


Figura 19: Presa dati doppie, 5 marzo 2021. Durata presa dati: unione di tre prese dati da 15 min realizzate nell'arco di tempo di 1 ora.

I risultati sono riportati in figure 18 e 19. Si osserva che il valor medio della distribuzione della differenza di energia non è nullo; questo verosimilmente è dovuto alla differenza della calibrazione dei due rivelatori piuttosto che ad un valore netto del 3-impulso in una determinata direzione. Si nota inoltre che le deviazioni standard delle due distribuzioni sono compatibili considerando le incertezze.

Per dare un limite superiore alla sigma della distribuzione del 3-impulso,  $\sigma_p$ , è possibile considerare i valori estremi di  $\sigma_{Diff}$  e  $\sigma_{Sum}$  all'interno dell'intervallo dettato dalle rispettive incertezze.

Si ottiene quindi:

<sup>6</sup> misura espressa come  $\mu \pm \sigma_{stat} \pm \sigma_{sys}$



$$\sigma_p < \sqrt{(22.65 + 0.11 \text{ keV})^2 - (22.66 - 0.11 \text{ keV})^2} = 3.16 \text{ keV} \quad (12)$$

I risultati sono compatibili con il fatto che il decadimento avvenga con 3-impulso del sistema annichilante nullo.

## 6. DECADIMENTI RITARDATI

In questa sezione sono effettuate delle misure di timing per cercare di osservare i decadimenti ritardati del Positronio.

### 6.1. Misura di Time-Stamp

È necessario innanzitutto ricostruire il tempo di arrivo del segnale (Time-Stamp).

Per questa misura sono stati provati tre diversi metodi. La scelta è stata successivamente basata sulla miglior risoluzione ottenuta della distribuzione dei ritardi tra segnali in coincidenza doppia. I dati sono riferiti alla presa dati del 5 Marzo, quella utilizzata anche per la misura della massa dell'elettrone<sup>7</sup>.

Il primo metodo, "5 sigma discreto", il più semplice, consiste nel considerare come time-stamp il primo campione che si trova ad una determinata altezza dallo zero del segnale. Questa altezza corrisponde all'equivalente di 5 volte la sigma<sup>8</sup> del rumore di fondo di un segnale.

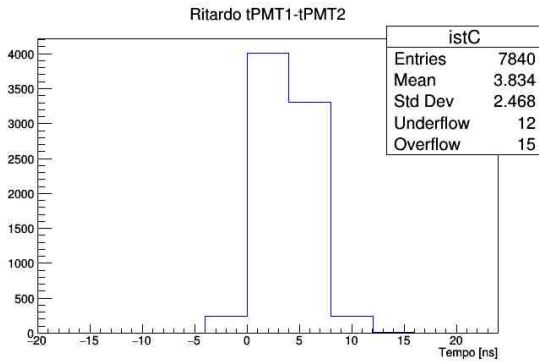


Figura 20: Differenza di tempo tra PMT1 e PMT2, presa dati doppie 5 marzo 2021, metodo "5 sigma discreto".

Il secondo metodo, "5 sigma continuo", è il seguente e lo si descrive commentando il codice scritto in Python e riportato qua sotto:

```
def TimeStampMeas(Signal, min_pos, sigma):

    start=findstart(Signal,min_pos,5*sigma)
    stop=start+1

    x1,y1=start,Signal[start]
    x2,y2=start+1,Signal[start+1]

    m=(y1-y2)/(x1-x2)
    q=y1-m*x1
```

<sup>7</sup> I due fotoni emessi, provengono dallo stesso decadimento e dovrebbero corrispondere (a meno di ritardi nella trasmissione) a segnali contemporanei nei due rilevatori

<sup>8</sup> Questa "sigma" è valutata come la deviazione standard di 50 campioni del record di dati, in una regione in cui sicuramente non è presente un segnale impulsivo.

```
time_stamp = (-5*sigma-q)/m
```

```
return time_stamp
```

La funzione findstart() restituisce il primo valore di tempo  $x_i$  per cui il segnale è al di sotto delle 5 sigma del rumore, proprio come nel primo metodo di misura di time\_stamp. Dopo di che si ricostruisce la retta che congiunge i punti  $(x_i, y_i)$  e  $(x_{i+1}, y_{i+1})$ , dove  $y_i$  è il valore del segnale al tempo  $x_i$ , e si considera Time-Stamp del segnale come il valore  $x$  per cui la retta interseca il valore corrispondente ad un'altezza di 5 volte la sigma rispetto allo zero del segnale.

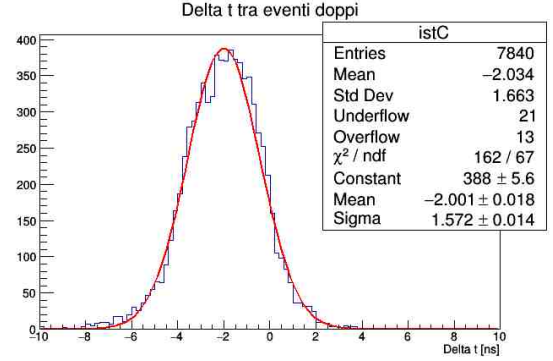


Figura 21: Differenza di tempo tra PMT1 e PMT2, presa dati doppie 5 marzo 2021, metodo "5 sigma continuo".

L'ultimo metodo è basato sul fit del segnale.

Data la funzione di fit provata durante la misura della carica (vedi equazione 1), si considera come Time-Stamp proprio il parametro start ( $\Delta x$ ).

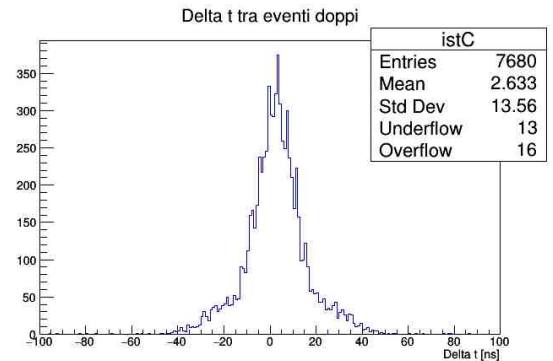


Figura 22: Differenza di tempo tra PMT1 e PMT2, presa dati doppie 5 marzo 2021, metodo "fit". Le code allungate sono dovute ad errori nel far convergere la curva di fit sui segnali.

Date le risoluzioni osservate, e il comportamento delle distribuzioni, è stato scelto come metodo di misura del Time-Stamp il secondo, in quanto riporta una deviazione standard del picco più bassa, non presenta code allungate come nel caso del calcolo tramite fit e neppure un'eccessiva discretizzazione come nel primo caso.

La risoluzione<sup>9</sup> per quanto riguarda i ritardi tra i PMT1 e PMT2 vale:

$$\text{Risoluzione } 1-2 = 1.572 \pm 0.0014 \text{ ns.}$$

<sup>9</sup> In questa sezione si intende come risoluzione la deviazione standard della distribuzione che deriva dalla misura di una differenza di tempo costante.

Sono stati posizionati a  $180^\circ$  anche i rivelatori 1 e 3 e, selezionando le coincidenze doppie sono stati misurati i ritardi di tempo tra i due. L'istogramma relativo a queste differenze di tempo è in figura 23. La risoluzione per quanto riguarda i ritardi tra i PMT1 e PMT3 vale:

$$\text{Risoluzione 1-3} = 1.901 \pm 0.088 \text{ ns.}$$

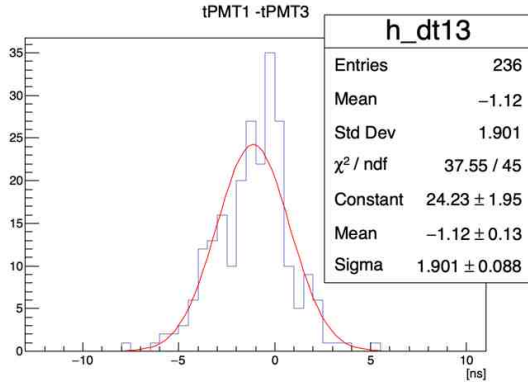


Figura 23: Presa dati del 12 Marzo 2021. Con l'asse dei PMT1 e 3 coincidente e intersecante la posizione della sorgente primaria. Trigger su eventi di doppie.

Per la coppia di fotomoltiplicatori 2 e 3 non è stato possibile posizionare i due PMT frontalmente con la sorgente primaria nel mezzo perché i cavi delle connessioni erano troppo corti.

## 6.2. Calibrazione in energia dei rivelatori

Per quanto riguarda la calibrazione delle energie dei rivelatori, in questa sezione, poiché non siamo interessati ad una misura di precisione in energia, abbiamo utilizzato un metodo più semplice rispetto a quanto fatto in sezione 4.3. Per queste misure viene usata come funzione di calibrazione una retta passante per zero, in questa maniera l'energia in unità arbitrarie risulta proporzionale all'energia in keV. La costante di proporzionalità equivale al rapporto tra il valore nominale di un picco diviso per corrispettiva misura in unità arbitrarie.

Per i PMT 1 e 2 è stato utilizzato il picco delle doppie e come valore nominale e il valore della massa dell'elettrone ricavato precedentemente. Mentre, per il PMT3 è stato utilizzato il picco del Neon e il rispettivo valore nominale.

## 6.3. Osservazione eventi ritardati

In questa presa dati l'obiettivo è quello di osservare il decadimento "pick-off" del Positronio (o-Ps).

I fotomoltiplicatori sono posizionati "a T" come in figura 1 ma modificando la distanza tra la sorgente e i rivelatori. I PMT 1 e 2 sono posizionati a 22 cm dalla sorgente, mentre il PMT3 dista 6 cm.

L'aspettativa è quella di osservare due fotoni back-to-back, come coincidenza tra PMT 1 e 2, ma ritardati rispetto al decadimento del Neon rivelato sul PMT3, impostato con soglia adeguatamente alta da non rivelare potenzialmente fotoni provenienti da altri decadimenti.

Il trigger per l'ADC è impostato sulla coincidenza tripla dei segnali discriminati dei 3 fotomoltiplicatori. La lunghezza del segnale di output del discriminatore vale 200 ns per tutti i PMT.

Con questa configurazione siamo in grado di rivelare sia gli eventi desiderati del decadimento ritardato di "pick-off" in due fotoni sia i decadimenti del p-Ps.

Sono stati misurati gli intervalli di tempo tra i vari rivelatori; in particolare la nostra analisi si è concentrata sulla misura del ritardo di tempo tra il segnale proveniente dal PMT3 e la media dei tempi dei segnali provenienti dai PMT 1 e 2 ovvero:

$$\frac{(t_1 - t_3) + (t_2 - t_3)}{2} = \frac{(t_1 + t_2)}{2} - t_3 \quad (13)$$

In questo modo la risoluzione su questa misura risulta essere<sup>10</sup>:

$$\frac{(1.902 \pm 0.088) \text{ ns}}{\sqrt{2}} = (1.344 \pm 0.062) \text{ ns} \quad (14)$$

Gli eventi, in fase di analisi dati, sono stati selezionati in energia, imponendo le seguenti restrizioni: energia PMT1 < 600 keV, energia PMT2 < 600 keV, energia PMT3 < 1400 keV; questo per evitare di selezionare eventi in cui il fotone del neon fosse stato rivelato dai PMT 1 e 2, oppure eventi provenienti dal PMT3 ricostruiti scorrettamente.

L'emissione dei due fotoni provenienti dal decadimento del p-Ps è, rispetto alla risoluzione con cui è possibile ricostruire gli intervalli di tempo tra i segnali in questa esperienza, contemporanea all'emissione del fotone a 1274 keV, proveniente dal decadimento secondario del Neon e rivelato dal PMT3, e può essere quindi considerato, al netto dei ritardi di trasmissione tra i rivelatori, come il tempo zero ( $t_0$ ) del decadimento.

Il decadimento "pick-off" è un processo probabilistico, quindi, l'osservazione di eventi di questa tipologia dovrebbe manifestarsi tramite una curva esponenziale, il cui punto di partenza è pari al tempo zero del decadimento  $t_0$ , e la costante di decadimento  $\tau$  pari alla vita media del o-Ps nel materiale. Considerando perciò la sovrapposizione delle due tipologie di decadimenti osservabili e la distribuzione dovuta alla risoluzione sperimentale alla quale le misure sono inevitabilmente soggette, viene eseguito un fit sulla distribuzione osservata con una funzione di fit risultante dalla somma delle seguenti funzioni:

- Una gaussiana rappresentante la componente di eventi provenienti dal decadimento in due fotoni del p-Ps e centrata sul tempo zero del decadimento  $t_0$ .
- Un'esponenziale decrescente che, dovendo tener conto del fatto che lo zero del ritardo dei tempi debba coincidere con il centro della gaussiana sopra citata, viene moltiplicata per una funzione di Heaviside maggiore di zero per tempi maggiori a  $t_0$ . Per considerare la risoluzione sperimentale, si effettua una convoluzione tra l'esponenziale decrescente e una gaussiana. La sigma di questa "funzione di risoluzione" è posta uguale alla sigma della gaussiana centrata su  $t_0$ .
- Una costante per poter modellare un eventuale fondo.

La funzione di fit risulta dunque essere:

$$C_0 + C_1 e^{-\frac{1}{2}(\frac{t-t_0}{\sigma})^2} + C_2 \int ((e^{-\frac{t'}{\tau}})\theta(t' - t_0))(\frac{e^{-\frac{1}{2}(\frac{t-t'}{\sigma})^2}}{\sqrt{2\pi\sigma^2}})dt' \quad (15)$$

<sup>10</sup> Supponendo che la risoluzione nella ricostruzione degli intervalli di tempo tra PMT2 e PMT3 sia uguale a quella misurata tra PMT1 e PMT3

Dove  $\sigma$  corrisponde alla risoluzione strumentale,  $\tau$  è il tempo di decadimento della componente esponenziale e  $t_0$  è il tempo zero del decadimento. In figure 25 il fit con relativi parametri stimati<sup>11</sup>.

Da una prima osservazione si può affermare che la distribuzione è asimmetrica rispetto al centro della gaussiana più alta.

Dai risultati del fit osserviamo che la vita media della componente ritardata vale  $(1.64 \pm 0.10)$  ns; confrontandola con altri risultati relativi al decadimento del o-Ps in Aerogel<sup>12</sup> il valore da noi misurato risulta essere di un ordine di grandezza inferiore.

Se si osserva la sigma di risoluzione stimata dal fit, questa risulta vicina al valore previsto dall'equazione 14 (la differenza tra le due misure è inferiore al 7 %).

Infine, per cercare un'eventuale componente di eventi ritardati con vita media più lunga è stato eseguito un fit di esponenziale, convoluto con gaussiana e sommato a una costante, proprio come nel caso precedente (vedi la terza componente in equazione 15) sugli stessi dati di figura 25 ma considerando un intervallo compreso tra 20 ns e 100 ns.

In questo modo si elimina la componente con maggior quantità di dati appartenente al picco centrato a  $t_0$  e al decadimento esponenziale con vita media "breve" descritto nel fit precedente. In figura 26 la funzione di best fit ottenuta.

Tuttavia, eseguendo il test del rapporto di likelihood si nota che non è possibile scartare l'ipotesi che i dati siano modellabili da una costante.

Considerando la retta costante come l'ipotesi nulla  $H_0$ , il logaritmo del rapporto delle Likelihood risulta:

$$\lambda = \frac{-2(184.464 - 182.2)}{2} \quad (16)$$

In questo caso le Likelihood sono calcolate direttamente dal fit eseguito tramite software Root e la differenza di gradi di libertà tra i due modelli è  $\nu = 2$ .

Osservando le tabelle di distribuzione del  $\chi^2$  si nota che la probabilità che  $\lambda$  sia più grande del rapporto in equazione 16 è del 66.6%. Quindi, avendo fissato un livello di significatività di  $\alpha = 0.05$ , non si può rifiutare l'ipotesi che i dati sul quale è stato eseguito il fit con un esponenziale siano in realtà eventi del fondo, cioè rappresentabili da una retta costante.

## 7. CONCLUSIONI

Nella prima parte dell'esperienza è stata misurata la massa dell'elettrone a partire dal decadimento del Positronio. È stata utilizzata una procedura di calibrazione-misura e una successiva analisi dati che permettesse di tener di conto di effetti dovuti all'instabilità della calibrazione. Sono state ottenute due misure, una per ciascuno dei due rivelatori utilizzati. Le due misure risultano compatibili considerando le incertezze e, combinandole insieme tramite media pesata, è stata ottenuta una stima della massa dell'elettrone pari a:

$$m_e = (511.76 \pm 1.13) \text{ keV}$$

È stata testata l'ipotesi secondo cui il 3-impulso del sistema annichilante avesse un modulo nullo. Supponendo che

la distribuzione del 3-impulso fosse una gaussiana centrata attorno al valore zero è stato trovato un limite superiore al valore della deviazione standard di questa distribuzione:

$$\sigma_p \leq 3.16 \text{ keV}$$

Sono state utilizzate misure di timing per cercare di osservare i decadimenti ritardati del positronio.

È stata riscontrata l'evidenza di una componente di decadimenti con vita media pari a:

$$\tau = (1.641 \pm 0.103) \text{ ns}$$

<sup>11</sup> I fit sono realizzati con root utilizzando l'opzione "L" di root ovvero massimizzando la funzione di Likelihood.

<sup>12</sup> Alcune informazioni riguardanti il decadimento dell'o-Ps sono state trovate in un articolo trattante la rivelazione di antineutrino tramite decadimento del positronio. L'articolo è stato ricercato in rete e trovato libero al link: <https://arxiv.org/pdf/1504.01884.pdf>.

# Appendice A: Misure Picchi per calibrazione e massa di e-

n.giro	PMT	Cs [u.a.]	Co <sub>1</sub> [u.a.]	Co <sub>2</sub> [u.a.]	Ne	doppie
1° giro	1	(16802.7 ± 4.1)e+1	(2903.4 ± 1.4)e+2	(3262.2 ± 2.1)e+2	(3120.1 ± 01.4)e+2	(12822.6 ± 4.9)e+1
	2	Errore in presa dati	(9871.8 ± 5.5)e+1	(11194.0 ± 8.3)e+1	(10722.8 ± 4.9)e+1	(432.1 ± 1.7)e+1
2° giro	1	(16802.3 ± 3.2)e+1	(2913.0 ± 1.2)e+2	(3268.5 ± 1.6)e+2	(3118.0 ± 1.1)e+2	(12812.6 ± 3.7)e+1
	2	(5615.7 ± 1.3)e+1	(9895.2 ± 4.6)e+1	(11197.1 ± 7.9)e+1	(10719.5 ± 3.7)e+1	(430.7 ± 1.3)e+1
3° giro	1	(16873.8 ± 3.6)e+1	(29065.1 ± 9.3)e+1	(3261.3 ± 1.2)e+2	(3114.7 ± 1.0)e+2	(12806.2 ± 3.5)e+1
	2	(5611.6 ± 1.2)e+1	(9891.0 ± 3.4)e+1	(11199.4 ± 5.0)e+1	(10708.0 ± 3.1)e+1	(430.7 ± 1.2)e+1
4° giro	1	(16933.7 ± 3.3)e+1	(2915.8 ± 1.2)e+2	(3265.3 ± 1.8)e+2	(3116.9 ± 1.5)e+2	//
	2	(5580.9 ± 0.6)e+1	(9848.8 ± 5.7)e+1	(11157.3 ± 9.7)e+1	(10696.4 ± 4.1)e+1	//

Tabella XII: Misure sui valori centrali dei picchi con prese dati separate.

n. giro	PMT	Cs [u.a.]	Co <sub>1</sub> [u.a.]	Co <sub>2</sub> [u.a.]	Ne	doppie
1° giro	1	(459.1 ± 3.5)e+1	(54.0 ± 1.4)e+2	(64.2 ± 1.8)e+2	(57.1 ± 1.1)e+2	(375.5 ± 3.8)e+1
	2	Errore in presa dati	(200.2 ± 4.8)e+1	(232.7 ± 6.7)e+1	(222.1 ± 4.0)e+1	(142.0 ± 1.4)e+1
2° giro	1	(461.3 ± 2.7)e+1	(52.9 ± 1.2)e+2	(66.2 ± 1.4)e+2	(586.6 ± 9.0)e+1	(376.6 ± 3.0)e+1
	2	(163.8 ± 1.1)e+1	(202.0 ± 4.8)e+1	(245.4 ± 6.3)e+1	(227.1 ± 2.9)e+1	(142.5 ± 1.0)e+1
3° giro	1	(462.8 ± 3.1)e+1	(544.7 ± 9.8)e+1	(62.5 ± 1.1)e+2	(567.2 ± 7.7)e+1	(384.4 ± 2.8)e+1
	2	(164.1 ± 1.0)e+1	(196.4 ± 3.1)e+1	(228.2 ± 4.1)e+1	(225.8 ± 2.4)e+1	1415.1 ± 9.3
4° giro	1	(461.9 ± 2.9)e+1	(52.2 ± 1.2)e+2	(64.73 ± 1.6)e+2	(58.1 ± 1.3)e+2	//
	2	1682.9 ± 5.3	(199.1 ± 5.3)e+1	(229.0 ± 7.4)e+1	(225.7 ± 3.0)e+1	//

Tabella XIII: Misure sulle dev.std. dei picchi con prese dati separate.

PMT	Cs [u.a.]	Co <sub>1</sub> [u.a.]	Co <sub>2</sub> [u.a.]	Ne	doppie
1	(16857.3 ± 1.8)e+1	(29097.2 ± 5.7)e+1	(32643.6 ± 8.1)e+1	(31168.1 ± 6.2)e+1	(12810.5 ± 2.2)e+1
2	55932.3 ± 5.4	(9882.3 ± 2.2)e+1	(11191.6 ± 3.5)e+1	(10709.9 ± 2.0)e+1	43102.9 ± 7.8

Tabella XIV: Misure sui valori centrali dei picchi con prese dati unite tutte in un unico istogramma.

PMT	Cs [u.a.]	Co <sub>1</sub> [u.a.]	Co <sub>2</sub> [u.a.]	Ne	doppie
1	(464.4 ± 1.5)e+01	(546.9 ± 6.3)e+1	(650.0 ± 7.1)e+1	(583.9 ± 5.3)e+1	(381.1 ± 1.8)e+1
2	1675.5 ± 4.5	(199.2 ± 2.1)e+1	(234.1 ± 2.8)e+1	(225.5 ± 1.8)e+1	1434.3 ± 6.1

Tabella XV: Misure sulla dev.std. dei picchi con prese dati unite tutte in un unico istogramma.

# Appendice B: immagini

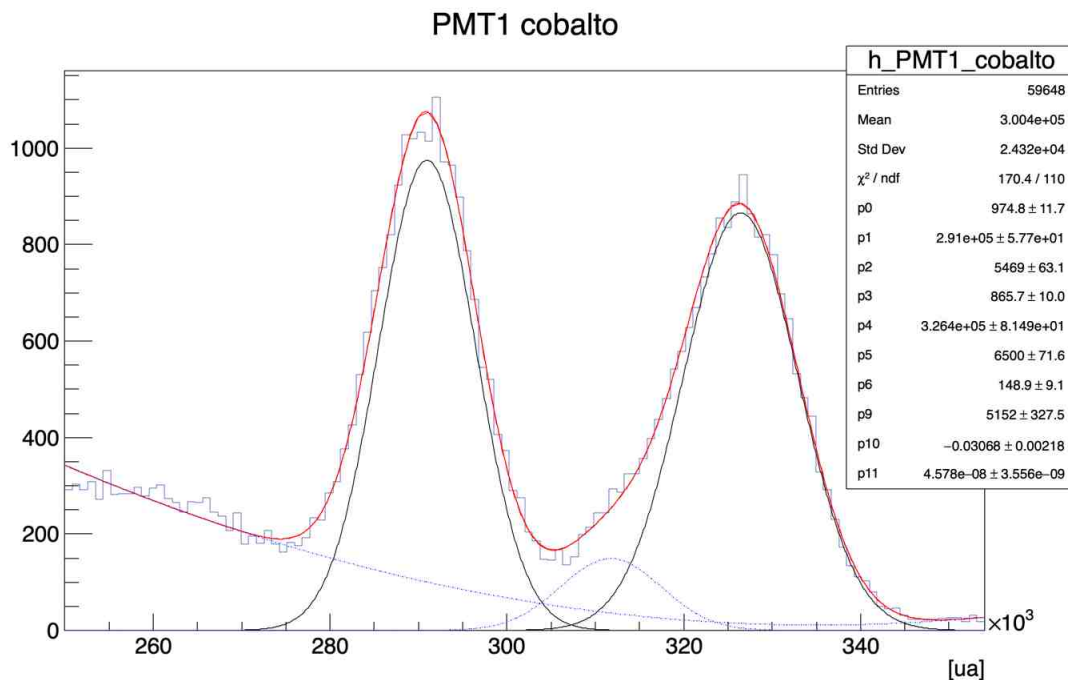


Figura 24: Fit realizzato per la misura del valore centrale dei due picchi del cobalto. In rosso la funzione di fit. In nero le due gaussiane relative ai picchi del Cobalto e in blu le funzioni che modellano il fondo. I dati sono relativi alla calibrazione del PMT1 realizzata il 5 marzo 2021 e sono risultanti dall' unione di 4 prese dati separate realizzate nell' arco di 1 ora.

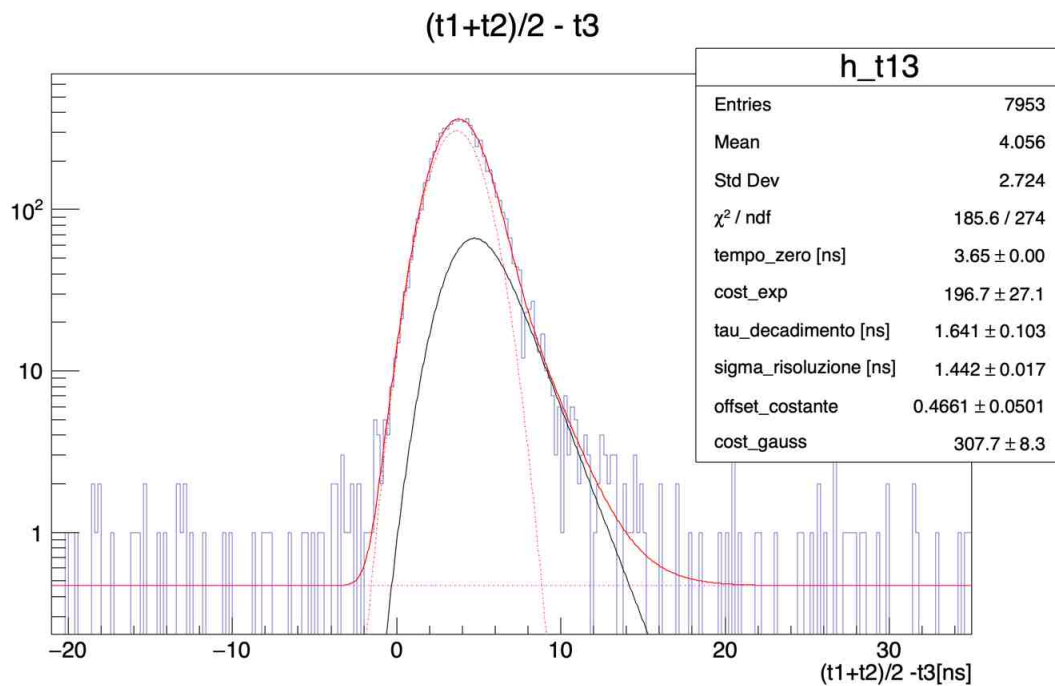


Figura 25: Ritardi  $(t_1 + t_2)/2 - t_3$ , presa dati 19 marzo 2021, coincidenze triple; durata presa dati 2.30 ore. E' rappresentata in rosso la funzione di fit insieme alle funzioni di cui è la somma.(scala logaritmica)



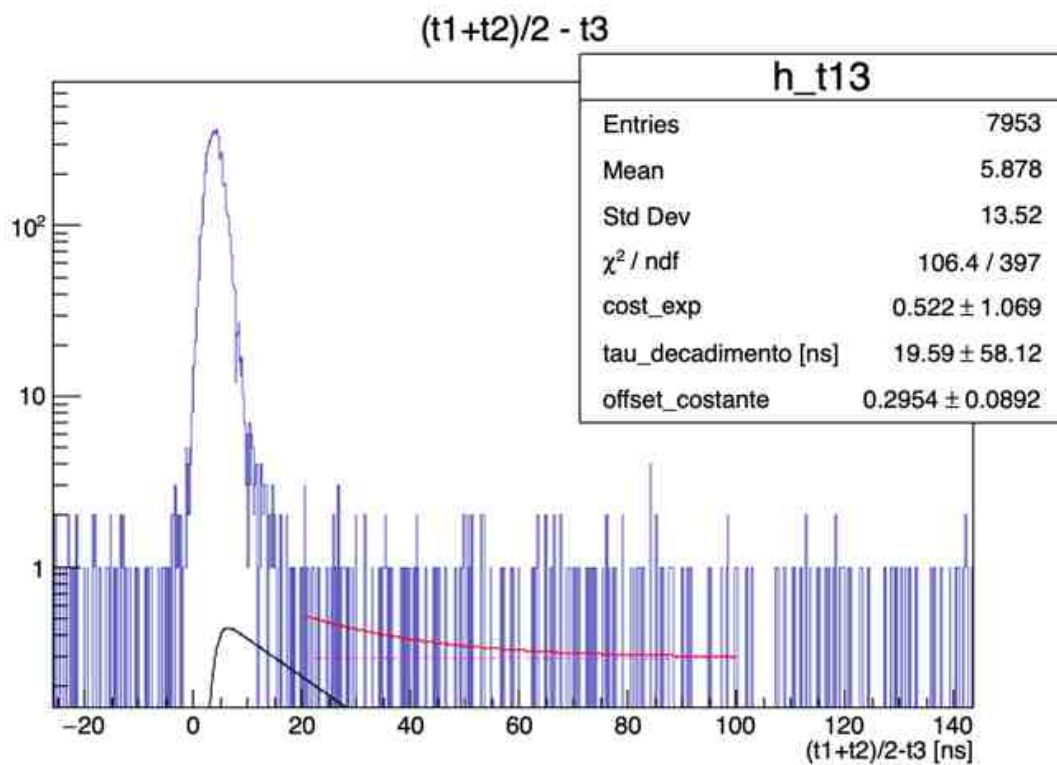


Figura 26: Ritardi  $(t_1+t_2)/2-t_3$ , presa dati 19 marzo 2021, coincidenze triple; durata presa dati 2.30 ore. E' rappresentata in rosso la funzione di fit insieme alle funzioni di cui è la somma. Il fit è stato eseguito nell' intervallo di tempo 20 ns-100 ns(scala logaritmica)

# Appendice C

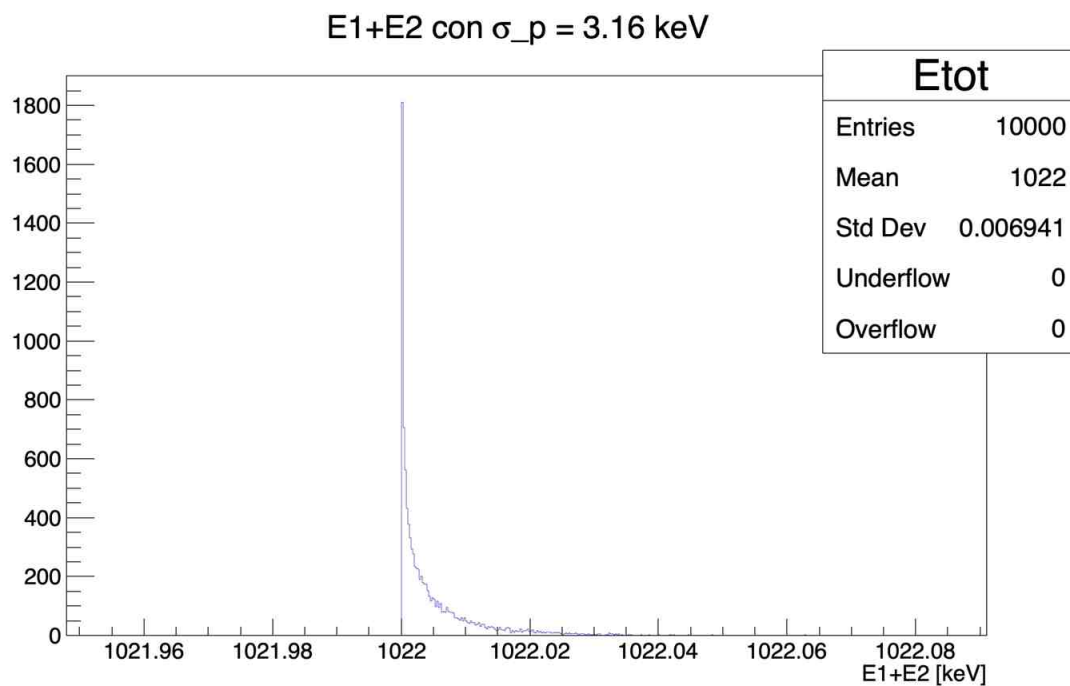


Figura 27: Montecarlo; somma delle energie di due fotoni provenienti dall'annichilazione  $e^+e^-$  con valore dell'impulso del sistema annichilante distribuito come una gaussiana centrata in zero e con  $\sigma$  pari a 3.16 keV. La deviazione standard è due ordini di grandezza inferiore rispetto all'incertezza con cui misuriamo le deviazioni standard delle distribuzioni della somma e differenza delle energie dei due PMT.