Guida programma Elementi Finiti

Fuso Andrea, Gaeta Gianpiero

Indice

1	Intr	roduzione al programma	2
2	Ese	mpio 1: trave, biella, triangolo	2
	2.1	Disegno della struttura	3
	2.2	Tabella delle incidenze	
		2.2.1 Trave	4
		2.2.2 Biella	
		2.2.3 Triangolo	
		2.2.4 Scelta degli spostamenti	
	2.3	Inserimento delle forze	
		2.3.1 Carico sulla trave	
		2.3.2 Forze nodali	
	2.4	Risultati	
3	Ese	mpio 2	11
	3.1	Disegno della struttura	11
	3.2	Tabella delle incidenze	
		3.2.1 Trave	
		3.2.2 Triangolo	
		3.2.3 Scelta degli spostamenti	
	3.3	Inserimento delle forze	
	5.5	3.3.1 Carico sulla trave	
		0,10,10	
	9.4	3.3.3 Forze nodali	
	3.4	Risultati	- 10

1 Introduzione al programma

Il programma permette di risolvere delle strutture meccaniche costituite da elementi finiti di biella, di trave, triangolari e rettangolari, soggette a carichi esterni:

- forze nodali,
- forze di superfici,
- forze di volume,
- carichi distribuiti,
- dilatazioni termiche su bielle.

Tutti gli input sono inseriti dall'utente mediante finestre di dialogo che vengono aperte automaticamente una volta avviato il programma.

Il programma crea automaticamente delle cartelle denominate "StudioN", dove N indica il numero dello studio¹ che si sta svolgendo; in ogni cartella sono è presente:

- un'immagine in formato PNG della struttura su cui si è svolto lo studio,
- un file .FIG di Matlab[®] della struttura,
- un file .TXT in cui è riportata una bozza della risoluzione, con risultati intermedi (come le matrici di rigidezza dei vari elementi),
- un file .MAT che corrisponde a tutte le variabili del workspace generato alla fine dello studio, permettendo all'utente di poter ricavare ulteriori dati se interessato.

2 Esempio 1: trave, biella, triangolo

Consideriamo come primo esempio il sistema rappresentato in Figura 1:

Per la struttura seguente, determinare lo spostamento orizzontale nel punto A e la rotazione nell'estremo A della trave AD (problema piano negli sforzi; utilizzare: per la biella l'area A_b e per la trave l'area A_t e l'inerzia I, per l'elemento triangolare un elemento finito a tre nodi di spessore uniforme t).

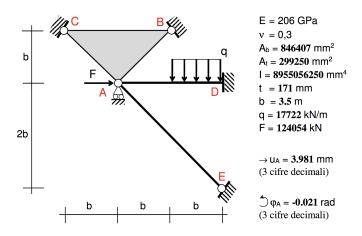


Figura 1: Struttura 1.

Una volta avviato il programma sarà richiesto il numero di ogni singolo elemento costituente la struttura (Figura 2), è sufficiente scrivere il numero nella casella appropriata.

¹Se cancellate il programma si preoccupa di ricrearle per gli studi successivi, partendo dal numero di quella eliminata.

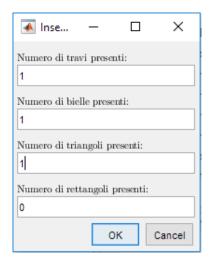


Figura 2: Numero di elementi.

2.1 Disegno della struttura

In base al numero di elementi inseriti come primo input, il programma presenterà per ogni elemento una finestra² da compilare in cui sono richieste:

- le coordinate dei punti costituenti; è quindi opportuno scegliere un sistema di riferimento, in questo esempio scegliamo l'origine in $A \equiv (0,0)$,
- le caratteristiche del singolo elemento.

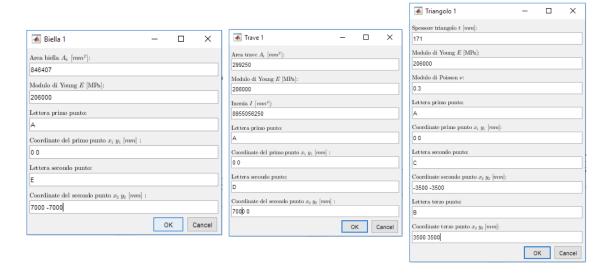


Figura 3: Input per ogni elemento.

²Il titolo di ogni finestra porta il nome dell'elemento.

2.2 Tabella delle incidenze

Per compilare le tabelle delle incidenze è necessario numerare gli spostamenti di tutti i nodi della struttura, in questo esempio:

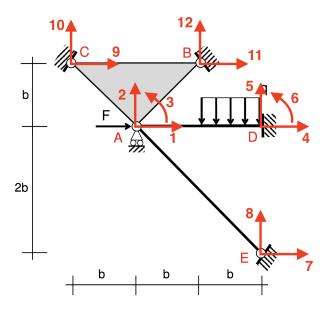


Figura 4: Spostamenti dei nodi.

2.2.1 Trave

Considerando un generico elemento finito di trave, i possibili spostamenti nodali sono quelli rappresentati in Figura 5:

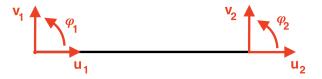


Figura 5: Spostamenti nodali trave.

la tabella delle incidenze della trave va completata come segue:

	u_1	v_1	φ_1	u_2	v_2	φ_2
Spostamenti nodali	1	2	3	4	5	6

Tabella 1: Tabella delle incidenze della trave.

inserendo quindi gli input come in Figura 6:

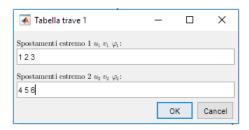


Figura 6: Input incidenze trave.

2.2.2 Biella

Considerando un generico elemento finito di biella, i possibili spostamenti nodali sono quelli rappresentati³ in Figura 7:

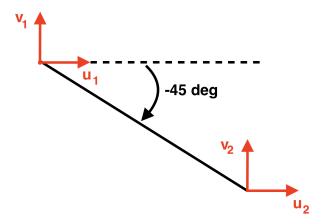


Figura 7: Spostamenti nodali biella.

la tabella delle incidenze della biella va completata come segue:

	u_1	v_1	u_2	v_2
Spostamenti nodali	1	2	7	8

Tabella 2: Tabella delle incidenze della biella.

inserendo quindi gli input come in Figura 8:

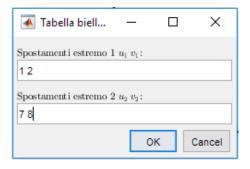


Figura 8: Input incidenze biella.

2.2.3 Triangolo

Considerando un generico elemento finito di biella, i possibili spostamenti nodali sono quelli rappresentati in Figura 9:

³L'angolo rappresentato segue le convenzioni con cui sono state scritte le funzioni per la biella.

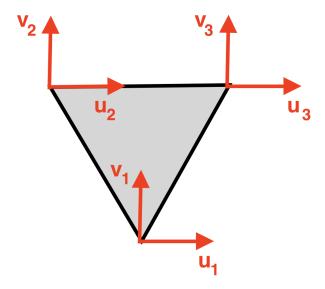


Figura 9: Spostamenti nodali triangolo.

la tabella delle incidenze del triangolo va completata come segue:

	u_1	u_2	u_3	v_1	v_2	v_3
Spostamenti nodali	1	9	11	2	10	12

Tabella 3: Tabella delle incidenze del triangolo.

inserendo quindi gli input come in Figura 10:

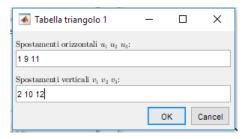


Figura 10: Input incidenze triangolo.

2.2.4 Scelta degli spostamenti

Una volta compilate le tabelle delle incidenze il programma chiede quali sono gli spostamenti nodali a cui si è interessati, è sufficiente inserire il numero dei nodi di interesse separati da uno spazio, come mostrato in Figura 11:

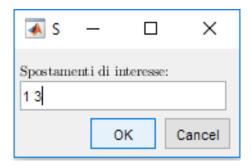


Figura 11: Input spostamenti di interesse.

è possibile inserire quanti spostamenti si vuole (in questo caso due).

2.3 Inserimento delle forze

La sezione finale del programma è quella dedicata alle forze agenti sul sistema:

- Forze su elementi finiti di trave:
 - carico trasversale a profilo parabolico,
 - carico assiale a profilo parabolico,
 - carico dovuto ad un momento costante.
- Deformazioni termiche sugli elementi finiti di biella:

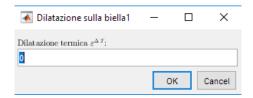


Figura 12: Dilatazione termica della biella.

- Forze su elementi finiti triangolari e rettangolari:
 - forze di volume,
 - forze di superficie,
 - carichi trasversali costanti

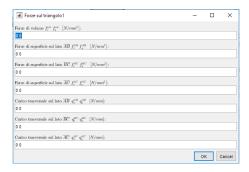


Figura 13: Forze sul triangolo.

• Forze nodali.

2.3.1 Carico sulla trave

In questo sistema la trave è soggetta unicamente ad un carico trasversale costante verso il basso quindi:

$$q(z) = 0 \cdot z^2 + 0 \cdot z - 17722 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ c = -17722 \end{cases}$$

i coefficienti devono essere inseriti come mostrato in Figura 14: separati da uno spazio; è inoltre necessario specificare gli estremi di integrazione del carico: in questo caso da 3500mm a 7000mm.

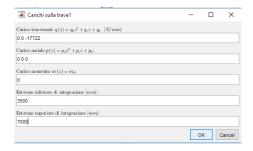


Figura 14: Input carichi sulla trave.

Osservazione 1. Gli estremi di integrazione sono comuni per i tre carichi.

2.3.2 Forze nodali

Per ultima cosa si inseriscono le forze nodali:

- nella prima riga si scrivono i numeri dei nodi su cui sono applicate le forze (separati da uno spazio),
- \bullet nella seconda riga i valori delle rispettive forze in N

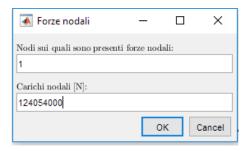


Figura 15: Input forze nodali.

2.4 Risultati

Come spiegato nell'introduzione il programma crea una cartella contenente diversi file:



Figura 16: Risultati dello studio 1.

tra qui il file .txt con la traccia della soluzione (contenente i risultati intermedi): ELEMENTI FINITI DI TRAVE

```
La matrice di rigidezza della trave 1 risulta:

1.0*10^12
| +0.0000 +0.0000 +0.0000 -0.0000 +0.0000 +0.0000 |
| +0.0000 +0.0000 +0.0002 +0.0000 -0.0000 +0.0002 |
| +0.0000 +0.0002 +1.0541 +0.0000 -0.0002 +0.5271 |
| -0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 |
| +0.0000 -0.0000 -0.0002 +0.0000 +0.0000 -0.0002 |
| +0.0000 +0.0002 +0.5271 +0.0000 -0.0002 +1.0541 |
```

```
Estremo 2: 4 5 6
ELEMENTI FINITI DI BIELLA
La matrice di rigidezza della biella 1 risulta:
1.0*10^6
| +8.8065 -8.8065 -8.8065 |
| -8.8065 +8.8065 +8.8065 |
| -8.8065 +8.8065 +8.8065 |
| +8.8065 -8.8065 -8.8065 |
Tabella delle incidenze biella 1:
Estremo 1: 1 2
Estremo 2: 78
ELEMENTI FINITI TRIANGOLARI
La matrice di rigidezza del triangolo 1 risulta:
1.0*10^7
| +1.3548 -0.6774 -0.6774 +0.0000 +0.6774 -0.6774 |
| -0.6774 +1.3065 -0.6290 +0.5806 -0.6290 +0.0484 |
| -0.6774 -0.6290 +1.3065 -0.5806 -0.0484 +0.6290 |
+0.0000 +0.5806 -0.5806 +3.8710 -1.9355 -1.9355 |
| +0.6774 -0.6290 -0.0484 -1.9355 +1.3065 +0.6290 |
| -0.6774 +0.0484 +0.6290 -1.9355 +0.6290 +1.3065 |
Tabella delle incidenze triangolo 1:
Spostamenti orizzontali: 1 9 11
Spostamenti verticali: 2 10 12
La matrice di compatibilita' del triangolo 1 risulta essere:
1.0*10^0
| -0.0000 -0.0001 +0.0001 +0.0000 +0.0000 +0.0000 |
| +0.0000 +0.0000 +0.0000 -0.0003 +0.0001 +0.0001 |
| -0.0003 +0.0001 +0.0001 -0.0000 -0.0001 +0.0001 |
MATRICE DI RIGIDEZZA DEL SISTEMA
La matrice di rigidezza totale risulta essere:
1.0*10^12
| +0.0000 -0.0000 +0.0000 -0.0000 +0.0000 +0.0000 -0.0000 +0.0000 -0.0000 +0.0000 -0.0000 |
| -0.0000 +0.0000 +0.0002 +0.0000 -0.0000 +0.0002 +0.0000 -0.0000 +0.0000 -0.0000 -0.0000 |
| +0.0000 +0.0002 +1.0541 +0.0000 -0.0002 +0.5271 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 |
| -0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 |
| +0.0000 -0.0000 -0.0002 +0.0000 +0.0000 -0.0002 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 |
| +0.0000 +0.0002 +0.5271 +0.0000 -0.0002 +1.0541 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 |
| -0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 |
```

Tabella delle incidenze trave 1:

Estremo 1: 1 2 3

```
| +0.0000 -0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 -0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 |
| -0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 -0.0000 -0.0000 +0.0000 |
| +0.0000 -0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 -0.0000 +0.0000 -0.0000 +0.0000 |
| -0.0000 -0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 -0.0000 -0.0000 +0.0000 +0.0000 |
| -0.0000 -0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 |
La matrice di rigidezza semplificata risulta essere:
1.0*10^12
| +0.0000 +0.0000 |
| +0.0000 +1.0541 |
VETTORE DELLE FORZE DEL SISTEMA
Il vettore delle forze totali risulta essere:
1.0*10^10
| +0.0124 |
I -0.0012 I
| -2.2614 |
| +0.0000 |
| -0.0050 |
| +4.9751 |
| +0.0000 |
| +0.0000 |
| +0.0000 |
| +0.0000 |
+0.0000
| +0.0000 |
Il vettore delle forze totali semplificato risulta essere:
1.0*10^10
| +0.0124 |
| -2.2614 |
SPOSTAMENTI
Gli spostamenti dei nodi risultano:
Lo spostamento 1 risulta pari a: +3.981007
Lo spostamento 3 risulta pari a: -0.021453
```

3 Esempio 2

Consideriamo come secondo esempio il sistema rappresentato in Figura 17:

Per la seguente struttura determinare lo spostamento verticale e la rotazione nell'estremo B della trave (problema piano negli sforzi; utilizzare l'area A e l'inerzia l per la trave e un elemento finito triangolare di spessore uniforme \dot{t} e soggetto al carico di volume di valore γ).

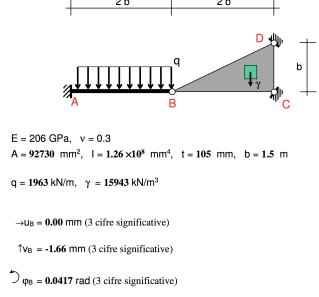


Figura 17: Struttura 2.

Una volta avviato il programma sarà richiesto il numero di ogni singolo elemento costituente la struttura (Figura 18), è sufficiente scrivere il numero nella casella appropriata.

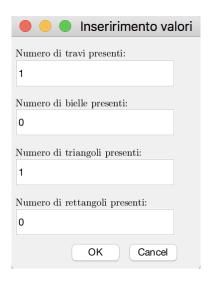


Figura 18: Numero di elementi.

3.1 Disegno della struttura

In base al numero di elementi inseriti come primo input, il programma presenterà per ogni elemento una finestra⁴ da compilare in cui sono richieste:

⁴Il titolo di ogni finestra porta il nome dell'elemento.

- le coordinate dei punti costituenti; è quindi opportuno scegliere un sistema di riferimento, in questo esempio scegliamo l'origine in $A \equiv (0,0)$,
- le caratteristiche del singolo elemento.

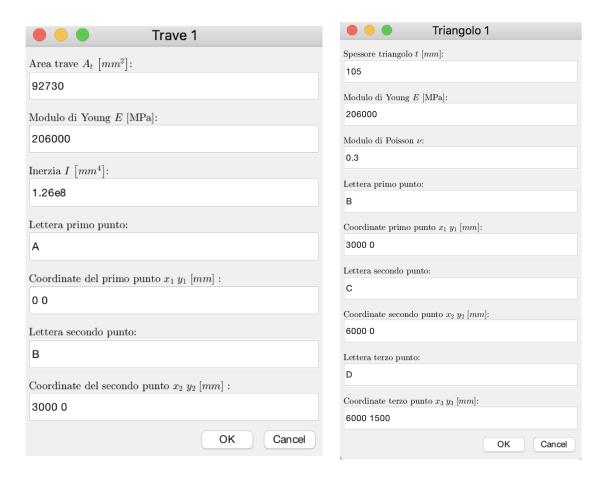


Figura 19: Input per ogni elemento.

3.2 Tabella delle incidenze

Per compilare le tabelle delle incidenze è necessario numerare gli spostamenti di tutti i nodi della struttura, in questo esempio:

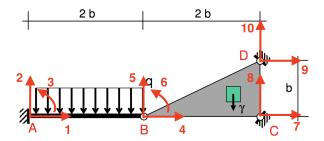


Figura 20: Spostamenti dei nodi.

3.2.1 Trave

Considerando un generico elemento finito di trave, i possibili spostamenti nodali sono quelli rappresentati in Figura 21:

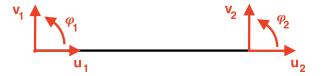


Figura 21: Spostamenti nodali trave.

la tabella delle incidenze della trave va completata come segue:

	u_1	v_1	φ_1	u_2	v_2	φ_2
Spostamenti nodali	1	2	3	4	5	6

Tabella 4: Tabella delle incidenze della trave.

inserendo quindi gli input come in Figura 22:

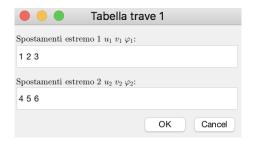


Figura 22: Input incidenze trave.

3.2.2 Triangolo

Considerando un generico elemento finito di biella, i possibili spostamenti nodali sono quelli rappresentati in Figura 23:

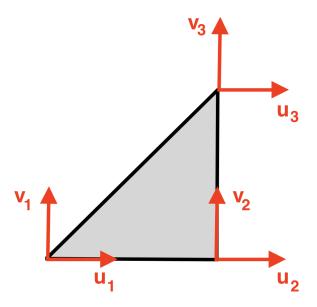


Figura 23: Spostamenti nodali triangolo.

la tabella delle incidenze del triangolo va completata come segue:

	u_1	u_2	u_3	v_1	v_2	v_3
Spostamenti nodali	4	7	9	5	8	10

Tabella 5: Tabella delle incidenze del triangolo.

inserendo quindi gli input come in Figura 24:



Figura 24: Input incidenze triangolo.

3.2.3 Scelta degli spostamenti

Una volta compilate le tabelle delle incidenze il programma chiede quali sono gli spostamenti nodali a cui si è interessati, è sufficiente inserire il numero dei nodi di interesse separati da uno spazio, come mostrato in Figura 25:



Figura 25: Input spostamenti di interesse.

3.3 Inserimento delle forze

3.3.1 Carico sulla trave

In questo sistema la trave è soggetta unicamente ad un carico trasversale costante verso il basso quindi:

$$q(z) = 0 \cdot z^2 + 0 \cdot z - 17722$$
 \Rightarrow
$$\begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ c = -1963 \end{cases}$$

i coefficienti devono essere inseriti come mostrato in Figura 26: separati da uno spazio; è inoltre necessario specificare gli estremi di integrazione del carico: in questo caso da 0mm a 3000mm.



Figura 26: Input carichi sulla trave.

Osservazione 2. Gli estremi di integrazione sono comuni per i tre carichi.

3.3.2 Carico sul triangolo

In questo caso il triangolo è soggetto ad una forza di volume lungo y:



Figura 27: Forze sul triangolo.

3.3.3 Forze nodali

Per ultima cosa si inseriscono le forze nodali:

- nella prima riga si scrivono i numeri dei nodi su cui sono applicate le forze (separati da uno spazio),
- $\bullet\,$ nella seconda riga i valori delle rispettive forze in N

in questo caso non sono presenti forze nodali, è sufficiente dare OK alle opzioni di default:

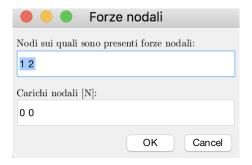


Figura 28: Input forze nodali.

3.4 Risultati

Come spiegato nell'introduzione il programma crea una cartella contenente diversi file:



Figura 29: Risultati dello studio 2.

tra qui il file .txt con la traccia della soluzione (contenente i risultati intermedi): ELEMENTI FINITI DI TRAVE

```
La matrice di rigidezza della trave 1 risulta:
1.0*10^10
| +0.0006 +0.0000 +0.0000 -0.0006 +0.0000 +0.0000 |
| +0.0000 +0.0000 +0.0017 +0.0000 -0.0000 +0.0017 |
| +0.0000 +0.0017 +3.4608 +0.0000 -0.0017 +1.7304 |
| -0.0006 +0.0000 +0.0000 +0.0006 +0.0000 +0.0000 |
+0.0000 -0.0000 -0.0017 +0.0000 +0.0000 -0.0017
| +0.0000 +0.0017 +1.7304 +0.0000 -0.0017 +3.4608 |
Tabella delle incidenze trave 1:
Estremo 1: 1 2 3
Estremo 2: 4 5 6
ELEMENTI FINITI TRIANGOLARI
La matrice di rigidezza del triangolo 1 risulta:
1.0*10^7
| +0.5942 -0.5942 +0.0000 +0.0000 +0.3565 -0.3565 |
| -0.5942 +1.4262 -0.8319 +0.4160 -0.7725 +0.3565 |
| +0.0000 -0.8319 +0.8319 -0.4160 +0.4160 +0.0000 |
| +0.0000 +0.4160 -0.4160 +0.2080 -0.2080 +0.0000 |
| +0.3565 -0.7725 +0.4160 -0.2080 +2.5849 -2.3769 |
| -0.3565 +0.3565 +0.0000 +0.0000 -2.3769 +2.3769 |
```

Tabella delle incidenze triangolo 1: Spostamenti orizzontali: 4 7 9 Spostamenti verticali: 5 8 10

```
La matrice di compatibilita' del triangolo 1 risulta essere:
1.0*10^0
| -0.0003 +0.0003 +0.0000 +0.0000 +0.0000 |
| +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 -0.0007 +0.0007 |
| +0.0000 -0.0007 +0.0007 -0.0003 +0.0003 +0.0000 |
MATRICE DI RIGIDEZZA DEL SISTEMA
La matrice di rigidezza totale risulta essere:
1.0*10^10
| +0.0006 +0.0000 +0.0000 -0.0006 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 |
| +0.0000 +0.0000 +0.0017 +0.0000 -0.0000 +0.0017 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 |
| +0.0000 +0.0017 +3.4608 +0.0000 -0.0017 +1.7304 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 |
| -0.0006 +0.0000 +0.0000 +0.0012 +0.0000 +0.0000 -0.0006 +0.0004 +0.0000 -0.0004 |
| +0.0000 -0.0000 -0.0017 +0.0000 +0.0002 -0.0017 +0.0004 -0.0002 -0.0004 +0.0000 |
| +0.0000 +0.0017 +1.7304 +0.0000 -0.0017 +3.4608 +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 |
| +0.0000 +0.0000 +0.0000 -0.0006 +0.0004 +0.0000 +0.0014 -0.0008 -0.0008 +0.0004 |
| +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0004 -0.0002 +0.0000 -0.0008 +0.0026 +0.0004 -0.0024 |
| +0.0000 +0.0000 +0.0000 +0.0000 -0.0004 +0.0000 -0.0008 +0.0004 +0.0008 +0.0000 |
| +0.0000 +0.0000 +0.0000 -0.0004 +0.0000 +0.0000 +0.0004 -0.0024 +0.0000 +0.0024 |
La matrice di rigidezza semplificata risulta essere:
1.0*10^10
| +0.0012 +0.0000 +0.0000 |
| +0.0000 +0.0002 -0.0017 |
| +0.0000 -0.0017 +3.4608 |
VETTORE DELLE FORZE DEL SISTEMA
Il vettore delle forze totali risulta essere:
1.0*10^9
| +0.0000 |
| -0.0029 |
| -1.4723 |
| +0.0000 |
| -0.0042 |
I +1.4723 I
| +0.0000 |
| -0.0013 |
| +0.0000 |
I -0.0013 I
Il vettore delle forze totali semplificato risulta essere:
1.0*10^9
| +0.0000 |
| -0.0042 |
| +1.4723 |
SPOSTAMENTI
Gli spostamenti dei nodi risultano:
```

Lo spostamento 4 risulta pari a: +0.000000

Lo spostamento 5 risulta pari a: -1.663178 Lo spostamento 6 risulta pari a: +0.041709