

Complessità

La **complessità si misura in funzione di n** che sarebbe la dimensione dell'input.

La **complessità di un if else** è il "costo" della condizione da verificare + il massimo tra i blocchi contenuti nell'if o nell'else

La **complessità di un ciclo for** è la $\sum_{i=0}^{m-1} k$ dove i è il contatore del ciclo e k è il corpo, quindi sarebbe la somma m-1 volte della complessità del corpo del for (se il for cicla 10 volte sommo 10 volte la complessità del corpo)

La **complessità di un ciclo while** è la $\sum_{i=0}^m (h + k)$ dove i è il contatore del ciclo ,h è la condizione da verificare e k è il corpo

Il tempo impiegato per risolvere un problema dipende sia dall'algoritmo utilizzato sia dalla "dimensione" dei dati a cui si applica l'algoritmo

Dato che calcolare la complessità di un algoritmo in funzione dei dati in input è molto difficile usiamo la **Notazione Asintotica**:

Non calcoliamo esplicitamente il tempo (o lo spazio) impiegato da un algoritmo, ma piuttosto come questi parametri crescono al variare della dimensione dell'input

Esistono diversi tipo di complessità definiti con **O(n)**:

Si hanno così algoritmi (funzioni) di complessità asintotica di ordine:

- Costante: $1, \dots$
- Sotto-lineare: $\log n, n^c$ con $c < 1$
- Lineare: n
- Polinomiale: $n \log n, n^2, n^3, \dots, n^c$ con $c > 1$
- Esponenziale: c^n, \dots, n^n, \dots

Funzione Costante

$f(n) = c$ c costante

Funzione Logaritmica

$f(n) = \log_b n$ ($b > 1$)

Funzione Lineare

$f(n) = c * n$

Funzione n log n

$f(n) = n * \log * n$

Funzione Esponenziale

$$f(n) = b^n$$

Funzione Polinomiale

$$f(n) = a_0 + a_1 n + a_2 n^2 + \dots + a_d n^d$$

Funzione Quadratica

$$f(n) = c * n^2$$

```
for (i=0;i<n;i++)  
for(j=0;j<n;j++)  
do something
```

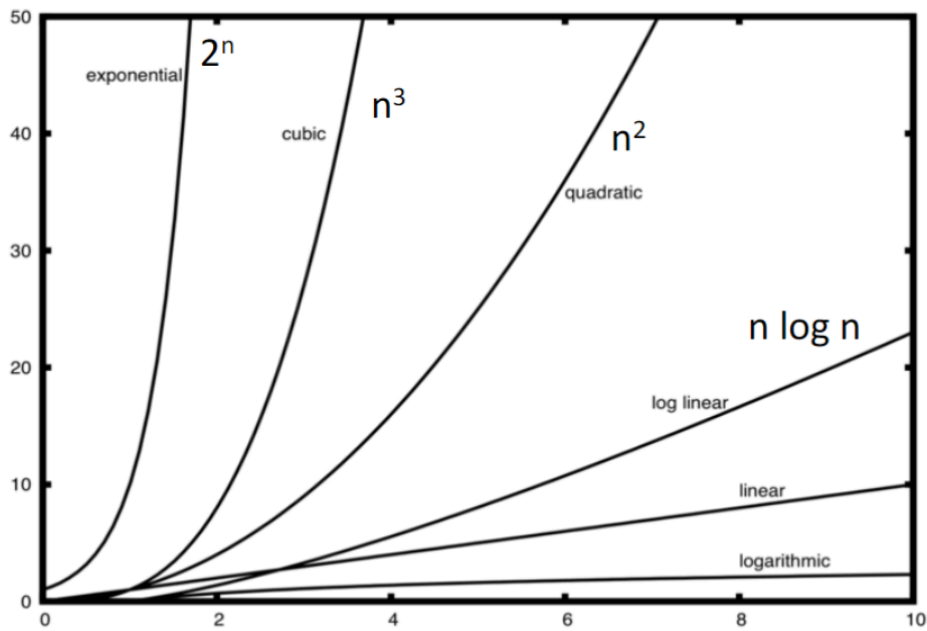
Funzione Cubica

$$f(n) = c * n^3$$

```
for (i=0;i<n;i++)  
for(j=0;j<n;j++)  
for(k=0;k<n;k++)  
do something
```

Qui di seguito mostriamo alcuni ordini di grandezza tipici, elencati in maniera crescente.

f(n)	
1	
log n	
\sqrt{n}	
n	
n log n	
n^c	$c > 1$
c^n	$c > 1$



- O-grande dice solo **quanto può crescere al massimo** un algoritmo.
- Ma **potrebbero esistere limiti superiori migliori**, cioè più stretti.

Infatti, se $T(n) = O(n^4)$, è anche vero che: $T(n) = O(n^7)$

Ω -grande

l'algoritmo ci mette almeno così tanto tempo (nel caso peggiore, nel medio, o nel migliore a seconda del contesto).

Θ -grande

Descrive la complessità esatta di un algoritmo

O -grande \rightarrow limite superiore

Ω -grande \rightarrow limite inferiore

Θ -grande \rightarrow complessità esatta

Un algoritmo A che risolve un problema P è ottimale se:

1. P ha complessità $\Omega(f(n))$
2. A ha complessità $O(f(n))$

```
// c è una costante positiva
for (int i = 0; i <= n; i += c) {
    //espressioni con costo O(1)
}
```

$O(n)$

```
// c è una costante positiva
for(int i = 1; i <=n; i += c) {
    for (int j = 1; j <=n; j += c) {
        //espressioni con costo O(1)
    }
}
```

$O(n^2)$

```
// c è una costante positiva
for (int i = 1; i <= n; i *= c) {
    //espressioni con costo O(1)
}
```

$O(\log n)$

```
// c è una costante positiva > 1
for(int i = 2; i <=n; i = pow(i,c)) {
    //espressioni con costo O(1)
}
```

$O(\log \log n)$

Qual è la complessità del seguente algoritmo?

```
void func(int n) {
```

```
int count=0;
```

```
for(i=n/2; i<=n; i++) {
```

```
    for(j=1; j<=n; j=2*j) {
```

```
        for(k=1; k<=n; k=k*2) {
```

```
            count++; }
```

```
    } }
```

$O(n)$

$O(\log n)$

$O(\log n)$

$O(n \log^2 n)$