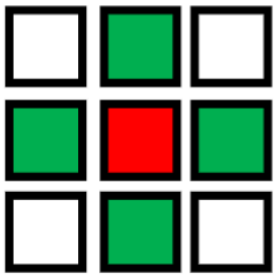
1 Interpolazione_operazioniAffini_MSE_PSNR

Un'immagine digitale raster può essere rappresentata come una matrice, quindi posso fare le stesse operazioni che faccio sulle matrici, anche se non è detto che alcune operazioni abbiano un senso logico.

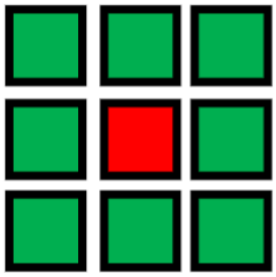
- **Prodotto**
  Useremo il prodotto puntuale che è diverso dalla normale operazione di prodotto di matrici, infatti nel prodotto puntuale si fa il prodotto punto a punto degli elementi della matrice (infatti devono avere lo stesso numeri di righe e colonne)
  $$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$$

Neighborhood N_p

I vicini 4 connessi di un dato pixel sono quelli alla sua destra e sinistra e quelli sopra e sotto.



I vicini 8 connessi sono quelli 4 connessi a cui si aggiungono i 4 pixel in diagonale.

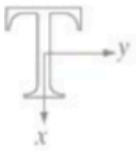


Operazioni affini

Queste operazioni affini sono essenzialmente:

- l'identità
- la rotazione
- la traslazione
- lo scaling
- lo shear
  Queste operazioni non cambiano il valore del pixel ma lo spostano (dandogli delle

nuove coordinate)
Queste operazioni si possono identificare tramite matrice o equazione

Transformation Name	Affine Matrix, T	Coordinate Equations	Example
Identity	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v$ $y = w$	
Scaling	$\begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = c_x v$ $y = c_y w$	
Rotation	$\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v\cos\theta - w\sin\theta$ $y = v\sin\theta + w\cos\theta$	
Translation	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{bmatrix}$	$x = v + t_x$ $y = w + t_y$	
Shear (vertical)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ s_v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v + s_v w$ $y = w$	
Shear (horizontal)	$\begin{bmatrix} 1 & s_h & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v$ $y = s_h v + w$	

la matrice quindi è l'operazione che io andrò a fare sull'immagine,
quindi io applicherò l'operazione T al pixel di coordinate v, w e otterrò in output la altre coordinate x, y in base all'operazione che faccio.
Questa operazione si chiama **Forward mapping**, che però può lasciare dei buchi nell'immagine di output, esiste quindi anche l' **Inverse mapping** che risolve il problema dei buchi:

Forward mapping = $[x\ y\ 1] = [v\ w\ 1] * T$
Inverse mapping = $[v\ w\ 1] = [x\ y,\ 1] * inversa(T)$
Forward mapping (scaling)

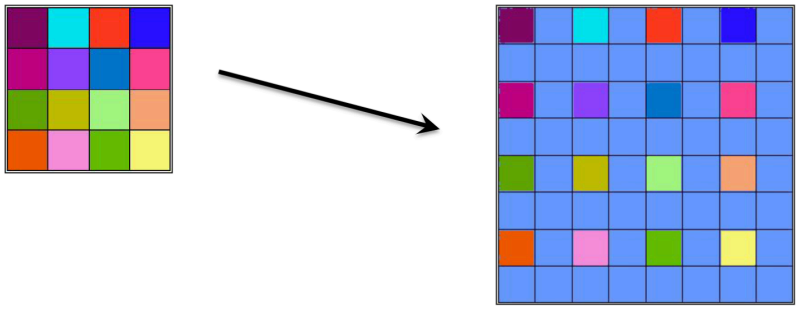
Inverse mapping (scaling)

Le trasformazioni affini si possono combinare tra loro semplicemente moltiplicando le corrispondenti matrici

Interpolazione

Nel corso delle trasformazioni, potrebbero esserci dei valori di pixel che non sono mai individuati dalle formule, per essi si applica un processo di interpolazione

L'interpolazione è un processo che partendo da dati reali stima i dati non conosciuti, quindi non migliora l'immagine ma si limita a stimare quali potrebbero essere i valori non conosciuti
E' il caso dello *zooming*, infatti un zoom 2x rende l'immagine grande il doppio quindi la matrice passa da x n a x n quindi il numero di pixel sarà quadruplicato quindi devo ricreare i pixel che non ho dopo aver zoommato l'immagine



Esistono vari tipi di interpolazione:

- Nearest neighbor (o replication)
- Bilinear
- Bicubic
- Altri...

REPLICATION

(a)

(b)

Assegna a ogni pixel nuovo l'intensità del pixel più vicino, è una tecnica semplice ma aggiunge artefatti all'immagine

BILINEAR

(a)

(b)

Nell’ interpolazione bilineare si utilizzano i quattro pixel più vicini per stimare l’intensità da assegnare a ciascuna nuova posizione. Supponiamo che (x, y) siano le coordinate della posizione cui si deve assegnare un valore di intensità e che v(x, y) equivalga al valore dell’intensità. Per l’interpolazione bilineare il valore assegnato si ottiene mediante l’equazione

v(x, y) = ax + by + cxy + d
Ovviamente l'output è migliore rispetto alla replication ma è un po più costoso a livello computazionale

BICUBIC

(a)

(b)

L'interpolazione bicubica si ottiene utilizzando i sedici pixel più vicini al punto e il valore di intensità assegnato al punto (x,y) si ottiene attraverso l'equazione:

$$v(x,y) = \sum_{i=0}^{3} \sum_{j=0}^{3} a_{ij} x^i y^j$$

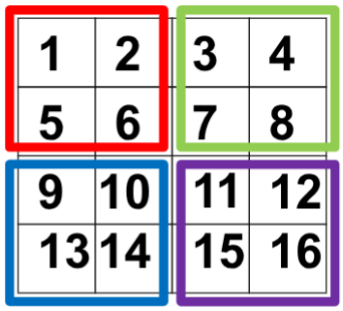
L’interpolazione bicubica è la tecnica standard utilizzata nei programmi commerciali di editing come Adobe Photoshop e Corel Photopaint (per lo meno fino alla data in cui sono state fatte le slide adesso potrebbe essere cambiato)

Come faccio però l'interpolazione ai bordi? O non faccio nulla o interpolo con i valori che ho anche se in numero minore

Esiste anche lo *zooming out* infatti se zoommo l'immagine in 0,5x ottendo un immagine più piccola di quella originale, quindi ho un processo di "decimazione"
Quindi partendo da una matrice x n ottendo una matrice x n

- metodo 1
  ogni 4 pixel se ne sceglie 1

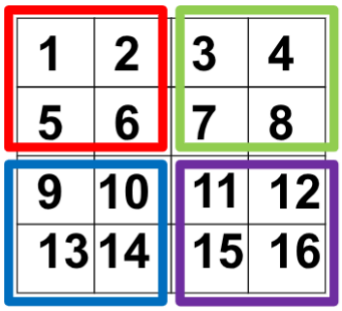
input



output

- metodo 2
  di 4 pixel se ne calcola il valore medio

input



output

Stima della qualità di un algoritmo

- MSE (Mean Square Error) tale parametro serve a stimare l'errore quadratico medio tra due immagini; più tale indice è basso minore è la differenza tra le immagini.
- PSNR (Peak Signal to Noise Ratio) parametro per misurare la qualità di un immagine compressa rispetto all'originale, dipende dalla differenza tra l'immagine codificata e quella originale. Maggiore è il suo valore maggiore sarà la "somiglianza" con l'originale

PSNR (Peak Signal to Noise Ratio)
Per calcolarlo bisogna avere sia l'immagine da valutare sia quella originale, questo algoritmo non è il migliore per valutare la qualità di un immagine ma è il più diffuso.
Per calcolare il PSNR abbiamo prima bisogno del MSE:

$$MSE = \frac{1}{MN}\sum_{x=1}^{M}\sum_{y=1}^{N}\left[I'(x,y) - I(x,y)\right]^2$$

Poi si hanno 3 formule che sono equivalenti tra di loro:

$$PSNR = -10\log_{10}\frac{MSE}{S^2} \qquad PSNR = 20\log_{10}\left(\frac{S}{\sqrt{MSE}}\right), \; PSNR = 10\log_{10}\left(\frac{S^2}{MSE}\right)$$

S is the maximum pixel value (usually 255).

MSE e PSNR sono molto usati perché semplici da calcolare, però non sempre danno un risultato fedele a quello dato dal sistema visivo umano. Infatti:

- Due immagini distorte possono avere tipi molto diversi di errori pur avendo lo stesso MSE.
- Entrambe le metriche sono fortemente influenzate anche da “impercettibili” movimenti spaziali (traslazioni,rotazioni, flipping di righe e/colonne)