ESEMPIO

DATO L'ALFABETO $\Sigma = \{a, b\}$, l'insieme $L_3 = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$

è un linguaggio composto da tutte le stringhe costruite dalla concatenazione di un certo numero di a, seguito dalla concatenazione dello stesso numero di b

$a^0 b^0 = \varepsilon \notin L_3$ $\quad$ $a^2 b^2 = \cancel{abab}$ $\quad$ $a^2 b^2 = aabb$

$a^3 b^3 = aaabbb$

DEFINIZIONE

La potenza → L^h di un linguaggio è definita come

$$L^h = L^1 \circ L^{h-1} \qquad h \geq 1$$

con la convenzione che $L^0 = \{\varepsilon\}$

$L \subseteq \Sigma^*$ con $h \geq 0$

OSSERVAZIONE

L'insieme delle stringhe di lunghezza h sull'alfabeto Σ lo indichiamo con Σ^h

DEFINIZIONE

stella di Kleene

Il linguaggio L^* viene definito come $L^* = \bigcup_{h=0}^{\infty} L^h$

linguaggio infinito $(L^* = L^0 \cup L^1 \cup L^2 \cup \ldots)$

L^* → CHIUSURA RIFLESSIVA del linguaggio L rispetto all'operazione di concatenazione

NOTIAMO

L, $\varepsilon \in L^*$ perché $L^0 = \{\varepsilon\}$

ESEMPIO

$L = \{aa\} \Rightarrow L^* = \{a^{2n} \mid n \geq 0\}$ COPIARE

ESEMPIO

$L_1 = \{BIS\}$ $L_2 = \{NONNO\}$

OTTENIAMO $L_1^* L_2 = \{NONNO, BISNONNO, BISBISNONNO \ldots\}$

DEFINIZIONE

$L^+ \rightarrow$ la chiusura (non riflessiva) positiva definita da:

$$L^+ = \bigcup_{k=1}^{\infty} L^k$$

$$\boxed{L^* = L^+ \cup \{\varepsilon\}}$$

OSSERVAZIONI

- $\varepsilon \in L^*$ PER DEFINIZIONE
- $\varepsilon \in L^+$ solo se $\varepsilon \in L \Leftrightarrow \varepsilon \in L$ solo se $\varepsilon \in L^+$
- $\Lambda^+ = \Lambda$

- $L^* = L^+ \cup \{\varepsilon\}$ ma $L^+ \neq L^* / \{\varepsilon\}$

se $\varepsilon \in L^+$ se ci fosse l'uguaglianza allora anche $L^*/\{\varepsilon\}$ dovrebbe contenere $\{\varepsilon\}$ ma per costruzione $\varepsilon \notin L^*/\{\varepsilon\}$

- $\Sigma^* = \Sigma \cup \{\varepsilon\}$

ESEMPIO

Se $L = \{ab, bb\}$

$L^2 = L^1 \circ L^{2-1} = L^1 \circ L^1 = \{abab, bbbb, bbab, abbb\}$

$L^1 = L^1 \circ L^{1-1} = \{\varepsilon\} L^1 = L^1 = \{ab, bb\}$

$L^3 = L^1 \circ L^{3-1}$

$L^* = \{\varepsilon\}^* = \{\varepsilon\}^0 \cup \{\varepsilon\}^1 \cup \{\varepsilon\}^2 \dots = \{\varepsilon\}$

stessa cosa di L^* quindi unione all'∞

LINGUAGGI REGOLARI

I metodi per rappresentare in modo finito i linguaggi sono 2:

- RICONOSCITIVI: metodi che prendoro in input una stringa e ci dicono se essa appartiene al linguaggio oppure no. La stringa viene definita con un numero finito di elementi detti RICONOSCITORI
- GENERATIVI: metodi che partono da un simbolo iniziale in un'insieme finito di regole e da lì si generano tutte le stringhe del linguaggio dette GRAMMATICHE

RICONOSCITORE

È uno strumento che riconosce insiemi di stringhe.
Deve avere un nastro su cui prende in input una stringa e ci può scrivere sopra. Esso è diviso in celle con un simbolo ciascuno dell'alfabeto Σ. Il simbolo BLANK indica la mancanza di un elemento nella cella (ϕ). Il nastro è infinito in entrambe le direzioni, c'è la testina di lettura/scrittura che lavora su una cella del nastro alla volta e si muove avanti e indietro una cella alla

volta. Il riconoscitore può essere definito tramite gli stati che cambiano nel tempo.

Un riconoscitore ha una serie di regole che lo guidano nei movimenti e negli stati tramite la funzione di transizione del riconoscitore.

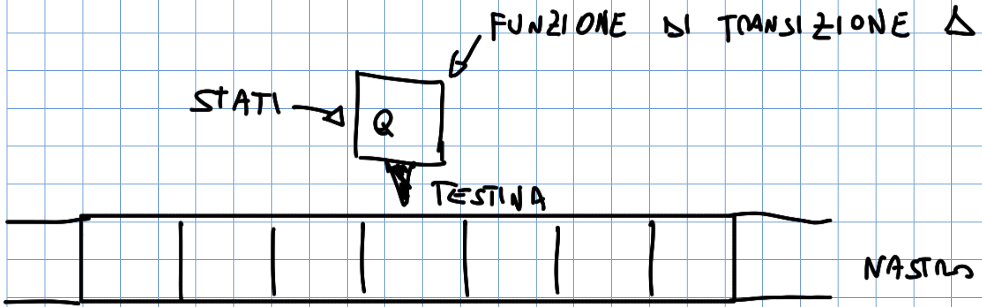
Ad ogni momento della computazione soltanto un numero finito di celle conterrà simboli diversi dal simbolo BLANK in questo caso parleremo di nastro infinito perché la cella vuota ci potrebbe servire durante la computazione e non posso occupare le celle del nastro perché esso deve poter contenere stringhe di qualsiasi lunghezza.

Un passo è uno spostamento della testina, un eventuale cambio di stato oppure una lettura o una scrittura, infine una configurazione è una "fotografia" del riconoscitore e determina un istante della computazione.

Questa configurazione dipende da una successione di configurazioni che parte da una configurazione "particolare" ed eventualmente termina in un altra.

Se la configurazione termina
- DI ACCETTAZIONE *
- DI RIFIUTO *

* ACCETTAZIONE se la stringa appartiene al linguaggio
* RIFIUTO se la stringa non appartiene al linguaggio



Una tipologia di dispositivo per il riconoscimento di linguaggi: AUTOMA A STATI FINITI → ASF

DEFINIZIONE

Un automa a stati finiti deterministico (ASFD) è una quintupla $A = \langle \Sigma, Q, \Delta, q_0, F \rangle$

dove: $\Sigma = \{a_1, \dots a_n\}$ → alfabeto di input

$Q = \{q_0, \dots q_m\}$ → insieme finito di stati

$F \subseteq Q$ → insieme di stati finali non vuoto $F \neq \emptyset$

$q_0 \in Q$ → stato iniziale

$\Delta : Q \times \Sigma \to Q$ → funzione di transizione che ad ogni coppia di (stato, carattere in input) associa lo stato successivo.

$\Delta : Q \times \Sigma \to Q$ TABELLA E MATRICE DI TRANSIZIONE

alle cui righe associo gli stati, alle colonne i caratteri in input e gli elementi rappresentano il risultato dell'applicazione della Δ allo stato identificato dalle righe e dal carattere associato alle colonne della tabella

Δ	a	b
q_0	q_0	q_1
q_1	q_2	q_2
q_2	q_2	q_2

$\Delta : Q \times \Sigma \to Q$

$(q_0, a) \to q_0$

$(q_1, a) \mapsto q_2$

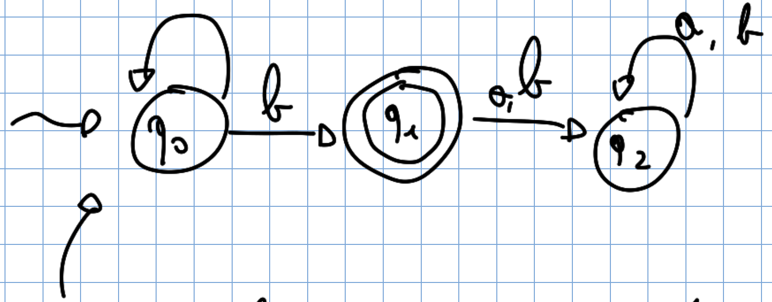
$(q_2, a) \mapsto q_2$

UN ALTRA RAPPRESENTAZIONE

DIAGRAMMA DEGLI STATI O GRAFO DI TRANSIZIONE

in cui l'automa è rappresentato mediante un grafo orientato in cui i nodi rappresentano gli stati, mentre gli archi rappresentano le transizioni e sono etichettati con il carattere la cui lettera determina la transizione.

GLI STATI FINALI sono rappresentati da nodi con doppio cerchio mentre quello iniziale è <u>individuato tramite una freccia</u>



stato iniziale q_0, stato attuale

l'automa ad ogni passo legge il carattere successivo della stringa ed applica la funzione di transizione

presi gli input di δ

terminata la lettura della stringa, essa viene accettata se lo stato attuale è uno stato finale (che appartiene all'insieme F) altrimenti viene rifiutata

N.B.

Si nota che un ASFD termina sempre le sue computazioni

DEFINIZIONE

Dato un automa a stati finiti $A = \langle \Sigma, Q, \delta, q_0, F \rangle$ una configurazione di A è una coppia $\langle q, x \rangle$ con $q \in Q$, $x \in \Sigma^*$

DEFINIZIONE

Una configurazione $\langle q, x \rangle$ con $q \in Q$ e $x \in \Sigma^*$ di A è detta:

- INIZIALE se $q = q_0$
- FINALE se $x = \varepsilon$
- ACCETTANTE se $x = \varepsilon$ e $q \in F$

La funzione di transizione permette di definire la relazione di transizione che indichiamo con $\vdash$

questa relazione associa ad una configurazione, la configurazione successiva, nel seguente modo:

DEFINIZIONE

Dato un ASFD $A = \langle \Sigma, Q, \delta, q_0, F \rangle$ e due configurazioni (q, x) e (q', y) di A, avremo che

$$(q, x) \vdash_A (q', y) \iff$$

valgono le 2 condizioni:

1) $\exists a \in \Sigma$ tale che $x = ay$
2) $\delta(q, a) = q'$

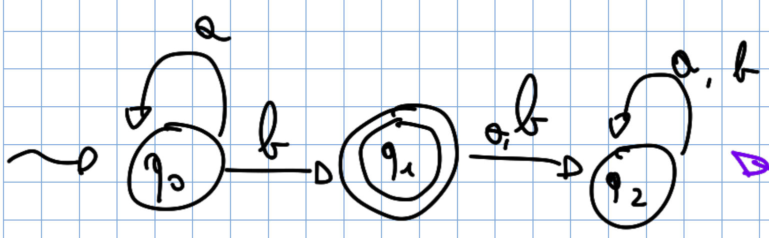
$\vdash_A$ è descritta tramite una funzione di transizione dell' ASFD (A)

ASFD $A = \langle \Sigma, Q, \delta, q_0, F \rangle$ $\quad x \in \Sigma^*$ è accettata se e solo se $(q_0, x) \vdash_A (q, \varepsilon)$ con $q \in F$ e possiamo definire il linguaggio riconosciuto:

$$\mathcal{L}(A) = \{ x \in \Sigma^* \mid (q_0, x) \vdash_A (q, \varepsilon), q \in F \}$$

ESEMPIO

STRINGA aab è accettata dall' ASFD?



questo è tutta la funzione

ma io mi fermo in q_1 perché è finita la stringa

Configurazione iniziale (q_0, aab)

l' automa raggiunge la configurazione (q_1, ε)

$$(q_0, aab) \vdash (q_0, ab) \vdash (q_0, b) \vdash (q_1, \varepsilon)$$