ARGOMENTI

STUDIO DI LINGUAGGI

ALFABETO, STRINGA, LINGUAGGI

DEFINIZIONE

Un insieme finito non vuoto Σ di simboli (o caratteri) prende il nome di alfabeto

ALFABETO BINARIO $\Sigma = \{0, 1\}$,

"TASTIERA" $\Sigma = \{A \dots Z, a \dots z, +, - \dots\dots\}$

DEFINIZIONE

Dato un alfabeto Σ denotiamo con $\langle \Sigma^*, \circ, \varepsilon \rangle$ il MONOIDE LIBERO definito su Σ

insieme di tutte le stringhe finite

Questo monoide libero viene chiamato MONOIDE SINTATTICO

DEFINIZIONE

- Σ^* è l'insieme delle stringhe o parole formabili usando i caratteri di Σ

- ε è una stringa vuota $\in \Sigma$ e Σ^*

- Se la stringa x è formata da caratteri $\in \Sigma$ allora

$x \in \Sigma^*$

- x stringa su $\Sigma \rightarrow x \in \Sigma^*$

MONOIDE SINTATTICO

INSIEME DELLE STRINGHE $(\varepsilon \in \Sigma^*)$

OPERAZIONE DI CONCATENAZIONE

$$< \Sigma^*, \circ, \varepsilon >$$

STRINGA VUOTA

$x \in \Sigma^*$ x è una stringa

$\circ : \Sigma^* \circ \Sigma^* \longrightarrow \Sigma^*$ OPERAZIONE DI COCATENAZIONE

ε è la parola vuota = elemento neutro

$\forall x \in \Sigma^* \Rightarrow x \circ \varepsilon = \varepsilon \circ x = x$

definiamo e indichiamo $| \ |$ la lunghezza di una parola

$|\varepsilon| = 0$

se $x \in \Sigma^* \Rightarrow |x|$ la lunghezza di x

x^h è una concatenazione di x, h volte $\underbrace{(x \cdot x \dots x)}_{h \text{ volte}}$

$x^0 \rightarrow$ altro modo per indicare la parola vuota l'operazione di concatenazione <u>non</u> gode della proprietà commutativa:

$\forall x \in \Sigma^* \ \forall y \in \Sigma^* \Rightarrow x \circ y \neq y \circ x$ (ciaoa, aciao)

CONVENZIONE

I CARATTERI $\in \Sigma$ SI SCRIVONO .... a, b, c, d .... le prime lettere dell'alfabeto

STRINGHE $\in \Sigma^*$ SI SCRIVONO .... x, y, z le ultime lettere dell'alfabeto

DEFINIZIONE

dato un alfabeto Σ, si definisce linguaggio un qualsivoglia sottoinsieme di Σ^* e lo indichiamo con $L \subseteq \Sigma^*$

IN GENERE poiché $\Sigma \subseteq \Sigma^*$, possiamo dire che un alfabeto è a sua volta un linguaggio

ESEMPIO:

$\Sigma^* = \{aa, bb \ldots\} \supseteq L = \{aa\}$

linguaggio

Λ è linguaggio vuoto $\to \Lambda \in \Sigma^* \to$ rappresenta il linguaggio vuoto

$\Lambda = \emptyset$

linguaggio vuoto = "insieme"

OSSERVAZIONE

$\Lambda \neq \{\varepsilon\}$ ← linguaggio che contiene la stringa vuota

ESEMPIO

dato questo alfabeto posso costruire la stringa a a b ?

se $\Sigma = \{a, b\} \Rightarrow a\,a\,b \in \Sigma^*$?

$\varepsilon \in \Sigma^*$ PER DEFINIZIONE

QUINDI $a \circ \varepsilon \in \Sigma^* \Rightarrow a \cdot \varepsilon \in \Sigma^*$

PER DEFINIZIONE DI Σ^*

$a \in \Sigma$ PER DEFINIZIONE

$a \cdot \varepsilon = a \in \Sigma^*$

ANALOGAMENTE

$a \circ a \in \Sigma^*$ perché

$a \in \Sigma^*$

$a \in \Sigma^* \to aa \in \Sigma^*$

infine

se $b \in \Sigma$ allora $aa \in \Sigma^* \to aab \in \Sigma^*$

OPERAZIONI SU LINGUAGGI

Dati 2 linguaggi L_1, L_2 su di essi posso definire delle operazioni "insiemistiche"

- OPERAZIONI BINARIE
  - intersezione
  - unione
  - concatenazione

- OPERAZIONI UNARIE
  - complemento
  - iterazione

DEFINIZIONE INTERSEZIONE

l'intersezione tra 2 linguaggi L_1, L_2 è un linguaggio $L_1 \cap L_2$ costituito da parole di L_1 e di L_2 cioè:

$$L_1 \cap L_2 = \{ x \in \Sigma^* \mid x \in L_1 \overset{e}{\wedge} x \in L_2 \}$$

DEFINIZIONI UNIONE

l'unione di due linguaggi L_1 e L_2 è un linguaggio $L_1 \cup L_2$ costituito da parole che stanno in $L1$ e in L_2 cioè:

$$L_1 \cup L_2 = \{x \in \Sigma^* \mid x \in L_1 \underset{\substack{\uparrow \\ o}}{\vee} x \in L_2\}$$

DEFINIZIONE COMPLEMENTO

Il complemento di un linguaggio è un linguaggio $\overline{L_1} = \Sigma^* \setminus L_1$ ed è costituito da tutte le parole appartenenti a Σ^* ma non a L_1 cioè:

$$\overline{L_1} = \{x \in \Sigma^* \mid x \notin L_1\}$$

DEFINIZIONE CONCATENAZIONE

La concatenazione di 2 linguaggi L_1, L_2 è il linguaggio $L_1 \circ L_2$ delle parole costituite dalla concatenazione di una stringa di L_1 e di una stringa di L_2

$$L_1 \circ L_2 = \{x \in \Sigma^* \mid \exists y_1 \in L_1, \exists y_2 \in L_2 \ (x = y_1 \circ y_2)\}$$

DEFINIZIONE GENERICA DI CONCATENAZIONE

L_1 e L_2 sottoinsiemi di Σ^* e denotiamo concatenazione $L_1 \circ L_2$

$$L_1 \circ L_2 = \{x_1 \cdot x_2 \mid x_1 \in L_1, x_2 \in L_2\}$$

NON GODE DELLA PROPRIETÀ COMMUTATIVA

$L_1 \cap \Lambda = \emptyset$

$L_1 \cup \Lambda = L_1$

ESEMPIO

$L_1 = \{ASTRO, FISIO\}$ $\quad L_2 = \{LOGIA, NOMIA\}$

$L_1 L_2 = \{ASTROLOGIA, ASTRONOMIA, FISIOLOGIA, FISIONOMIA\}$

$L \circ \{\varepsilon\} = L$

linguaggio con la stringa vuota