
Algoritmi e Strutture Dati - 24/04/14

Esercizio 0 Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna.

Esercizio 1 – Punti ≥ 8

Trovare un limite superiore alla complessità della seguente procedura. La procedura $\text{random}(n)$ ha complessità $O(1)$ e ritorna un intero casuale compreso fra 0 e $n - 1$.

```
mystery(integer[] A, integer i, integer j)
    if  $j < i$  then return 0
    if  $i = j$  then return  $2 \cdot A[i]$ 
    integer  $n \leftarrow j - i + 1$ 
    integer  $sum \leftarrow 0$ 
    integer  $k \leftarrow \text{random}(n) + 1$ 
    for  $r \leftarrow 1$  to  $2^k$  do
         $sum \leftarrow sum + A[i + \text{random}(n)]$ 
    return  $sum + \text{mystery}(A, i, \lfloor (i + j)/2 \rfloor) + \text{mystery}(A, \lfloor (i + j)/2 \rfloor + 1, j)$ 
```

Esercizio 2 – Punti ≥ 8

Si consideri un albero binario. Per ogni suo nodo t , sia $c(t)$ il numero di nodi contenuti nel sottoalbero radicato in t , e si assuma che $c(\text{nil}) = 0$. Un albero binario è “abbastanza bilanciato” se per ogni suo nodo t , $c(t.\text{left}) \leq c(t.\text{right}) \cdot 2 + 1$ e $c(t.\text{right}) \leq c(t.\text{left}) \cdot 2 + 1$. Scrivere un algoritmo che prende in input un nodo t e verifica se l’albero radicato in t è “abbastanza bilanciato” o meno. Descriverne informalmente la correttezza e calcolarne la complessità.

Nota: la funzione c non è fornita, dovete implementarla voi. Se necessario, è possibile scrivere una funzione che ritorna una coppia di valori.

Esercizio 3 – Punti ≥ 8

Si scriva un algoritmo che, dato un vettore di interi A , determina se il vettore contiene 3 elementi x , y e z che formano una terna pitagorica (tali cioè che $x^2 + y^2 = z^2$). Se tre elementi di questo tipo esistono esso ritorna **true**, altrimenti ritorna **false**. Qual è la complessità dell’algoritmo ideato?

Esercizio 4 – Punti ≥ 8

Scrivere un algoritmo che, dato un grafo non orientato connesso $G = (V, E)$ e un arco $[x, y] \in E$, determina se G ha una catena (ciclo non orientato) che contiene $[x, y]$. Analizzare il tempo di esecuzione dell’algoritmo.