

**Algoritmi e Strutture Dati - Prima provetta**  
**03/05/12**

**Esercizio 0** Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna.

**Esercizio 1 – Ricorrenza – Punti  $\geq 6$**

Trovare un limite superiore ed un limite inferiore, i più stretti possibili, per la seguente equazione di ricorrenza, utilizzando il metodo di sostituzione.

$$T(n) = \begin{cases} 2T(\lfloor n/4 \rfloor) + \sqrt{n} & n > 1 \\ 1 & n \leq 1 \end{cases}$$

**Esercizio 2 – Tutte le strade portano a Roma – Punti  $\geq 4 + 6$**

Un vertice  $v$  in un grafo orientato  $G$  si dice di tipo “Roma” se ogni altro vertice  $w$  in  $G$  può raggiungere  $v$  con un cammino orientato che parte da  $w$  e arriva a  $v$ .

1. Descrivere un algoritmo che dati un grafo  $G$  e un vertice  $v$ , determina se  $v$  è un vertice di tipo “Roma” in  $G$ .
2. Descrivere un algoritmo che, dato un grafo  $G$ , determina se  $G$  contiene un vertice di tipo “Roma”.

In entrambi i casi è possibile trovare un algoritmo con complessità  $O(m + n)$ , ma anche altre complessità verranno considerate.

**Esercizio 3 – Il gioco delle coppie – Punti  $\geq 8$**

Scrivere un algoritmo che, dato un vettore  $A$  di  $n$  interi distinti ( $n$  pari), ritorna **true** se è possibile partizionare  $A$  in coppie di elementi che hanno tutte la stessa somma (intesa come la somma degli elementi della coppia), **false** altrimenti. Ad esempio:

7, 4, 5, 2, 3, 6

può essere partizionato in  $7 + 2 = 4 + 5 = 3 + 6$ .

Discutere la complessità e la correttezza – per questo esercizio, la dimostrazione di correttezza è importante e va scritta bene.

**Esercizio 4 – Ottimizza la somma – Punti  $\geq 6 + 4$**

Supponete di avere in input un vettore di  $n$  interi positivi distinti  $V[1 \dots n]$  e un valore  $W$ . Scrivere un algoritmo che:

1. restituisca il massimo valore  $X = \sum_{i=1}^n x[i]V[i]$  tale che  $X \leq W$  e ogni  $x[i]$  è un intero non negativo;
2. stampi il vettore  $x$ .

Ad esempio, per  $V[] = \{18, 3, 21, 9, 12, 24\}$  e  $W = 17$ , una possibile soluzione ottima è  $X[] = \{0, 2, 0, 1, 0, 0\}$  da cui deriva  $X = 15$ . Discutere correttezza e complessità.

Nota: gli esercizi 2.1, 2.2, 3, 4.1, 4.2 possono essere risolti con algoritmi lunghi fra 3 e 10 righe di pseudo-codice.