

## Algoritmi e Strutture Dati - 21/07/14

**Esercizio 0** Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna.

### Esercizio 1 – Punti $\geq 6$

Determinare un limite superiore alla seguente ricorrenza tramite il metodo di sostituzione:

$$T(n) = \begin{cases} \min_{1 \leq k \leq n-1} \{T[k] + T(n-k)\} + 1 & n > 1 \\ 1 & n \leq 1 \end{cases}$$

### Esercizio 2 – Punti $\geq 6$

Un vertice  $v$  in un grafo diretto  $G$ , si dice principale se ogni altro vertice in  $G$  può essere raggiunto con un cammino diretto che parte da  $v$ .

1. Scrivere un algoritmo che dati un grafo  $G$  e un vertice  $v$ , determina se  $v$  è un vertice principale in  $G$ .
2. Scrivere un algoritmo che, dato un grafo  $G$ , determina se  $G$  contiene un vertice principale.

Discutere la complessità degli algoritmi proposti.

### Esercizio 3 – Punti $\geq 6$

Si supponga di avere  $n$  sensori wireless collocati in un piano. Il sensore  $i$  è posizionato alle coordinate  $x[i]$ ,  $y[i]$ . Ogni sensore è in grado di comunicare con gli altri sensori distanti meno di  $d$  metri da esso. Ogni sensore raccoglie una serie di informazioni, e per maggiore sicurezza fa il backup di queste informazioni su  $k$  altri sensori scelti fra quelli con cui può comunicare. Ogni sensore, tuttavia, ha una memoria limitata, e quindi può fungere da backup per al più  $b$  altri sensori. Descrivere un algoritmo per individuare se l'attuale disposizione fisica dei sensori permette a ognuno di essi di ottenere  $k$  backup. Discuterne la complessità.

### Esercizio 4 – Punti $\geq 12$

Sia data una stringa  $s[1 \dots n]$  di  $n$  caratteri. Scrivere un algoritmo che restituisce la lunghezza della *sottosequenza* palindroma massimale contenuta all'interno di  $s$ . Ricordiamo che una sottosequenza è un sottoinsieme ordinato dei caratteri di  $s$ , anche non contigui. Ricordiamo che una stringa palindroma si legge allo stesso modo da sinistra a destra e da destra a sinistra. Per massimale, si intende che non esistono sottosequenze palindrome più lunghe (ma possono esserne altre della stessa lunghezza). Ad esempio, se l'input è "BBABCBCAB", allora l'output deve essere 7 in quanto "BABCBAB" è la più lunga sottosequenza palindroma contenuta in essa. "BBBBB" e "BBCBB" sono anch'esse sottosequenze palindrome, ma non sono massimali.

Discutere la complessità degli algoritmi proposti.

Opzionale: scrivere un'estensione all'algoritmo che stampa una sottosequenza massimale.