Formule per l'esame di Probabilità e Statistica (2015–2016)

- Dato uno spazio Ω allora $\mathcal{A}$ è una tribù su Ω se
  1. $\Omega \in \mathcal{A}$;
  2. se $A \in \mathcal{A}$ allora $A^c \in \mathcal{A}$;
  3. se $\{A_i\}_{i\in I}$ è un insieme numerabile di sottoinsiemi di Ω tali che $A_i \in \mathcal{A}$ per $\forall i \in I$ allora $\cup_{i\in I} A_i \in \mathcal{A}$

- Dato un spazio probabilizzabile $(\Omega, \mathcal{A})$, una **Probabilità** Pr è un'applicazione $\Pr : \mathcal{A} \to \mathbb{R}^+$ tale che
  1. (non negatività) se $A \in \mathcal{A}$ allora $\Pr(A) \geq 0$;
  2. (normalizzazione) $\Pr(\Omega) = 1$;
  3. (σ–additività) Se $\{A_i\}_{i=1}^{\infty}$ è una successione di eventi di $\mathcal{A}$ a due a due incompatibili (cioè $A_i \cap A_j = \emptyset, i \neq j$), allora
  $$\Pr\left(\cup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} \Pr(A_i)$$

- Se A è un evento di probabilità $\Pr(A)$ allora la probabilità che A **non** si verifichi è
$$\Pr(A^c) = 1 - \Pr(A)$$

- Se A e B sono due eventi, allora la probabilità che se ne verifichi almeno uno è data da
$$\Pr(A \cup B) = \Pr(A) + \Pr(B) - \Pr(A \cap B)$$

- Se A è un evento che implica l'evento B, cioè se $A \subseteq B$, allora
$$\Pr(B) = \Pr(A) + \Pr(B \cap A^c) \geq \Pr(A)$$

- Sia $\{A_i\}_{i=1}^{\infty}$ una famiglia di eventi che costituisce una Classe Completa di Ω tale che
  - $\Pr(A_i) > 0$, $i = 1, 2, \cdots$.

  Sia B un qualunque evento. Allora
$$\Pr(B) = \sum_{i=1}^{\infty} \Pr(A_i \cap B) = \sum_{i=1}^{\infty} \Pr(A_i) \Pr(B|A_i)$$

- Sia $\{A_i\}_{i=1}^{\infty}$ una Classe Completa di eventi tale che
  - $\Pr(A_i) > 0$, $i = 1, 2, \cdots$

e B un qualunque evento con $\Pr(B) > 0$. Allora

$$\Pr(A_i|B) = \frac{\Pr(A_i)\Pr(B|A_i)}{\sum_{j=1}^{\infty}\Pr(A_j)\Pr(B|A_j)} \qquad j = 1, 2, \cdots$$

- Dato un insieme $S = \{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ di n oggetti distinti, il numero degli allineamenti che si possono formare con r oggetti scelti tra gli n – ritenendo diversi due allineamenti o perché contengono *oggetti differenti* o perché gli stessi oggetti si susseguono in *ordine diverso* o, infine, perché uno stesso oggetto si ripete un *numero diverso di volte* – è dato da
$$D^*_{n,r} = n^r$$

- Dato un insieme $S = \{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ di n oggetti distinti, il numero degli allineamenti che si possono formare con $1 \leq r \leq n$ oggetti scelti tra gli n – ritenendo diversi due allineamenti o perché *contengono oggetti differenti* o perché gli stessi oggetti si *susseguono in ordine diverso* – è dato da
$$D_{n,r} = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$$

- Dato un insieme $S = \{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ di n oggetti distinti, il numero degli allineamenti che si possono formare con tutti essi – ritenendo diversi due allineamenti perchè gli oggetti si susseguono in ordine diverso – è dato da $n!$ (si pone $0! = 1$).

- Dato un insieme $S = \{a_1, a_2, \cdots, a_n\}$ di n oggetti distinti, il numero degli allineamenti che si possono formare con $1 \leq r \leq n$ oggetti scelti tra gli n – ritenendo diversi due allineamenti solo perché *contengono oggetti differenti* – è dato da
$$C_{n,r} = \frac{D_{n,r}}{r!}$$

- Se $(X_1, \cdots, X_n)$ sono variabili casuali indipendenti ed identicamente distribuite come una $\mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$ allora
$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \sim \mathrm{N}\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$
e quindi
$$\frac{\sqrt{n}\left(\bar{X} - \mu\right)}{\sigma} \sim \mathrm{N}(0,1) \qquad ;$$

- Se $X \sim \mathrm{Bi}(p, n)$ allora, per $n\,p$ non troppo piccolo, la distribuzione di
$$\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{p(1-p)/n}}$$
è approssimabile con quella di una normale standard;

- Se $(X_1, \cdots, X_n)$ sono variabili casuali indipendenti ed identicamente distribuite come una $\mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$ allora $\frac{\sqrt{n}(\bar{x}-\mu)}{s} \sim t$ di student con $n-1$ gradi di libertà, dove $\bar{s} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}$;

- Se $(X_1, \cdots, X_n)$ sono variabili casuali indipendenti ed identicamente distribuite come una normale $\mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$ allora la quantità Pivot

$$C = \frac{(n-1)\bar{S}^2}{\sigma^2}$$

ha distribuzione χ^2 con $(n-1)$ gradi di libertà;

- Se $(X_1, \cdots, X_n)$ e $(Y_1, \cdots, Y_n)$ sono variabili casuali indipendenti ed identicamente distribuite come una normale $\mathrm{N}(\mu_x, \sigma_x^2)$ e $\mathrm{N}(\mu_y, \sigma_y^2)$ rispettivamente allora la quantità Pivot

$$F = \frac{\bar{S}_x^2/\sigma_x^2}{\bar{S}_y^2/\sigma_y^2}$$

ha distribuzione F con (n_x-1, n_y-1) gradi di libertà;

- Se $(X_1, \cdots, X_n)$ e $(Y_1, \cdots, Y_n)$ sono variabili casuali indipendenti ed identicamente distribuite come una normale $\mathrm{N}(\mu_x, \sigma_x^2)$ e $\mathrm{N}(\mu_y, \sigma_y^2)$ rispettivamente allora $\frac{(\bar{y}-\bar{x})}{s\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}} \sim t_{n+m-2}$ dove $\bar{y}$ e $\bar{x}$ sono le medie dei due campioni mentre

$$s^2 = \frac{1}{n+m-2}\left[\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2 + \sum_{i=1}^{m}(x_i-\bar{x})^2\right]$$

se le due varianze sono supposte uguali (cioè $\sigma_y^2 = \sigma_x^2$);

- Se X è una variabile casuale normale $\mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$ allora la sua densità è

$$m(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\ \pi\sigma^2}}\ \exp\left[-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}\right] \qquad -\infty < x < \infty$$

con $E(X) = \mu$ e $\mathrm{Var}(X) = \sigma^2$;

- Se X è una variabile casuale binomiale $\mathrm{Bi}(p, n)$ allora la sua funzione di probabilità è

$$m(x; p, n) = \binom{n}{x} p^x\ (1-p)^{n-x} \qquad x = 0, 1 \cdots, n;\ 0 \le p \le 1$$

con $E(X) = n\ p$ e $\mathrm{Var}(X) = n\ p\ (1-p)$;

- Se X è una variabile casuale di Poisson $\mathrm{P}(\lambda)$ allora la sua funzione di probabilità è

$$m(x; \lambda) = \frac{\lambda^x \exp[-\lambda]}{x!} \qquad x = 0, 1 \cdots;\ 0 \le \lambda < +\infty$$

con $E(X) = \lambda$ e $\mathrm{Var}(X) = \lambda$;

- Se X è una variabile casuale esponenziale $\text{Exp}(\lambda)$ allora la sua funzione di probabilità è

$$m(x;\lambda) = \lambda \exp\left[-\lambda\ x\right] \qquad 0 \leq \lambda < +\infty$$

con $E(X) = 1/\lambda$ e $\text{Var}(X) = 1/\lambda^2$;

- Se X è una variabile casuale ipergeometrica $\text{IperG}(M, N, n)$ allora la sua funzione di probabilità è

$$m(x; M, N, n) = \frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}} \qquad , \max[0, n-(N-M)] \leq x \leq \min(n, M)$$

con $E(X) = np$ e $\text{Var}(X) = np(1-p)\frac{N-n}{N-1}$ dove si è posto $p = M/N$;

- Se X è la variabile casuale geometrica Ge(p) allora la sua funzione di probabilità è

$$m(x;p) = p(1-p)^{x-1}, \qquad x = 1, 2, 3, \cdots$$

con $E(X) = 1/p$ e $\text{Var}(X) = (1-p)/p^2$

- Se $(Y_1, \ldots, Y_n)$ sono variabili casuali indipendenti ed identicamente distribuite come una $N(\mu, \sigma^2)$ e S^2 è lo stimatore corretto di σ^2, allora

  -
$$\overline{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i \sim \text{N}\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

    e quindi
$$\frac{\sqrt{n}(\overline{Y}-\mu)}{\sigma} \sim N(0,1)$$

  -
$$\frac{\sqrt{n}(\overline{Y}-\mu)}{S} \sim t_{n-1} \qquad (t \text{ di Student con } n-1 \text{ gradi di libertà.})$$

  -
$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$$

- Se $Y \sim \text{Bi}(n, \vartheta)$, per n non troppo piccolo, la distribuzione di

$$\frac{\hat{\vartheta} - \vartheta}{\sqrt{\vartheta(1-\vartheta)/n}},$$

dove $\hat{\vartheta} = Y/n$, è approssimabile con quella di una normale standard.

- Se $(y_{11}, \ldots, y_{1n_1})$ è un campione casuale semplice estratto da una variabile casuale $Y_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ e $(y_{21}, \ldots, y_{2n_2})$ è un campione casuale semplice, indipendente dal precedente, estratto da una variabile casuale $Y_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, allora

- posto S_i^2 lo stimatore non distorto di σ_i^2 $(i = 1, 2)$

$$\frac{\frac{S_1^2}{\sigma_1^2}}{\frac{S_2^2}{\sigma_2^2}} \sim F_{n_1-1,n_2-1}$$

- se assumiamo $\sigma^2 = \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ abbiamo

$$\frac{\overline{Y}_1 - \overline{Y}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{S\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \sim t_{n_1+n_2-2}$$

dove $\overline{Y}_1$ e $\overline{Y}_2$ sone le medie dei due gruppi mentre

$$S^2 = \frac{1}{n_1 + n_2 - 2}\left[\sum_{i=1}^{n_1}(Y_{1i} - \overline{Y}_1)^2 + \sum_{i=1}^{n_2}(Y_{2i} - \overline{Y}_2)^2\right]$$

- Se $Y_1 \sim \text{Bin}(n_1, \vartheta_1)$ e $Y_2 \sim \text{Bin}(n_2, \vartheta_2)$ sono indipendenti, per n_1 e n_2 non troppo piccoli, la distribuzione di

$$\frac{\hat{\vartheta}_1 - \hat{\vartheta}_2 - (\vartheta_1 - \vartheta_2)}{\sqrt{\vartheta_1(1 - \vartheta_1)/n_1 + \vartheta_2(1 - \vartheta_2)/n_2}},$$

dove $\hat{\vartheta}_1 = Y_1/n_1$ e $\hat{\vartheta}_2 = Y_2/n_2$, è approssimabile con quella di una normale standard.

- Se $(y_{i1}, \ldots, y_{in_i})$ è un campione casuale semplice estratto da una variabile casuale $Y_i \sim N(\mu_i, \sigma^2)$ $(i = 1, \cdots, k)$ e $n = \sum_{i=1}^k n_i$ allora

  - **Formula della scomposizione della varianza**

$$v^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^k n_i v_i^2 + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^k n_i(\overline{y}_i - \overline{y})^2.$$

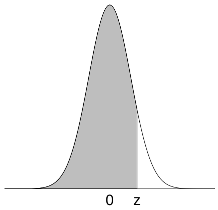
dove v^2 è la varianza totale e $\overline{y}$ è la media della distribuzione marginale, mentre v_i^2 sono le varianze condizionate e $\overline{y}_i$ sono le medie condizionate.

  - **Rapporto di correlazione**

$$\eta^2 = \frac{\text{varianza tra i gruppi}}{\text{varianza totale}}$$

Funzione di ripartizione della distribuzione normale standard

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}\, dx$$

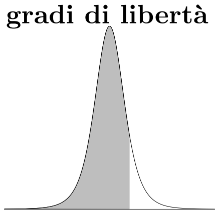


	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998

Tavole costruite con LaTeX, R, Sweave e xtable da Claudio Agostinelli, claudio.agostinelli@unitn.it, 2016

Alcuni quantili della distribuzione t di Student con r gradi di libertà

$$F_r(t) = \int_{-\infty}^{t} \frac{\Gamma[(r+1)/2]}{\sqrt{\pi r}\Gamma[r/2](1+x^2/r)^{(r+1)/2}}\ dx$$



	0,6	0,75	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995
1	0,3249	1,0000	3,0777	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567
2	0,2887	0,8165	1,8856	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248
3	0,2767	0,7649	1,6377	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409
4	0,2707	0,7407	1,5332	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041
5	0,2672	0,7267	1,4759	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321
6	0,2648	0,7176	1,4398	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074
7	0,2632	0,7111	1,4149	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995
8	0,2619	0,7064	1,3968	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554
9	0,2610	0,7027	1,3830	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498
10	0,2602	0,6998	1,3722	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693
11	0,2596	0,6974	1,3634	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058
12	0,2590	0,6955	1,3562	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545
13	0,2586	0,6938	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123
14	0,2582	0,6924	1,3450	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768
15	0,2579	0,6912	1,3406	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467
16	0,2576	0,6901	1,3368	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208
17	0,2573	0,6892	1,3334	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982
18	0,2571	0,6884	1,3304	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784
19	0,2569	0,6876	1,3277	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609
20	0,2567	0,6870	1,3253	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453
21	0,2566	0,6864	1,3232	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314
22	0,2564	0,6858	1,3212	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188
23	0,2563	0,6853	1,3195	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073
24	0,2562	0,6848	1,3178	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969
25	0,2561	0,6844	1,3163	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874
26	0,2560	0,6840	1,3150	1,7056	2,0555	2,4786	2,7787
27	0,2559	0,6837	1,3137	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707
28	0,2558	0,6834	1,3125	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633
29	0,2557	0,6830	1,3114	1,6991	2,0452	2,4620	2,7564
30	0,2556	0,6828	1,3104	1,6973	2,0423	2,4573	2,7500
50	0,2547	0,6794	1,2987	1,6759	2,0086	2,4033	2,6778
75	0,2542	0,6778	1,2929	1,6654	1,9921	2,3771	2,6430
100	0,2540	0,6770	1,2901	1,6602	1,9840	2,3642	2,6259
∞	0,2533	0,6745	1,2816	1,6449	1,9600	2,3263	2,5758

Tavole costruite con LaTeX, R, Sweave e xtable da Claudio Agostinelli, claudio.agostinelli@unitn.it, 2016

Alcuni quantili della distribuzione χ^2 con r gradi di libertà

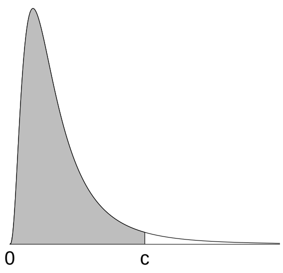
$$F_r(c) = \int_0^c \frac{1}{\Gamma[r/2]2^{r/2}} x^{r/2-1} \exp\left[-\frac{x}{2}\right]\, dx$$

	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,9	0,95	0,975	0,99	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,016	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879
2	0,010	0,020	0,051	0,103	0,211	4,605	5,991	7,378	9,210	10,597
3	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	6,251	7,815	9,348	11,345	12,838
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,064	7,779	9,488	11,143	13,277	14,860
5	0,412	0,554	0,831	1,145	1,610	9,236	11,070	12,833	15,086	16,750
6	0,676	0,872	1,237	1,635	2,204	10,645	12,592	14,449	16,812	18,548
7	0,989	1,239	1,690	2,167	2,833	12,017	14,067	16,013	18,475	20,278
8	1,344	1,646	2,180	2,733	3,490	13,362	15,507	17,535	20,090	21,955
9	1,735	2,088	2,700	3,325	4,168	14,684	16,919	19,023	21,666	23,589
10	2,156	2,558	3,247	3,940	4,865	15,987	18,307	20,483	23,209	25,188
11	2,603	3,053	3,816	4,575	5,578	17,275	19,675	21,920	24,725	26,757
12	3,074	3,571	4,404	5,226	6,304	18,549	21,026	23,337	26,217	28,300
13	3,565	4,107	5,009	5,892	7,042	19,812	22,362	24,736	27,688	29,819
14	4,075	4,660	5,629	6,571	7,790	21,064	23,685	26,119	29,141	31,319
15	4,601	5,229	6,262	7,261	8,547	22,307	24,996	27,488	30,578	32,801
16	5,142	5,812	6,908	7,962	9,312	23,542	26,296	28,845	32,000	34,267
17	5,697	6,408	7,564	8,672	10,085	24,769	27,587	30,191	33,409	35,718
18	6,265	7,015	8,231	9,390	10,865	25,989	28,869	31,526	34,805	37,156
19	6,844	7,633	8,907	10,117	11,651	27,204	30,144	32,852	36,191	38,582
20	7,434	8,260	9,591	10,851	12,443	28,412	31,410	34,170	37,566	39,997
21	8,034	8,897	10,283	11,591	13,240	29,615	32,671	35,479	38,932	41,401
22	8,643	9,542	10,982	12,338	14,041	30,813	33,924	36,781	40,289	42,796
23	9,260	10,196	11,689	13,091	14,848	32,007	35,172	38,076	41,638	44,181
24	9,886	10,856	12,401	13,848	15,659	33,196	36,415	39,364	42,980	45,559
25	10,520	11,524	13,120	14,611	16,473	34,382	37,652	40,646	44,314	46,928
26	11,160	12,198	13,844	15,379	17,292	35,563	38,885	41,923	45,642	48,290
27	11,808	12,879	14,573	16,151	18,114	36,741	40,113	43,195	46,963	49,645
28	12,461	13,565	15,308	16,928	18,939	37,916	41,337	44,461	48,278	50,993
29	13,121	14,256	16,047	17,708	19,768	39,087	42,557	45,722	49,588	52,336
30	13,787	14,953	16,791	18,493	20,599	40,256	43,773	46,979	50,892	53,672
40	20,707	22,164	24,433	26,509	29,051	51,805	55,758	59,342	63,691	66,766
50	27,991	29,707	32,357	34,764	37,689	63,167	67,505	71,420	76,154	79,490
60	35,534	37,485	40,482	43,188	46,459	74,397	79,082	83,298	88,379	91,952
70	43,275	45,442	48,758	51,739	55,329	85,527	90,531	95,023	100,425	104,215
80	51,172	53,540	57,153	60,391	64,278	96,578	101,879	106,629	112,329	116,321

Tavole costruite con LaTeX, R, Sweave e xtable da Claudio Agostinelli, claudio.agostinelli@unitn.it, 2016

Alcuni quantili della distribuzione F con r_1 e r_2 gradi di libertà

$$F_{r_1,r_2}(c) = \int_0^c \frac{\Gamma((r_1+r_2)/2)}{\Gamma(r_1/2)\Gamma(r_2/2)} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{r_1/2} x^{(r_1/2-1)} \left(1+\frac{r_1}{r_2}x\right)^{-(r_1+r_2)/2} \; dx$$



Per ogni coppia di r_1 (colonna) e r_2 (riga), la tavola fornisce il quantile f_α di ordine α corrispondente. I quantili inferiori della distribuzione F di Fisher–Snedecor si possono determinare tramite la relazione $f_{1-\alpha}(r_1, r_2) = 1/f_\alpha(r_2, r_1)$.

Tavole per l'ordine quantilico α= 0,95

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161,448	199,500	215,707	224,583	230,162	233,986	236,768	238,883	240,543
2	18,513	19,000	19,164	19,247	19,296	19,330	19,353	19,371	19,385
3	10,128	9,552	9,277	9,117	9,013	8,941	8,887	8,845	8,812
4	7,709	6,944	6,591	6,388	6,256	6,163	6,094	6,041	5,999
5	6,608	5,786	5,409	5,192	5,050	4,950	4,876	4,818	4,772
6	5,987	5,143	4,757	4,534	4,387	4,284	4,207	4,147	4,099
7	5,591	4,737	4,347	4,120	3,972	3,866	3,787	3,726	3,677
8	5,318	4,459	4,066	3,838	3,687	3,581	3,500	3,438	3,388
9	5,117	4,256	3,863	3,633	3,482	3,374	3,293	3,230	3,179
10	4,965	4,103	3,708	3,478	3,326	3,217	3,135	3,072	3,020
11	4,844	3,982	3,587	3,357	3,204	3,095	3,012	2,948	2,896
12	4,747	3,885	3,490	3,259	3,106	2,996	2,913	2,849	2,796
13	4,667	3,806	3,411	3,179	3,025	2,915	2,832	2,767	2,714
14	4,600	3,739	3,344	3,112	2,958	2,848	2,764	2,699	2,646
15	4,543	3,682	3,287	3,056	2,901	2,790	2,707	2,641	2,588
16	4,494	3,634	3,239	3,007	2,852	2,741	2,657	2,591	2,538
17	4,451	3,592	3,197	2,965	2,810	2,699	2,614	2,548	2,494
18	4,414	3,555	3,160	2,928	2,773	2,661	2,577	2,510	2,456
19	4,381	3,522	3,127	2,895	2,740	2,628	2,544	2,477	2,423
20	4,351	3,493	3,098	2,866	2,711	2,599	2,514	2,447	2,393
25	4,242	3,385	2,991	2,759	2,603	2,490	2,405	2,337	2,282
30	4,171	3,316	2,922	2,690	2,534	2,421	2,334	2,266	2,211
40	4,085	3,232	2,839	2,606	2,449	2,336	2,249	2,180	2,124
50	4,034	3,183	2,790	2,557	2,400	2,286	2,199	2,130	2,073
60	4,001	3,150	2,758	2,525	2,368	2,254	2,167	2,097	2,040
120	3,920	3,072	2,680	2,447	2,290	2,175	2,087	2,016	1,959
∞	3,841	2,996	2,605	2,372	2,214	2,099	2,010	1,938	1,880

Tavole costruite con LaTeX, R, Sweave e xtable da Claudio Agostinelli, claudio.agostinelli@unitn.it, 2016

Tavole per l'ordine quantilico α= 0,95

	10	15	20	30	40	50	60	120	∞
1	241,882	245,950	248,013	250,095	251,143	251,774	252,196	253,253	254,314
2	19,396	19,429	19,446	19,462	19,471	19,476	19,479	19,487	19,496
3	8,786	8,703	8,660	8,617	8,594	8,581	8,572	8,549	8,526
4	5,964	5,858	5,803	5,746	5,717	5,699	5,688	5,658	5,628
5	4,735	4,619	4,558	4,496	4,464	4,444	4,431	4,398	4,365
6	4,060	3,938	3,874	3,808	3,774	3,754	3,740	3,705	3,669
7	3,637	3,511	3,445	3,376	3,340	3,319	3,304	3,267	3,230
8	3,347	3,218	3,150	3,079	3,043	3,020	3,005	2,967	2,928
9	3,137	3,006	2,936	2,864	2,826	2,803	2,787	2,748	2,707
10	2,978	2,845	2,774	2,700	2,661	2,637	2,621	2,580	2,538
11	2,854	2,719	2,646	2,570	2,531	2,507	2,490	2,448	2,404
12	2,753	2,617	2,544	2,466	2,426	2,401	2,384	2,341	2,296
13	2,671	2,533	2,459	2,380	2,339	2,314	2,297	2,252	2,206
14	2,602	2,463	2,388	2,308	2,266	2,241	2,223	2,178	2,131
15	2,544	2,403	2,328	2,247	2,204	2,178	2,160	2,114	2,066
16	2,494	2,352	2,276	2,194	2,151	2,124	2,106	2,059	2,010
17	2,450	2,308	2,230	2,148	2,104	2,077	2,058	2,011	1,960
18	2,412	2,269	2,191	2,107	2,063	2,035	2,017	1,968	1,917
19	2,378	2,234	2,155	2,071	2,026	1,999	1,980	1,930	1,878
20	2,348	2,203	2,124	2,039	1,994	1,966	1,946	1,896	1,843
25	2,236	2,089	2,007	1,919	1,872	1,842	1,822	1,768	1,711
30	2,165	2,015	1,932	1,841	1,792	1,761	1,740	1,683	1,622
40	2,077	1,924	1,839	1,744	1,693	1,660	1,637	1,577	1,509
50	2,026	1,871	1,784	1,687	1,634	1,599	1,576	1,511	1,438
60	1,993	1,836	1,748	1,649	1,594	1,559	1,534	1,467	1,389
120	1,910	1,750	1,659	1,554	1,495	1,457	1,429	1,352	1,254
∞	1,831	1,666	1,571	1,459	1,394	1,350	1,318	1,221	1,000

Tavole costruite con LaTeX, R, Sweave e xtable da Claudio Agostinelli, claudio.agostinelli@unitn.it, 2016

Tavole per l'ordine quantilico α= 0,975

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	647,789	799,500	864,163	899,583	921,848	937,111	948,217	956,656	963,285
2	38,506	39,000	39,165	39,248	39,298	39,331	39,355	39,373	39,387
3	17,443	16,044	15,439	15,101	14,885	14,735	14,624	14,540	14,473
4	12,218	10,649	9,979	9,605	9,364	9,197	9,074	8,980	8,905
5	10,007	8,434	7,764	7,388	7,146	6,978	6,853	6,757	6,681
6	8,813	7,260	6,599	6,227	5,988	5,820	5,695	5,600	5,523
7	8,073	6,542	5,890	5,523	5,285	5,119	4,995	4,899	4,823
8	7,571	6,059	5,416	5,053	4,817	4,652	4,529	4,433	4,357
9	7,209	5,715	5,078	4,718	4,484	4,320	4,197	4,102	4,026
10	6,937	5,456	4,826	4,468	4,236	4,072	3,950	3,855	3,779
11	6,724	5,256	4,630	4,275	4,044	3,881	3,759	3,664	3,588
12	6,554	5,096	4,474	4,121	3,891	3,728	3,607	3,512	3,436
13	6,414	4,965	4,347	3,996	3,767	3,604	3,483	3,388	3,312
14	6,298	4,857	4,242	3,892	3,663	3,501	3,380	3,285	3,209
15	6,200	4,765	4,153	3,804	3,576	3,415	3,293	3,199	3,123
16	6,115	4,687	4,077	3,729	3,502	3,341	3,219	3,125	3,049
17	6,042	4,619	4,011	3,665	3,438	3,277	3,156	3,061	2,985
18	5,978	4,560	3,954	3,608	3,382	3,221	3,100	3,005	2,929
19	5,922	4,508	3,903	3,559	3,333	3,172	3,051	2,956	2,880
20	5,871	4,461	3,859	3,515	3,289	3,128	3,007	2,913	2,837
25	5,686	4,291	3,694	3,353	3,129	2,969	2,848	2,753	2,677
30	5,568	4,182	3,589	3,250	3,026	2,867	2,746	2,651	2,575
40	5,424	4,051	3,463	3,126	2,904	2,744	2,624	2,529	2,452
50	5,340	3,975	3,390	3,054	2,833	2,674	2,553	2,458	2,381
60	5,286	3,925	3,343	3,008	2,786	2,627	2,507	2,412	2,334
120	5,152	3,805	3,227	2,894	2,674	2,515	2,395	2,299	2,222
∞	5,024	3,689	3,116	2,786	2,567	2,408	2,288	2,192	2,114

Tavole costruite con LaTeX, R, Sweave e xtable da Claudio Agostinelli, claudio.agostinelli@unitn.it, 2016

Tavole per l'ordine quantilico α= 0,975

	10	15	20	30	40	50	60	120	∞
1	968,627	984,867	993,103	1001,414	1005,598	1008,117	1009,800	1014,020	1018,258
2	39,398	39,431	39,448	39,465	39,473	39,478	39,481	39,490	39,498
3	14,419	14,253	14,167	14,081	14,037	14,010	13,992	13,947	13,902
4	8,844	8,657	8,560	8,461	8,411	8,381	8,360	8,309	8,257
5	6,619	6,428	6,329	6,227	6,175	6,144	6,123	6,069	6,015
6	5,461	5,269	5,168	5,065	5,012	4,980	4,959	4,904	4,849
7	4,761	4,568	4,467	4,362	4,309	4,276	4,254	4,199	4,142
8	4,295	4,101	3,999	3,894	3,840	3,807	3,784	3,728	3,670
9	3,964	3,769	3,667	3,560	3,505	3,472	3,449	3,392	3,333
10	3,717	3,522	3,419	3,311	3,255	3,221	3,198	3,140	3,080
11	3,526	3,330	3,226	3,118	3,061	3,027	3,004	2,944	2,883
12	3,374	3,177	3,073	2,963	2,906	2,871	2,848	2,787	2,725
13	3,250	3,053	2,948	2,837	2,780	2,744	2,720	2,659	2,595
14	3,147	2,949	2,844	2,732	2,674	2,638	2,614	2,552	2,487
15	3,060	2,862	2,756	2,644	2,585	2,549	2,524	2,461	2,395
16	2,986	2,788	2,681	2,568	2,509	2,472	2,447	2,383	2,316
17	2,922	2,723	2,616	2,502	2,442	2,405	2,380	2,315	2,247
18	2,866	2,667	2,559	2,445	2,384	2,347	2,321	2,256	2,187
19	2,817	2,617	2,509	2,394	2,333	2,295	2,270	2,203	2,133
20	2,774	2,573	2,464	2,349	2,287	2,249	2,223	2,156	2,085
25	2,613	2,411	2,300	2,182	2,118	2,079	2,052	1,981	1,906
30	2,511	2,307	2,195	2,074	2,009	1,968	1,940	1,866	1,787
40	2,388	2,182	2,068	1,943	1,875	1,832	1,803	1,724	1,637
50	2,317	2,109	1,993	1,866	1,796	1,752	1,721	1,639	1,545
60	2,270	2,061	1,944	1,815	1,744	1,699	1,667	1,581	1,482
120	2,157	1,945	1,825	1,690	1,614	1,565	1,530	1,433	1,310
∞	2,048	1,833	1,708	1,566	1,484	1,428	1,388	1,268	1,000

Tavole costruite con LaTeX, R, Sweave e xtable da Claudio Agostinelli, claudio.agostinelli@unitn.it, 2016

Tavole per l'ordine quantilico α= 0,99

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4052,181	4999,500	5403,352	5624,583	5763,650	5858,986	5928,356	5981,070	6022,473
2	98,503	99,000	99,166	99,249	99,299	99,333	99,356	99,374	99,388
3	34,116	30,817	29,457	28,710	28,237	27,911	27,672	27,489	27,345
4	21,198	18,000	16,694	15,977	15,522	15,207	14,976	14,799	14,659
5	16,258	13,274	12,060	11,392	10,967	10,672	10,456	10,289	10,158
6	13,745	10,925	9,780	9,148	8,746	8,466	8,260	8,102	7,976
7	12,246	9,547	8,451	7,847	7,460	7,191	6,993	6,840	6,719
8	11,259	8,649	7,591	7,006	6,632	6,371	6,178	6,029	5,911
9	10,561	8,022	6,992	6,422	6,057	5,802	5,613	5,467	5,351
10	10,044	7,559	6,552	5,994	5,636	5,386	5,200	5,057	4,942
11	9,646	7,206	6,217	5,668	5,316	5,069	4,886	4,744	4,632
12	9,330	6,927	5,953	5,412	5,064	4,821	4,640	4,499	4,388
13	9,074	6,701	5,739	5,205	4,862	4,620	4,441	4,302	4,191
14	8,862	6,515	5,564	5,035	4,695	4,456	4,278	4,140	4,030
15	8,683	6,359	5,417	4,893	4,556	4,318	4,142	4,004	3,895
16	8,531	6,226	5,292	4,773	4,437	4,202	4,026	3,890	3,780
17	8,400	6,112	5,185	4,669	4,336	4,102	3,927	3,791	3,682
18	8,285	6,013	5,092	4,579	4,248	4,015	3,841	3,705	3,597
19	8,185	5,926	5,010	4,500	4,171	3,939	3,765	3,631	3,523
20	8,096	5,849	4,938	4,431	4,103	3,871	3,699	3,564	3,457
25	7,770	5,568	4,675	4,177	3,855	3,627	3,457	3,324	3,217
30	7,562	5,390	4,510	4,018	3,699	3,473	3,304	3,173	3,067
40	7,314	5,179	4,313	3,828	3,514	3,291	3,124	2,993	2,888
50	7,171	5,057	4,199	3,720	3,408	3,186	3,020	2,890	2,785
60	7,077	4,977	4,126	3,649	3,339	3,119	2,953	2,823	2,718
120	6,851	4,787	3,949	3,480	3,174	2,956	2,792	2,663	2,559
∞	6,635	4,605	3,782	3,319	3,017	2,802	2,639	2,511	2,407

Tavole costruite con LaTeX, R, Sweave e xtable da Claudio Agostinelli, claudio.agostinelli@unitn.it, 2016

Tavole per l'ordine quantilico α= 0,99

	10	15	20	30	40	50	60	120	∞
1	6055,847	6157,285	6208,730	6260,649	6286,782	6302,517	6313,030	6339,391	6365,864
2	99,399	99,433	99,449	99,466	99,474	99,479	99,482	99,491	99,499
3	27,229	26,872	26,690	26,505	26,411	26,354	26,316	26,221	26,125
4	14,546	14,198	14,020	13,838	13,745	13,690	13,652	13,558	13,463
5	10,051	9,722	9,553	9,379	9,291	9,238	9,202	9,112	9,020
6	7,874	7,559	7,396	7,229	7,143	7,091	7,057	6,969	6,880
7	6,620	6,314	6,155	5,992	5,908	5,858	5,824	5,737	5,650
8	5,814	5,515	5,359	5,198	5,116	5,065	5,032	4,946	4,859
9	5,257	4,962	4,808	4,649	4,567	4,517	4,483	4,398	4,311
10	4,849	4,558	4,405	4,247	4,165	4,115	4,082	3,996	3,909
11	4,539	4,251	4,099	3,941	3,860	3,810	3,776	3,690	3,602
12	4,296	4,010	3,858	3,701	3,619	3,569	3,535	3,449	3,361
13	4,100	3,815	3,665	3,507	3,425	3,375	3,341	3,255	3,165
14	3,939	3,656	3,505	3,348	3,266	3,215	3,181	3,094	3,004
15	3,805	3,522	3,372	3,214	3,132	3,081	3,047	2,959	2,868
16	3,691	3,409	3,259	3,101	3,018	2,967	2,933	2,845	2,753
17	3,593	3,312	3,162	3,003	2,920	2,869	2,835	2,746	2,653
18	3,508	3,227	3,077	2,919	2,835	2,784	2,749	2,660	2,566
19	3,434	3,153	3,003	2,844	2,761	2,709	2,674	2,584	2,489
20	3,368	3,088	2,938	2,778	2,695	2,643	2,608	2,517	2,421
25	3,129	2,850	2,699	2,538	2,453	2,400	2,364	2,270	2,169
30	2,979	2,700	2,549	2,386	2,299	2,245	2,208	2,111	2,006
40	2,801	2,522	2,369	2,203	2,114	2,058	2,019	1,917	1,805
50	2,698	2,419	2,265	2,098	2,007	1,949	1,909	1,803	1,683
60	2,632	2,352	2,198	2,028	1,936	1,877	1,836	1,726	1,601
120	2,472	2,192	2,035	1,860	1,763	1,700	1,656	1,533	1,381
∞	2,321	2,039	1,878	1,696	1,592	1,523	1,473	1,325	1,000

Tavole costruite con LaTeX, R, Sweave e xtable da Claudio Agostinelli, claudio.agostinelli@unitn.it, 2016