A

Geometria – 16/2/2016
Corso di laurea in Ing. Edile-Architettura

Geometria – 16/2/2016 **A**

Corso di laurea in Ing. Edile-Architettura

1) Sia r la retta di equazioni cartesiane $y+z=x-z=0$ e sia π_1 il piano di equazione $x+z=-2$. Si trovino

1. Un'equazione cartesiana del piano π_2 che contiene r e passa per il punto $(0,1,0)$.
2. Equazioni parametriche della retta s intersezione di π_1 e π_2.

2) Sia $M_2(\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici quadrate 2×2, a coefficienti reali, e

$$M=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

1. Si mostri che $W=\{A\in M_2(\mathbb{R}) \mid AM=MA\}$ è un sottospazio vettoriale di $M_2(\mathbb{R})$ e se ne trovi una base.
2. Si trovino i valori del parametro reale k per i quali la seguente matrice appartiene a W.

$$\begin{bmatrix} 1 & k-2 \\ k & 1 \end{bmatrix}$$

3) Sia $T:\mathbb{R}^4\to\mathbb{R}^4$ la funzione lineare definita da

$$T(x_1,x_2,x_3,x_4)=(-x_2+x_4,x_1+2x_4,2x_2+x_3+kx_4,x_1+kx_2-x_4).$$

1. Stabilire per quali valori del parametro reale k la funzione T è invertibile.
2. Posto $k=1$, calcolare la matrice $M_{\mathcal{B}}(T)$ associata a T rispetto alla base

$$\mathcal{B}=\{(1,1,1,1),(0,1,1,1),(0,0,1,1),(0,0,0,1)\}.$$

4) Sia $S:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ la funzione lineare definita da

$$S(x_1,x_2,x_3)=(x_1+x_2+x_3,x_1+x_2+x_3,x_1+x_2+2x_3).$$

1. Trovare una base del nucleo di S.
2. Trovare gli autovalori di S e dire, senza trovarla esplicitamente, se esiste una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$ formata da autovettori di S.

5) Dare la definizione di *base ortonormale* di un sottospazio di $\mathbb{R}^n$. Ogni sottospazio ha almeno una base ortonormale? Motivare la risposta.

Geometria – 16/2/2016
Corso di laurea in Ing. Edile-Architettura

B

Geometria – 16/2/2016 **B**
Corso di laurea in Ing. Edile-Architettura

1) Sia r la retta di equazioni cartesiane $x+y=x-z=0$ e sia π_1 il piano di equazione $x+z=-2$. Si trovino

1. Un'equazione cartesiana del piano π_2 che contiene r e passa per il punto $(0,1,0)$.
2. Equazioni parametriche della retta s intersezione di π_1 e π_2.

2) Sia $M_2(\mathbb{R})$ lo spazio vettoriale delle matrici quadrate 2×2, a coefficienti reali, e

$$M=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

1. Si mostri che $W=\{A\in M_2(\mathbb{R}) \mid AM=MA\}$ è un sottospazio vettoriale di $M_2(\mathbb{R})$ e se ne trovi una base.
2. Si trovino i valori del parametro reale k per i quali la seguente matrice appartiene a W.

$$\begin{bmatrix} 1 & k-2 \\ k & 1 \end{bmatrix}$$

3) Sia $T:\mathbb{R}^4\to\mathbb{R}^4$ la funzione lineare definita da

$$T(x_1,x_2,x_3,x_4)=(x_1+2x_4,-x_2+x_4,2x_2+x_3+kx_4,x_1+kx_2-x_4).$$

1. Stabilire per quali valori del parametro reale k la funzione T è invertibile.
2. Posto $k=1$, calcolare la matrice $M_{\mathcal{B}}(T)$ associata a T rispetto alla base

$$\mathcal{B}=\{(1,1,1,1),(0,1,1,1),(0,0,1,1),(0,0,0,1)\}.$$

4) Sia $S:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ la funzione lineare definita da

$$S(x_1,x_2,x_3)=(x_1-x_2+x_3,-x_1+2x_2-x_3,x_1-x_2+x_3).$$

1. Trovare una base del nucleo di S.
2. Trovare gli autovalori di S e dire, senza trovarla esplicitamente, se esiste una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$ formata da autovettori di S.

5) Quando una funzione lineare si dice *diagonalizzabile*? Ogni funzione lineare lo è? Illustrare la risposta mediante degli esempi.